

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/266070514>

Análise estática de torres treliçadas estaiadas

Article · November 2010

CITATIONS

0

READS

395

3 authors, including:



Tamara Araújo

1 PUBLICATION 0 CITATIONS

SEE PROFILE



Marcelo Greco

Federal University of Minas Gerais

124 PUBLICATIONS 482 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Dynamic Instability in Shallow Arches under Transversal Forces and Plane Frames with Semirigid Connections [View project](#)



Dynamic Instability in Shallow Arches under Transversal Forces and Plane Frames with Semirigid Connections [View project](#)

Análise estática de torres treliçadas estaiadas

ARAÚJO, Tamara Vieira¹; GRECO, Marcelo²

¹ Departamento de Engenharia Civil – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Av. Amazonas, 7675, 30.510-000 – Belo Horizonte, MG, Brasil,

Fax: 31 3319 5241, Telefone: 31 3319 6824

e-mail: tamara.araujo@yahoo.com.br

² Departamento de Engenharia de Estruturas – Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Antonio Carlos, 6627, 31270-901 – Escola de Engenharia – Bloco 1 – Sala 4127 – Belo Horizonte, MG, Brasil,

Fax: 31 3409 1973, Telefone: 31 3409 3590

e-mail: mgreco@dees.ufmg.br

Resumo. *O artigo busca a caracterização e a análise do comportamento mecânico de torres treliçadas estaiadas. Através das configurações usuais de torres estaiadas e das ações atuantes neste tipo de sistema estrutural buscou-se analisar o comportamento mecânico e a estabilidade, variando-se as topologias da torre treliçada, disposição dos elementos, modelos com base quadrada e triangular, posição dos estais e o nível de protensão inicial. Os sistemas estruturais estudados foram modelados numericamente com auxílio de programa computacional baseado no método dos elementos finitos, que utiliza formulação não linear geométrica posicional com prescrição de deformação inicial nos cabos. Foram considerados possíveis efeitos de plastificação nos elementos constituintes da estrutura, além da análise de perda da estabilidade estrutural devido à carga crítica. Foi analisado o comportamento estrutural sob ações estáticas.*

Palavras chaves: torres estaiadas; sistemas estruturais; método dos elementos finitos; estática.

1 INTRODUÇÃO

As torres treliçadas estaiadas são sistemas estruturais constituídos por um mastro treliçado cuja estabilidade é garantida por um conjunto de cabos de aço tensionados, conforme ilustrado na Figura 1. Guimarães (2008) destaca que neste tipo de sistema estrutural atuam diversos tipos de ações, como peso próprio, vento, sobrecargas, ações sísmicas, gelo e ruptura dos cabos. As torres treliçadas são estruturas leves, esbeltas e com bom comportamento mecânico. No entanto, devido a estas mesmas características, quando submetida a ações dinâmicas apresentam baixo amortecimento estrutural, sendo conseqüentemente muito sensíveis às vibrações.

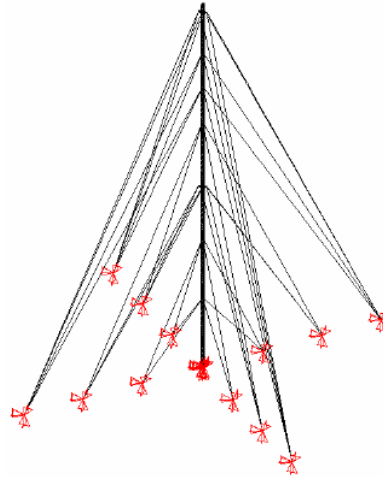


Figura 1 – Modelo de torre estaiada. Fonte: Guimarães (2008).

As torres estaiadas são estruturas muito esbeltas, sendo largamente aplicadas como torres de transmissão de ondas e estruturas de perfuração do solo. O mastro treliçado é geralmente articulado na base e sua estabilidade é garantida pelo estais. São estruturas que ocupam grande espaço físico em planta, uma vez que a área ocupada pela estrutura leva em consideração os pontos de ancoragem dos estais. Neste sentido, Guimarães (2008) procurou determinar a quantidade, a disposição e o ângulo de inclinação ótimo para os estais, considerando-se o comportamento estrutural, estabilidade e espaço ocupado pela estrutura como parâmetros de análise. Segundo Amiri (2002), as torres treliçadas estaiadas são soluções estruturais eficientes e econômicas para alturas acima de 150m, quando comparadas com outros sistemas estruturais autoportantes. Ainda segundo o autor, devido a fatores como a esbeltez e a interação dos estais com o mastro, as torres treliçadas estaiadas apresentam um comportamento estrutural complexo com acentuada não linearidade geométrica. Observa-se neste tipo de sistema estrutural uma tendência de curvatura dos estais, na forma de catenária, e eventualmente podem ocorrer efeitos não lineares físicos, relacionados com os materiais componentes da estrutura (plasticidade).

Diversos artigos, como Ekhande e Madugula (1988), Desai *et al.* (1988) e Schrefler *et al.* (1983), tratam da análise do comportamento mecânico de torres estaiadas bidimensionais constituídas por mastros e estais modelados com elementos de viga.

2 MÉTODO NUMÉRICO

As modelagens numéricas são baseadas nas formulações não lineares e estáticas apresentadas abaixo.

Considerando-se um sistema conservativo, o funcional de energia é dado por:

$$\Pi = U - \sum F X \quad (1)$$

Sendo que X representa o vetor das posições nodais e F as forças externas aplicadas na estrutura. Considerando-se um material elástico, homogêneo e isotrópico, a energia de deformação U em relação ao volume inicial V é obtida pela equação (2).

$$U = \int_V u \, dV = \int_V \int \sigma \, d\varepsilon \, dV = \int_V \int E \varepsilon \, d\varepsilon \, dV = \int_V \frac{1}{2} E \varepsilon^2 \, dV \quad (2)$$

Na equação (2), u é a energia específica e σ o tensor das tensões. Assim, o funcional de energia pode ser escrito em função do tensor das deformações (ε) e do módulo de elasticidade E .

$$\Pi = \frac{E}{2} \int_V \varepsilon^2 \, dV - \sum F X \quad (3)$$

As equações anteriores são aplicáveis em domínios contínuos. Para aplicação em elementos finitos é necessário efetuar-se a discretização da estrutura e conseqüentemente definir o elemento que será utilizado (no caso elemento de treliça espacial). As equações (4) a (6) apresentam a cinemática do elemento utilizado, que pode ser visualizado na Figura 2.

$$x = X_1 + (X_2 - X_1) \xi \quad (4)$$

$$y = Y_1 + (Y_2 - Y_1) \xi \quad (5)$$

$$z = Z_1 + (Z_2 - Z_1) \xi \quad (6)$$

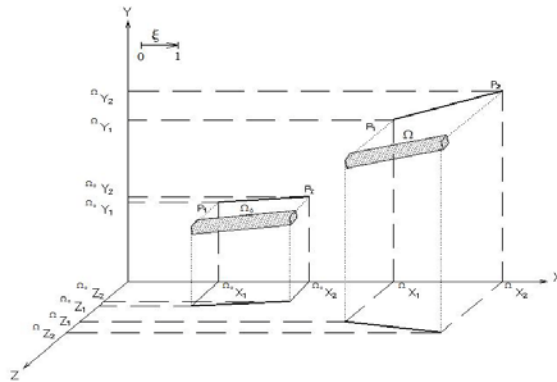


Figura 2 – Elemento de treliça espacial nas configurações inicial (Ω_0) e deformada (Ω).

A cinemática do elemento é linear e depende do parâmetro adimensional ξ que varia de 0 (para o nó inicial) a 1 (para o nó final). Considera-se apenas a componente de deformação longitudinal. O comprimento inicial do elemento é dado por ds_0 e que se torna ds após a deformação. A medida de deformação de engenharia foi utilizada neste projeto, conforme pode ser visto em Greco *et al.* (2006).

$$\varepsilon = \frac{ds/d\xi - ds_0/d\xi}{ds_0/d\xi} \quad (7)$$

Os termos $ds_0/d\xi$ e $ds/d\xi$ são taxas de alongamento auxiliares, calculadas em função do parâmetro adimensional.

$$\frac{ds_0}{d\xi} = \left(\sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{dz}{d\xi} \right)^2} \right)_0 = \left(\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \right)_0 = l_0 \quad (8)$$

$$\frac{ds}{d\xi} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\xi}\right)^2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} = l \quad (9)$$

Para considerar a deformação inicial nos elementos (ε_0), utiliza-se um termo adicional relacionado com a variação de comprimento (l_D) na medida de deformação, da mesma maneira que foi utilizada em Greco e Ferreira (2009) para a medida de deformação logarítmica.

$$\varepsilon = \frac{ds/d\xi - ds_0/d\xi + ds_D/d\xi}{ds_0/d\xi} \quad (10)$$

$$\frac{ds_D}{d\xi} = l_D = \varepsilon_0 l_0 \quad (11)$$

As equações (10) e (11) são importantes para aplicação em estruturas estaiadas e tensegrities, conforme pode ser visto em von Krüger *et al* (2008). Pode-se reescrever a equação da energia de deformação em função do parâmetro adimensional.

$$U = \int_V \frac{1}{2} E \varepsilon^2 dV = l_0 \int_0^1 \frac{EA}{2} \varepsilon^2 d\xi = l_0 \int_0^1 u d\xi \quad (12)$$

A integração da equação (12) ao longo dos elementos finitos fornece a solução exata do problema. É interessante reescrever o funcional de energia em função das posições nodais (incógnitas) do problema.

$$\Pi = l_0 \int_0^1 u_t d\xi - F_{X1} X_1 - F_{Y1} Y_1 - F_{Z1} Z_1 - F_{X2} X_2 - F_{Y2} Y_2 - F_{Z2} Z_2 \quad (13)$$

A derivada do funcional de energia fornece a equação de equilíbrio do problema. Como não há singularidade nas integrais é possível expressar o gradiente em função das incógnitas.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial X_i} = l_0 \int_0^1 \frac{\partial u_t}{\partial X_i} d\xi - F_i = 0 \quad (14)$$

O índice i é livre e varia conforme a regra: (1,2,3,4,5,6)=(X1,Y1,Z1, X2,Y2,Z2).

O sistema de equações obtido a partir da equação (14), válido para apenas um elemento, é não linear em termos das posições nodais e pode ser representado de maneira implícita, conforme apresentado na equação (15).

$$g(X) = f - F = 0 \quad (15)$$

Para o sistema de equações (15) representar toda estrutura é necessário levar em consideração as contribuições de todos os elementos finitos. Uma forma adequada de solucionar um problema não linear é linearizar a equação e aplicar um algoritmo de correção iterativo, com o uso de um critério de convergência apropriado.

$$g(X) = 0 = g(X_0) + \nabla g(X_0) \Delta X \quad (16)$$

$$\Delta X = -[\nabla g(X_0)]^{-1} g(X_0) \quad (17)$$

A matriz Hessiana $\nabla g(X_0)$ é simétrica.

$$\nabla g(X_0) = g_{i,k}(X_0) = f_{i,k}(X_0) - F_{i,\ell} \quad (18)$$

Considerando-se $i=1,6$; $k=1,6$ para os deslocamentos paramétricos e $\ell=7,12$ para as forças externas, obtém-se uma expressão compacta para equação (18).

$$\nabla g(X_0) = l_0 \int_0^1 j_{t,ik} d\xi \Big|_{X_0} - \delta_{i,\ell} \quad (19)$$

Com o intuito de resolver o sistema, equação (16), é necessário calcular as forças nodais no início do intervalo em que ocorrem as iterações. É oportuno destacar que o

algoritmo desenvolvido não é necessariamente incremental, o valor das forças externas F_i é o total acumulado até o intervalo de análise. Através da aplicação de intervalos de força é possível acompanhar a evolução da estrutura, mas a consideração de incrementos não é obrigatória, a menos que a distância entre as posições inicial e final seja muito grande.

$$g(X_0) = 1_0 \int_0^1 j_{t,i} d\xi \Big|_{X_0} - F_i \quad (20)$$

Os sistemas estruturais estudados foram modelados numericamente com auxílio de programa computacional baseado no método dos elementos finitos, desenvolvido na linguagem de programação FORTRAN, que utiliza formulação não linear geométrica posicional com prescrição de deformação inicial nos cabos.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As análises dos resultados das simulações realizadas foram baseadas nas modelagens numéricas das formulações não lineares e estáticas apresentadas no tópico acima.

Foram projetados e simulados diversos tipos de torres treliçadas estaiadas. Com o intuito de verificar o comportamento mecânico e a estabilidade, variaram-se as topologias das torres, disposição dos elementos, modelos com base quadrada e triangular, posição e o nível de protensão inicial dos estais.

O engastamento da base das torres foi feito de duas maneiras, sendo a primeira com os nós da base fixos em todas as direções e a segunda com base rotulada, onde as primeiras barras convergem para um nó central que é travado em todas as direções e ligado por barras de $2,0\text{cm}^2$, de área transversal, aos nós da base travados em x e z, como mostra a figura 3 abaixo.



Figura 3 – Condições de contorno das bases nas torres simuladas. (a) base totalmente engastada e (b) base rotulada ou articulada.

Foram criados três modelos de simulações de torres com base quadrada e quatro modelos com base triangular, sendo todos de 10 metros cada e barras com área de seção transversal de $1,0\text{ cm}^2$ e 60cm de comprimento.

A carga inicial aplicada foi de 10N nas direções x (positivo) e y (negativo) nos nós das extremidades das torres de todos os modelos, como ilustra a figura 4.

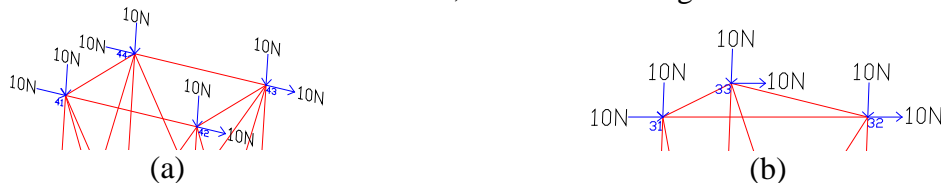


Figura 4 – Força inicial aplicada em ambas as torres simuladas. (a) base quadrada e (b) base triangular.

Em ambos os tipos de bases das torres variaram-se também o valor da protensão inicial dos estais, foram simuladas também torres sem estais.

As diferenças entre os modelos das estruturas de base quadrada encontram-se na configuração interna das barras, figura 5 abaixo.

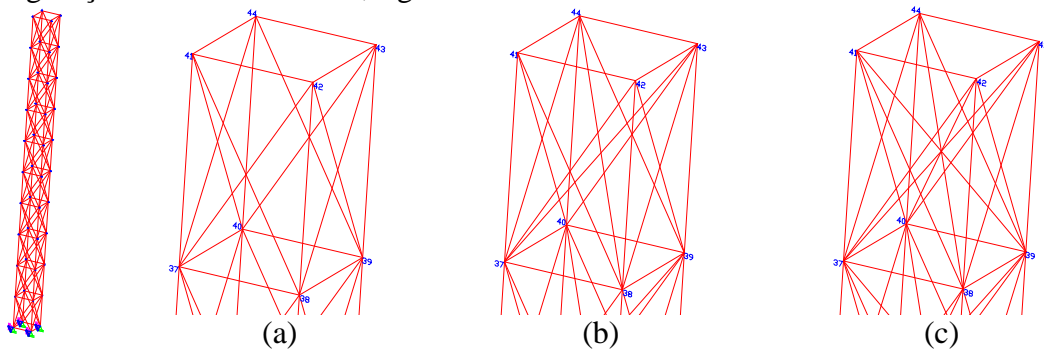


Figura 5 – Modelos utilizados para a simulação de torres de base quadrada. (a) Modelo I- sem travamento interno (b) Modelo II-com duas barras de travamento interno e (c) Modelo III- com quatro barras de travamento interno.

Já as diferenças entre as estruturas de base triangular encontram-se nas ligações diferentes das barras feitas entre os nós nas faces laterais das torres, figura 6 abaixo.

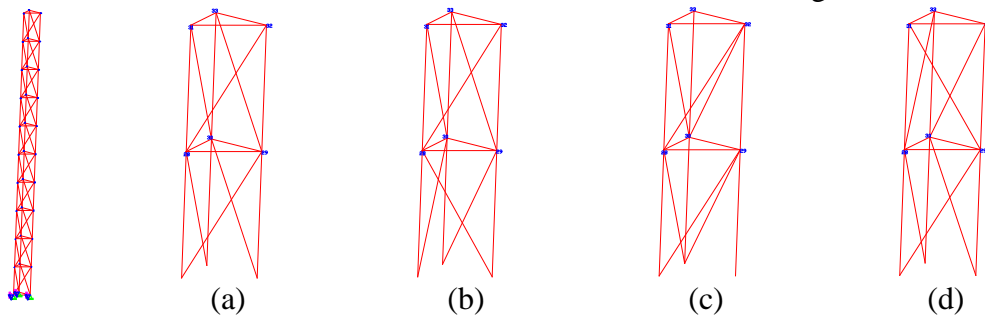


Figura 6 – Modelos utilizados para as simulações das torres de base triangular (a) Modelo I (b) Modelo II (c) Modelo III e (d) Modelo IV.

Para cada modelo de torre estaiada foram simulados três disposições diferentes dos estais, como mostra a figura 7 para um modelo de torre de base quadrada. Primeiramente foram colocados estais no comprimento médio da estrutura, depois apenas no topo e finalmente no meio e topo das torres. As áreas das seções transversais dos estais foram reduzidas pela metade do valor das barras utilizadas para as torres, isto significa $0,5cm^2$, e foram aplicadas deformações iniciais de 0.0005 e em seguida de 0.0010 .

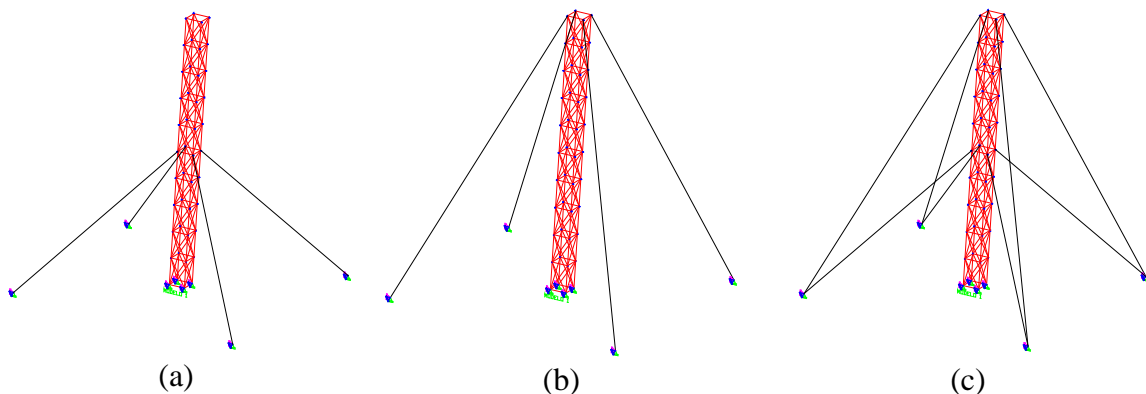


Figura 7 – Modelos utilizados para as simulações das posições diferentes dos estais (a) estais no meio da torre (b) estais no topo e (c) no meio e no topo da torre.

Foi feito um comparativo entre a carga final suportada pela estrutura, como mostram as tabelas que se seguem, sendo TABELA 1 relacionada com a análise entre modelos de base quadrada e TABELA 2 relacionada com a análise entre modelos de base triangular.

TABELA 1- Carga suportada por todos os modelos de torres de base quadrada simulados para três diferentes tipos de disposição dos estais e dois tipos de protensão inicial.

		Carga suportada (N) pelas torres de base quadrada					
		Base rotulada			Base engastada		
Protensão dos estais	Disposição dos estais	Modelo I	Modelo II	Modelo III	Modelo I	Modelo II	Modelo III
0.0005	4 barras no meio	2830	2750	2820	2830	2740	2800
	4 barras no topo	4700	4680	4670	4730	4710	4700
	8 barras	5820	5780	5800	5710	5680	5690
0.0010	4 barras no meio	1620	1600	1600	1540	1520	1510
	4 barras no topo	2800	2780	2770	2770	2750	2740
	8 barras	3680	3650	3640	3520	3500	3480
	Não estaiada	1420	1400	1420	1430	1430	1430

Como pode ser visto na TABELA 1, o modelo de base quadrada com base rotulada que suportou maiores cargas foi o modelo I, e foi comprovado também que ao colocar mais estais, neste caso 8 estais, as torres suportam mais carga, além disso pode ser observado que para a protensão dos estais de 0.0005 as estruturas suportaram maiores cargas. O mesmo ocorreu para os modelos com base engastada, nós da base fixos em todas as direções, pois a estrutura de modelo I foi também a mais resistente às cargas aplicadas.

TABELA 2- Carga suportada por todos os modelos de torres de base triangular simulados para três diferentes tipos de disposição dos estais e dois tipos de protensão inicial.

		Carga suportada (N) pelas torres de base triangular					
		Base rotulada			Base engastada		
Protensão dos estais	Disposição dos estais	Modelo I	Modelo II e IV	Modelo III	Modelo I	Modelo II e IV	Modelo III
0.0005	3 barras no meio	1210	1290	1140	1210	1290	1130
	3 barras no topo	3940	3960	3990	3940	3960	3990
	6 barras	4640	4640	4660	4590	4600	4610
0.0010	3 barras no meio	1210	1240	1130	1210	1250	1130
	3 barras no topo	2560	2620	2630	2530	2590	2600
	6 barras	3190	3270	3260	3110	3200	3180
	Não estaiada	600	600	580	590	590	580

Entre os modelos de base triangular com base rotulada o mais resistente foi o modelo III, com 6 barras de estais e com protensão menor, 0.0005. E entre as torres de base engastada, o modelo III foi também o que apresentou melhor resposta quanto ao comportamento mecânico da torre.

Pôde-se provar que tanto para base quadrada quanto para triangular, as estruturas sem estais suportam uma carga muito inferior do que as torres que são estaiadas mesmo com apenas quatro estais pois não possuem barras para suportar o tombamento da estrutura.

Pelas análises realizadas, dentre todos os modelos simulados, a torre que apresentou melhor comportamento mecânico foi a de base quadrada por terem mais barras no corpo da estrutura para serem distribuídos os esforços e desta forma suportarem mais carga.

Os ângulos utilizados entre os estais e a torre foram de 60° em relação aos 10 metros como sugere Guimarrães (2008), mas foram simulados também ângulos de 60° em relação à metade da estrutura para comprovar que com uma área maior abrangida pela estrutura a mesma suportará mais carga.

4 CONCLUSÕES

Em termos gerais, quanto maior o número de estais, mais estável é a torre treliçada e em relação ao tipo de base analisada, a base quadrada apresentou melhor desempenho estrutural, em termos de carga crítica.

O método dos elementos finitos utilizado com a formulação descrita no artigo foi uma ferramenta numérica que propiciou a resolução de problemas contínuos, perante certas aproximações, de maneira que a resposta se aproxime, no limite, da solução continua verdadeira, à medida que se aumente o número de variáveis discretas, como também analisou Guimarrães (2008).

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq, FAPEMIG e CEFET-MG pelos apoios financeiros concedidos.

5 BIBLIOGRAFIA

- AMIRI, G.G. Seismic Sensitivity Indicators for Tall Guyed Telecommunication Towers. *Computers & Structures*. v. 80, p. 349-364, 2002.
- DESAI, Y.M., POPPLEWELL, N.; SHAH, A.H.; BURAGOHAIN, D.N. Geometric nonlinear static analysis of cable supported structures. *Computers & structures*. v. 29, p. 1001-1009, 1988.
- EKHANDE, S.G.; MADUGULA, M.K.S. Geometric non-linear analysis of three-dimensional guyed towers. *Computers & structures*. v. 29, p. 801-806, 1988.
- GRECO, M.; FERREIRA, I.P. Logarithmic strain measure applied to the nonlinear positional formulation for space truss analysis. *Finite elements in analysis and design*, 2009.
- GRECO, M.; GESUALDO, F.A.R.; VENTURINI, W.S.; CODA, H.B. Nonlinear positional formulation for space truss analysis. *Finite elements in analysis and design*. v. 42, p. 1079-1086, 2006.
- GUIMARÃES, E.H. Análise do comportamento de torres de aço estaiadas sob a ação do vento. Uberlândia. 189p. *Dissertação (Mestrado)* – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 2008.
- SCHREFLER, B.A.; ODORIZZI, S.; WOOD, R.D. A total lagrangian geometrically non-linear analysis of combined beam and cable structures. *Computers & structures*. v. 17, p. 115-127, 1983.
- VON KRÜGER, P.; GRECO, M.; DIAS, T.; MORAIVA, W. Análise e concepção estrutural de uma torre tensoestruturada. *XXIX CILAMCE. Maceió. Brasil*. 2008.

6 DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.