

数据结构与算法笔记

X

2017 年 10 月 10 日

本文是作者关于数据结构与算法的读书笔记，侧重于记录和总结算法相关的数学方法，主要参考了Mark Allen Weiss的数据结构与算法分析(*C语言描述*)。本文的章节顺序，数学符号等都尽量与该书保持一致，同时也参考了网络资源或者其他书籍，均在对应章节或者习题序号下列出。由于水平所限，文中谬误在所难免，欢迎指正。

目录	3
----	---

目录

前言	2
1 初等数论基础	4
1.1 基本概念	4
1.1.1 整除性	4

1 初等数论基础

[夜深人静写算法：初等数论，<http://www.cppblog.com/menjitianya/archive/2015/12/02/212395.html>]

1.1 基本概念

1.1.1 整除性

若 a, b 为整数， a 整除 b 是指 b 是 a 的倍数， a 是 b 的约数，记做 $a|b$ 。关于整除的性质有

1. 任意性：若 $a|b$ ，则对于任意非零整数 m ，都有 $am|bm$ 。
2. 传递性：若 $a|b$ ， $b|c$ ，则 $a|c$ 。
3. 可消性：若 $a|bc$ 且 a, c 互素，则 $a|b$ 。
4. 组合性：若 $c|a$ 且 $c|b$ ，则对于任意整数 m, n ，都有 $c|ma + nb$ 。

Exercise 1.1. 假设 x, y, z 均为整数，若 $11|(7x + 2y - 5z)$ ，求证 $11|(3x - 7y + 12z)$ 。

Solution 1.1.

Proof. 令 $3x - 7y + 12z = m(7x + 2y - 5z) + 11(ax + by + cz)$ ，其中 m, a, b, c 均为整数。

如果等式要成立，则两边 x, y, z 的系数均要相等，得到

$$\begin{cases} 7m + 11a = 3 \\ 2m + 11b = -7 \\ -5m + 11c = 12 \end{cases} \quad (1)$$

可知其中的一个解为 $m = 2, a = -1, b = -1, c = 2$ 。

故可以得到 $3x - 7y + 12z = 2(7x + 2y - 5z) + 11(-1x - 1y + 2z)$ 。即 $(3x - 7y + 12z)$ 可以分解为 11 与 $(7x + 2y - 5z)$ 的加权之和。

又因为 $11|(7x + 2y - 5z)$ ，以及 $11|11$ ，故根据整除性的组合性质， $11|(3x - 7y + 12z)$ 。

□