16 (повышенный уровень, время - 2 мин)

Тема: Кодирование чисел. Системы счисления.

Что нужно знать:

- принципы кодирования чисел в позиционных системах счисления
- чтобы перевести число, скажем, 12345_N , из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени, равной ее разряду:

4 3 2 1 0
$$\leftarrow$$
 разряды
1 2 3 4 5 \dots = 1 \cdot N⁴ + 2 \cdot N³ + 3 \cdot N² + 4 \cdot N¹ + 5 \cdot N⁰

- $\bullet\,$ последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием $\,N\,$ это остаток от деления этого числа на $\,N\,$
- две последние цифры это остаток от деления на N^2 , и т.д.
- ullet число $oldsymbol{10^N}$ записывается как единица и N нулей: $oldsymbol{10^N} = \underbrace{10...0}_{N}$
- ullet число $\mathbf{10^N} ext{-}\mathbf{1}$ записывается как N девяток: $\mathbf{10^N} ext{-}\mathbf{1} ext{=}\underbrace{9\dots9}_{N}$
- число 10^N 10^M = $10^M \cdot (10^{N+M} 1)$ записывается как N-M девяток, за которыми стоят M нулей: $10^N 10^M = \underbrace{9...90...0}_{N-M}$
- число 2 $^{\rm N}$ в двоичной системе записывается как единица и N нулей: $2^{^N} = 10...0_2$
- число 2 $^{\rm N}$ -1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N-1=\underbrace{1\dots 1_2}_N$
- число $2^N\!\!-\!2^K$ при $K\!<\!N$ в двоичной системе записывается как $N\!\!-\!\!K$ единиц и K нулей: $2^N\!-\!2^K=\underbrace{1\!\!\ldots\!\!1}_0\!\!\ldots\!\!0_2$
- поскольку $2^N+2^N=2\cdot 2^N=2^{N+1}$, получаем $2^N=2^{N+1}-2^N$, откуда следует, что $-2^N=-2^{N+1}+2^N$
- число 3 $^{\rm N}$ записывается в троичной системе как единица и N нулей: $3^{^N} = 1 \underbrace{0 \dots 0_3}_{}$
- число 3^N-1 записывается в троичной системе как N двоек: $3^N-1=2\dots2_3$
- число $\mathbf{3}^N \mathbf{3}^M = \mathbf{3}^M \cdot (\mathbf{3}^{N-M} \mathbf{1})$ записывается в троичной системе как N-M двоек, за которыми стоят M нулей: $\mathbf{3}^N \mathbf{3}^M = \underbrace{2 \dots 2}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_{M-M}$
- ullet можно сделать аналогичные выводы для любой системы счисления с основанием a:
- число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей: $a^N=10\dots 0$,
- число a^N -1 в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр (a-1): $a^N-1=(a-1)(a-1)\dots(a-1)_a$
- число $a^N a^M = a^M \cdot (a^{N-M} 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как N-M старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей: $a^N a^M = (a-1) \dots (a-1)0 \dots 0$

нулей:
$$a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\dots(a-1)}_{N-M}\underbrace{0\dots0_a}_M$$

Пример задания:

P-24. (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $64^{10} + 2^{90} - 16$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» содержится в этой записи?

Тема 7 2018

Решение:

- 1) Приведём все числа к степеням восьмерки, учитывая, что $16 = 64 48 = 8^2 6 \cdot 8^1$ $64^{10} + 2^{90} - 16 = (8^2)^{10} + 2^{3 \cdot 30} - (8^2 - 48) = 8^{20} + 8^{30} - 8^2 + 6 \cdot 8^1$
- 2) Перепишем выражение, располагая степени восьмёрки в порядке убывания: $8^{20} + 8^{30} 8^2 + 6 \cdot 8^1 = 8^{30} + 8^{20} 8^2 + 6 \cdot 8^1$
- 3) Очевидно, что «семёрки» в восьмеричной записи значения выражения возникнут только за счёт вычисления разности $8^{20} 8^2$, их количество равно 20-2=18
- 4) Ответ: <mark>18</mark>.

Ещё пример задания:

P-23. (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^9 - 3^9 + 9^{19} - 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

- 1) Приведём все числа к степеням тройки, учитывая, что $19=27-8=3^3-(2\cdot3^1+2\cdot3^0)$: $9^9-3^9+9^{19}-19=(3^2)^9-3^9+(3^2)^{19}-(3^3-(2\cdot3^1+2\cdot3^0))=3^{18}-3^9+3^{38}-3^3+2\cdot3^1+2\cdot3^0$
- 2) Перепишем выражение, располагая степени тройки в порядке убывания: $3^{18} 3^9 + 3^{38} 3^3 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 3^{38} + 3^{18} 3^9 3^3 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0$
- 3) Сначала рассмотрим часть выражения, в которой имеется два расположенных подряд «минуса»: 3^{18} 3^9 3^3 :
 - а. найдём разность двух крайних чисел: $3^{18} 3^3$, в её троичной записи 18 3 = 15 «двоек» и 3 «нуля»;
 - вычтем из этого числа значение 3⁹: одна из «двоек» (на 10-й справа позиции)
 уменьшится на 1, остальные цифры не изменятся;
 - с. итак, троичная запись разности $3^{18} 3^9 3^3$ содержит 15 1 = 14 «двоек», одну «единицу» и 3 «нуля»
- 4) Прибавим к полученному значению сумму: $2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 22_3$. В троичной записи результата два крайних справа нуля заменяются на «двойки», остаётся один ноль. Общее количество «двоек»: 14+2=16.
- 5) Прибавление значения 3^{38} не изменит количества «двоек» в троичном числе: слева от имеющихся цифр появятся ещё 38-18=20 «нулей» и одна «единица» на 39-й справа позиции.
- 6) Итак, результат, записанный в троичной системе, содержит 39 цифр. Его состав: 16 «двоек», 2 «единицы» (их позиции: 39-я и 10-я справа) и 21 «нуль» (39-16-2=21).
- 7) Ответ: 16.

Ещё пример задания:

P-22. Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$

записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

- 1) приведём все слагаемые к виду 3^N и расставим в порядке убывания степеней: $9^8 + 3^5 9 = 3^{16} + 3^5 3^2$
- 2) первое слагаемое, 3^{16} , даёт в троичной записи одну единицу она нас не интересует
- 3) пара **3⁵ 3²** даёт 5 2 = 3 двойки
- 4) Ответ: <mark>3</mark>.

Ещё пример задания:

P-21. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

- Общая идея: количество значащих нулей равно количеству всех знаков в двоичной записи числа (его длине!) минус количество единиц
- 2) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что 250 = 256 4 2 = $2^8 2^2 2^1$: $4^{512} + 8^{512} 2^{128} 250 = (2^2)^{512} + (2^3)^{512} 2^{128} 2^8 + 2^2 + 2^1 = 2^{1536} + 2^{1024} 2^{128} 2^8 + 2^2 + 2^1$
- старшая степень двойки 2¹⁵³⁶, двоичная запись этого числа представляет собой единицу и 1536 нулей, то есть, состоит из 1537 знаков; таким образом, остаётся найти количество единиц
- 4) вспомним, число 2^{N} — 2^{K} при K < N записывается как N–K единиц и K нулей: 2^{N} — 2^{K} —1—10—0

$$2^N - 2^K = \underbrace{1...10...0}_{N-K}$$

- 5) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N\!\!-\!\!2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
- 6) в нашем случае вы выражении $2^{1536} + 2^{1024} 2^{128} 2^8 + 2^2 + 2^1$

стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу

7) используем теперь равенство $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$, так что $-2^{128} = -2^{129} + 2^{128}$; получаем $2^{1536} + 2^{1024} - 2^{129} + 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$

здесь две пары $2^N - 2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице

- 8) общее число единиц равно 1 + (1024 129) + (128 8) + 1 + 1 = 1018
- 9) таким образом, количество значащих нулей равно 1537 1018 = 519
- 10) ответ: <mark>519</mark>.

Ещё пример задания:

P-20. Сколько единиц в двоичной записи числа
$$4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122$$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что 122 = 128 -4 -2 = 2^7 -2^2 -2^1 : $4^{2015} + 8^{405} 2^{150} 122 = (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} 2^{150} 2^7 + 2^2 + 2^1 = 2^{4030} + 2^{1215} 2^{150} 2^7 + 2^2 + 2^1$
- 2) вспомним, число $2^{N}\!\!-\!2^{K}$ при K < N записывается как $N\!\!-\!K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1...10...0}_{N-K}$$

- 3) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N\!\!-\!\!2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
- 4) в нашем случае вы выражении $2^{4030} + 2^{1215} 2^{150} 2^7 + 2^2 + 2^1$

стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу

3

5) используем теперь равенство $-2^N=-2^{N+1}+2^N$, так что $-2^{150}=-2^{151}+2^{150}$; получаем $2^{4030}+2^{1215}-2^{151}+2^{150}-2^7+2^2+2^1$

здесь две пары $2^N - 2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице

- 6) общее число единиц равно 1 + (1215 151) + (150 7) + 1 + 1 = 1210
- 7) ответ: <mark>1210</mark>.

Решение (С.О. Куров, Москва):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $122 = 128 4 2 = 2^7 2^2 2^1$: $4^{2015} + 8^{405} 2^{150} 122 = (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} 2^{150} 2^7 + 2^2 + 2^1 = 2^{4030} + 2^{1215} 2^{150} 2^7 + 2^2 + 2^1$
- 2) ищем в **разности** крайнюю левую степень двойки и крайнюю правую $2^{1215} 2^7$, при этом 2^{150} на время «теряем»
- 3) определяем количество единиц в разности $2^{1215} 2^7$, получаем 1215 7 = 1208 единиц
- 4) так как «внутри» этой разности есть еще 2^{150} , то просто вычитаем одну единицу: 1208 1 = 1207: итого в разности $2^{1215} 2^{150} 2^7$ ровно 1207 единиц
- 5) осталось прибавить по одной единицы от чисел 2^{4030} , 2^2 , 2^1
- 6) Ответ: <mark>1210</mark>

Ещё пример задания:

Р-19. Решите уравнение $121_{\circ} + 1 = 101_{\circ}$.

Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

1) переведём все числа в десятичную систему счисления:

$$121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1$$
, $101_y = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$

2) собирая всё в одно уравнение получаем

$$x^2 + 2x + 1 + 1 = 50 \implies x^2 + 2x - 48 = 0$$

- это уравнение имеет два решения, 6 и -8; основание системы счисления натуральное число, поэтому ответ – 6
- 4) переводим ответ в троичную систему: $6 = 2.3^1 = 20_3$.
- 5) ответ: <mark>20</mark>.

Ещё пример задания:

P-18. Сколько единиц в двоичной записи числа
$$4^{2014} + 2^{2015} - 8$$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8 = (2^2)^{2014} + 2^{2015} - 2^3 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$$

2) вспомним, что число 2 $^{\mathrm{N}}$ -1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^{N}-1=\underbrace{1\dots1}_{N}$,

а число
$$2^N\!\!-\!\!2^K$$
 при $K\!<\!N$ записывается как $N\!\!-\!\!K$ единиц и K нулей: $2^N-2^K=\underbrace{1...10...0}_{N\!-\!K}\underbrace{1}_{K}$

- 3) согласно п. 2, число $2^{2015} 2^3$ запишется как 2012 единиц и 3 нуля
- 4) прибавление 2^{4028} даст ещё одну единицу, всего получается 2012 + 1 = 2013 единиц
- 5) ответ: <mark>2013</mark>.

Ещё пример задания:

Р-17. Сколько единиц в двоичной записи числа
$$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6$$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 6 как $2^2 + 2^1$ $4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6 = (2^2)^{2016} + 2^{2018} - (2^3)^{600} + 2^2 + 2^1 = 2^{4032} + 2^{2018} - 2^{1800} + 2^2 + 2^1$

- 2) вспомним, что число 2^N -1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N-1=\underbrace{1...1}_N$, а число 2^N-2^K при K < N записывается как N-K единиц и K нулей: $2^N-2^K=\underbrace{1...10...0}_{N-K}$
- 3) согласно п. 2, число 2²⁰¹⁸ 2¹⁸⁰⁰ запишется как 218 единиц и 1800 нулей
- 4) прибавление 2^{4032} даст ещё одну единицу, а прибавление $2^2 + 2^1 -$ ещё две, всего получается 218 + 3 = 221 единица
- 5) ответ: <mark>221</mark>.

Ещё пример задания:

P-16. Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$

Решение:

- 1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как $2^6 + 2^4$ $4^{2016} 2^{2018} + 8^{800} 80 = (7^2)^{2016} 7^{2018} + (7^3)^{800} 7^2 7^1 = 7^{4032} 7^{2018} + 7^{2400} 7^6 7^4$
- 2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки $2^{4032} + 2^{2400} 2^{2018} 2^6 2^4$
- 3) вспомним, что число 2^N -1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N-1=\underbrace{1\dots1}_N$, а число $2^N\!-\!2^K$ при K < N записывается как $N\!-\!K$ единиц и K нулей: $2^N-2^K=\underbrace{1\dots10\dots0}_{N-K-K}$
- 4) согласно п. 2, число $2^{2400} 2^{2018}$ запишется как 382 единицы и 2018 нулей
- 5) добавляем старшее слагаемое 2^{4032} , получаем число $2^{4032}+2^{2400}-2^{2018}$, в котором 383 единицы и в конце (после последней единицы) 2018 нулей: $2^{4032}+2^{2400}-2^{2018}=10\dots0\underbrace{1\dots10\dots0}_{2000}$
- выделим из этого значения последнюю единицу со следующими 2018 нулями как отдельное слагаемое (число 2²⁰¹⁸):

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10 \dots 0 \underbrace{1 \dots 10 \dots 0}_{381} + \underbrace{10 \dots 0}_{2019} + \underbrace{10 \dots 0}_{2018} = K + 2^{2018},$$

где число K содержит $\frac{382}{6}$ единицы в старших разрядах; таки образом, интересующее нас число равно $K+2^{2018}-2^6-2^4$

7) согласно п. 2, число 2^{2018} — 2^6 запишется как 2012 единиц и 6 нулей; также выделим последнюю единицу с последующими нулями как отдельное слагаемое:

$$2^{2018} - 2^6 = \underbrace{1...10...0}_{2012} = \underbrace{1...10...0}_{2011} + 1\underbrace{0...0}_{7} = L + 2^6$$

где число L содержит 2011 единиц

- 8) теперь остаётся найти, сколько единиц будет в двоичной записи числа $2^6 2^4$, согласно п. 2 находим, что оно содержит $\frac{2}{3}$ единицы
- 9) таким образом, общее число единиц равно 382 + 2011 + 2 = 2395
- 10) ответ: <mark>2395</mark>.

Решение (способ 2, Е.А. Смирнов, Нижегородская область):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как 2^6+2^4 $4^{2016} 2^{2018} + 8^{800} 80 = (2^2)^{2016} 2^{2018} + (2^3)^{800} 2^2 2^1 = 2^{4032} 2^{2018} + 2^{2400} 2^6 2^4$
- 2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки $2^{4032} + 2^{2400} 2^{2018} 2^6 2^4$
- 3) представим $-2^{2018} = -2^{2019} + 2^{2018}$ и $-2^6 = -2^7 + 2^6$ $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2019} + 2^{2018} - 2^7 + 2^6 - 2^4$

5

- 4) слагаемое 2⁴⁰³² в двоичной записи содержит <mark>1</mark> единицу
- 5) слагаемое 2^{2400} 2^{2019} содержит $\frac{381}{381}$ единицу (число $2^N 2^K$ при K < N в двоичной системе записывается как N K единиц и K нулей: $2^N 2^K = \underbrace{1 \dots 10 \dots 0}_{V}$)

Тема 7 2018

- 6) слагаемое $2^{2018} 2^7$ содержит $\frac{2011}{2011}$ единиц, слагаемое $2^6 2^4$ содержит $\frac{2}{2}$ единицы
- позиции единиц во всех этих слагаемых не совпадают, поэтому общее количество единиц равно 1 + 381 + 2011 + 2 = 2395

ответ: <mark>2395</mark>

Решение (способ 3, А.И. Козлов, г. Северобайкальск):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как 2^6+2^4 $4^{2016}-2^{2018}+8^{900}-80=(2^2)^{2016}-2^{2018}+(2^3)^{800}-2^2-2^1=2^{4032}-2^{2018}+2^{2400}-2^6-2^4$
- 2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки $2^{4032} + 2^{2400} 2^{2018} 2^6 2^4$
- выражение 2²⁴⁰⁰-2⁴ дает 2396 единиц и 4 нолика в конце, откуда вычеркиваем (заменяем на ноль) единичку, стоящую на седьмом месте справа (2⁶) и, соответственно на 2019 месте справа (2²⁰¹⁸). Следовательно, остается 2394 единички.
- 4) С учетом того, что 2⁴⁰³² дает нам одну единицу, в итоге получаем 2395 единиц
- 5) Ответ: 2395

Ещё пример задания:

P-15. *Pewume ypashehue* $60_8 + x = 120_7$

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

- удобнее всего перевести все числа в десятичную систему, решить уравнение и результат перевести в шестеричную систему
- 2) получаем $60_{\circ} = 6 \cdot 8^{1} + 0 \cdot 8^{0} = 48$, $120_{7} = 1 \cdot 7^{2} + 2 \cdot 7^{1} = 63$
- 3) уравнение приобретает вид 48 + x = 63, откуда получаем x = 15
- 4) переводим 15 в шестеричную систему счисления: $15 = 2 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 23$
- 5) ответ: <mark>23</mark>.

Ещё пример задания:

P-14. Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Решение:

- 6) если запись числа в системе счисления с основанием N заканчивается на 0, то это число делится на N нацело
- поэтому в данной задаче требуется найти наименьшее натуральное число, которое делится одновременно на 3 и на 5, то есть, делится на 15
- 8) очевидно, что это число 15.

Ещё пример задания:

P-13. Запись числа 67_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 4 иифры. Укажите основание этой системы счисления N.

Решение:

9) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 1, то остаток от деления числа 67 на N равен 1, то есть при некотором целом $\,k\,$ имеем

$$k \cdot N + 1 = 67 \implies k \cdot N = 66$$

- 10) следовательно, основание N это делитель числа 66
- 11) с другой стороны, запись числа содержит 4 цифры, то есть $1000_N \le 67 < 10000_N \implies N^3 \le 67 < N^4$
- выпишем кубы и четвертые степени первых натуральных чисел, которые являются делителями числа 66:

$$2^3 = 8$$
, $3^3 = 27$, $6^3 = 216$,...
 $2^4 = 16$, $3^4 = 81$

- 13) видим, что из этого списка только для числа N = 3 выполняется условие $N^3 \le 67 < N^4$
- 14) таким образом, верный ответ 3.
- 15) можно сделать проверку, переведя число 67 в троичную систему $67_{10} = 2111_3$

Еще пример задания:

P-12. Запись числа 381_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 3 и содержит 3 цифры. Укажите наибольшее возможное основание этой системы счисления N.

Решение:

1) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 3, то остаток от деления числа 381 на N равен 3, то есть при некотором целом $\,k\,$ имеем

$$k \cdot N + 3 = 381 \implies k \cdot N = 378$$

- 2) следовательно, основание N это делитель числа $378 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$
- 3) с другой стороны, запись числа содержит 3 цифры, то есть

$$100_N \le 381 < 1000_N \implies N^2 \le 381 < N^3$$

- 4) неравенство $N^2 \le 381$ дает $|N| \le 19$ (так как $19^2 = 361$, $20^2 = 400$)
- 5) неравенство $381 < N^3$ дает $8 \le N$ (так как $7^3 = 343$, $8^3 = 512$)
- 6) таким образом, $8 \le N \le 19$; в этом диапазоне делителями числа 378 являются числа
 - 9, при N=9 получаем запись числа $381_{10}=463_{0}$
 - 14, при N=14 получаем запись числа $381_{10}=1D3_{14}$
 - 18, при N = 18 получаем запись числа $381_{10} = 133_{10}$
- наибольшим из приведенных чисел это 18 (можно было сразу искать подбором наибольший делитель числа 378, начиная с 19 «вниз», на уменьшение)
- 8) таким образом, верный ответ 18.

Еще пример задания:

P-11. Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25. запись которых в системе счисления с основанием четыре оканчивается на 11?

Общий подход:

- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием N (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата это остаток от деления исходного числа на N, а две младших цифры это остаток от деления на N^2 и т.д.
- в данном случае $\,N=4$, остаток от деления числа на $\,N^2=16\,$ должен быть равен 11 $_4$ = 5

7

 потому задача сводится к тому, чтобы определить все числа, которые меньше или равны 25 и дают остаток 5 при делении на 16

Решение (вариант 1, через десятичную систему):

1) общий вид чисел, которые дают остаток 5 при делении на 16:

$$k \cdot 16 + 5$$

Тема 7 2018

где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, ...)

- 2) среди всех таких чисел нужно выбрать те, что меньше или равны 25 («не превосходят 25»); их всего два: 5 (при k=0) и 21 (при k=1)
- 3) таким образом, верный ответ 5, 21.

Возможные ловушки и проблемы:

- ullet выражение «не превосходящие X » означает «меньшие или равные X », а не строго меньшие X
- остаток, состоящий из нескольких цифр (здесь 11₄), нужно не забыть перевести в десятичную систему
- найденные числа нужно записать именно в порядке возрастания, как требуется

Решение (вариант 2, через четверичную систему, предложен О.А. Тузовой):

- переведем 25 в четверичную систему счисления: 25 = 1214, все интересующие нас числа не больше этого значения
- из этих чисел выделим только те, которые заканчиваются на 11, таких чисел всего два: это 11, = 5 и 111, = 21
- таким образом, верный ответ 5, 21.

Возможные ловушки и проблемы:

- есть риск случайно «забыть» какое-то число или найти «лишнее» (в данном случае большее 25)
- можно сделать ошибки при переводе чисел из четверичной системы в десятичную или вообще «забыть» перевести

Еще пример задания:

P-10. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 2.

Общий подход:

- ullet здесь обратная задача неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через N
- ullet поскольку последняя цифра числа 2, основание должно быть больше 2, то есть N>2
- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием N (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата это остаток от деления исходного числа на N

Решение:

1) итак, нужно найти все целые числа $N \geq 3$, такие что остаток от деления 23 на N равен 2, или (что то же самое)

$$23 = k \cdot N + 2 \tag{*}$$

где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, ...);

2) сложность в том, что и k , и N неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это натуральные числа

- 3) из формулы (*) получаем $k\cdot N=21$, так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители числа 21, которые больше 2
- 4) в этой задаче есть только три таких делителя: $N=3,\,7$ и 21
- 5) таким образом, верный ответ <mark>3, 7, 21</mark>.

Возможные ловушки и проблемы

- нужно учесть, что основание системы счисления должно быть больше любой цифры числа, поэтому делитель N=1 не подходит (должно быть N>2)
- числа нужно записывать в ответе в порядке возрастания, как требуется по условию

Еще пример задания:

P-9. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на 11.

Общий подход:

- ullet неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через N
- пока будем считать, что запись числа 31 в системе с основанием N состоит из трех цифр, причем две младшие (11) нам даны, а одну (обозначим ее через k) нужно найти:

2 1 0
$$\leftarrow$$
 разряды
31 = \mathbf{k} 1 $\mathbf{1}_{N}$ = $\mathbf{k} \cdot \mathbf{N}^{2}$ + \mathbf{N}^{1} + \mathbf{N}^{0} = $\mathbf{k} \cdot \mathbf{N}^{2}$ + \mathbf{N} + 1

• можно показать, что при большем количестве разрядов эта формула также верна, то есть, число 31 можно представить как $31 = k \cdot N^2 + N + 1$ при некотором целом k; например, для числа с пятью разрядами получаем:

$$4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \leftarrow$$
разряды
$$31 = \mathbf{k}_4 \ \mathbf{k}_3 \ \mathbf{k}_2 \quad 1 \quad \mathbf{1}_N = \mathbf{k}_4 \cdot \mathbf{N}^4 + \mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{N}^3 + \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{N}^2 + \mathbf{N}^1 + \mathbf{N}^0$$

$$= \mathbf{k} \cdot \mathbf{N}^2 + \mathbf{N} + \mathbf{1}$$

для $k = k_4 \cdot N^2 + k_3 \cdot N + k_5$ (из первых трех слагаемых вынесли общий множитель N^2)

Решение:

1) итак, нужно найти все целые числа $\,N \geq 2\,$, такие что

$$31 = k \cdot N^2 + N + 1 \tag{**}$$

где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, ...);

- 2) сложность в том, что и k , и N неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это натуральные числа
- 3) из формулы (**) получаем $(k\cdot N+1)N=30$, так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители N числа 30 и отобрать только те из них, для которых уравнение (**) разрешимо при целом k , то есть, $k=\frac{30-N}{N^2}$ целое число
- 4) выпишем все делители числа 30, большие или равные 2: 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
- 5) из всех этих делителей только для 2, 3, 5 и 30 значение $k=\frac{30-N}{N^2}$ целое число (оно равно соответственно 7, 3, 1 и 0)
- 6) таким образом, верный ответ 2, 3, 5, 30

Еще пример задания:

P-8. Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 10, 11, 12, ..., 17 в системе счисления с основанием 5.

 запишем первое и последнее число в заданном диапазоне в системе счисления с основанием 5:

$$10 = \frac{20}{5}$$
. $17 = 3\frac{2}{5}$.

Тема 7 2018

- 2) заметим, что оба они содержат цифру 2, так что, 2 цифры мы уже нашли
- 3) между 20₅ и 32₅ есть еще числа

- 4) в них 5 цифр 2 (в числе 22₅ сразу две двойки), поэтому всего цифра 2 встречается 7 раз
- таким образом, верный ответ 7.

Возможные ловушки и проблемы:

- нужно не забыть, что в системе счисления с основанием 5 старшая цифра 4, то есть, вслед за 24 к следует 30 к
- помните, что нужно определить не количество чисел, в которых есть двойка, а количество самих двоек
- можно не обратить внимание на то, что в числе 22₅ цифра 2 встречается 2 раза

Решение (вариант 2):

1) переведем все указанные числа в систему счисления с основанием 5:

$$10 = 20_5$$
, $11 = 21_5$, $12 = 22_5$, $13 = 23_5$, $14 = 24_5$, $15 = 30_5$, $16 = 31_5$, $17 = 32_5$.

- 2) считаем цифры 2 получается 7 штук
- таким образом, верный ответ 7.

Еще пример задания:

P-7. Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30 трехзначна.

Решение:

1) обозначим через N неизвестное основание системы счисления, тогда запись числа 30 в этой системе имеет вид

$$x y z_N = 30$$

2) вспомним алгоритм перевода числа из системы счисления с основанием N в десятичную систему: расставляем сверху номера разрядов и умножаем каждую цифру на основание в степени, равной разряду:

2 1 0

$$x \ v \ z_N = x \cdot N^2 + v \cdot N + z = 30$$

- 3) поскольку запись трехзначная, $x \neq 0$, поэтому $30 \geq N^2$
- 4) с другой стороны, четвертой цифры нет, то есть, в третьем разряде ноль, поэтому $30 < N^3$
- 5) объединяя последние два условия, получаем, что искомое основание $\,N\,$ удовлетворяет двойному неравенству

$$N^2 < 30 < N^3$$

6) учитывая, что N – целое число, методом подбора находим целые решения этого неравенства: их два – 4 и 5:

$$4^2 = 16 \le 30 < 4^3 = 64$$

$$5^2 = 25 < 30 < 5^3 = 125$$

7) минимальное из этих значений - 4

8) таким образом, верный ответ – <mark>4</mark>.

Решение (без подбора):

- 1) выполним п.1-4 так же, как и в предыдущем варианте решения
- 2) найдем первое целое число, куб которого больше 30; это 4, так как

$$3^3 = 27 < 30 < 4^3 = 64$$

- 3) проверяем второе неравенство: $4^2=16\leq 30$, поэтому в системе счисления с основанием 4 запись числа 30 трехзначна
- 4) таким образом, верный ответ <mark>4</mark>.

Еще пример задания:

- Р-6. Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие
- 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

Решение (вариант 1):

- 1) нас интересуют числа от 1 до 30
- сначала определим, сколько цифр может быть в этих числах, записанных в системе счисления с основанием 5
- 3) поскольку $5^2 < 30 < 5^3$, в интересующих нас числах может быть от 1 до 3 цифр
- 4) рассмотрим трехзначные числа, начинающиеся на 3 в системе с основанием 5:

$$3xy_5 = 3 \cdot 5^2 + x \cdot 5 + y$$

все они заведомо не меньше $3 \cdot 5^2 = 75 > 30$, поэтому в наш диапазон не попадают;

- 5) таким образом, остается рассмотреть только однозначные и двухзначные числа
- 6) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
- 7) общий вид всех двузначных чисел, начинающихся на 3 в системе с основанием 5:

$$3 \cdot 5 + k = 15 + k$$

где k — целое число из множества $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (поскольку система счисления имеет основание 5 и цифр, больших 4, в записи числа быть не может)

- 8) используя эту формулу, находим интересующие нас двузначные числа 15, 16, 17, 18 и 19
- 9) таким образом, верный ответ 3, 15, 16, 17, 18, 19

Решение (вариант 2, предложен Сенькиной Т.С., г. Комсомольск-на-Амуре):

- 1) нас интересуют числа от 1 до 30; сначала определим, сколько цифр может быть в пятеричной записи эти чисел
- 2) поскольку $30 = 110_5$, в интересующих нас числах может быть не более 2 цифр (все трехзначные пятеричные числа, начинающиеся с 3, больше 30)
- 3) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
- 4) выпишем все пятеричные двузначные числа, которые начинаются с 3, и переведем их в десятичную систему: $30_5 = 15$, $31_5 = 16$, $32_5 = 17$, $33_5 = 18$ и $34_5 = 19$
- 5) таким образом, верный ответ <mark>3, 15, 16, 17, 18, 19</mark>

Еще пример задания:

P-05. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.

Решение (1 способ):

- 1) Если число в системе с основанием x оканчивается на 13, то
 - а) $x \ge 4$, потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 3
 - б) это число можно представить в виде $A \cdot x^2 + x + 3$, где A целое неотрицательное число

2) определим наибольшее возможное A с учетом условия $x \ge 4$. Из уравнения

Тема 7 2018

$$A \cdot x^2 + x + 3 = 71$$
 следует $A = \frac{68 - x}{x^2}$.

3) очевидно, что чем меньше x , тем больше A , поэтому значение A не превышает

$$A_{\text{max}} = \frac{68 - 4}{4^2} = 4$$

здесь мы подставили x=4 – наименьшее допустимое значение x

4) остается перебрать все допустимые значения A (от 0 до $A_{\max}=4$), решая для каждого из них уравнение

$$A \cdot x^2 + x + 3 = 71$$
 или равносильное $A \cdot x^2 + x - 68 = 0$

относительно x, причем нас интересуют только натуральные числа $x \ge 4$

- 5) получаем
 - a) при A = 0: x = 68
 - б) при A = 1, 2, 3: решения не целые числа
 - в) при A = 4: $x_1 = 4$ и $x_2 = -4,25$, второе решение не подходит
- таким образом, верный ответ: 4, 68.

Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):

1) запись числа71 в системе с основанием x оканчивается на 13, т.е. в разряде единиц – 3, это значит, что остаток от деления 71 на x равен 3, то есть для некоторого целого k имеем

$$k \cdot x + 3 = 71 \implies k \cdot x = 68$$

- таким образом, искомые основания делители числа 68; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
- 3) среди чисел, оканчивающихся на 13 в системе счисления с основанием x ,минимальное это само число 13 ,; отсюда найдем максимальное основание:

$$13 = 1 \cdot x^{1} + 3 \cdot x^{0} = x + 3 = 71 \implies x = 68$$

так что первый ответ: 68

- 4) остальные числа, окачивающиеся в этой системе на 13, имеют не менее 3-х знаков (113, 213, ...), т.е. все они больше $100_- = x^2$
- 5) поэтому $71 > x^2$, следовательно, x < 9
- 6) по условию в записи числа есть цифра 3, поэтому x>3 (в системах с основанием \leq 3 цифры 3 нет)
- 7) итак: $x \in [4,8]$, и при этом x делитель 68; единственное возможное значение x=4 (на 5,6,7 и 8 число 68 не делится)
- таким образом, верный ответ: 4, 68.

Возможные ловушки и проблемы:

- на шаге 1 нужно вычесть из числа только число единиц, то есть младшую из двух заданных цифр (в примере – 3)
- можно забыть рассмотреть двузначное число, записанное заданными в условии цифрами (в примере 13_x), и пропустить максимальное основание
- нужно помнить, что
 - а) максимальная цифра на 1 меньше основания системы счисления
- б) 100 в системе с основанием p равно p^2

Еще пример задания:

Р-04. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 86 оканчивается на 22.

Решение (1 способ):

- 1) Если число в системе с основанием x оканчивается на 22, то
 - а) $x \ge 3$, потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 2
 - б) это число можно представить в виде $A \cdot x^2 + 2x + 2$, где A целое неотрицательное
- 2) определим наибольшее возможное A с учетом условия $x \ge 3$. Из уравнения

$$A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86$$
 следует $A = \frac{84 - 2x}{x^2}$.

3) очевидно, что чем меньше x , тем больше A , поэтому значение A не превышает

$$A_{\text{max}} = \frac{84 - 6}{3^2} = 8\frac{2}{3}$$

здесь мы подставили x = 3 – наименьшее допустимое значение x

4) остается перебрать все допустимые значения A (от 0 до $A_{
m max}=8$), решая для каждого из них vравнение

$$A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86$$
 или равносильное $A \cdot x^2 + 2x - 84 = 0$

относительно x, причем нас интересуют только натуральные числа $x \ge 3$

- 5) получаем
 - а) при A = 0: x = 42
 - б) при A = 1: решения не целые числа
 - в) при A=2: x=6 и $x_2=-7$, второе решение не подходит
 - г) при A = 3.4.5.6.7.8: решения не целые числа
- 6) таким образом, верный ответ: <mark>6, 42</mark>.

Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):

1) запись числа 86 в системе с основанием x оканчивается на 22. т.е. в разряде единиц – 2. это значит, что остаток от деления 86 на x равен 2, то есть для некоторого целого k имеем

$$k \cdot x + 2 = 86 \implies k \cdot x = 84$$

- 2) таким образом, искомые основания делители числа 84; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
- 3) среди чисел, оканчивающихся на 22 в системе счисления с основанием x , минимальное это само число 22..; отсюда найдем максимальное основание:

$$22 = 2 \cdot x^{1} + 2 \cdot x^{0} = 2x + 2 = 86 \implies x = 42$$

так что первый ответ: 42.

- 4) остальные числа, окачивающиеся в этой системе на 22, имеют не менее 3-х знаков (122., 222...), т.е. все они больше $100. = x^2$
- 5) поэтому $86 > x^2$, следовательно, x < 10
- 6) по условию в записи числа есть цифра 2, поэтому x > 2
- 7) итак: $x \in [3.9]$, и при этом x делитель 84; возможные значения x = 3, 4, 6, 7 (на 5,8 и 9 число 84 не делится)
- 8) переводя число 86 в системы счисления с основаниями x = 3, 4, 6, 7, находим, что только для основания 6 запись числа оканчивается на 22 (при делении на 3, 4 и 7 «вторые» остатки не равны 2):

Тема 7 2018

9) таким образом, верный ответ: 6, 42.

Еще пример задания:

Р-03. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления. в которых запись числа 94 начинается на 23.

Решение:

- 1) Из условия сразу видно, что искомое основание не меньше 4 (в записи есть цифра 3).
- 2) Если запись числа 94 в некоторой системе счисления с основанием x двузначна (94 = 23 $_{\rm v}$), то справедливо равенство 94 = 2x + 3; нас интересуют натуральные решения этого уравнения. такие что $x \ge 4$. таких решений нет.
- 3) Предположим, что число четырехзначное. Минимальное допустимое четырехзначное число 2300_х, где $x \ge 4$. При минимальном основании (x = 4) оно равно $2 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 = 176 > 94$, поэтому запись нужного нам числа имеет не больше трех знаков.
- 4) На основании (2) и (3) делаем вывод, что число трехзначное, то есть $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + M$ где M – целое неотрицательное число, такое что M < x .
- 5) Максимальное x можно определить как решение уравнения $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x$ (при M = 0): получаем одно из решений – 6.15: поэтому $x \le 6$
- 6) Если мы знаем x , то M определится как $M = 94 2 \cdot x^2 3 \cdot x$; пробуем подставлять в эту формулу x = 4.5.6, пытаясь получить M < x
- 7) Минимальное M будет при x=6: M=4 , а при x=4 5 получается M>x
- Таким образом, верный ответ: 6.

Еще пример задания:

Р-2. Найти сумму восьмеричных чисел 17₈+170₈+1700₈+...+1700000₈, перевести в 16-ую систему счисления. Найдите в записи числа, равного этой сумме, третью цифру слева,

1) Несложно выполнить прямое сложение восьмеричных чисел, там быстро обнаруживается закономерность:

$$\begin{aligned} &17_8+170_8=207_8\\ &17_8+170_8+1700_8=2107_8\\ &17_8+170_8+1700_8+17000_8=21107_8\\ &17_8+170_8+1700_8+17000_8+170000_8=211107_8\\ &17_8+170_8+1700_8+17000_8+170000_8+1700000_8=2111107_8\end{aligned}$$

2) Переведем последнюю сумму через триады в двоичный код (заменяем каждую восьмеричную цифру на 3 двоичных):

100010010010010001112

3) Теперь разбиваем цепочку на тетрады (группы из 4-х двоичных цифр), начиная справа, и каждую тетраду представляем в виде шестнадцатеричной цифры 100010010010010001112

```
8 9 2 4 7
```

4) Таким образом, верный ответ (третья цифра слева): 2.

Еще пример задания:

P-01. Чему равно наименьшее основание позиционной системы счисления x, при котором $225_x = 405_y$? Ответ записать в виде целого числа.

Решение:

- 1) Поскольку в левой и в правой частях есть цифра 5, оба основания больше 5, то есть перебор имеет смысл начинать с $x = x_{-1} = 6$.
- 2) Очевидно, что x > y, однако это не очень нам поможет.
- 3) Для каждого «подозреваемого» x вычисляем значение $225_x = 2 \cdot x^2 + 2x + 5 = N$ и решаем уравнение $N = 405_x = 4 \cdot y^2 + 5$, причем нас интересуют только натуральные y > 5.
- 4) Для x=6 и x=7 нужных решений нет, а для x=8 получаем $N=2\cdot 8^2+2\cdot 8+5=149=4\cdot 6^2+5$ так что y=6 .
- 5) Таким образом, верный ответ (минимальное значение x): 8.

Еще пример задания:

P-00. Запись числа 30_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 0 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N?

Решение (1 способ, подбор):

- запись числа 30 в системе с основанием N длиннее, чем в десятичной (4 цифры против двух), поэтому основание N меньше 10
- 2) это дает шанс решить задачу методом подбора, переводя в разные системы, начиная с N=2 до N=9
- 3) переводим:

$$30 = 11110_2 = 1010_3 = ...$$

- дальше можно не переводить, поскольку запись 1010₃ удовлетворяет условию: заканчивается на 0 и содержит 4 цифры
- можно проверить, что при N ≥ 4 запись числа 30 содержит меньше 4 цифр, то есть не удовлетворяет условию
- 6) Ответ: <mark>3</mark>.

Решение (2 способ, неравенства):

 запись числа 30 в системе с основанием N содержит ровно 4 цифры тогда и только тогда, когда старший разряд – третий, то есть

$$N^3 < 30 < N^4$$

- 2) первая часть двойного неравенства $N^3 \le 30$ дает (в целых числах) $N \le 3$
- 3) вторая часть неравенства $30 < N^4$ дает (в целых числах) $N \ge 3$
- 4) объединяя результаты пп. 2 и 3 получаем, что N = 3
- 5) заметим, что условие «оканчивается на 0» лишнее, ответ однозначно определяется по количеству цифр
- 6) Ответ: <mark>3</mark>.

15

Задачи для тренировки1:

1) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 22 оканчивается на 4.

Тема 7 2018

- В системе счисления с некоторым основанием число 12 записывается в виде 110. Укажите это основание.
- Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 39 оканчивается на 3.
- 4) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 29 оканчивается на 5.
- В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 129 записывается как 1004.
 Укажите это основание.
- 6) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 40 оканчивается на 4.
- В системе счисления с некоторым основанием число десятичное 25 записывается как 100.
 Найдите это основание.
- 8) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 27 оканчивается на 3.
- 9) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 26, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 22?
- 10) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в четверичной системе счисления оканчивается на 31?
- 11) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные натуральные числа, не превосходящие 17, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на две одинаковые цифры?
- 12) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 19, 20, 21, ..., 33 в системе счисления с основанием 6.
- 13) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 1 в записи чисел 12, 13, 14, ..., 31 в системе счисления с основанием 5.
- 14) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 1.
- 15) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 63 оканчивается на 23.

- 1. Демонстрационные варианты ЕГЭ 2004-2016 гг.
- 2. Тренировочные работы МИОО и Статград.
- 3. Гусева И.Ю. ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. СПб: Тригон, 2009.
- 4. Самылкина Н.Н., Островская Е.М. Информатика: тренировочные задания. М.: Эксмо, 2009.
- 5. Якушкин П.А., Лещинер В.Р., Кириенко Д.П. ЕГЭ 2010. Информатика. Типовые тестовые задания. М: Экзамен, 2010.
- 6. Крылов С.С., Лещинер В.Р., Якушкин П.А. ЕГЭ-2010. Информатика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / под ред. В.Р. Лещинера / ФИПИ. М.: Интеллект-центр, 2010.
- 7. Якушкин П.А., Ушаков Д.М. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ 2010. Информатика. — М.: Астрель, 2009.
- 8. М.Э. Абрамян, С.С. Михалкович, Я.М. Русанова, М.И. Чердынцева. Информатика. ЕГЭ шаг за шагом. М.: НИИ школьных технологий, 2010.
- 9. Чуркина Т.Е. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. М.: Эксмо, 2010.
- 10. Информатика и ИКТ: ЕГЭ-2012. СПб.: Просвещение, 2012.
- 11. Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ 2015. Информатика. Тематические тестовые задания. М.: Экзамен, 2015.
- 12. Ушаков Д.М. ЕГЭ-2015. Информатика. 20 типовых вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ. М.: Астрель, 2014.

¹ Источники заданий:

- В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 49 записывается в виде 100.
 Укажите это основание.
- 18) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 70 трехзначна.
- 19) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 двузначна.
- 20) Сколько значащих цифр в записи десятичного числа 357 в системе счисления с основанием 7?
- 21) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием 6 начинается на 4?
- 22) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 3 начинается на 2?
- 23) Какое десятичное число при записи в системе счисления с основанием 5 представляется как 1234ς ?
- 24) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 101?
- 25) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 30 оканчивается на 8.
- 26) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на 4.
- В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 83 записывается в виде 123.
 Укажите это основание.
- 28) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 144 записывается в виде 264. Укажите это основание.
- Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 35 оканчивается на 8.
- 30) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 110?
- 31) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 15, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 21?
- 32) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 40, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 1011?
- 33) Десятичное число кратно 16. Какое минимальное количество нулей будет в конце этого числа после перевода его в двоичную систему счисления?
- 34) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 18 записывается в виде 30. Укажите это основание.
- 35) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 13, 14, 15, ..., 23 в системе счисления с основанием 4.
- 36) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 13, 14, 15, ..., 23 в системе счисления с основанием 3.
- 37) В саду 100 фруктовых деревьев 14 яблонь и 42 груши. Найдите основание системы счисления, в которой указаны эти числа.
- 38) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено сложение: 144 + 24 = 201.
- 39) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено умножение: $3 \cdot 213 = 1043$.
- 40) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 3?
- 41) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 100, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 11?

17

42) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 75 оканчивается на 13.

Тема 7 2018

- 43) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 84 оканчивается на 14.
- 44) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 61 оканчивается на 15.
- 45) Найдите десятичное число x, такое что 20 < x < 30, запись которого в системе счисления с основанием 3 заканчивается на 11.
- 46) Запись числа 65_8 в некоторой системе счисления выглядит так: 311_N . Найдите основание системы счисления N.
- 47) Запись числа 30 в некоторой системе счисления выглядит так: 110_N. Найдите основание системы счисления N
- 48) Запись числа $2B_{16}$ в некоторой системе счисления выглядит так: $111_{\rm N}$. Найдите основание системы счисления N
- 49) Запись числа 23 в некоторой системе счисления выглядит так: 212_N. Найдите основание системы счисления N
- 50) Запись числа 210_5 в некоторой системе счисления выглядит так: 313_N . Найдите основание системы счисления N
- 51) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 трехзначна.
- 52) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 34» оканчивается на 20.
- 53) Запись числа 344 в некоторой системе счисления выглядит так: 1А8_N. Найдите основание системы счисления N.
- 54) К записи натурального числа в восьмеричной системе счисления справа приписали два нуля. Во сколько раз увеличилось число? Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 55) Запись числа 281 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
- 56) Запись числа 234 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 6. Чему равно основание системы счисления?
- 57) Запись числа 338 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 2. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
- 58) Запись числа 256 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 4. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
- 59) Запись числа 325 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
- 60) Запись числа 180 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 0.
 Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
- 61) Запись числа 280 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
- 62) Запись натурального числа в системах счисления с основанием 4 и 6 заканчивается на 0. Найдите минимальное натуральное число, удовлетворяющее этим условиям.
- 63) Десятичное число 71 в некоторой системе счисления записывается как «78». Определите основание системы счисления.
- 64) Десятичное число 70 в некоторой системе счисления записывается как «64». Определите основание системы счисления.
- 65) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как «212». Определите основание системы счисления.

- 66) Десятичное число 109 в некоторой системе счисления записывается как «214». Определите основание системы счисления.
- 67) Решите уравнение $42_5 + x = 1122_3$.

Ответ запишите в четверичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

68) Решите уравнение $100_7 + x = 230_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

69) Решите уравнение $54_{\pi} + x = 320_{c}$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

70) Решите уравнение $32_8 + x = 214_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

- 71) (http://ege.yandex.ru) Десятичное число 63 в некоторой системе счисления записывается как 120. Определите основание системы счисления.
- 72) (http://ege.yandex.ru) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как 212. Определите основание системы счисления.
- 73) (http://ege.yandex.ru) В системе счисления с основанием N запись числа 77 оканчивается на 0, а запись числа 29 на 1. Чему равно число N?
- 74) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 45 заканчиваются на 1. Определите основание системы счисления.
- 75) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 68 и 94 заканчиваются на 3. Определите основание системы счисления.
- 76) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 41 и 63 заканчиваются на 8. Определите основание системы счисления.
- 77) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 124 заканчиваются на 5. Определите основание системы счисления.
- 78) Запись числа 68_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 2 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N?
- 79) Решите уравнение $14_5 + x = 24_7$.

Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

- 80) Запись числа N в системе счисления с основанием 6 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 5 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 11 заканчивается на 1. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.
- 81) Запись числа N в системе счисления с основанием 7 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 6 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 13 заканчивается на 3. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.
- 82) Решите уравнение $60_{\circ} + x = 200_{\circ}$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

83) Решите уравнение $100_{5} + x = 200_{4}$

Ответ запишите в семеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

19

84) Решите уравнение $60_{\rm g} + x = 60_{\rm o}$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

85) Решите уравнение $100_7 + x = 214_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

- 86) В системе счисления с основанием N запись числа 79 оканчивается на 2, а запись числа 111 на 1. Чему равно число N?
- 87) В системе счисления с основанием N запись числа 41 оканчивается на 2, а запись числа 131 на 1. Чему равно число N?
- 88) В системе счисления с основанием N запись числа 58 оканчивается на 2, а запись числа 108 на 3. Чему равно число N?
- 89) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1023} + 2^{1024} 3$?
- 90) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2016} + 2^{2018} 6$?
- 91) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2014} + 2^{2015} 9$?
- 92) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2015} + 2^{2015} 15$?
- 93) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2014} 2^{614} + 45$?
- 94) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1014} 2^{530} 12$?
- 95) Сколько единиц в двоичной записи числа $2^{2014} 4^{650} 38$?
- 96) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2018} + 8^{305} 2^{130} 120$?
- 97) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2018} 4^{1305} + 2^{124} 58$?
- 98) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{4024} 4^{1605} + 2^{1024} 126$?
- 99) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1234} 4^{234} + 2^{1620} 108$?
- 100) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2341} 4^{342} + 2^{620} 81$?
- 101) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1341} 4^{1342} + 2^{1343} 1344$?
- 102) Решите уравнение $222_x + 4 = 1100_5$. Ответ запишите в троичной системе счисления.
- 103) Решите уравнение $44\,l_x+14_{10}=252_7$. Ответ запишите в двоичной системе счисления.
- 104) Решите уравнение $145_x + 24_{10} = 127_9$. Ответ запишите в пятеричной системе счисления.
- 105) Решите уравнение $44_{x+5} 44_5 = 52_{10}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 106) Решите уравнение $33_{y+4} 33_4 = 33_{10}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 107) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{502} 4^{211} + 2^{1536} 19$?
- 108) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{415} 4^{162} + 2^{543} 25$?
- 109) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{115} 4^{123} + 2^{543} 15$?
- 110) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{125} 4^{156} + 2^{632} 7$?
- 111) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{148} 4^{123} + 2^{654} 17$?
- 112) Сколько единиц в двоичной записи числа $(2^{4400} 1) \cdot (4^{2200} + 2)$?
- 113) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{350} + 8^{340} 2^{320} 12$?
- 114) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{590} + 8^{350} 2^{1020} 25$?
- 115) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{230} + 8^{120} 2^{150} 100$?
- 116) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{1024} + 8^{1025} 2^{1026} 140$?
- 117) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{2015} + 8^{2016} 2^{2017} 150$?
- 118) Решите уравнение $224_x + 1 = 101_8$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 119) Решите уравнение $121_x + 1 = 101_9$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 120) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{740} 2^{900} + 7$?
- 121) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{820} 2^{760} + 14$?
- 122) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{560} 2^{234} + 56$?

- 123) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2020} + 4^{2017} + 2^6 1$?
- 124) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{16} + 2^{36} 16$?
- 125) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$X = E_{16} = *5*_8 = ***1_4 = *****1**_2$$

Определите число X.

126) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16 и 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$X = 1*0_{16} = 56*_8$$

Определите число X.

127) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$X = *7*_{16} = 5*6_8 = ***1*_4$$

Определите число X.

128) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$X = 10 * * * * * * *_2 = *4 *_8 = *2_{16}$$

Определите число X.

- 129) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа А*₁6 и 1*3₀. В ответе запишите знак <, знак > или знак =.
- 130) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа F*16 и 33*8. В ответе запишите знак <, знак > или знак =.
- 131) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа 18*16 и 72*8. В ответе запишите знак <, знак > или знак =.
- 132) (**Е.А. Мирончик**) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $34*_{16}$ и $16**_8$. В ответе запишите знак <, знак > или знак =.
- 133) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = ***_{16} = 4*2_8$$
.

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

134) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = 3*9_{16} = 1**_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

135) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *A_{16} = ***_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

136) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *E_{16} = 2*6$$
.

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

137) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *5_{16} = *0*_{0}$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

- 138) (**Е.А. Мирончик**) Сколько цифр в восьмеричной записи числа 2¹⁰²⁴+2¹⁰²⁶?
- 139) (**Е.А. Мирончик**) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа $2^{1024} + 2^{1025}$?
- 140) (**Е.А. Мирончик**) Сколько цифр в восьмеричной записи числа $2^{299}+2^{298}+2^{297}+2^{296}$?
- 141) (**Е.А. Мирончик**) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа 2³⁷⁹+2³⁷⁸+2³⁷⁷?
- 142) Решите уравнение $101_x + 13_{10} = 101_{x+1}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 143) Решите уравнение $103_y + 11_{10} = 103_{y,s,1}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 144) Решите уравнение $104_x + 20_x = 84_{10}$. Ответ запишите в двоичной системе счисления.
- 145) (**Е.В. Хламов**) Найдите основания систем счисления X и Y, если известно, что 87_x = 73_Y и 62_x = 52_Y . в ответе запишите число, составленное из чисел Y и X, записанных подряд без пробелов. Например, если X=13 и Y=15, ответ запишется как 1513.
- 146) Сколько значащих нулей содержится в десятичной записи числа 100^{20} – 10^{15} +10?
- 147) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $49^{12} 7^{10} + 7^8 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?
- 148) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $27^4 9^5 + 3^8 25$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 149) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $3 \cdot 16^8 4^5 + 3$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» содержится в этой записи?
- 150) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $2 \cdot 9^{10} 3^5 + 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 151) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 5·36⁷ + 6¹⁰ 36 записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» содержится в этой записи?
- 152) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 4·125⁴ 25⁴ + 9 записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» содержится в этой записи?
- 153) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: 2⋅27⁷ + 3¹⁰ − 9 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
- 154) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $4.25^4 5^4 + 14$ записали в системе счисления с основанием 5. Какова сумма цифр содержащихся в этой записи? Ответ укажите в десятичной системе.
- 155) Значение арифметического выражения: 9⁸ + 3⁵ 2 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 156) В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не менее трёх цифр. Чему равно число N?
- 157) В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не более двух цифр. Чему равно число N? Если у задачи есть несколько решений, выберите наименьшее.
- 158) Значение арифметического выражения: 9²⁰ + 3⁶⁰ 5 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 159) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} 15$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

- 160) Значение арифметического выражения: 9²⁰ + 3⁶⁰ 25 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 161) Значение арифметического выражения: 9²⁰ + 3⁶⁰ 125 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 162) Значение арифметического выражения: 9⁸ + 3²⁴ 6 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 163) Значение арифметического выражения: 9⁸ + 3²⁴ 18 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 164) Значение арифметического выражения: 9²² + 3⁶⁶ 12 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 165) Значение арифметического выражения: 9²² + 3⁶⁶ 18 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 166) Значение арифметического выражения: 9⁷ + 3²¹ 9 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 167) Значение арифметического выражения: 9⁷ + 3²¹ 19 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 168) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^{14} + 3^{18} 9^5 27$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифо «2» содержится в этой записи?
- 169) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 9⁷ 3¹⁰ + 3²¹ 9 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 170) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^7 3^{12} + 3^{25} 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифо «2» содержится в этой записи?
- 171) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^7 + 3^{21} 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «О» содержится в этой записи?
- 172) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 9° + 3²¹ 7 записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «О» содержится в этой записи?
- 173) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 9⁷ + 3²¹ 8 записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе
- 174) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: 9⁵ + 3²⁵ 20 записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной
- 175) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 9⁸ + 3²⁵ 14 записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
- 176) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 9¹⁷ + 3¹⁶ 27 записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
- 177) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 9⁷ + 3⁸ 1 записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
- 178) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 9⁷ + 3⁸ 5 записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
- 179) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 9⁵ + 3⁷ –14 записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в этой записи? В ответе укажите, сколько таких цифр в записи.
- 180) Определите число N, для которого выполняется равенство $214_N = 165_{N+1}$.

- 181) Определите число N, для которого выполняется равенство $211_N = 152_{N+1}$.
- 182) Определите число N, для которого выполняется равенство $115_N = 57_{N+2}$.
- 183) Определите число N. для которого выполняется равенство $123_{\text{N}} = 93_{\text{N}=2}$.
- 184) Определите число N, для которого выполняется равенство $103_N = 97_{N+2}$.
- 185) Определите число N, для которого выполняется равенство $132_N + 13_S = 124_{N+1}$.
- 186) Определите число N, для которого выполняется равенство $154_N + 35_9 = 170_{N+1}$.
- 187) Определите число N, для которого выполняется равенство $143_N + 25_6 = 138_{N+1}$.
- 188) Определите число N, для которого выполняется равенство $221_N + 34_8 = 180_{N+2}$.
- 189) Определите число N, для которого выполняется равенство $205_N + 55_8 = 196_{N+2}$.
- 190) Определите число N, для которого выполняется равенство $164_N + 41_9 = 145_{N+2}$.
- 191) Значение арифметического выражения: 125 + 25³ + 5⁹ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько значащих нулей в этой записи?
- 192) (**Д.В. Богданов**) Значение арифметического выражения: $3 \cdot (2^{10} + 2^7 + 2^4 + 2^1)$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?
- 193) Значение арифметического выражения: 4⁵¹¹ + 2⁵¹¹ 511 записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц в этой записи?
- 194) Значение арифметического выражения: $8^{511} 4^{511} + 2^{511} 511$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?
- 195) (**Д.В. Богданов**) Коэффициенты уравнения $x^2 30_N x + 240_N = 0$ заданы в системе счисления с основанием N. Определите это основание, если известно, что уравнение имеет кратный корень.
- 196) Значение арифметического выражения: 49¹³ + 7³³ 49 записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» в этой записи?
- 197) Значение арифметического выражения: $64^{115} + 8^{305} 512$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 198) Значение арифметического выражения: $81^{2017} + 9^{5223} 81$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр «8» в этой записи?
- 199) Значение арифметического выражения: 36^{17} + 6^{66} 216 записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
- 200) Значение арифметического выражения: $25^{94} + 5^{216} 125$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?
- 201) Значение арифметического выражения: 25⁵⁶ + 5¹³⁸ 5 записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?
- 202) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $16^{20} + 2^{30} 32$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?
- 203) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $81^5 + 3^{30} 27$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр «8» в этой записи?
- 204) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 64³⁰ + 2³⁰⁰ 4 записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 205) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $64^{30} + 2^{300} 32$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?
- 206) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $64^{150} + 4^{300} 32$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 207) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 32⁶⁰ + 4¹⁸⁰ 128 записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 208) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 128³⁰ + 16⁶⁰ 16 записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 209) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: 32^{30} + 8^{60} 32 записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?

- 210) Значение арифметического выражения: $36^{10} + 6^{25} 15$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 211) Значение арифметического выражения: 36¹⁵ + 6³⁸ 11 записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «О» в этой записи?
- 212) Значение арифметического выражения: 36¹⁷ + 6⁴⁸ 17 записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «О» в этой записи?
- 213) Значение арифметического выражения: 36^{27} + 6^{18} 19 записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 214) Значение арифметического выражения: $36^{17} + 6^{15} 9$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
- 215) Значение арифметического выражения: 36¹¹ + 6²⁵ 21 записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
- 216) В какой системе счисления выполняется равенство $12_{\chi} \cdot 13_{\chi} = 211_{\chi}$? В ответе укажите число основание системы счисления.
- 217) В какой системе счисления выполняется равенство $21_x \cdot 13_x = 313_x$? В ответе укажите число основание системы счисления.
- 218) В какой системе счисления выполняется равенство $12_{\chi} \cdot 31_{\chi} = 402_{\chi}$? В ответе укажите число основание системы счисления.
- 219) В какой системе счисления выполняется равенство $13_{\chi} \cdot 31_{\chi} = 423_{\chi}$? В ответе укажите число основание системы счисления.
- 220) В какой системе счисления выполняется равенство $12_X \cdot 33_X = 406_X$? В ответе укажите число основание системы счисления.