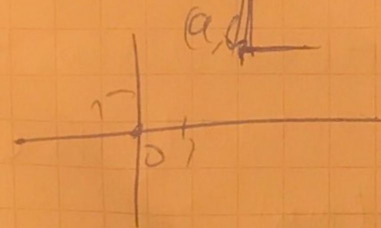


№1

В локальных координатах точки (a,b) преобразование имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица перехода из глоб координат в локальные:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & -b & 1 \end{pmatrix}$$

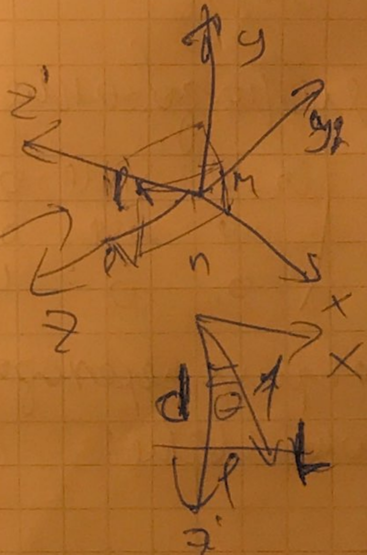
По теореме о подобных матрицах искомая матрица:

$$\underline{\hat{A} = SAS^{-1}}$$

Задача 2

Аналогично найдем матрицу перехода в локальную СК, причем совместим OZ с (l, m, n).

Для совмещения по теореме Эйлера нужно 2 поворота



$R = R_x(+\varphi)\, R_y(-\theta)$

$d = \sqrt{m^2+n^2}$

$\sin\varphi = m/d$

$\cos\varphi = n/d$

$\Rightarrow R_x(+\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & n/d & m/d & \\ & -m/d & n/d & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$

$R_y(-\theta) = \begin{pmatrix} d & 0 & +l & \\ 0 & 1 & 0 & \\ -l & 0 & d & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$ $\quad \sin\theta = l/1 = l$, $\cos\theta = d/1 = d$

Перенос:

$T = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ -a & -b & -c & 1 \end{pmatrix}$

Локальный поворот:

$R_z(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & +\sin\varphi & & \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$

$S = R_x(\varphi)\, R_y(-\theta)\, T$

Итог: $A = S\, R_z(\varphi)\, S^{-1}$

Задача 8

Воспользуемся формулой из теоремы

$$q_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + i_1 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$q_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + i_2 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$q_2 q_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} i_1 + \frac{1}{2} i_2 - \frac{1}{2} i_3$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\xi = \frac{\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, 1)$$

$$q_2 q_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, 1)\right) = \cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3} \cdot \xi$$

г) Результирующий поворот – это поворот на $\frac{2\pi}{3}$ вокруг оси $(1, -1, 1)$