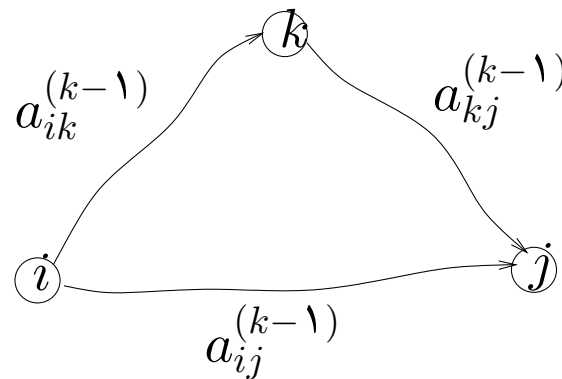


مسئله‌های گراف: بستار تعدی

تعریف: $a_{ij}^{(k)}$: آیا مسیری از i به j وجود دارد که در آن بزرگ‌ترین شماره‌ی رأس بر روی آن مسیر حداکثر k باشد.

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} \vee [a_{ik}^{(k-1)} \wedge a_{kj}^{(k-1)}]$$



توجه

$a_{ij}^{(\circ)}$ همان ماتریس اولیه

$a_{ij}^{(n)}$ ماتریس بستر تعدی

برای $k = \circ$ ، با عبور سطر i از سطر ۱ سطر $a_{ij}^{(1)}$ را تولید می کند.

مرحله‌ی اول ($k = 1$)

عبور سطر i از سطر ۱

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij}^{(\circ)} \vee [a_{i1}^{(\circ)} \wedge a_{1j}^{(\circ)}]$$

یعنی

- در ابتدا پردازنده‌ی j ام $a_{1j}^{(\circ)}$ را دارد و از بالا $a_{ij}^{(\circ)}$ را دریافت می‌کند.
- $a_{i1}^{(\circ)}$ به همه‌ی پردازنده‌ها منتشر می‌شود.
- عمل فوق در یک مرحله در هر پردازنده انجام می‌شود.

مرحله ی دوم ($k = 2$)

عبور سطر i از سطر ۲

$$a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} \vee [a_{i2}^{(1)} \wedge a_{2j}^{(1)}]$$

یعنی

- در ابتدا پردازنده ی j ام سطر ۲ یعنی $a_{2j}^{(1)}$ را دارد و از بالا $a_{ij}^{(1)}$ را دریافت می کند.
- $a_{i2}^{(1)}$ به همه ی پردازنده ها منتشر می شود.
- عمل فوق در یک مرحله در هر پردازنده انجام می شود.

مسئله‌های گراف: اجزای هم‌بند

کوتاه‌ترین مسیر در یک گراف وزن‌دار

$a_{ij}^{(k)}$: طول کوتاه‌ترین مسیر از i به j که در آن بزرگ‌ترین شماره‌ی رأس بر روی آن مسیر حداکثر k باشد.

$$a_{ij}^{(k)} = \min\{a_{ij}^{(k-1)}, (a_{ik}^{(k-1)} + a_{kj}^{(k-1)})\}$$

درخت فراگیر کمینه در یک گراف وزن دار

$w_{ij}^{(k)}$: کمینه‌ی سنگین‌ترین یال‌ها بین مسیرهای موجود از i به j که در آن بزرگ‌ترین شماره‌ی رأس بر روی آن مسیر حداکثر k باشد.

$$w_{ij}^{(k)} = \min\{w_{ij}^{(k-1)}, \max\{w_{ik}^{(k-1)}, w_{kj}^{(k-1)}\}\}$$

لم: یال (i, j) در یک MST است اگر و فقط اگر $w_{ij}^{(n)} = w(i, j)$.

پردازش موازی

