Método de Gauss-Seidel

Este método resolve o sistema linear $A_{n\times n}x_{n\times 1}=b_{n\times 1}$ (os sub-escritos indicam as dimensões das matrizes) através do método de Gauss-Seidel.

Esperamos que esta relação gere uma sequência $\{x_k\}$ que convirja para a solução real.

Glossário:

 A_{ij} = Elemento da matriz A localizado na linha i e coluna j

 $A_{i,:}$ = Linha i da matriz A

 $A_{::j}^{,r} = \text{Coluna } j \text{ da matriz } A$

Algoritmo:

- A) Dados iniciais:
 - 1) Matriz $A_{n \times n}$
 - 2) Matriz $b_{n\times 1}$
 - 3) Aproximação inicial $x_{n\times 1}^{(0)}$
 - 4) Erro máximo tolerado ε
- B) Construção da matriz C

$$\begin{cases} \text{Para } i = 1, 2, ..., n \\ C_{i,:} = -A_{i,:}/A_{ii} \\ C_{ii} = 0 \end{cases}$$

C) Construção da matriz g

$$\left[\begin{array}{c} \text{Para } i=1,2,...,n \\ g_{i,:}=b_{i,:}/A_{ii} \end{array}\right.$$

- D) Geração da sequência de aproximações
 - 1) k = 1
 - 2) $x = x^{(0)}$
 - 3) $x_{ant} = x$

4)
$$\begin{bmatrix} \text{Para } i=1,2,...,n \\ x_{i,:}=C_{i,:} \ x+g_{i,:} \end{bmatrix}$$

- 5) $d = |x x_{ant}|$ (A dimensão de $d \in n \times 1$)
- 6) $d_{\text{max}} = \max d$ (Seleciona o maior elemento de d)
- 7) Se $d_{\max} < \varepsilon\,,\,$ FIM. A solução aproximada é x.
- 8) Caso contrário, faça k = k + 1 e volte para o passo 3.