

RISOLUZIONE ES X CASA:

$$2^0 + 2^1 + 2^2 = 7$$

255

$$\left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 3 & 4 \end{array} \right|$$

$$IF(2, \overset{4+1}{5}, -3, +4) \left. \begin{array}{l} \text{PRV' DUELO DISPARI} \\ \text{PRV' L'ALTRA PARI} \end{array} \right\} \text{SAR. ISS}$$

ARROTONDAMENTO: $f_{e_A}()$

MEMORIZZARE PER TRONCAMENTO

CONVERSIONE:

ALGOR. DIV. SUCCESSIVE

$$(13)_{10} = (1101)_2$$

ALGOR. MULT. SUC.

$$(0.9)_{10} = (0.111001100)_2$$

$$0.9 \cdot 2 = 1.8$$

$$0.8 \cdot 2 = 1.6$$

$$0.6 \cdot 2 = 1.2$$

$$0.2 \cdot 2 = 0.4$$

$$\text{Quindi } (-13.9)_{10} \equiv (1101.1110011...)_{2}$$

$$\rightarrow - (1.1011110011) \cdot 2^3$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad + \\ \hline 1.1100010011 \cdot 2^3 \end{array}$$

ARROT.

$$e = p - \lambda = 3 - (-3) = 6$$

$$e = (6)_{10} = (110)_2$$

ESPOONENTE
VA LA PP. IN
BINARIO



FAENDO ORA IL CONTABILIO
(DA BASE 2 A BASE 10)

SI NOTA LA DIFFERENZA

TRA IL NUMERO INIZIALE
E QUESTO.

ERRORE ASSOLUTO : $x \in \mathbb{R} \quad x \rightarrow f_e(x) \in \mathbb{F}$

$$E_{\text{ASS}} = |x - f_e(x)|$$

$$x = -(13.9)_{10} \quad f_e(x) = -(14)_{10}$$

$$E_{\text{ASS}} = |-13.9 + 14.0| = 0.1$$

DEF : ERRORE RELATIVO

$$x \in \mathbb{R} \quad x \rightarrow f_e(x) \in \mathbb{F}$$

$$E_{\text{REL}} = \frac{|x - f_e(x)|}{|x|} \quad \text{con } x \neq 0$$

$$E_{\text{REL}} = \frac{|-13.9 + 14.0|}{|-13.9|} = 0.0072$$

DEF. UNITA' DI ARROTONDAMENTO

Dato $F(\beta, t, \lambda, u)$ si dice U. di ARR. e la indiciamo con u la QUANTITA':

$$u = \begin{cases} \beta^{t-t} & \text{PER TRUNC.} \\ \frac{1}{2} \beta^{t-t} & \text{PER ARROT.} \end{cases}$$

Th.

$\forall d \in \mathbb{R}$ e $d \neq 0$ SI HA:

$$\underbrace{\frac{|d - \text{fl}(d)|}{|d|}}_{\varepsilon_{\text{REL}}} < u$$

PRECISIONE
DI RAPPRESENT.

NEL NOstro ES u SARA':

$$\begin{array}{c} F(2, 5, -3, 4) \\ \begin{array}{cc} | & | \\ \beta & t \end{array} \end{array} \rightarrow u = \frac{1}{2} 2^{1-5} = 2^{-5} = \underbrace{0.0312}_{< u} \\ (0.0072)$$

COROLLARIO ASSOCIATO AL T_u :

$\forall d \in \mathbb{R}, d \neq 0$ VALG $\text{fl}(d) = d(1 + \varepsilon)$ con $|\varepsilon| < u$

Verifica:

$$\varepsilon = \frac{\text{fl}(d) - d}{d} \quad |\varepsilon| < u$$



$$\text{fl}(d) = d(1 + \varepsilon)$$

PRECISIONE CIFRE SIGNIFICATIVE

→ Sia $F(2, t, \lambda, u)$; t cifre di mantissa in base 2
Quante cifre corrispondono in base 10?
Relazione:

$$2^{-t} = 10^{-s} \quad ? \rightarrow \log_{10} 2^{-t} = \log_{10} 10^{-s} = -s$$

$$-t \log_{10} 2 = \log_{10} 2^{-t} = \log_{10} 10^{-s} = -s$$

$$s = t \cdot \log_{10} 2$$
$$= t \cdot 0.30103$$

BASIC SINGLE 32 Bit $t=24$

$$s = 24 \cdot 0.30103 \cong 7.24 \cong 7/8$$

$\underbrace{7/8}_{7 \text{ MA } 8} \rightarrow$ Cifre di Precisione

BASIC DOUBLE 64 Bit $\rightarrow t=53$

1
RADDOPPIANO

$$s = 53 \cdot 0.30103 \dots \cong 15.95 \cong \frac{15}{16}$$

$\underbrace{15/16}_{15 \text{ MA } 16}$

DA BASIC
A DOUBLE

$$F(2, 24, -127, +128) \rightarrow u = \frac{1}{2} 2^{1-24} = 2^{-24} \cong 5.96 \cdot 10^{-8}$$

$$F(2, 53, -1023, +1024) \rightarrow u = \frac{1}{2} 2^{1-53} = 2^{-53} \cong 1.126 \cdot 10^{-16}$$

ORA SO QUANTE CIFRE GUARDARE.

* PRECISIONE DI
RAPPRESENTAZIONE

Es. PER CASA: (SIMILE A QUELLO)

RAPPRESENTARE $(+13.9)_{10}$ IN $F(2, 4, -7, 8)$ IN 8 BIT PER
 ARROTONDA MENO E CALCOLARE GLI ERRORI ASSOLUTO E RELATIVO

1 BIT SEGNO	4 BIT ESPOONENTE	3 CIFRE DI MANTISSA
----------------	---------------------	------------------------

* MANTISSA PIU' PICCOLA \rightarrow PIU' GRANDE E' L'ERRORE.

* VICEVERSA

ARITMETICA FLOATING POINT:

$F(t, l, w)$ ADDIZIONE SE $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta} \in F$ $\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} \in F$

DEF. \Rightarrow OPERATORI IN ARITMETICA FINITA:

$$\tilde{op} = \{ \tilde{+}, \tilde{-}, \tilde{*}, \tilde{/}, \tilde{\wedge} \}$$

OP. $\{ +, -, *, /, \wedge \}$

$$(\tilde{\alpha} \tilde{op} \tilde{\beta}) \stackrel{def}{=} f_{\epsilon}(\tilde{\alpha} op \tilde{\beta})$$

$$\tilde{\alpha}, \tilde{\beta} \in F \subset \mathbb{R}$$

REGISTRI NEI PROCESSORI COME / COSA SONO? HANNO PIU' BIT

DEI BIT DI MEMORIA

PRECISIONE DI CALCOLO?

$\tilde{\alpha} \tilde{op} \tilde{\beta} - (\tilde{\alpha} op \tilde{\beta})$ $\delta \in \mathbb{R}$ (n° REALE) * $\tilde{\delta}$ n° REALE APPROSSIMATO

$\frac{(\tilde{\alpha} \tilde{op} \tilde{\beta}) - (\tilde{\alpha} op \tilde{\beta})}{|\tilde{\alpha} op \tilde{\beta}|}$ $\tilde{\delta} = \delta$

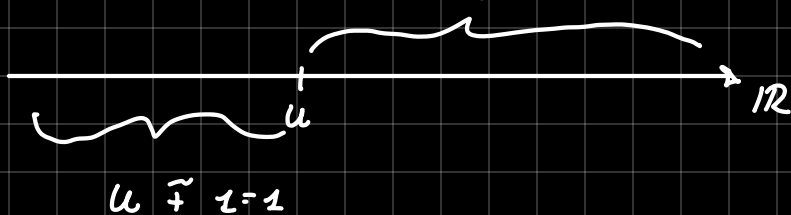
\mathcal{U} \rightarrow IMPORTANZA RAPPRESENTAZ.
 \rightarrow IMPORTANZA CALCOLO

COSA IN PIU' PER L'ESERCITAZIONE

$$u = \frac{1}{2} \beta^{1-t} \rightarrow \text{VUOLIAMO LA RAPPRESENTAZIONE DI } u$$

"u e' IL PIU' PICCOLO NUM. FINITO POSITIVO T.C. $u \tilde{+} 1 > 1$ "

ARITH. FLOATING POINT $u \tilde{+} 1 > 1$?



Caso DI ARROTONDAMENTO :

$$u \tilde{+} 1 = \text{fc}(u+1) = \text{fc}\left(\frac{1}{2} \beta^{1-t} + 1\right)$$

ALGORITMO

t ITERAZIONI

$$u = 2^0 = 1$$

WHILE ($u+1 > 1$)

$$u = \frac{u}{2}$$



CICLO FINO A t

(t volte)



FA ARROTOND. AI PARI

$$\begin{array}{r} 0.0 \dots 0 \frac{\beta}{2} + \\ 1.0 \dots 0 \frac{\beta}{2} \\ \hline 1.0 \dots 0 \frac{\beta}{2} + \\ \frac{\beta}{2} \\ \hline 1.0 \dots 0 1 0 > 1 \end{array}$$

t
ESIMA
CIFRA

$$\text{fc}_{AP}(x) \begin{cases} x & \text{SE } x < \frac{x+y}{2} \\ \text{PARI } (x,y) & x = \frac{x+y}{2} \\ y & \text{SE } x > \frac{x+y}{2} \end{cases}$$

AI PARI

* Quale n° di n° FINITI STA CAMBIANDO IL NOSTRO CALCOL. ?

Lo so? NO!

GUARDA COME SI FA