

RISOLUZIONE ES X CASA:

$$2^0 + 2^1 + 2^2 = 7$$

2 L 4

255

1	3	4	
---	---	---	--

$f(2, 5, -3, +4)$ → primo numero dispari
secondo numero pari

Salvo ISS

ARROTONDAMENTO: $f_{e_a}(\)$

↳ MEMORIZZARE PER TRONCAMENTO

CONVERGENZA:

Algor. DIV. SUCCESSIVE

$$(13)_{10} = (1101)_2$$



$$\begin{array}{r} 13 \mid 2 \\ 1 \mid 6 \\ 0 \mid 3 \mid 2 \\ 1 \mid 1 \mid 2 \\ 1 \mid 0 \end{array}$$

Algor. MOLT. SUCC.

$$(0.9)_{10} = (0.111001100)_2$$

$$\begin{aligned} 0.9 \cdot 2 &= 1.8 \\ 0.8 \cdot 2 &= 1.6 \\ 0.6 \cdot 2 &= 1.2 \\ 0.2 \cdot 2 &= 0.4 \\ \vdots \end{aligned}$$

$$\text{Quindi } (-13.9)_{10} = (1101.1110011\dots)_2$$

↳ 6° POSIZ. MANTISSA

$$-(1.101110011) \cdot 2^3$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + \\ \hline 1.1100010011 \end{array} \cdot 2^3$$

ARROT.

$$e = p - l = 3 - (-3) = 6$$

$$e = (6)_{10} = (110)_2$$

ESponente
VA DA PP. IN
BINARIO



FACENDO ORA IL CONTRARIO
(DA BASE 2 A BASE 10) →

SI NOTA LA DIFFERENZA
TRA IL NUMERO INIZIALE
E QUESTO.

Errore Assoluto : $\alpha \in \mathbb{R} \quad \alpha \rightarrow f_e(\alpha) \in \mathbb{F}$

$$E_{\text{Ass}} = |\alpha - f_e(\alpha)|$$

$$\alpha = -(13.9)_{10} \quad f_e(\alpha) = -(14)_{10}$$

$$E_{\text{Ass}} = |-13.9 + 14| = 0.1$$

D_{EF} : Errore Relativo

$\alpha \in \mathbb{R} \quad \alpha \rightarrow f_e(\alpha) \in \mathbb{F}$

$$E_{\text{REL}} = \frac{|\alpha - f_e(\alpha)|}{|\alpha|} \quad \text{con } \alpha \neq 0$$

$$E_{\text{REL}} = \frac{|-13.9 + 14|}{|-13.9|} = 0.0072$$

DEF. UNITA' DI ARROTONDAMENTO

Sono $F(\beta, t, \lambda, u)$ si dice U. D. ARR. E LA INDICAZIONE CON U UNA QUANTITA'.

$$U = \begin{cases} \beta^{z-t} & \text{PER MARCH.} \\ \frac{1}{2} \beta^{z-t} & \text{PER ARR.} \end{cases}$$

Th.

$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$ si ha:

$$\frac{|\alpha - \delta_e(\alpha)|}{|\alpha|} < U$$

$\underbrace{}_{E_{\text{REC}}}$

PRECISIONE
DI RAPPRESENT.

NEL nostro es U sarà:

$$F(2, 5, -3, u) \rightarrow U = \frac{1}{2} 2^{z-5} = 2^{-5} = \underbrace{0.0312}_{< U} \quad [0.0072]$$

Corollario associato al T_α :

$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$ vale $\delta_e(\alpha) = \alpha(1+\varepsilon)$ con $|\varepsilon| < U$

Verifica:

$$\varepsilon = \frac{\delta_e(\alpha) - \alpha}{\alpha} \quad |\varepsilon| < U$$



$$\delta_e(\alpha) = \alpha(1+\varepsilon)$$

PRECISIONE DI SIGNIFICATI

↳ sia $F(2, t, \tau, w)$; t CIFRE DI MANTISSA IN BASE A
QUANTI CIFRE CORRISPONDONO IN BASE 10?

RELATIONS:

$$\boxed{2^{-t} = 10^{-s}} \quad ? \quad \rightarrow \quad \log_{10} 2^{-t} = \log_{10} 10^{-s} = -s$$

$$-t \log_{10} 2 = \log_{10} 2^{-t} = \log_{10} 10^{-s} = -s$$

$$\begin{aligned} s &= t \cdot \log_{10} 2 \\ &= t \cdot 0.30103 \end{aligned}$$

BASIC SINGLE 32 Bit $t = 24$

$$s = 24 \cdot 0.30103 \approx 7.24 \approx \frac{7}{8}$$

≈ 0.8 → CIFRE DI PRECISIONE

BASIC DOUBLE 64 Bit $\rightarrow t = 53$

$$s = 53 \cdot 0.30103 \dots \approx 15.95 \approx \frac{15}{16}$$

RADICALE

A 16

$$F(2, 2^4, -127, +128) \rightarrow u = \frac{1}{2} 2^{t-24} = 2^{-24} \approx 5.96 \cdot 10^{-8}$$

$$F(2, 53, -1023, +1024) \rightarrow u = \frac{1}{2} 2^{t-53} = 2^{-53} \approx 1.126 \cdot 10^{-16}$$

Ora so QUANTE CIFRE Sono.

* PRECISIONE DI
RAPPRESENTAZIONE

E.s. PER CASA : (SIMILE A QUELLO

RAPPRESENTARE (+ 13.9) IN $F(2, 4, -7, 8)$ IN 8 BIT per
ARROTONDAMENTO E CALCOLARE GLI ERRORI ASSOLUTO E RELATIVO

1BIT SEGNO	4 BIT ESPOLENTO	3 CIFRE DI MANTISSA
---------------	--------------------	------------------------

* MANTISSA PIU' PICCOLA \rightarrow PIU'
MANE E' L'ERRORE.

* VICE VERSA

Arithmetica Floating point :

$$F(x_0, t, \lambda, \omega) \text{ ADDIZIONE} \quad \text{SE } \tilde{x}, \tilde{\beta} \in F \quad \tilde{x} + \tilde{\beta} \in F$$

Def. di OPERAZIONI IN ARITMETICA FINITA :

$$\tilde{o}_p = \{\tilde{+}, \tilde{-}, \tilde{*}, \tilde{/}, \tilde{\wedge}\}$$

$$OP. \{+, -, *, /, ^\}$$

$$(\tilde{x} \tilde{o}_p \tilde{\beta}) \stackrel{def}{=} f_p(\tilde{x} op \tilde{\beta})$$

$$\tilde{x}, \tilde{\beta} \in F \subset \mathbb{R}$$

REGISTRI NEI PROCESSORI COME SONO? HANNO PIU' BIT

DEI BIT DI MEMORIA

Precisazione DI CALCOLO?

$$\frac{(\tilde{x} \tilde{o}_p \tilde{\beta}) - (\tilde{x} op \tilde{\beta})}{|\tilde{x} op \tilde{\beta}|} = \delta$$

* $\tilde{\delta}$ n° REALE APPROSSIMATO

IMPORTANZA
CALCOLO

IMPORTANZA RAPPRESENTAZ.

COSA IN PIÙ PER L'ESERCIZIO

$$u = \frac{1}{2} \beta^{1-t} \xrightarrow{\text{VOCIAMO}} \text{ARROTONDAMENTO}$$

Quale n° di n°
finiti sta usando
il nostro calc.?

Lo so? No!

GUARDA
COME SI
FA

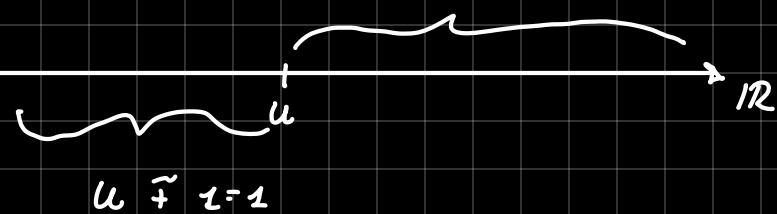
" u e' il più piccolo num. finito positivo"

T.C. $u \tilde{+} 1 > 1$ "

↓
ALG. FLOATING POINT

?

$$u \tilde{+} 1 > 1$$



$$u \tilde{+} 1 = 1$$

Caso di ARROTONDAMENTO:

$$u \tilde{+} 1 = f_e(u+1) = f_e\left(\frac{1}{2} \beta^{1-t} + 1\right)$$

Algoritmo

t Iterazioni

$$u = 1^0 = 1$$

WHILE ($u + 1 > 1$)

$$u = u_{\frac{1}{2}}$$



CICLO FINO A t

(t volte)



FA ARROTOND. AI PARI

$$\begin{aligned} & 0.0 \dots 0 \frac{\beta}{2} + \\ & \underline{1.0 \dots 0} \\ & 1.0 \dots 0 \frac{\beta}{2} + \\ & \frac{\beta}{2} = \\ & \underline{1.0 \dots 0 1 0} > 1 \end{aligned}$$

t ESIMA
CIFRA

$$f_e_{AP}(x) \begin{cases} x & \text{SE } d < \frac{x+y}{2} \\ \text{PARI } (x,y) & x = \frac{x+y}{2} \\ y & \text{SE } d > \frac{x+y}{2} \end{cases}$$

AI
PARI