UM4RBR14

Compte rendu de Simulation

Paul CAMUS
21107953 M1 ROB

22 décembre 2025

Introduction

1 Simulation d'un moteur à courant continu

1.1 Solution analytique

Rappelons dans un premier temps les relations électriques et mécaniques à partir desquelles se construit le modèle.

1. **Équation électrique** :

$$U_m(t) = E(t) + R \cdot i(t) + L\frac{di(t)}{dt} \tag{1}$$

2. **Équation mécanique** :

$$J\frac{d\Omega(t)}{dt} + f \cdot \Omega(t) = \Gamma(t) \tag{2}$$

3. **Équations de couplage** :

$$\begin{cases} \Gamma(t) = k_c \cdot i(t) \\ E(t) = k_e \cdot \Omega(t) \end{cases} \tag{3}$$

Par ailleurs, on suppose que l'inductance est négligeable $()L \approx 0)$.L'équation 1 devient :

$$U_m(t) = E(t) + R \cdot i(t) \implies i(t) = \frac{U_m(t) - E(t)}{R} \tag{4}$$

En injectant l'expression de $i(t)$ obtenue dans l'équation 2 on peut développer :

$$\begin{aligned}
&J\frac{d\Omega(t)}{dt} + f \cdot \Omega(t) = k_c \left(\frac{U_m(t) - k_e \cdot \Omega(t)}{R} \right) \\
&J\frac{d\Omega(t)}{dt} + f \cdot \Omega(t) = \frac{k_c}{R}U_m(t) - \frac{k_c k_e}{R}\Omega(t) \\
&J\frac{d\Omega(t)}{dt} + \left(f + \frac{k_c k_e}{R} \right) \Omega(t) = \frac{k_c}{R}U_m(t) \\
&\boxed{\tau\frac{d\Omega(t)}{dt} + \Omega(t) = K \cdot U_m(t)} \qquad (5)
\end{aligned}$$

On remarque qu'il s'agit de la forme canonique du premier ordre, on peut alors identifier le gain statique K et la constante de temps τ :

$$\begin{cases} K = \frac{k_c}{Rf+k_c k_e} \\ \tau = \frac{RJ}{Rf+k_c k_e} \end{cases} \tag{6}$$

Enfin, pour trouver la réponse indicielle, on considère une entrée échelon $U_m(t) = U_0$ pour $t \geq 0$ et avec des conditions initiales nulles $\Omega(0) = 0$. En combinant le système 6 et l'équation 5

$$\begin{gathered} \Omega(t) = K \cdot U_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \\ \boxed{\Omega(t) = \frac{k_c U_0}{Rf + k_c k_e} \left(1 - \exp\left(\frac{-(Rf + k_c k_e)t}{RJ}\right)\right)} \end{gathered} \tag{7}$$

1.2 Simulation