



ارزیابی کارایی سیستم‌های کامپیوتری

تمرین نظری

موعد تحویل: ۲۶ دی ۱۴۰۱

- پرسش اول

چهار تجربه مستقل برای تعیین متوسط زمان پاسخ یک سیستم کامپیوتری انجام شده است. در هر تجربه، هزار نمونه برداشت شده است و متوسط این نمونه‌ها به شرح زیر است

9.95ms, 9.8ms, 9.95ms, 9.9ms

○ بر مبنای داده‌های فوق آیا می‌توان گفت که متوسط زمان پاسخ با سطح اطمینان ۹۹٪ از ده میلی‌ثانیه کمتر است؟ چرا؟

○ اگر سطح اطمینان را به ۹۰٪ کاهش دهیم، در جواب مساله چه تغییری حاصل خواهد شد؟ چرا؟

(یادآوری: $\frac{(\bar{X}-s)\sqrt{n}}{\delta_x}$ دارای توزیع t با درجه آزادی $n-1$ است. مقادیر مورد نیاز این توزیع برای حل مساله، در کتاب مرجع درس موجود است.)

- پرسش دوم

یک دستگاه خودپرداز (ATM) که با اسکناس‌های ده‌هزار تومانی پر شده است، مبالغ درخواست‌شده توسط مشتریان را در قالب دسته‌های ده‌هزار تومانی به مشتری تحویل می‌دهد. مبالغ مجاز این دستگاه خودپرداز عبارتند از: «ده‌هزار تومان، بیست‌هزار تومان، سی‌هزار تومان، پنجاه‌هزار تومان، صد‌هزار تومان و دویست‌هزار تومان».

تعداد درخواست‌هایی که در طول یک بازه‌ی یک‌ساعته (به ازای هر کدام از مبالغ مجاز) به دستگاه ارسال می‌شوند را اندازه‌گیری کرده و در جدول زیر ذخیره کرده‌ایم. برای شبیه‌سازی تعداد درخواست‌ها به دستگاه خودپرداز، با استفاده از اعداد تصادفی با توزیع یک‌نواخت $U(0,1)$ ، پنج عدد تصادفی با مقادیر زیر تولید کرده‌ایم:

$$R_1 = 0.72, R_2 = 0.28, R_3 = 0.45, R_4 = 0.06, R_5 = 0.17$$

با توجه به پنج عدد تولیدی و نمونه‌های اندازه‌گیری شده در جدول، پنج مقدار برای تعداد اسکناس‌های ارسالی به دستگاه محاسبه کنید.

| تعداد درخواست | مبلغ درخواست |
|---------------|----------------|
| ۱۵ | ۱۰ هزار تومان |
| ۱۰ | ۲۰ هزار تومان |
| ۵ | ۳۰ هزار تومان |
| ۲۵ | ۵۰ هزار تومان |
| ۳۰ | ۱۰۰ هزار تومان |
| ۱۵ | ۲۰۰ هزار تومان |

- پرسش سوم

یک سامانه‌ی صف از سه سرور مشابه که به صورت موازی خدمت‌رسانی می‌کنند تشکیل شده است. در حالت پایداری، تعداد مشتریان درون سیستم از صفر تا پنج نفر تغییر می‌کند. احتمال حضور n مشتری در سیستم به صورت زیر است:

$$P_0 = \frac{1}{20}, P_1 = \frac{4}{20}, P_2 = \frac{5}{20}, P_3 = \frac{6}{20}, P_4 = \frac{3}{20}, P_5 = \frac{1}{20}$$

- الف) امید ریاضی تعداد مشتریان درون سامانه را مشخص کنید.
- ب) امید ریاضی تعداد مشتریان درون صف را محاسبه کنید. (منظور از «مشتریان درون صف»، پ) افرادیست که خدمت نمی‌گیرند)
- ت) میانگین تعداد افرادی که در حال خدمت‌گرفتن هستند را به‌دست آورید.
- ث) با فرض این‌که نرخ ورود مشتری ۳ نفر در ساعت باشد، میانگین زمان انتظار در سامانه و میانگین زمان انتظار در صف را محاسبه کنید.
- ج) با فرض این‌که هر سه سرور دارای میانگین زمان سرویس مشابهی هستند، با استفاده از نتایج بخش قبل زمان سرویس را محاسبه کنید.

- پرسش چهارم

مشتری‌های یک سیستم، طبق یک فرآیند پواسون وارد می‌شوند. میانگین نرخ ورود، سه مشتری بر ساعت است. فرض کنید که سیستم برای یک بازه‌ی یک ساعته دچار مشکل می‌شود. احتمال این‌که در این بازه، تعداد مشتریان جدیدی که مراجعه می‌کنند برابر با هر یک از حالات زیر باشد را محاسبه کنید.

- الف) دقیقاً سه مشتری
- ب) چهار یا پنج مشتری
- پ) بیش از شش مشتری باشد

- پرسش پنجم

یک کامپیوتر از یک پردازنده‌ی دو هسته‌ای استفاده می‌کند. پردازنده‌های این کامپیوتر، طبق یک فرآیند پواسون و با نرخ ده پردازده بر دقیقه وارد سامانه می‌شوند. وقتی فقط یک پردازده در سامانه است، تنها یکی از هسته‌ها به کار گرفته می‌شود. در این حالت، میانگین زمان خدمت‌رسانی به یک پردازده برابر چهار دقیقه است. هنگامی که تعداد پردازنده‌های در حال اجرا بیش از یک پردازده می‌شود، هر دو هسته‌ی پردازنده به کار گرفته می‌شود. در این حالت، میانگین زمان خدمت‌رسانی به سه دقیقه کاهش می‌یابد. در هر دو حالت، زمان خدمت‌گرفتن از توزیع نمایی پیروی می‌کند.

- الف) گراف مرتبط با زنجیره‌ی مارکوف این فرآیند را رسم کنید.
- ب) میانگین پردازنده‌های حاضر در کامپیوتر را محاسبه کنید.
- پ) میانگین زمان سرویس‌گرفتن را در این سیستم مشخص کنید.

- پرسش ششم

فرض کنید که وضعیت بازار بورس کشور در هر روز می‌تواند در یکی از حالات: «صعودی، ثابت یا نزولی» باشد. پس از هر روز نزولی: «با احتمال ۰.۳ روز بعدی نزولی خواهد ماند، با احتمال ۰.۵ روز بعدی ثابت و با احتمال ۰.۲ روز بعدی صعودی خواهد شد». پس از هر روز ثابت: «با احتمال ۰.۳ روز بعدی ثابت خواهد ماند، با احتمال ۰.۱ روز بعدی نزولی و با احتمال ۰.۶ روز بعدی صعودی خواهد شد». پس از هر روز صعودی نیز: «با احتمال ۰.۶ روز بعدی صعودی خواهد ماند، با احتمال ۰.۳ روز بعدی ثابت و با احتمال ۰.۱ روز بعدی نزولی خواهد شد».

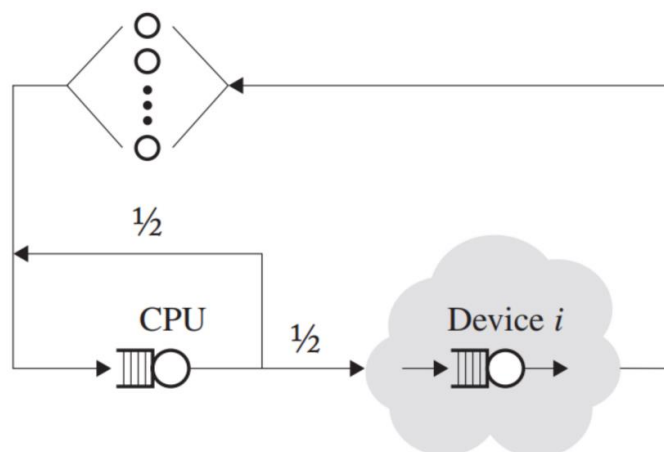
- الف) وضعیت بازار بورس را با یک زنجیره مارکوف توصیف کنید.
- ب) زنجیره‌ی مذکور را از نظر خواص: «کاهش‌پذیری، تجدیدپذیری و دوره‌ای بودن» بررسی کنید و بگویید که آیا رفتار آن در دراز مدت ارگودیک خواهد بود یا خیر.
- پ) مهران در روزهای نزولی بازار، معامله انجام می‌دهد. احتمال این‌که مهران معامله بکند را در دو حالت زیر محاسبه کنید:

- دیروز معامله کرده باشد
- در دو روز گذشته معامله کرده باشد

- پرسش هفتم

در سیستم تعاملی شکل زیر:

- متوسط زمان فکر کردن کاربر، پنج ثانیه است.
 - زمان سرویس مورد انتظار در دستگاه i برابر یک صدم ثانیه است.
 - بهره‌وری دستگاه i ، سدهم است.
 - بهره‌وری پردازنده، پنج‌دهم است.
 - تعداد مورد انتظار ملاقات با دستگاه i ، به ازای هر ملاقات با پردازنده برابر ده مورد است.
 - تعداد کارهای مورد انتظار در زیرسیستم مرکزی (که در شکل به صورت ابر نمایش داده شده)، برابر با بیست کار است.
 - زمان کلی‌ای که انتظار می‌رود هر کار در سیستم سپری کند (که شامل زمان فکر کردن کاربر هم می‌شود)، برابر با پنجاه ثانیه است.
- محاسبه کنید که به‌طور متوسط چند کاربر در صف پردازنده قرار دارد.



- پرسش هشتم

در یک سامانه‌ی صف، ورود مشتری‌ها مطابق با یک فرآیند پواسون و با نرخ سه مشتری در هر ثانیه صورت می‌پذیرد. زمان خدمت گرفتن مشتریان نیز از یک توزیع نمایی با مقدار متوسط دو ثانیه تبعیت می‌کند. هر مشتری در حین ورود، دارای یک موعد زمانی (ددلاین) مشخص است که مقدار آن نیز از یک توزیع نمایی با مقدار متوسط یک و نیم ثانیه تبعیت می‌کند. در صورت سرریز شدن موعد زمانی، مشتری باید فوراً سامانه را ترک کند. گنجایش سامانه را محدود و برابر چهار مشتری در نظر بگیرید. در صورتی که هنگام ورود یک مشتری، صف سامانه پر باشد، مشتری مجبور به ترک سامانه خواهد شد.

○ الف) نمودار نرخ حالت گذار (State-Transition Rate Diagram) این سامانه را ترسیم کنید و معادلات توازن سراسری آن را به دست آورید. با استفاده از معادلات مذکور، احتمالات حالت پایداری این سامانه را محاسبه کنید.

○ ب) متوسط تعداد مشتری‌های حاضر در سامانه چه قدر است؟

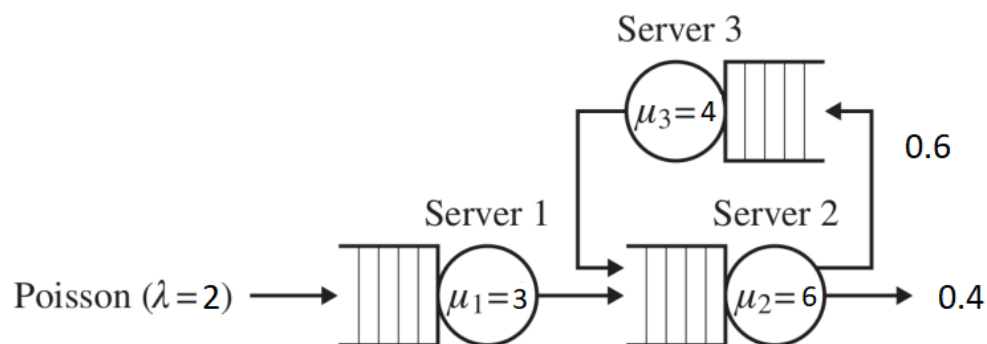
○ پ) احتمال این که یک مشتری به دلیل سرریز شدن موعد، سامانه را ترک کند (P_{Deadline}) چه قدر است؟

○ ت) احتمال این که یک مشتری به دلیل پر بودن صف، سامانه را ترک کند (P_{Block}) چه قدر است؟

○ ث) متوسط زمان انتظار یک مشتری در صف را محاسبه کنید.

- پرسش نهم

در سامانه‌ی صف زیر، فرض کنید نرخ ورود، زمان خدمت‌رسانی و نرخ خدمت‌رسانی همه از توزیع نمایی پیروی می‌کنند. میانگین زمان پاسخ ($E[T]$) برای این سامانه را محاسبه کنید.



پیروز باشید