

## شبکه‌ی پروانه‌ای - برش تعویض

- شبکه‌ی CCC
- شبکه‌ی پروانه‌ای (Butterfly)
- شبکه‌ی برش-تعویض (Shuffle-Exchange)

## تبدیل فوریه‌ی سریع بر روی شبکه‌ی پروانه‌ای

تبدیل فوریه از حوزه‌ی زمان به حوزه‌ی فرکانس (پیوسته)

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-iwt} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{iwt} dw$$

گسسته:  $a_0, a_1$  تا  $a_{n-1}$  نمونه‌های، پرIOD  $w$

$$b_j = \sum_{i=0}^{n-1} a_i w_m^{ij}$$

$w$  ریشه‌ی  $n$  ام ۱ است:  $w^n = 1$  و  $w^i \neq 1$  برای  $1 \leq i \leq n$

$a_i$  اعداد مختلط هستند و اغلب  $w$  به صورت عدد مختلط با مقدار مطلق ۱ و زاویه‌ی  $\frac{2\pi}{n}$  است یعنی

$$w_m = e^{-j\frac{2\pi}{n}}$$

اگر مستقیم عمل شود  $O(n^2)$

فرض:  $n = 2^k$

$$\begin{aligned} b_j &= \sum_{i=0}^{n-1} a_i w_n^{ij} \\ &= \sum_{\text{even } i} a_i w_n^{ij} + \sum_{\text{odd } i} a_i w_n^{ij} \\ &= \sum_{r=0}^{\frac{n}{2}-1} a_{2r} w_n^{2rj} + \sum_{r=0}^{\frac{n}{2}-1} a_{2r+1} w_n^{(2r+1)j} \end{aligned}$$

## پردازش موازی

$$= \sum_{r=0}^{\frac{n}{2}-1} a_{2r} w_{\frac{n}{2}}^{rj} + w_n^j \sum_{r=0}^{\frac{n}{2}-1} a_{2r+1} w_{\frac{n}{2}}^{rj}$$

$$\text{DFT } g_j \text{ بر روی نقاط زوج } n/2 = \sum_{r=0}^{\frac{n}{2}-1} a_{2r} w_{\frac{n}{2}}^{rj}$$

$$\text{DFT } h_j \text{ بر روی نقاط فرد } n/2 = \sum_{r=0}^{\frac{n}{2}-1} a_{2r+1} w_{\frac{n}{2}}^{rj}$$

$$b_j = g_j + w_n^j \times h_j$$

$$g_{\frac{n}{2}+j} = g_j \text{ و } h_{\frac{n}{2}+j} = h_j$$

به صورت سری:  $O(n \lg n)$  با شبکه‌ی پروانه‌ای در  $2 \lg n$  مرحله.