

Integração Numérica - Regra 1/3 de Simpson repetida

Este algoritmo calcula uma aproximação para a integral

$$\int_a^b f(x) dx$$

através da Regra 1/3 de Simpson repetida. O número de sub-divisões do intervalo é calculado a partir do erro máximo tolerado, determinado pelo usuário.

Algoritmo:

A) Entradas:

- 1) $f(x)$
- 2) a (Limite inferior da integração)
- 3) b (Limite superior da integração)
- 4) ε (Erro máximo tolerado)

B) Cálculo do número de sub-intervalos m

- 1) d = um número muito pequeno
- 2) \vec{x}_d = um vetor com um número muito grande de pontos, cobrindo o intervalo $[a, b]$
- 3) $f^{(4)}(x) = \frac{f(x+4d) - 4f(x+3d) + 6f(x+2d) - 4f(x+d) + f(x)}{d^4}$ (Função quarta derivada numérica)
- 4) $\vec{y}_d = f^{(4)}(\vec{x}_d)$ (Aplicação da quarta derivada ao vetor x_d)
- 5) $M_4 = \max |\vec{y}_d|$
- 6) $m = \left\lceil \left[\frac{(b-a)^5 M_4}{180\varepsilon} \right]^{\frac{1}{4}} \right\rceil$ (Número de sub-intervalos: deve-se tomar como m o primeiro número par maior que este resultado)

C) Cálculo da integral

- 1) $h = \frac{b-a}{m}$
- 2) $s = f(a) + f(b)$
- 3) $x = a + h$
- 4) $\left[\begin{array}{l} \text{Para } k = 1, 3, 5, \dots, m-1 \\ s = s + 4f(x) \\ x = x + 2h \end{array} \right.$
- 5) $x = a + 2h$
- 6) $\left[\begin{array}{l} \text{Para } k = 2, 4, 6, \dots, m-2 \\ s = s + 2f(x) \\ x = x + 2h \end{array} \right.$
- 7) $I_{SR} = \frac{h}{3}s$ (Aproximação da integral $\int_a^b f(x) dx$)