

,

PROJE RAPORU

,

Proje Adı (Başlığı)

**TOPLAM SEMBOLLERİ KARATAŞ FORMÜLLERİYLE
TAMAMLANIYOR.**

İçindekiler

1. Giriş	3
2. Yöntem.....	3
3. Bulgular.....	4
3.1. 1. Dereceden Problemlerin Çözümü.....	4
3.2. 2. Dereceden Problemlerin Çözümü.....	9
3.3. 3. Dereceden Problemlerin Çözümü.....	14
3.4. 4. Dereceden Problemlerin Çözümü.....	17
3.5. 5. Dereceden Problemlerin Çözümü.....	20
4. Sonuçlar ve Tartışma.....	23
5. Öneriler.....	23
6. Kaynakça.....	23

1. Giriş

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^c) = ?$$

a ve n tam sayı c ise sayma sayı olarak tanımlanıyor
Şekil 1 Karataş formülleri proje taslağı

Şekil 1 de Gösterilen tanıma uyan problemlerin çözümü uzun ve işlem hatası yapmaya müsaittir. Ayrıca küçük sayılar için sorun olmasa da büyük sayılar için oldukça problemli bir iştir. Karataş formüllerini kullanarak kısa sürede doğru sonuca ulaşabiliriz, bu projeyle bunu kanıtlayacağız.

2. Yöntem

Matematik dersinde toplam sembollerini işlenirken, bazı problemlerin çözümüne yönelik formüllerin olmadığını tespit ettim. Bu problemlere uygun olan formül nasıl olurdu? sorusuna cevap ararken, bulduğum formülün, doğruluğunu gördüm. Bunu arkadaşlarımın ve matematik öğretmenlerimin de onayıyla size başvurmaya karar verdim.

3. Bulgular

3.1. 1. Dereceden Problemlerin Çözümü

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (pk + c) = ? \text{ şeklinde tanımlanan problemlerin çözümü}$$

a) $n = \text{çift}$ ve $a = \text{tek}$ tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (pk + c) = p \left(\frac{n - a + 1}{2} \right)$$

b) $n = \text{tek}$ ve $a = \text{çift}$ tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (pk + c) = -p \left(\frac{n - a + 1}{2} \right)$$

c) $n = \text{tek}$ ve $a = \text{tek}$ tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (pk + c) = \left(\frac{n - a}{2} \right) p + (-1)^n \cdot (pn + c)$$

d) $n = \text{çift}$ ve $a = \text{çift}$ tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (pk + c) = \left(\frac{n - a}{2} \right) p + (-1)^a \cdot (pa + c)$$

a) $n = \text{çift}$ ve $a = \text{tek tam sayı}$ olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (pk + c) = p \left(\frac{n - a + 1}{2} \right)$$

Örnek 1) $\sum_{k=1}^{10} (-1)^k \cdot (4 \cdot k + 2) = ?$

Çözüm :

$$k = 1 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (4 \cdot 1 + 2) = -6$$

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^2 \cdot (4 \cdot 2 + 2) = 10$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^3 \cdot (4 \cdot 3 + 2) = -14$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^4 \cdot (4 \cdot 4 + 2) = 18$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^5 \cdot (4 \cdot 5 + 2) = -22$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^6 \cdot (4 \cdot 6 + 2) = 26$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^7 \cdot (4 \cdot 7 + 2) = -30$$

$$k = 8 \text{ ise } (-1)^8 \cdot (4 \cdot 8 + 2) = 34$$

$$k = 9 \text{ ise } (-1)^9 \cdot (4 \cdot 9 + 2) = -38$$

$$k = 10 \text{ ise } (-1)^{10} \cdot (4 \cdot 10 + 2) = 42$$

$$= (-6) + 10 + (-14) + 18 + (-22) + 26 + (-30) + 34 + (-38) + 42$$
$$= \mathbf{20}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= 4 \left(\frac{10 - 1 + 1}{2} \right)$$

$$= 4 \cdot 5$$

$$= \mathbf{20}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

b) $n = \text{tek}$ ve $a = \text{çift tam sayı}$ olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (pk + c) = -p \left(\frac{n - a + 1}{2} \right)$$

Örnek 2) $\sum_{k=-4}^3 (-1)^k \cdot (2k - 4) = ?$

Çözüm :

$$k = -4 \text{ ise } (-1)^{-4} \cdot (2 \cdot -4 - 4) = -12$$

$$k = -3 \text{ ise } (-1)^{-3} \cdot (2 \cdot -3 - 4) = 10$$

$$k = -2 \text{ ise } (-1)^{-2} \cdot (2 \cdot -2 - 4) = -8$$

$$k = -1 \text{ ise } (-1)^{-1} \cdot (2 \cdot -1 - 4) = 6$$

$$k = 0 \text{ ise } (-1)^0 \cdot (2 \cdot 0 - 4) = -4$$

$$k = 1 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (2 \cdot 1 - 4) = 2$$

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^2 \cdot (2 \cdot 2 - 4) = 0$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^3 \cdot (2 \cdot 3 - 4) = -2$$

$$\begin{aligned} &= (-12) + 10 + (-8) + 6 + (-4) + 2 + 0 + (-2) \\ &= \mathbf{-8} \end{aligned}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= -2 \left(\frac{3 - (-4) + 1}{2} \right)$$

$$= -2 \cdot 4$$

$$= \mathbf{-8}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

c) $n = \text{tek}$ ve $a = \text{tek}$ tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (pk + c) = \left(\frac{n-a}{2}\right)p + (-1)^n \cdot (nk + c)$$

Örnek 3) $\sum_{k=3}^9 (-1)^k \cdot (9k + 8) = ?$

Çözüm :

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^3 \cdot (9 \cdot 3 + 8) = -35$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^4 \cdot (9 \cdot 4 + 8) = 44$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^5 \cdot (9 \cdot 5 + 8) = -53$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^6 \cdot (9 \cdot 6 + 8) = 62$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^7 \cdot (9 \cdot 7 + 8) = -71$$

$$k = 8 \text{ ise } (-1)^8 \cdot (9 \cdot 8 + 8) = 80$$

$$k = 9 \text{ ise } (-1)^9 \cdot (9 \cdot 9 + 8) = -89$$

$$= (-35) + 44 + (-53) + 62 + (-71) + 80 + (-89)$$

$$= -\mathbf{62}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= \left(\frac{9-3}{2}\right)9 + (-1)^9 \cdot (9 \cdot 9 + 8)$$

$$= 3 \cdot 9 + (-89)$$

$$= 27 + (-89)$$

$$= -\mathbf{62}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

d) $n = \text{çift}$ ve $a = \text{çift}$ tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (pk + c) = \left(\frac{n-a}{2}\right)p + (-1)^a \cdot (ak + c)$$

Örnek 4) $\sum_{k=8}^{16} (-1)^k \cdot (5k + 9) = ?$

Çözüm :

$$k = 8 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.8 + 9) = 49$$

$$k = 9 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.9 + 9) = -54$$

$$k = 10 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.10 + 9) = 59$$

$$k = 11 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.11 + 9) = -64$$

$$k = 12 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.12 + 9) = 69$$

$$k = 13 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.13 + 9) = -74$$

$$k = 14 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.14 + 9) = 79$$

$$k = 15 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.15 + 9) = -84$$

$$k = 16 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.16 + 9) = 89$$

$$k = 17 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.17 + 9) = -94$$

$$k = 18 \text{ ise } (-1)^k \cdot (5.18 + 9) = 99$$

$$\begin{aligned} &= 49 + (-54) + 59 + (-64) + 69 + (-74) + 79 + (-84) + 89 + (-94) + 99 \\ &= \mathbf{74} \end{aligned}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{18-8}{2}\right)5 + (-1)^8 \cdot (5.8 + 9) \\ &= 5.5 + (40 + 9) \\ &= 5.5 + 49 \\ &= 25 + 49 \\ &= \mathbf{74} \end{aligned}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

3.2. 2. Dereceden Problemlerin Çözümü

$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^2) = ?$ şeklinde tanımlanan problemler için

a) $n = \text{çift}$ $a = \text{tek}$ tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^2) = x \left(\frac{n-a+1}{2} \right) (n+a)$$

b) $n = \text{tek}$ $a = \text{çift}$ tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^2) = -x \left(\frac{n-a+1}{2} \right) (n+a)$$

c) n ve a tek tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^2) = x \left(\frac{n-a}{2} \right) (n+a-1) + (-1)^n \cdot (xn^2)$$

d) n ve a çift tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^2) = x \left(\frac{n-a}{2} \right) (n+a+1) + (-1)^a \cdot (xa^2)$$

,

a) $n = \text{çift}$ $a = \text{tek tam sayı olmak üzere}$

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^2) = x \left(\frac{n - a + 1}{2} \right) (n + a)$$

Örnek 5) $\sum_{k=1}^8 (-1)^k \cdot (7 \cdot k^2) = ?$

Çözüm :

$$k = 1 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (7 \cdot 1^2) = -7$$

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^2 \cdot (7 \cdot 2^2) = 28$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^3 \cdot (7 \cdot 3^2) = -63$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^4 \cdot (7 \cdot 4^2) = 112$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^5 \cdot (7 \cdot 5^2) = -175$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^6 \cdot (7 \cdot 6^2) = 252$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^7 \cdot (7 \cdot 7^2) = -343$$

$$k = 8 \text{ ise } (-1)^8 \cdot (7 \cdot 8^2) = 448$$

$$= (-7) + 28 + (-63) + 112 + (-175) + 252 + (-343) + 448$$
$$= \mathbf{252}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= 7 \left(\frac{8 - 1 + 1}{2} \right) (8 + 1)$$

$$= 7 \cdot 4 \cdot 9$$

$$= \mathbf{252}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

b) n= tek a= çift tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^2) = -x \left(\frac{n-a+1}{2} \right) (n+a)$$

Örnek 6) $\sum_{k=4}^9 (-1)^k \cdot (3k^2) = ?$

Çözüm :

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^4 \cdot (3 \cdot 4^2) = 48$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^5 \cdot (3 \cdot 5^2) = -75$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^6 \cdot (3 \cdot 6^2) = 108$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^7 \cdot (3 \cdot 7^2) = -147$$

$$k = 8 \text{ ise } (-1)^8 \cdot (3 \cdot 8^2) = 192$$

$$k = 9 \text{ ise } (-1)^9 \cdot (3 \cdot 9^2) = -273$$

$$= 48 + (-75) + 108 + (-147) + 192 + (-273)$$

$$= -117$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= -3 \left(\frac{9-4+1}{2} \right) (9+4)$$

$$= -3 \cdot 3 \cdot 13$$

$$= -117$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

c) n ve a tek tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^2) = x \left(\frac{n-a}{2} \right) (n+a-1) + (-1)^n \cdot (xn^2)$$

Örnek 7) $\sum_{k=3}^7 (-1)^k \cdot (5k^2) = ?$

Çözüm :

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^3 \cdot (5 \cdot 3^2) = -45$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^4 \cdot (5 \cdot 4^2) = 80$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^5 \cdot (5 \cdot 5^2) = -125$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^6 \cdot (5 \cdot 6^2) = 180$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^7 \cdot (5 \cdot 7^2) = -245$$

$$= (-45) + 80 + (-125) + 180 + (-245)$$

$$= -155$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= 5 \left(\frac{7-3}{2} \right) (7+3-1) + (-1)^7 \cdot (5 \cdot 7^2)$$

$$= 5 \cdot 2 \cdot 9 + (-5 \cdot 49)$$

$$= 90 + (-245)$$

$$= -155$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

d) n ve a çift tam sayı olmak üzere

$$\sum_{k=a}^n (-1)^k \cdot (xk^2) = x \left(\frac{n-a}{2} \right) (n+a+1) + (-1)^a \cdot (xa^2)$$

Örnek 8) $\sum_{k=2}^6 (-1)^k \cdot (-2k^2) = ?$

Çözüm :

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^2 \cdot (-2 \cdot 2^2) = -8$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^3 \cdot (-2 \cdot 3^2) = 18$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^4 \cdot (-2 \cdot 4^2) = -32$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^5 \cdot (-2 \cdot 5^2) = 50$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^6 \cdot (-2 \cdot 6^2) = -72$$

$$= (-8) + 18 + (-32) + 50 + (-72)$$

$$= -44$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= -2 \left(\frac{6-2}{2} \right) (6+2+1) + (-1)^2 \cdot (-2 \cdot 2^2)$$

$$= -2 \cdot 2 \cdot 9 + (-2 \cdot 4)$$

$$= (-36) + (-8)$$

$$= -44$$

3.3. 3. Dereceden Problemlerin Çözümü

$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^3) = ?$ şeklinde tanımlanan problemler için

a) n çift doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^3) = x \left(\frac{n}{2} \right)^2 (2(n+1) + 1)$$

b) n tek doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^3) = x \left(\frac{n-1}{2} \right)^2 (2n+1) + (-1)^n \cdot (xn^3)$$

a) n çift doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^3) = x \left(\frac{n}{2}\right)^2 (2(n+1) + 1)$$

Örnek 9) $\sum_{k=1}^{10} (-1)^k \cdot (k^3) = ?$

Çözüm :

$$k = 1 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (1^3) = -1$$

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (2^3) = 8$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3^3) = -27$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (4^3) = 64$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (5^3) = -125$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (6^3) = 216$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (7^3) = -343$$

$$k = 8 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (8^3) = 512$$

$$k = 9 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (9^3) = -729$$

$$k = 10 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (10^3) = 1000$$

$$= (-1) + 8 + (-27) + 64 + (-125) + 216 + (-343) + 512 + (-729) + 1000$$
$$= \mathbf{575}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= \left(\frac{10}{2}\right)^2 (2(10+1) + 1)$$

$$= (5)^2 (22 + 1)$$

$$= 25 \cdot 23$$

$$= \mathbf{575}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

b) n tek doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^3) = x \left(\frac{n-1}{2} \right)^2 (2n+1) + (-1)^n \cdot (xn^3)$$

Örnek 10) $\sum_{k=1}^7 (-1)^k \cdot (3k^3) = ?$

Çözüm :

$$k = 1 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 1^2) = -3$$

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 2^3) = 24$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 3^3) = -81$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 4^3) = 192$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 5^3) = -375$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 6^3) = 648$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 7^3) = -1029$$

$$\begin{aligned} &= (-3) + 24 + (-81) + 192 + (-375) + 648 + (-1029) \\ &= \mathbf{-624} \end{aligned}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$\begin{aligned} &= 3 \left(\frac{7-1}{2} \right)^2 (2 \cdot 7 + 1) + (-1)^7 \cdot (3 \cdot 7^3) \\ &= 3(3)^2(15) + (-1)^7 \cdot (3 \cdot 343) \\ &= 3 \cdot 9 \cdot 15 + (-1029) \\ &= 27 \cdot 15 + (-1029) \\ &= 405 + (-1029) \\ &= \mathbf{-624} \end{aligned}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

3.4. 4. Dereceden Problemlerin Çözümü

$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^4) = ?$ şeklinde tanımlanan problemler için

a) n çift doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^4) = x \left(\frac{n(n+1)(n^2+n-1)}{2} \right)$$

b) n tek doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^4) = x \left(\frac{n(n-1)(n^2-n-1)}{2} \right) + (-1)^k \cdot (xn^4)$$

a) n çift doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^4) = x \left(\frac{n(n+1)(n^2 + n - 1)}{2} \right)$$

Örnek 11) $\sum_{k=1}^{10} (-1)^k \cdot (k^4) = ?$

Çözüm :

$$k = 1 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (1^4) = -1$$

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (2^4) = 16$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3^4) = -81$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (4^4) = 256$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (5^4) = -625$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (6^4) = 1296$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (7^4) = -2401$$

$$k = 8 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (8^4) = 4096$$

$$k = 9 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (9^4) = -6561$$

$$k = 10 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (10^4) = 10000$$

$$= (-1) + 16 + (-81) + 256 + (-625) + 1296 + (-2401) + 4096 + (-6561) + 10000$$
$$= \mathbf{5995}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= \left(\frac{10(10+1)(10^2 + 10 - 1)}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{10 \cdot 11(100 + 9)}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{10 \cdot 11 \cdot 109}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{11990}{2} \right)$$

$$= \mathbf{5995}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

b) n tek doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^4) = x \left(\frac{n(n-1)(n^2 - n - 1)}{2} \right) + (-1)^k \cdot (xn^4)$$

Örnek 12) $\sum_{k=1}^{10} (-1)^k \cdot (3k^4) = ?$

Çözüm :

$$k = 1 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 1^4) = -3$$

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 2^4) = 48$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 3^4) = -243$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 4^4) = 768$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 5^4) = -1875$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 6^4) = 3888$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3 \cdot 7^4) = -7203$$

$$\begin{aligned} &= (-3) + 48 + (-243) + 768 + (-1875) + 3888 + (-7203) \\ &= -4620 \end{aligned}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$= 3 \left(\frac{7(7-1)(7^2 - 7 - 1)}{2} \right) + (-1)^7 \cdot (3 \cdot 7^4)$$

$$= 3 \left(\frac{7 \cdot 6(49 - 7 - 1)}{2} \right) + (-1)^7 \cdot (3 \cdot 2401)$$

$$= 3 \left(\frac{7 \cdot 6 \cdot 41}{2} \right) + (-7203)$$

$$= 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 41 + (-7203)$$

$$= 63 \cdot 41 + (-7203)$$

$$= 2583 + (-7203)$$

$$= -4620$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

3.5. 5. Dereceden Problemlerin Çözümü

$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^5) = ?$ şeklinde tanımlanan problemler için

a) n çift doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^5) = x \left(\frac{n}{2}\right)^2 (2n^3 + 5n^2 - 5)$$

b) n tek doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^5) = x \left(\frac{n}{2}\right)^2 (2n^3 - n^2 - 4n - 2) + (-1)^1 \cdot (7^5)$$

a) n çift doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^5) = x \left(\frac{n}{2}\right)^2 (2n^3 + 5n^2 - 5)$$

Örnek 13) $\sum_{k=1}^8 (-1)^k \cdot (k^5) = ?$

Çözüm:

$$k = 1 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (1^5) = -1$$

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (2^5) = 32$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3^5) = -243$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (4^5) = 1024$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (5^5) = -3125$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (6^5) = 7776$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (7^5) = -16807$$

$$k = 8 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (8^5) = 32768$$

$$\begin{aligned} &= (-1) + 32 + (-243) + 1024 + (-3125) + 7776 + (-16807) + 32768 \\ &= \mathbf{21424} \end{aligned}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{8}{2}\right)^2 (2 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 - 5) \\ &= (4^2)(2 \cdot 512 + 5 \cdot 64 - 5) \\ &= 16(1024 + 320 - 5) \\ &= 16(1339) \\ &= \mathbf{21424} \end{aligned}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

b) n tek doğal sayı olmak üzere

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot (xk^5) = x \left(\frac{n-1}{2} \right)^2 (2n^3 - n^2 - 4n - 2) + (-1)^1 \cdot (7^5)$$

Örnek 14) $\sum_{k=1}^7 (-1)^k \cdot (2k^5) = ?$

Çözüm:

$$k = 1 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (1^5) = -2$$

$$k = 2 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (2^5) = 64$$

$$k = 3 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (3^5) = -486$$

$$k = 4 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (4^5) = 2048$$

$$k = 5 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (5^5) = -6250$$

$$k = 6 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (6^5) = 15552$$

$$k = 7 \text{ ise } (-1)^1 \cdot (7^5) = -33614$$

$$\begin{aligned} &= (-2) + 64 + (-486) + 2048 + (-6250) + 15552 + (-33674) \\ &= -22688 \end{aligned}$$

Formülde yerine yazarsak :

$$\begin{aligned} &= 2 \left(\frac{7-1}{2} \right)^2 (2 \cdot 7^3 - 7^2 - 4 \cdot 7 - 2) + (-1)^1 \cdot (2 \cdot 7^5) \\ &= 2(3)^2 (2 \cdot 343 - 49 - 28 - 2) + (-16807 \cdot 2) \\ &= 18(686 - 79) + (-33616) \\ &= 10926 + (-33614) \\ &= -22688 \end{aligned}$$

Sonuçların aynı olduğu görülür.

4. Sonuç ve Tartışma:

Karataş Formülleri ile elde edilen verilerin birbiriyle uyduğu ve bu formüllerin doğruluğu örneklerle (1.-14. örnekler) ispatlanmış olup, bu projenin örnek bir proje olması ile birlikte daha çok geliştirilebileceğine, literatürde böyle bir çalışmanın olmadığına, bu ihtiyacı gidermeye yönelik bir çalışma olduğuna inanıyorum

5. Öneriler

Projede elde edilen formüller bazı bilgisayar programlarında, mühendislik hesaplamalarında ve günlük hayatta bazı yerlerde kullanılabilir. Yaptığımız çalışmanın bu konu ile ilgili yapılacak olan diğer çalışmalara da ışık tutabileceği inancını taşıyorum.

Kaynakça

Proje tamamıyla özgün bir çalışma olup. Araştırmalarım sonucunda daha önce bu konu ile ilgili bir araştırma olmadığı görülmüştür.