16 (повышенный уровень, время – 2 мин)

Тема: Кодирование чисел. Системы счисления.

Что нужно знать:

- принципы кодирования чисел в позиционных системах счисления
- чтобы перевести число, скажем, 12345_N, из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени, равной ее разряду:

  4 3 2 1 0 ← разряды

  $1\;2\;3\;4\;5_N = 1\cdot N^4 + 2\cdot N^3 + 3\cdot N^2 + 4\cdot N^1 + 5\cdot N^0$ $N^0 = 1$
- последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N
- две последние цифры – это остаток от деления на N^2, и т.д.
- число 10^N записывается как единица и N нулей: $10^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}$
- число 10^N-1 записывается как N девяток: $10^N - 1 = \underbrace{9\ldots9}_{N}$
- число 10^N-10^M = $10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как N-M девяток, за которыми стоят M нулей: $10^N - 10^M = \underbrace{9\ldots9}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_{M}$
- число 2^N в двоичной системе записывается как единица и N нулей: $2^N = 1\underbrace{0\ldots0_2}_{N}$
- число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1_2}_{N}$
- число 2^N–2^K при $K < N$ в двоичной системе записывается как N–K единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0_2}_{K}$
- поскольку $2^N + 2^N = 2\cdot 2^N = 2^{N+1}$, получаем $2^N = 2^{N+1} - 2^N$, откуда следует, что $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$
- число 3^N записывается в троичной системе как единица и N нулей: $3^N = 1\underbrace{0\ldots0_3}_{N}$
- число 3^N-1 записывается в троичной системе как N двоек: $3^N - 1 = \underbrace{2\ldots2_3}_{N}$
- число $3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$ записывается в троичной системе как N-M двоек, за которыми стоят M нулей: $3^N - 3^M = \underbrace{2\ldots2}_{N-M}\underbrace{0\ldots0_3}_{M}$
- можно сделать аналогичные выводы для любой системы счисления с основанием a:
  - число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей: $a^N = 1\underbrace{0\ldots0_a}_{N}$
  - число a^N-1 в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр $(a$-$1)$: $a^N - 1 = \underbrace{(a-1)(a-1)\ldots(a-1)_a}_{N}$
  - число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как N-M старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей: $a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\ldots(a-1)}_{N-M}\underbrace{0\ldots0_a}_{M}$

Пример задания:

Р-23. (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^9 - 3^9 + 9^{19} - 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

1) Приведём все числа к степеням тройки, учитывая, что $19=27\text{-}8=3^3\text{-}(2\cdot3^1+2\cdot3^0)$:
   $9^9 - 3^9 + 9^{19} - 19 = (3^2)^9 - 3^9 + (3^2)^{19} - (3^3 - (2\cdot3^1 + 2\cdot3^0)) = 3^{18} - 3^9 + 3^{38} - 3^3 + 2\cdot3^1 + 2\cdot3^0$
2) Перепишем выражение, располагая степени тройки в порядке убывания:
   $3^{18} - 3^9 + 3^{38} - 3^3 + 2\cdot3^1 + 2\cdot3^0 = 3^{38} + 3^{18} - 3^9 - 3^3 + 2\cdot3^1 + 2\cdot3^0$
3) Сначала рассмотрим часть выражения, в которой имеется два расположенных подряд «минуса»: $3^{18} - 3^9 - 3^3$:
   a. найдём разность двух крайних чисел: $3^{18} - 3^3$, в её троичной записи 18 – 3=15 «двоек» и 3 «нуля»;
   b. вычтем из этого числа значение 3^9: одна из «двоек» (на 10-й справа позиции) уменьшится на 1, остальные цифры не изменятся;
   c. итак, троичная запись разности $3^{18} - 3^9 - 3^3$ содержит 15 – 1=14 «двоек», одну «единицу» и 3 «нуля»
4) Прибавим к полученному значению сумму: $2\cdot3^1 + 2\cdot3^0 = 22_3$. В троичной записи результата два крайних справа нуля заменяются на «двойки», остаётся один ноль. Общее количество «двоек»: 14+2=16.
5) Прибавление значения 3^{38} не изменит количества «двоек» в троичном числе: слева от имеющихся цифр появятся ещё 38 – 18=20 «нулей» и одна «единица» – на 39-й справа позиции.
6) Итак, результат, записанный в троичной системе, содержит 39 цифр. Его состав: 16 «двоек», 2 «единицы» (их позиции: 39-я и 10-я справа) и 21 «нуль» (39-16-2=21).
7) Ответ: 16.

Ещё пример задания:

Р-22. Значение арифметического выражения: $\mathbf{9^8 + 3^5 - 9}$
записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

1) приведём все слагаемые к виду 3^N и расставим в порядке убывания степеней:
   $\mathbf{9^8 + 3^5 - 9 = 3^{16} + 3^5 - 3^2}$
2) первое слагаемое, 3^{16}, даёт в троичной записи одну единицу – она нас не интересует
3) пара $\mathbf{3^5 - 3^2}$ даёт 5 – 2 = 3 двойки
4) Ответ: 3.

Ещё пример задания:

Р-21. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа
$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

1) *Общая идея*: количество значащих нулей равно количеству всех знаков в двоичной записи числа (его длине!) минус количество единиц
2) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $250 = 256 - 4 - 2 = 2^8 - 2^2 - 2^1$:
   $4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250 = (2^2)^{512} + (2^3)^{512} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1 =$
   $= 2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$

3) старшая степень двойки – 2^{1536}, двоичная запись этого числа представляет собой единицу и 1536 нулей, то есть, состоит из 1537 знаков; таким образом, остаётся найти количество единиц
4) вспомним, число $2^N–2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей:
$$2^N-2^K=\underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$
5) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N–2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
6) в нашем случае вы выражении
$2^{1536}+2^{1024}-2^{128}-2^8+2^2+2^1$
стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу
7) используем теперь равенство $-2^N=-2^{N+1}+2^N$, так что $-2^{128}=-2^{129}+2^{128}$; получаем
$2^{1536}+2^{1024}-2^{129}+2^{128}-2^8+2^2+2^1$
здесь две пары $2^N–2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице
8) общее число единиц равно 1 + (1024 – 129) + (128 – 8) + 1 + 1 = 1018
9) таким образом, количество значащих нулей равно 1537 – 1018 = 519
10) ответ: 519.

Ещё пример задания:

Р-20. Сколько единиц в двоичной записи числа
$4^{2015}+8^{405}-2^{150}-122$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

1) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $122 = 128 - 4 - 2 = 2^7-2^2-2^1$:
$4^{2015}+8^{405}-2^{150}-122 = (2^2)^{2015}+(2^3)^{405}-2^{150}-2^7+2^2+2^1 =$
$= 2^{4030}+2^{1215}-2^{150}-2^7+2^2+2^1$
2) вспомним, число $2^N–2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей:
$$2^N-2^K=\underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$
3) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N–2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
4) в нашем случае вы выражении
$2^{4030}+2^{1215}-2^{150}-2^7+2^2+2^1$
стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу
5) используем теперь равенство $-2^N=-2^{N+1}+2^N$, так что $-2^{150}=-2^{151}+2^{150}$; получаем
$2^{4030}+2^{1215}-2^{151}+2^{150}-2^7+2^2+2^1$
здесь две пары $2^N–2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице
6) общее число единиц равно 1 + (1215 – 151) + (150 – 7) + 1 + 1 = 1210
7) ответ: 1210.

Решение (С.О. Куров, Москва):

8) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $122 = 128 - 4 - 2 = 2^7-2^2-2^1$:
$4^{2015}+8^{405}-2^{150}-122 = (2^2)^{2015}+(2^3)^{405}-2^{150}-2^7+2^2+2^1 =$
$= 2^{4030}+2^{1215}-2^{150}-2^7+2^2+2^1$
9) ищем в **разности** крайнюю левую степень двойки и крайнюю правую $2^{1215}-2^7$, при этом 2^{150} на время «теряем»
10) определяем количество единиц в разности $2^{1215}-2^7$, получаем 1215 – 7 = 1208 единиц
11) так как «внутри» этой разности есть еще 2^{150}, то просто вычитаем одну единицу: 1208 – 1 = 1207; итого в разности $2^{1215}-2^{150}-2^7$ ровно 1207 единиц

12) осталось прибавить по одной единицы от чисел 2^{4030}, 2^2, 2^1
13) Ответ: 1210

Ещё пример задания:

Р-19. Решите уравнение $121_x+1=101_7$.
Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

1) переведём все числа в десятичную систему счисления:
$121_x=1\cdot x^2+2\cdot x+1,\quad 101_7=1\cdot 7^2+0\cdot 7^1+1\cdot 7^0=50$
2) собирая всё в одно уравнение получаем
$x^2+2x+1+1=50 \;\Rightarrow\; x^2+2x-48=0$
3) это уравнение имеет два решения, 6 и -8; основание системы счисления – натуральное число, поэтому ответ – 6
4) переводим ответ в троичную систему: $6 = 2\cdot3^1 = 20_3$.
5) ответ: 20.

Ещё пример задания:

Р-18. Сколько единиц в двоичной записи числа
$4^{2014}+2^{2015}-8$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки:
$4^{2014}+2^{2015}-8=(2^2)^{2014}+2^{2015}-2^3=2^{4028}+2^{2015}-2^3$
2) вспомним, что число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N-1=\underbrace{1\ldots1}_{N}$,
а число $2^N–2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей: $2^N-2^K=\underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$
3) согласно п. 2, число $2^{2015}-2^3$ запишется как 2012 единиц и 3 нуля
4) прибавление 2^{4028} даст ещё одну единицу, всего получается 2012 + 1 = 2013 единиц
5) ответ: 2013.

Ещё пример задания:

Р-17. Сколько единиц в двоичной записи числа
$4^{2016}+2^{2018}-8^{600}+6$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 6 как 2^2+2^1
$4^{2016}+2^{2018}-8^{600}+6=(2^2)^{2016}+2^{2018}-(2^3)^{600}+2^2+2^1=2^{4032}+2^{2018}-2^{1800}+2^2+2^1$
2) вспомним, что число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N-1=\underbrace{1\ldots1}_{N}$,
а число $2^N–2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей: $2^N-2^K=\underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$
3) согласно п. 2, число $2^{2018}-2^{1800}$ запишется как 218 единиц и 1800 нулей
4) прибавление 2^{4032} даст ещё одну единицу, а прибавление 2^2+2^1 – ещё две, всего получается 218 + 3 = 221 единица
5) ответ: 221.

Ещё пример задания:

Р-16. Сколько единиц в двоичной записи числа
$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как 2^6+2^4
$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
3) вспомним, что число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}$,
а число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$
4) согласно п. 2, число $2^{2400} - 2^{2018}$ запишется как 382 единицы и 2018 нулей
5) добавляем старшее слагаемое 2^{4032}, получаем число $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018}$, в котором 383 единицы и в конце (после последней единицы) – 2018 нулей:
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10\ldots0\underbrace{1\ldots1}_{382}\underbrace{0\ldots0}_{2018}$
6) выделим из этого значения последнюю единицу со следующими 2018 нулями как отдельное слагаемое (число 2^{2018}):
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10\ldots0\underbrace{1\ldots1}_{381}\underbrace{0\ldots0}_{2019} + 1\underbrace{0\ldots0}_{2018} = K + 2^{2018}$,
где число K содержит 382 единицы в старших разрядах; таки образом, интересующее нас число равно $K + 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
7) согласно п. 2, число $2^{2018} - 2^6$ запишется как 2012 единиц и 6 нулей; также выделим последнюю единицу с последующими нулями как отдельное слагаемое:
$2^{2018} - 2^6 = \underbrace{1\ldots1}_{2012}\underbrace{0\ldots0}_{6} = \underbrace{1\ldots1}_{2011}\underbrace{0\ldots0}_{7} + 1\underbrace{0\ldots0}_{6} = L + 2^6$
где число L содержит 2011 единиц
8) теперь остаётся найти, сколько единиц будет в двоичной записи числа $2^6 - 2^4$, согласно п. 2 находим, что оно содержит 2 единицы
9) таким образом, общее число единиц равно 382 + 2011 + 2 = 2395
10) ответ: 2395.

Решение (способ 2, Е.А. Смирнов, Нижегородская область):

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как 2^6+2^4
$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
3) представим $-2^{2018} = -2^{2019} + 2^{2018}$ и $-2^6 = -2^7 + 2^6$
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2019} + 2^{2018} - 2^7 + 2^6 - 2^4$
4) слагаемое 2^{4032} в двоичной записи содержит 1 единицу
5) слагаемое $2^{2400} - 2^{2019}$ содержит 381 единицу (число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается как $N–K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$)
6) слагаемое $2^{2018} - 2^7$ содержит 2011 единиц, слагаемое $2^6 - 2^4$ содержит 2 единицы
7) позиции единиц во всех этих слагаемых не совпадают, поэтому общее количество единиц равно 1 + 381 + 2011 + 2 = 2395

ответ: 2395

Решение (способ 3, А.И. Козлов, г. Северобайкальск):

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как 2^6+2^4
$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
3) выражение $2^{2400} - 2^4$ дает 2396 единиц и 4 нолика в конце, откуда вычеркиваем (заменяем на ноль) единичку, стоящую на седьмом месте справа (2^6) и, соответственно на 2019 месте справа (2^{2018}). Следовательно, остается 2394 единички.
4) С учетом того, что 2^{4032} дает нам одну единицу, в итоге получаем 2395 единиц
5) Ответ: 2395

Ещё пример задания:

Р-15. *Решите уравнение* $60_8 + x = 120_7$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

1) удобнее всего перевести все числа в десятичную систему, решить уравнение и результат перевести в шестеричную систему
2) получаем $60_8 = 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 48, \quad 120_7 = 1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 = 63$
3) уравнение приобретает вид $48 + x = 63$, откуда получаем $x = 15$
4) переводим 15 в шестеричную систему счисления: $15 = 2 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 23_6$
5) ответ: 23.

Ещё пример задания:

Р-14. *Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?*

Решение:

6) если запись числа в системе счисления с основанием N заканчивается на 0, то это число делится на N нацело
7) поэтому в данной задаче требуется найти наименьшее натуральное число, которое делится одновременно на 3 и на 5, то есть, делится на 15
8) очевидно, что это число 15.

Ещё пример задания:

Р-13. *Запись числа* 67_{10} *в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 4 цифры. Укажите основание этой системы счисления N.*

Решение:

9) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 1, то остаток от деления числа 67 на N равен 1, то есть при некотором целом k имеем
$$k \cdot N + 1 = 67 \;\Rightarrow\; k \cdot N = 66$$
10) следовательно, основание N – это делитель числа 66
11) с другой стороны, запись числа содержит 4 цифры, то есть
$1000_N \le 67 < 10000_N \quad \Rightarrow \quad N^3 \le 67 < N^4$

12) выпишем кубы и четвертые степени первых натуральных чисел, которые являются делителями числа 66:

$$2^3 = 8,\ 3^3 = 27,\ 6^3 = 216, \ldots$$

$$2^4 = 16,\ 3^4 = 81, \ldots$$

13) видим, что из этого списка только для числа N = 3 выполняется условие $N^3 \le 67 < N^4$
14) таким образом, верный ответ – 3.
15) можно сделать проверку, переведя число 67 в троичную систему **67_{10} = 2111_3**

Еще пример задания:

Р-12. *Запись числа 381_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 3 и содержит 3 цифры. Укажите наибольшее возможное основание этой системы счисления N.*

Решение:

1) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 3, то остаток от деления числа 381 на N равен 3, то есть при некотором целом k имеем

$$k \cdot N + 3 = 381 \ \Rightarrow\ k \cdot N = 378$$

2) следовательно, основание N – это делитель числа $378 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$
3) с другой стороны, запись числа содержит 3 цифры, то есть

$100_N \le 381 < 1000_N \quad \Rightarrow \quad N^2 \le 381 < N^3$

4) неравенство $N^2 \le 381$ дает $|N| \le 19$ (так как $19^2 = 361, 20^2 = 400$)
5) неравенство $381 < N^3$ дает $8 \le N$ (так как $7^3 = 343, 8^3 = 512$)
6) таким образом, $8 \le N \le 19$; в этом диапазоне делителями числа 378 являются числа
   - 9, при $N = 9$ получаем запись числа $381_{10} = 463_9$
   - 14, при $N = 14$ получаем запись числа $381_{10} = 1D3_{14}$
   - 18, при $N = 18$ получаем запись числа $381_{10} = 133_{18}$
7) наибольшим из приведенных чисел – это 18 (можно было сразу искать подбором наибольший делитель числа 378, начиная с 19 «вниз», на уменьшение)
8) таким образом, верный ответ – 18.

Еще пример задания:

Р-11. *Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием четыре оканчивается на 11?*

Общий подход:

- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием N (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата – это остаток от деления исходного числа на N, а две младших цифры – это остаток от деления на N^2 и т.д.
- в данном случае $N = 4$, остаток от деления числа на $N^2 = 16$ должен быть равен 11_4 = 5
- потому задача сводится к тому, чтобы определить все числа, которые меньше или равны 25 и дают остаток 5 при делении на 16

Решение (вариант 1, через десятичную систему):

1) общий вид чисел, которые дают остаток 5 при делении на 16:

$$k \cdot 16 + 5$$

где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, …)

2) среди всех таких чисел нужно выбрать те, что меньше или равны 25 («не превосходят 25»); их всего два: 5 (при $k = 0$) и 21 (при $k = 1$)
3) таким образом, верный ответ – 5, 21.

Возможные ловушки и проблемы:
- выражение «не превосходящие X» означает «меньшие или равные X», а не строго меньшие X
- остаток, состоящий из нескольких цифр (здесь – 11_4), нужно не забыть перевести в десятичную систему
- найденные числа нужно записать именно в порядке возрастания, как требуется

Решение (вариант 2, через четверичную систему, предложен О.А. Тузовой):

1) переведем 25 в четверичную систему счисления: 25 = 121_4, все интересующие нас числа не больше этого значения
2) из этих чисел выделим только те, которые заканчиваются на 11, таких чисел всего два: это 11_4 = 5 и 111_4 = 21
3) таким образом, верный ответ – 5, 21.

Возможные ловушки и проблемы:
- есть риск случайно «забыть» какое-то число или найти «лишнее» (в данном случае – большее 25)
- можно сделать ошибки при переводе чисел из четверичной системы в десятичную или вообще «забыть» перевести

Еще пример задания:

Р-10. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 2.*

Общий подход:

- здесь обратная задача – неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через N
- поскольку последняя цифра числа – 2, основание должно быть больше 2, то есть $N > 2$
- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием N (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата – это остаток от деления исходного числа на N

Решение:

1) итак, нужно найти все целые числа $N \ge 3$, такие что остаток от деления 23 на N равен 2, или (что то же самое)

$$23 = k \cdot N + 2 \qquad (*)$$

где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, …);
2) сложность в том, что и k, и N неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это *натуральные числа*
3) из формулы (*) получаем $k \cdot N = 21$, так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители числа 21, которые больше 2
4) в этой задаче есть только три таких делителя: $\mathrm{N} = 3, 7$ и 21
5) таким образом, верный ответ – 3, 7, 21.

Возможные ловушки и проблемы:
- нужно учесть, что основание системы счисления должно быть *больше* любой цифры числа, поэтому делитель $N=1$ не подходит (должно быть $N>2$)
- числа нужно записывать в ответе в порядке возрастания, как требуется по условию

Еще пример задания:

Р-9. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на* 11.

Общий подход:
- неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через N
- пока будем считать, что запись числа 31 в системе с основанием N состоит из трех цифр, причем две младшие (11) нам даны, а одну (обозначим ее через k) нужно найти:

$$\begin{array}{l} \quad\ \ 2\ \ 1\ \ 0 \ \leftarrow \text{разряды} \\ 31 = k\ 1\ 1_N = k\cdot N^2 + N^1 + N^0 = k\cdot N^2 + N + 1 \end{array}$$

- можно показать, что при большем количестве разрядов эта формула также верна, то есть, число 31 можно представить как $31 = k\cdot N^2 + N + 1$ при некотором целом k; например, для числа с пятью разрядами получаем:

$$\begin{array}{l} \quad\ \ 4\ \ 3\ \ 2\ \ 1\ \ 0 \ \leftarrow \text{разряды} \\ 31 = k_4\ k_3\ k_2\ 1\ 1_N = k_4\cdot N^4 + k_3\cdot N^3 + k_2\cdot N^2 + N^1 + N^0 \\ \qquad = k\cdot N^2 + N + 1 \end{array}$$

для $k = k_4\cdot N^2 + k_3\cdot N + k_2$ (из первых трех слагаемых вынесли общий множитель N^2)

Решение:
1) итак, нужно найти все целые числа $N \ge 2$, такие что
$$31 = k\cdot N^2 + N + 1 \qquad (**)$$
где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, …);
2) сложность в том, что и k, и N неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это *натуральные числа*
3) из формулы (**) получаем $(k\cdot N+1)N = 30$, так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители N числа 30 и отобрать только те из них, для которых уравнение (**) разрешимо при целом k, то есть, $k = \dfrac{30-N}{N^2}$ – целое число
4) выпишем все делители числа 30, большие или равные 2: 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
5) из всех этих делителей только для 2, 3, 5 и 30 значение $k = \dfrac{30-N}{N^2}$ – целое число (оно равно соответственно 7, 3, 1 и 0)
6) таким образом, верный ответ – 2, 3, 5, 30.

Еще пример задания:

Р-8. *Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 10, 11, 12, …, 17 в системе счисления с основанием 5.*

Решение (вариант 1):
1) запишем первое и последнее число в заданном диапазоне в системе счисления с основанием 5:
$$10 = 20_5,\quad 17 = 32_5.$$

2) заметим, что оба они содержат цифру 2, так что, 2 цифры мы уже нашли
3) между 20_5 и 32_5 есть еще числа
$$21_5,\ 22_5,\ 23_5,\ 24_5,\ 30_5,\ 31_5.$$
4) в них 5 цифр 2 (в числе 22_5 – сразу две двойки), поэтому всего цифра 2 встречается 7 раз
5) таким образом, верный ответ – 7.

Возможные ловушки и проблемы:
- нужно не забыть, что в системе счисления с основанием 5 старшая цифра – 4, то есть, вслед за 24_5 следует 30_5
- помните, что нужно определить не количество чисел, в которых есть двойка, а количество самих двоек
- можно не обратить внимание на то, что в числе 22_5 цифра 2 встречается 2 раза

Решение (вариант 2):
1) переведем все указанные числа в систему счисления с основанием 5:
$$10 = 20_5,\ 11 = 21_5,\ 12 = 22_5,\ 13 = 23_5,\ 14 = 24_5,\ 15 = 30_5,\ 16 = 31_5,\ \ 17 = 32_5.$$
2) считаем цифры 2 – получается 7 штук
3) таким образом, верный ответ – 7 .

Еще пример задания:

Р-7. *Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30 трехзначна.*

Решение:
1) обозначим через N неизвестное основание системы счисления, тогда запись числа 30 в этой системе имеет вид
$$x\ y\ z_N = 30$$
2) вспомним алгоритм перевода числа из системы счисления с основанием N в десятичную систему: расставляем сверху номера разрядов и умножаем каждую цифру на основание в степени, равной разряду:
$$\overset{2}{x}\ \overset{1}{y}\ \overset{0}{z}_N = x\cdot N^2 + y\cdot N + z = 30$$
3) поскольку запись трехзначная, $x \ne 0$, поэтому $30 \ge N^2$
4) с другой стороны, четвертой цифры нет, то есть, в третьем разряде – ноль, поэтому $30 < N^3$
5) объединяя последние два условия, получаем, что искомое основание N удовлетворяет двойному неравенству
$$N^2 \le 30 < N^3$$
6) учитывая, что N – целое число, методом подбора находим целые решения этого неравенства; их два – 4 и 5:
$$4^2 = 16 \le 30 < 4^3 = 64$$
$$5^2 = 25 \le 30 < 5^3 = 125$$
7) минимальное из этих значений – 4
8) таким образом, верный ответ – 4 .

Решение (без подбора):
1) выполним п.1-4 так же, как и в предыдущем варианте решения
2) найдем первое целое число, куб которого больше 30; это 4, так как

$$3^3 = 27 < 30 < 4^3 = 64$$

3) проверяем второе неравенство: $4^2 = 16 \le 30$, поэтому в системе счисления с основанием 4 запись числа 30 трехзначна
4) таким образом, верный ответ – 4 .

Еще пример задания:

Р-6. *Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?*

Решение (вариант 1):

1) нас интересуют числа от 1 до 30
2) сначала определим, сколько цифр может быть в этих числах, записанных в системе счисления с основанием 5
3) поскольку $5^2 < 30 < 5^3$, в интересующих нас числах может быть от 1 до 3 цифр
4) рассмотрим трехзначные числа, начинающиеся на 3 в системе с основанием 5:
$$3xy_5 = 3 \cdot 5^2 + x \cdot 5 + y$$
все они заведомо не меньше $3 \cdot 5^2 = 75 > 30$, поэтому в наш диапазон не попадают;
5) таким образом, остается рассмотреть только однозначные и двухзначные числа
6) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
7) общий вид всех двузначных чисел, начинающихся на 3 в системе с основанием 5:
$$3 \cdot 5 + k = 15 + k$$
где k – целое число из множества {0, 1, 2,3,4} (поскольку система счисления имеет основание 5 и цифр, больших 4, в записи числа быть не может)
8) используя эту формулу, находим интересующие нас двузначные числа – 15, 16, 17, 18 и 19
9) таким образом, верный ответ – 3, 15, 16, 17, 18, 19 .

Решение (вариант 2, предложен Сенькиной Т.С., г. Комсомольск-на-Амуре):

1) нас интересуют числа от 1 до 30; сначала определим, сколько цифр может быть в пятеричной записи эти чисел
2) поскольку $30 = 110_5$, в интересующих нас числах может быть не более 2 цифр (все трехзначные пятеричные числа, начинающиеся с 3, больше 30)
3) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
4) выпишем все пятеричные двузначные числа, которые начинаются с 3, и переведем их в десятичную систему: $30_5 = 15$, $31_5 = 16$, $32_5 = 17$, $33_5 = 18$ и $34_5 = 19$
5) таким образом, верный ответ – 3, 15, 16, 17, 18, 19 .

Еще пример задания:

Р-05. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.*

Решение (1 способ):

1) Если число в системе с основанием x оканчивается на 13, то
   а) $x \ge 4$, потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 3
   б) это число можно представить в виде $A \cdot x^2 + x + 3$, где A – целое неотрицательное число
2) определим наибольшее возможное A с учетом условия $x \ge 4$. Из уравнения
$A \cdot x^2 + x + 3 = 71$ следует $A = \dfrac{68 - x}{x^2}$.

3) очевидно, что чем меньше x, тем больше A, поэтому значение A не превышает
$$A_{\max} = \frac{68-4}{4^2} = 4$$
здесь мы подставили $x = 4$ – наименьшее допустимое значение x
4) остается перебрать все допустимые значения A (от 0 до $A_{\max} = 4$), решая для каждого из них уравнение
$$A \cdot x^2 + x + 3 = 71 \text{ или равносильное } A \cdot x^2 + x - 68 = 0$$
относительно x, причем нас интересуют только натуральные числа $x \ge 4$
5) получаем
   а) при $A = 0$: $x = 68$
   б) при $A = 1, 2, 3$: решения – не целые числа
   в) при $A = 4$: $x_1 = 4$ и $x_2 = -4{,}25$, второе решение не подходит
6) таким образом, верный ответ: 4, 68.

Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):

1) запись числа71 в системе с основанием x оканчивается на 13, т.е. в разряде единиц – 3, это значит, что остаток от деления 71 на x равен 3, то есть для некоторого целого k имеем
$$k \cdot x + 3 = 71 \quad \Rightarrow \quad k \cdot x = 68$$
2) таким образом, искомые основания – делители числа 68; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
3) среди чисел, оканчивающихся на 13 в системе счисления с основанием x ,минимальное – это само число 13_x; отсюда найдем максимальное основание:
$$13_x = 1 \cdot x^1 + 3 \cdot x^0 = x + 3 = 71 \quad \Rightarrow \quad x = 68$$
так что первый ответ: 68.
4) остальные числа, окачивающиеся в этой системе на 13, имеют не менее 3-х знаков ($113_x, 213_x$ ...), т.е. все они больше $100_x = x^2$
5) поэтому $71 > x^2$, следовательно, $x < 9$
6) по условию в записи числа есть цифра 3, поэтому $x > 3$ (в системах с основанием ≤ 3 цифры 3 нет)
7) итак: $x \in [4,8]$, и при этом x – делитель 68; единственное возможное значение $x = 4$ (на 5,6,7 и 8 число 68 не делится)
8) таким образом, верный ответ: 4, 68.

Возможные ловушки и проблемы:
- на шаге 1 нужно вычесть из числа только число единиц, то есть младшую из двух заданных цифр (в примере – 3)
- можно забыть рассмотреть двузначное число, записанное заданными в условии цифрами (в примере – 13_x), и пропустить максимальное основание
- нужно помнить, что
  а) максимальная цифра на 1 меньше основания системы счисления
  б) 100 в системе с основанием ***p*** равно $\boldsymbol{p^2}$

Еще пример задания:

Р-04. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 86 оканчивается на 22.*

Решение (1 способ):

1) Если число в системе с основанием x оканчивается на 22, то
   а) $x \ge 3$, потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 2
   б) это число можно представить в виде $A \cdot x^2 + 2x + 2$, где A – целое неотрицательное число
2) определим наибольшее возможное A с учетом условия $x \ge 3$. Из уравнения $A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86$ следует $A = \dfrac{84 - 2x}{x^2}$.
3) очевидно, что чем меньше x, тем больше A, поэтому значение A не превышает
   $$A_{\max} = \frac{84-6}{3^2} = 8\frac{2}{3}$$
   здесь мы подставили $x = 3$ – наименьшее допустимое значение x
4) остается перебрать все допустимые значения A (от 0 до $A_{\max} = 8$), решая для каждого из них уравнение
   $$A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86 \text{ или равносильное } A \cdot x^2 + 2x - 84 = 0$$
   относительно x, причем нас интересуют только натуральные числа $x \ge 3$
5) получаем
   а) при $A = 0$: $x = 42$
   б) при $A = 1$: решения – не целые числа
   в) при $A = 2$: $x = 6$ и $x_2 = -7$, второе решение не подходит
   г) при $A = 3,4,5,6,7,8$: решения – не целые числа
6) таким образом, верный ответ: 6, 42.

Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):

1) запись числа 86 в системе с основанием x оканчивается на 22, т.е. в разряде единиц – 2, это значит, что остаток от деления 86 на x равен 2, то есть для некоторого целого k имеем
   $$k \cdot x + 2 = 86 \quad \Rightarrow \quad k \cdot x = 84$$
2) таким образом, искомые основания – делители числа 84; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
3) среди чисел, оканчивающихся на 22 в системе счисления с основанием x, минимальное – это само число 22_x; отсюда найдем максимальное основание:
   $$22_x = 2 \cdot x^1 + 2 \cdot x^0 = 2x + 2 = 86 \quad \Rightarrow \quad x = 42$$
   так что первый ответ: 42.
4) остальные числа, окачивающиеся в этой системе на 22, имеют не менее 3-х знаков (122_x, 222_x ...), т.е. все они больше $100_x = x^2$
5) поэтому $86 > x^2$, следовательно, $x < 10$
6) по условию в записи числа есть цифра 2, поэтому $x > 2$
7) итак: $x \in [3,9]$, и при этом x – делитель 84; возможные значения $x = 3, 4, 6, 7$ (на 5,8 и 9 число 84 не делится)
8) переводя число 86 в системы счисления с основаниями $x = 3, 4, 6, 7$, находим, что только для основания 6 запись числа оканчивается на 22 (при делении на 3, 4 и 7 «вторые» остатки не равны 2):

```
86 |3                86 |4         86 |6          86 |7
84 |28 |3  Дальше    84 |21 |4     84 |14 |6      84 |12 |7
 2  27 |9… делить     2  20 |5…     2  12 |2       2   7 |1
     1     нет смысла     1             2              5
```


9) таким образом, верный ответ: 6, 42.

Еще пример задания:

Р-03. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 94 начинается на 23.*

Решение:

1) Из условия сразу видно, что искомое основание не меньше 4 (в записи есть цифра 3).
2) Если запись числа 94 в некоторой системе счисления с основанием x двузначна ($94 = 23_x$), то справедливо равенство $94 = 2x + 3$; нас интересуют натуральные решения этого уравнения, такие что $x \ge 4$, таких решений нет.
3) Предположим, что число четырехзначное. Минимальное допустимое четырехзначное число – 2300_x, где $x \ge 4$. При минимальном основании ($x = 4$) оно равно $2 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 = 176 > 94$, поэтому запись нужного нам числа имеет не больше трех знаков.
4) На основании (2) и (3) делаем вывод, что число трехзначное, то есть $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + M$, где M – целое неотрицательное число, такое что $M < x$.
5) Максимальное x можно определить как решение уравнения $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x$ (при $M = 0$); получаем одно из решений – 6,15; поэтому $x \le 6$
6) Если мы знаем x, то M определится как $M = 94 - 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x$; пробуем подставлять в эту формулу $x = 4, 5, 6$, пытаясь получить $M < x$
7) Минимальное M будет при $x = 6$: $M = 4$, а при $x = 4, 5$ получается $M > x$
8) Таким образом, верный ответ: 6.

Еще пример задания:

Р-2. *Найти сумму восьмеричных чисел $17_8+170_8+1700_8+...+1700000_8$, перевести в 16-ую систему счисления. Найдите в записи числа, равного этой сумме, третью цифру слева.*

Решение:

1) Несложно выполнить прямое сложение восьмеричных чисел, там быстро обнаруживается закономерность:
   $17_8 + 170_8 = 207_8$
   $17_8 + 170_8 + 1700_8 = 2107_8$
   $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 = 21107_8$
   $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 = 211107_8$
   $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 + 1700000_8 = 2111107_8$
2) Переведем последнюю сумму через триады в двоичный код (заменяем каждую восьмеричную цифру на 3 двоичных):
   $1000100100100100011 1_2$
3) Теперь разбиваем цепочку на тетрады (группы из 4-х двоичных цифр), начиная справа, и каждую тетраду представляем в виде шестнадцатеричной цифры
   10001001001001000111_2
   8 9 2 4 7
4) Таким образом, верный ответ (третья цифра слева): 2.

Еще пример задания:

Р-01. *Чему равно наименьшее основание позиционной системы счисления x, при котором $225_x = 405_y$? Ответ записать в виде целого числа.*

Решение:

1) Поскольку в левой и в правой частях есть цифра 5, оба основания больше 5, то есть перебор имеет смысл начинать с $x = x_{\min} = 6$.
2) Очевидно, что $x > y$, однако это не очень нам поможет.
3) Для каждого «подозреваемого» x вычисляем значение $225_x = 2 \cdot x^2 + 2x + 5 = N$ и решаем уравнение $N = 405_y = 4 \cdot y^2 + 5$, причем нас интересуют только натуральные $y > 5$.
4) Для $x = 6$ и $x = 7$ нужных решений нет, а для $x = 8$ получаем
   $N = 2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8 + 5 = 149 = 4 \cdot 6^2 + 5$
   так что $y = 6$.
5) Таким образом, верный ответ (минимальное значение x): 8.

Еще пример задания:

Р-00. *Запись числа 30_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 0 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N?*

Решение (1 способ, подбор):

1) запись числа 30 в системе с основанием N длиннее, чем в десятичной (4 цифры против двух), поэтому основание N меньше 10
2) это дает шанс решить задачу методом подбора, переводя в разные системы, начиная с N = 2 до N = 9
3) переводим:
   $30 = 11110_2 = 1010_3 = \ldots$
4) дальше можно не переводить, поскольку запись 1010_3 удовлетворяет условию: заканчивается на 0 и содержит 4 цифры
5) можно проверить, что при N ≥ 4 запись числа 30 содержит меньше 4 цифр, то есть не удовлетворяет условию
6) Ответ: 3.

Решение (2 способ, неравенства):

1) запись числа 30 в системе с основанием N содержит ровно 4 цифры тогда и только тогда, когда старший разряд – третий, то есть
   $N^3 \le 30 < N^4$
2) первая часть двойного неравенства $N^3 \le 30$ дает (в целых числах) $N \le 3$
3) вторая часть неравенства $30 < N^4$ дает (в целых числах) $N \ge 3$
4) объединяя результаты пп. 2 и 3 получаем, что N = 3
5) заметим, что условие «оканчивается на 0» – лишнее, ответ однозначно определяется по количеству цифр
6) Ответ: 3.

Задачи для тренировки[1]:

1) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 22 оканчивается на 4.
2) В системе счисления с некоторым основанием число 12 записывается в виде 110. Укажите это основание.
3) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 39 оканчивается на 3.
4) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 29 оканчивается на 5.
5) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 129 записывается как 1004. Укажите это основание.
6) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 40 оканчивается на 4.
7) В системе счисления с некоторым основанием число десятичное 25 записывается как 100. Найдите это основание.
8) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 27 оканчивается на 3.
9) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 26, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 22?
10) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в четверичной системе счисления оканчивается на 31?
11) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные натуральные числа, не превосходящие 17, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на две одинаковые цифры?
12) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 19, 20, 21, …, 33 в системе счисления с основанием 6.
13) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 1 в записи чисел 12, 13, 14, …, 31 в системе счисления с основанием 5.
14) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 1.
15) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 63 оканчивается на 23.

[1] Источники заданий:

1. Демонстрационные варианты ЕГЭ 2004-2016 гг.
2. Тренировочные работы МИОО и Статград.
3. Гусева И.Ю. ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. — СПб: Тригон, 2009.
4. Самылкина Н.Н., Островская Е.М. Информатика: тренировочные задания. – М.: Эксмо, 2009.
5. Якушкин П.А., Лещинер В.Р., Кириенко Д.П. ЕГЭ 2010. Информатика. Типовые тестовые задания. — М: Экзамен, 2010.
6. Крылов С.С., Лещинер В.Р., Якушкин П.А. ЕГЭ-2010. Информатика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / под ред. В.Р. Лещинера / ФИПИ. — М.: Интеллект-центр, 2010.
7. Якушкин П.А., Ушаков Д.М. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ 2010. Информатика. — М.: Астрель, 2009.
8. М.Э. Абрамян, С.С. Михалкович, Я.М. Русанова, М.И. Чердынцева. Информатика. ЕГЭ шаг за шагом. – М.: НИИ школьных технологий, 2010.
9. Чуркина Т.Е. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.
10. Информатика и ИКТ: ЕГЭ-2012. – СПб.: Просвещение, 2012.
11. Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ 2015. Информатика. Тематические тестовые задания. — М.: Экзамен, 2015.
12. Ушаков Д.М. ЕГЭ-2015. Информатика. 20 типовых вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ. — М.: Астрель, 2014.

16) Десятичное число, переведенное в восьмеричную и в девятеричную систему, в обоих случаях заканчивается на цифру 0. Какое минимальное натуральное число удовлетворяет этому условию?
17) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 49 записывается в виде 100. Укажите это основание.
18) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 70 трехзначна.
19) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 двузначна.
20) Сколько значащих цифр в записи десятичного числа 357 в системе счисления с основанием 7?
21) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием 6 начинается на 4?
22) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 3 начинается на 2?
23) Какое десятичное число при записи в системе счисления с основанием 5 представляется как 1234_5?
24) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 101?
25) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 30 оканчивается на 8.
26) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на 4.
27) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 83 записывается в виде 123. Укажите это основание.
28) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 144 записывается в виде 264. Укажите это основание.
29) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 35 оканчивается на 8.
30) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 110?
31) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 15, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 21?
32) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 40, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 1011?
33) Десятичное число кратно 16. Какое минимальное количество нулей будет в конце этого числа после перевода его в двоичную систему счисления?
34) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 18 записывается в виде 30. Укажите это основание.
35) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 13, 14, 15, …, 23 в системе счисления с основанием 4.
36) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 13, 14, 15, …, 23 в системе счисления с основанием 3.
37) В саду 100 фруктовых деревьев – 14 яблонь и 42 груши. Найдите основание системы счисления, в которой указаны эти числа.
38) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено сложение: 144 + 24 = 201.
39) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено умножение: $3 \cdot 213 = 1043$.
40) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 3?
41) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 100, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 11?

42) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 75 оканчивается на 13.
43) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 84 оканчивается на 14.
44) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 61 оканчивается на 15.
45) Найдите десятичное число x, такое что 20 < x < 30, запись которого в системе счисления с основанием 3 заканчивается на 11.
46) Запись числа 65_8 в некоторой системе счисления выглядит так: 311_N. Найдите основание системы счисления N.
47) Запись числа 30 в некоторой системе счисления выглядит так: 110_N. Найдите основание системы счисления N.
48) Запись числа $2B_{16}$ в некоторой системе счисления выглядит так: 111_N. Найдите основание системы счисления N.
49) Запись числа 23 в некоторой системе счисления выглядит так: 212_N. Найдите основание системы счисления N.
50) Запись числа 210_5 в некоторой системе счисления выглядит так: 313_N. Найдите основание системы счисления N.
51) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 трехзначна.
52) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 34_8 оканчивается на 20.
53) Запись числа 344 в некоторой системе счисления выглядит так: $1A8_N$. Найдите основание системы счисления N.
54) К записи натурального числа в восьмеричной системе счисления справа приписали два нуля. Во сколько раз увеличилось число? Ответ запишите в десятичной системе счисления.
55) Запись числа 281 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
56) Запись числа 234 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 6. Чему равно основание системы счисления?
57) Запись числа 338 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 2. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
58) Запись числа 256 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 4. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
59) Запись числа 325 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
60) Запись числа 180 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
61) Запись числа 280 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
62) Запись натурального числа в системах счисления с основанием 4 и 6 заканчивается на 0. Найдите минимальное натуральное число, удовлетворяющее этим условиям.
63) Десятичное число 71 в некоторой системе счисления записывается как «78». Определите основание системы счисления.
64) Десятичное число 70 в некоторой системе счисления записывается как «64». Определите основание системы счисления.
65) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как «212». Определите основание системы счисления.

66) Десятичное число 109 в некоторой системе счисления записывается как «214». Определите основание системы счисления.

67) Решите уравнение $42_5 + x = 1122_3$.

Ответ запишите в четверичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

68) Решите уравнение $100_7 + x = 230_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

69) Решите уравнение $54_7 + x = 320_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

70) Решите уравнение $32_8 + x = 214_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

71) (http://ege.yandex.ru) Десятичное число 63 в некоторой системе счисления записывается как 120. Определите основание системы счисления.

72) (http://ege.yandex.ru) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как 212. Определите основание системы счисления.

73) (http://ege.yandex.ru) В системе счисления с основанием N запись числа 77 оканчивается на 0, а запись числа 29 – на 1. Чему равно число N?

74) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 45 заканчиваются на 1. Определите основание системы счисления.

75) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 68 и 94 заканчиваются на 3. Определите основание системы счисления.

76) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 41 и 63 заканчиваются на 8. Определите основание системы счисления.

77) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 124 заканчиваются на 5. Определите основание системы счисления.

78) Запись числа 68_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 2 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N?

79) Решите уравнение $14_5 + x = 24_7$.

Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

80) Запись числа N в системе счисления с основанием 6 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 5 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 11 заканчивается на 1. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.

81) Запись числа N в системе счисления с основанием 7 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 6 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 13 заканчивается на 3. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.

82) Решите уравнение $60_8 + x = 200_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

83) Решите уравнение $100_5 + x = 200_4$.

Ответ запишите в семеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

84) Решите уравнение $60_8 + x = 60_9$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

85) Решите уравнение $100_7 + x = 214_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

86) В системе счисления с основанием N запись числа 79 оканчивается на 2, а запись числа 111 – на 1. Чему равно число N?

87) В системе счисления с основанием N запись числа 41 оканчивается на 2, а запись числа 131 – на 1. Чему равно число N?

88) В системе счисления с основанием N запись числа 58 оканчивается на 2, а запись числа 108 – на 3. Чему равно число N?

89) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1023} + 2^{1024} – 3$?

90) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2016} + 2^{2018} – 6$?

91) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2014} + 2^{2015} – 9$?

92) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2015} + 2^{2015} – 15$?

93) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2014} – 2^{614} + 45$?

94) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1014} – 2^{530} – 12$?

95) Сколько единиц в двоичной записи числа $2^{2014} – 4^{650} – 38$?

96) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2018} + 8^{305} – 2^{130} – 120$?

97) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2018} – 4^{1305} + 2^{124} – 58$?

98) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{4024} – 4^{1605} + 2^{1024} – 126$?

99) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1234} – 4^{234} + 2^{1620} – 108$?

100) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2341} – 4^{342} + 2^{620} – 81$?

101) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1341} – 4^{1342} + 2^{1343} – 1344$?

102) Решите уравнение $222_x + 4 = 1100_5$. Ответ запишите в троичной системе счисления.

103) Решите уравнение $441_x + 14_{10} = 252_7$. Ответ запишите в двоичной системе счисления.

104) Решите уравнение $145_x + 24_{10} = 127_9$. Ответ запишите в пятеричной системе счисления.

105) Решите уравнение $44_{x+5} - 44_5 = 52_{10}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

106) Решите уравнение $33_{x+4} - 33_4 = 33_{10}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

107) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{502} – 4^{211} + 2^{1536} – 19$?

108) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{415} – 4^{162} + 2^{543} – 25$?

109) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{115} – 4^{123} + 2^{543} – 15$?

110) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{125} – 4^{156} + 2^{632} – 7$?

111) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{148} – 4^{123} + 2^{654} – 17$?

112) Сколько единиц в двоичной записи числа $(2^{4400} – 1)\cdot(4^{2200} + 2)$?

113) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{350} + 8^{340} – 2^{320} – 12$?

114) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{590} + 8^{350} – 2^{1020} – 25$?

115) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{230} + 8^{120} – 2^{150} – 100$?

116) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{1024} + 8^{1025} – 2^{1026} – 140$?

117) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{2015} + 8^{2016} – 2^{2017} – 150$?

118) Решите уравнение $224_x + 1 = 101_8$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

119) Решите уравнение $121_x + 1 = 101_9$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

120) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{740} – 2^{900} + 7$?

121) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{820} – 2^{760} + 14$?

122) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{560} – 2^{234} + 56$?

123) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2020} + 4^{2017} + 2^{6} - 1$?

124) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{16} + 2^{36} - 16$?

125) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$\texttt{X= E*}_{16} = \texttt{*5*}_{8} = \texttt{***1}_{4} = \texttt{*****1**}_{2}$$

Определите число X.

126) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16 и 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$\texttt{X= 1*0}_{16} = \texttt{56*}_{8}$$

Определите число X.

127) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$\texttt{X= *7*}_{16} = \texttt{5*6}_{8} = \texttt{***1*}_{4}$$

Определите число X.

128) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$\texttt{X= 10******}_{2} = \texttt{*4*}_{8} = \texttt{*2}_{16}$$

Определите число X.

129) (**Е.А. Мирончик**) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $\texttt{A*}_{16}$ и $\texttt{1*3}_{8}$. В ответе запишите знак **<**, знак **>** или знак **=**.

130) (**Е.А. Мирончик**) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $\texttt{F*}_{16}$ и $\texttt{33*}_{8}$. В ответе запишите знак **<**, знак **>** или знак **=**.

131) (**Е.А. Мирончик**) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $\texttt{18*}_{16}$ и $\texttt{72*}_{8}$. В ответе запишите знак **<**, знак **>** или знак **=**.

132) (**Е.А. Мирончик**) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $\texttt{34*}_{16}$ и $\texttt{16**}_{8}$. В ответе запишите знак **<**, знак **>** или знак **=**.

133) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$\texttt{X = ***}_{16} = \texttt{4*2}_{8}.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

134) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$\texttt{X = 3*9}_{16} = \texttt{1**}_{8}.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

135) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$\texttt{X = *A}_{16} = \texttt{***}_{8}.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

136) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$\texttt{X = *E}_{16} = \texttt{2*6}_{8}.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

137) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$\texttt{X = *5}_{16} = \texttt{*0*}_{8}.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

138) (**Е.А. Мирончик**) Сколько цифр в восьмеричной записи числа $2^{1024}+2^{1026}$?

139) (**Е.А. Мирончик**) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа $2^{1024}+2^{1025}$?

140) (**Е.А. Мирончик**) Сколько цифр в восьмеричной записи числа $2^{299}+2^{298}+2^{297+}2^{296}$?

141) (**Е.А. Мирончик**) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа $2^{379}+2^{378}+2^{377}$?

142) Решите уравнение $101_x + 13_{10} = 101_{x+1}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

143) Решите уравнение $103_x + 11_{10} = 103_{x+1}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

144) Решите уравнение $104_x + 20_x = 84_{10}$. Ответ запишите в двоичной системе счисления.

145) (**Е.В. Хламов**) Найдите основания систем счисления X и Y, если известно, что $87_X=73_Y$ и $62_X=52_Y$. в ответе запишите число, составленное из чисел Y и X, записанных подряд без пробелов. Например, если $X=13$ и $Y=15$, ответ запишется как 1513.

146) Сколько значащих нулей содержится в десятичной записи числа $100^{20}-10^{15}+10$?

147) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $49^{12} - 7^{10} + 7^{8} - 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

148) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $27^{4} - 9^{5} + 3^{8} - 25$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

149) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $3 \cdot 16^{8} - 4^{5} + 3$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» содержится в этой записи?

150) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $2 \cdot 9^{10} - 3^{5} + 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

151) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $5 \cdot 36^{7} + 6^{10} - 36$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» содержится в этой записи?

152) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $4 \cdot 125^{4} - 25^{4} + 9$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» содержится в этой записи?

153) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $2 \cdot 27^{7} + 3^{10} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?

154) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $4 \cdot 25^{4} - 5^{4} + 14$ записали в системе счисления с основанием 5. Какова сумма цифр содержащихся в этой записи? Ответ укажите в десятичной системе.

155) Значение арифметического выражения: $9^{8} + 3^{5} - 2$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

156) В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не менее трёх цифр. Чему равно число N?

157) В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не более двух цифр. Чему равно число N? Если у задачи есть несколько решений, выберите наименьшее.

158) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} - 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

159) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} - 15$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

160) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} – 25$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
161) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} – 125$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
162) Значение арифметического выражения: $9^{8} + 3^{24} – 6$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
163) Значение арифметического выражения: $9^{8} + 3^{24} – 18$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
164) Значение арифметического выражения: $9^{22} + 3^{66} – 12$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
165) Значение арифметического выражения: $9^{22} + 3^{66} – 18$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
166) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{21} – 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
167) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{21} – 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
168) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{14} + 3^{18} – 9^{5} – 27$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
169) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} - 3^{10} + 3^{21} – 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
170) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} – 3^{12} + 3^{25} – 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
171) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{21} – 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
172) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{9} + 3^{21} – 7$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
173) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{21} – 8$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
174) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{5} + 3^{25} – 20$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
175) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{8} + 3^{25} – 14$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
176) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{17} + 3^{16} – 27$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
177) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{8} – 1$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
178) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{8} –5$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
179) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{5} + 3^{7} –14$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в этой записи? В ответе укажите, сколько таких цифр в записи.
180) Определите число N, для которого выполняется равенство $214_N = 165_{N+1}$.

181) Определите число N, для которого выполняется равенство $211_N = 152_{N+1}$.
182) Определите число N, для которого выполняется равенство $115_N = 57_{N+2}$.
183) Определите число N, для которого выполняется равенство $123_N = 93_{N+2}$.
184) Определите число N, для которого выполняется равенство $103_N = 97_{N+2}$.
185) Определите число N, для которого выполняется равенство $132_N + 13_8 = 124_{N+1}$.
186) Определите число N, для которого выполняется равенство $154_N + 35_9 = 170_{N+1}$.
187) Определите число N, для которого выполняется равенство $143_N + 25_6 = 138_{N+1}$.
188) Определите число N, для которого выполняется равенство $221_N + 34_8 = 180_{N+2}$.
189) Определите число N, для которого выполняется равенство $205_N + 55_8 = 196_{N+2}$.
190) Определите число N, для которого выполняется равенство $164_N + 41_9 = 145_{N+2}$.
191) Значение арифметического выражения: $125 + 25^{3} + 5^{9}$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько значащих нулей в этой записи?
192) (**Д.В. Богданов**) Значение арифметического выражения: $3·(2^{10} + 2^{7} + 2^{4}+ 2^{1})$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?
193) Значение арифметического выражения: $4^{511} + 2^{511} – 511$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц в этой записи?
194) Значение арифметического выражения: $8^{511} – 4^{511} + 2^{511} – 511$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?
195) (**Д.В. Богданов**) Коэффициенты уравнения $x^2 - 30_N x + 240_N = 0$ заданы в системе счисления с основанием N. Определите это основание, если известно, что уравнение имеет кратный корень.
196) Значение арифметического выражения: $49^{13} + 7^{33} – 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» в этой записи?
197) Значение арифметического выражения: $64^{115} + 8^{305} – 512$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
198) Значение арифметического выражения: $81^{2017} + 9^{5223} – 81$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр «8» в этой записи?
199) Значение арифметического выражения: $36^{17} + 6^{66} – 216$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
200) Значение арифметического выражения: $25^{94} + 5^{216} – 125$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?