

Algoritmo de exploración para múltiples agentes

Universidad de Guanajuato



Luis Bravo

XX XXXXXXXX 2017

Chapter 1

Introducción

[aquí irá la introducción de la tesis]

Chapter 2

Trabajo Previo

2.1 Problemas de punto más cercano

2.1.1 Introducción

Una selección de problemas que parecen no relacionados que involucran un conjunto de n puntos en el plano son estudiados. Para ellos las cotas conocidas eran $O(N^2)$ o peor.

El propósito es introducir una única estructura geométrica llamada Diagrama de Voronoi, la cual puede ser construida rápidamente y que contiene información relevante de proximidad en espacio lineal. Los diagramas de Voronoi es usado para obtener algoritmos de complejidad $O(N \log N)$ para todos los problemas.

2.1.2 Problema de vecino más cercano

Dado un conjunto de N puntos en el plano euclideo, encontrar el punto más cercano a cada punto.

Un algoritmo de fuerza bruta nos da una cota de complejidad de $O(N^2)$ chequeando a pares.

Teorema 2.1.1. *$O(N \log N)$ es la cota inferior en tiempo requerido para determinar el punto más cercano de los N puntos.*

2.1.3 Árbol de expansión mínima en el plano

Dados N puntos en el plano, encontrar el árbol de conexiones de distancia mínima entre los puntos cuyos vértices son líneas que unen los puntos.

Teorema 2.1.2. $O(N \log N)$ en la cota inferior de tiempo requerido para determinar el árbol de expansión mínima.

2.1.4 Triangulación

Dados N puntos en el plano, unirlos a todos por segmentos de línea que no se intersectan de tal manera que toda región dentro de la envolvente convexa es un triángulo. En particular, encontrar la triangulación con la suma de aristas es mínima.

Teorema 2.1.3. $O(N \log N)$ es la cota inferior de tiempo requerido para calcular la triangulación de N puntos.

2.1.5 Envolvente convexa

Dado un conjunto de N puntos en el plano, encontrar su envolvente convexa.

Teorema 2.1.4. $O(N \log N)$ es la cota inferior en tiempo requerido para encontrar la envolvente convexa de un conjunto de puntos en el plano.

2.1.6 Círculo vacío más grande

Dado un conjunto de N puntos en el plano, encontrar el círculo más grande que no contiene puntos del conjunto y cuyo centro está en el interior de la envolvente convexa.

2.1.7 K puntos más cercanos

Dado un conjunto de N puntos en el plano, con preprocesamiento permitido, encontrar los k puntos más cercanos a un nuevo punto x .

2.1.8 Círculo más pequeño que encierra a todos los puntos

Dado un conjunto de N puntos en el plano, encontrar el círculo más pequeño que cubre a todos los puntos del conjunto.

2.1.9 Resumen de los problemas

Los problemas propuestos arriba, están relacionados en el sentido de que tratan con distancias entre puntos de un conjunto finito. Sin embargo, los algoritmos propuestos para resolverlos no están ni siquiera relacionados.

Se dará introducción a una estructura geometrica que puede ser creada en tiempo $O(N \log N)$ y permite algoritmos óptimos para solucionar los problemas de punto más cercano.

Diagrama de Voronoi Dados N puntos en el plano, $p_i \in \mathbb{R}$ para $i = 1, 2, \dots, N$, para cada p_i existe un polígono convexo V_i llamado polígono de Voronoi asociado a p_i que tiene la propiedad de que p_i es el punto más cercano $\forall x \in V_i$.

Si $h(i, j)$ denota el semiplano que contiene a p_i definido por el bisector perpendicular entre p_i y p_j , entonces $V_i = \cap h(i, j)$, lo cual demuestra que V_i es un polígono convexo teniendo a lo más $N-1$ lados.

Los polígonos de Voronoi particionan el plano, y forman una red a la cual nos referiremos como diagrama de Voronoi.

Teorema 2.1.5. *El diagrama de Voronoi de N puntos en el plano euclideo puede construirse en tiempo $O(N \log N)$.*

Demostración. Supóngase que el conjunto de S de N puntos es dividido en dos conjuntos, L y R , cada uno conteniendo $N/2$ puntos, tal que cada punto de L está a la izquierda de los puntos de R . Asumiendo que tenemos el diagrama de Voronoi de R y L . Entonces podemos unir ambos diagramas para formar uno solo que representa en diagrama de Voronoi de S . Dicha unión toma tiempo $O(N)$. ya que podemos formar una línea P tal que cualquier punto a la izquierda de él es más cercano al conjunto L . Nótese que P es monótona respecto al eje y , pues cada línea horizontal toca a P exactamente una vez. Usando el hecho de que P es monótona respecto al eje y , podemos deducir que intersecta a dos regiones V_i y V_j con $i \in L$ y $j \in R$. Dado este hecho, se puede seguir la construcción de los demás segmentos que forman P , pues serán vecinos de i y de j . Ya que este proceso toma tiempo lineal en el peor de los casos, es claro que el algoritmo para construir el diagrama de Voronoi toma complejidad $O(N \log N)$ \square

Nótese. *mire uste*

2.1.10 Aplicaciones de la estructura de Voronoi: Puntos más cercanos

Contents

1	Introducción	1
2	Trabajo Previo	2
2.1	Problemas de punto más cercano	2
2.1.1	Introducción	2
2.1.2	Problema de vecino más cercano	2
2.1.3	Árbol de expansión mínima en el plano	2
2.1.4	Triangulación	3
2.1.5	Envolverte convexa	3
2.1.6	Círculo vacío más grande	3
2.1.7	K puntos más cercanos	3
2.1.8	Círculo más pequeño que encierra a todos los puntos .	3
2.1.9	Resumen de los problemas	3