

# ND1

Matas Amšiejus

2/16/2021

## 1.

Apskaičiuokite pasiskirstymo funkcijos reikšmę  $F(x)$ , tankio funkcijos reikšmę  $f(x)$ ,  $x=0.6$ , kai skirstinys

- a) standartinis normalusis
- b) normalusis su vidurkiu 3 ir dispersija 4.

### a)

```
pnorm(0.6) # randa standartinio normaliojo skirstinio pasiskirstymo f-jos reikšmę
```

```
## [1] 0.7257469
```

```
dnorm(0.6) # randa standartinio normaliojo skirstinio tankio f-jos reikšmę
```

```
## [1] 0.3332246
```

### b)

```
pnorm(0.6, 3, 2) # normaliojo skirstinio su vid = 3 ir disp = 4 pasiskirstymo f-jos reikšmę
```

```
## [1] 0.1150697
```

```
dnorm(0.6, 3, 2) # normaliojo skirstinio su vid = 3 ir disp = 4 tankio f-jos reikšmę
```

```
## [1] 0.09709303
```

## 2.

Apskaičiuokite p-ąjį kvantilį ( $p=0.95$ ), kai skirstinys

- a) standartinis normalusis;
- b) Stjudento;
- c) Fišerio;
- d) chi kvadrato.

### a)

```
qnorm(0.95) # standartinio normaliojo skirstinio 0.95 kvantilis
```

```
## [1] 1.644854
```

### b)

```
qt(0.95, 5) # Stjudento skirstinio 0.95 kvantilis su laisvės laipsniu 5
```

```
## [1] 2.015048
```

### c)

```
qf(0.95, 10, 3) # Fišerio skirstinio 0.95 kvantilis su laisvės laipsniais 10 ir 3
```

```
## [1] 8.785525
```

d)

```
qchisq(0.95, 5) # Chi kvadrato skirstinio 0.95 kvantilis su laisvės laipsniu 5
```

```
## [1] 11.0705
```

### 3.

Apskaičiuokite p-ąją kritinę reikšmę ( $p=0.1$ ), kai skirstinys:

- a) standartinis normalusis;
- b) Stjudento;
- c) Fišerio skirstinys;
- d) chi kvadrato skirstinys.

a)

```
qnorm(0.9) # tiesiog ieškome 1-p - tojo kvantilio (galioja visiems)
```

```
## [1] 1.281552
```

b)

```
qt(0.9, 5)
```

```
## [1] 1.475884
```

c)

```
qf(0.9, 10, 3)
```

```
## [1] 5.230411
```

d)

```
qchisq(0.9, 5)
```

```
## [1] 9.236357
```

### 4.

Apskaičiuokite medianą, kvartilius, 70-ąjį ir 80-ąjį procentilį, kai skirstinys

- a) normalusis;
- b) binominis.

a)

Imkime normalųjį skirstinį su parametrais  $\mu = 1$  ir  $\sigma^2 = 4$ :  $X \sim N(1, 4)$ . Tai mediana = moda = vidurkis = 1.

```
qnorm(0.25, 1, 2) # Q1 (arba 25 procentilis)
```

```
## [1] -0.3489795
```

```
qnorm(0.75, 1, 2) # Q3 (arba 75 procentilis)
```

```
## [1] 2.34898
```

```
qnorm(0.70, 1, 2)# 70 procentilis
```

```
## [1] 2.048801
```

```
qnorm(0.80, 1, 2)# 80 procentilis
```

```
## [1] 2.683242
```

b)

Imkime binominį skirstinį su parametrais  $n = 100$  ir  $p = 0.6$ :  $X \sim \text{Bin}(100, 0.6)$ . Tai, jei  $n \cdot p > 5$  ir  $n \cdot q > 5$  galima tarti  $X \approx N(np, npq)$ . Tai mediana = vidurkis =  $n \cdot p = 100 \cdot 0.6 = 60$ .

```
vid<-100*0.6
```

```
stNuok<-sqrt(100*0.6*0.4)
```

```
qnorm(0.25, vid, stNuok)# Q1
```

```
## [1] 56.69569
```

```
qnorm(0.75, vid, stNuok)# Q2
```

```
## [1] 63.30431
```

```
qnorm(0.70, vid, stNuok)# 70 procentilis (kvantilis)
```

```
## [1] 62.56903
```

```
qnorm(0.80, vid, stNuok)# 80 procentilis (kvantilis)
```

```
## [1] 64.12309
```

## 5.

Tarkime, kad atsitiktinis dydis  $X$  turi normalųjį skirstinį su vidurkiu 1 ir dispersija 2,25.

a) Apskaičiuokite tikimybę  $P(|X| \leq 1,5)$ .

b) Raskite tokį  $t$ , kad  $P(X > t) = 0,05$ .

$X \sim N(1, 2.25)$

a)

$$P(|X| \leq 1.5) = P(-1.5 \leq X \leq 1.5) = P(X \leq 1.5) - \Phi(-1.5 \leq X) = \Phi\left(\frac{1.5-1}{\sqrt{2.25}}\right) - \Phi\left(\frac{-1.5-1}{\sqrt{2.25}}\right) = \Phi(1/3) - \Phi(-5/3) = \Phi(1/3) - 1 + \Phi(5/3) \approx 0.63 - 1 + 0.95 = 0.58$$

```
pnorm(1.5, 1, sqrt(2.25))-pnorm(-1.5, 1, sqrt(2.25))
```

```
## [1] 0.5827683
```

b)

$$P(X > t) = 1 - P(X \leq t) = 1 - \Phi\left(\frac{t-1}{\sqrt{2.25}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{t-1}{1.5}\right) = 0.05; \Phi\left(\frac{t-1}{1.5}\right) = 0.95; \frac{t-1}{1.5} \approx 1.64; t-1 = 2.46; t = 3.46$$

```
qnorm(0.95)*1.5+1
```

```
## [1] 3.46728
```

## 13.

Tarkime, kad atsitiktinis dydis  $X$  turi normalųjį skirstinį su vidurkiu 2,1 ir dispersija 3,1.

Apskaičiuokite tikimybę  $P(|X - 2,7| > 3,8)$ .

$X \sim N(2.1, 3.1)$

$$P(|X - 2.7| > 3.8) = 1 - P(|X - 2.7| \leq 3.8) = 1 - P(-3.8 \leq X - 2.7 \leq 3.8) = 1 - P(-1.1 \leq X \leq 6.5) = 1 - P(X \leq 6.5) + P(-1.1 \leq X) = 1 - \Phi\left(\frac{6.5-2.1}{\sqrt{3.1}}\right) + \Phi\left(\frac{-1.1-2.1}{\sqrt{3.1}}\right) \approx 1 - \Phi(2.5) + \Phi(-1.82) = 1 - \Phi(2.5) + 1 - \Phi(1.82) \approx 2 - 0.994 - 0.966 = 0.04$$

```
1-pnorm(6.5, 2.1, sqrt(3.1))+pnorm(-1.1,2.1,sqrt(3.1))
```

```
## [1] 0.04079864
```

#### 14.

Tarkime, kad atsitiktinis dydis  $X$  turi normalųjį skirstinį su vidurkiu 3,4 ir dispersija 2,8.

Raskite tokį  $t$ , kad  $P(X + 2, 2 \leq t) = 0,651$ .

$X \sim N(3.4, 2.8)$

$P(X + 2.2 \leq t) = P(X \leq t - 2.2) = \Phi\left(\frac{t-2.2-3.4}{\sqrt{2.8}}\right) \approx \Phi\left(\frac{t-5.6}{1.67}\right) = 0.651$ ;  $\frac{t-5.6}{1.67} = 0.39$ ;  $t - 5.6 = 0.65$ ;  $t = 6.25$

```
qnorm(0.651)*1.67+5.6
```

```
## [1] 6.247996
```