## Лабораторная работа №7

Тема: Методы нелинейного программирования.

Цель работы: Приобретение практических навыков для решения задач квадратичного программирования с помощью графического метода и теоремы Куна-Таккера.

## Постановка задачи

квадратичного программирования решить графическим методом, ДЛЯ полученного решения проверить выполнение условий Куна-Таккера:

1.

2.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 + x_2^2 - 24x_1 - 16x_2 \right\}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 10, \\ x_1 + 3x_2 \le 18, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 + x_2^2 - 18x_1 - 12x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8, \\ x_1 + 4x_2 \le 20, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

11. 
$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 + x_2^2 - 24x_1 - 16x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + 5x_2^2 - 32x_1 - 30x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + 3x_2^2 - 11 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 10, \\ x_1 + 3x_2 \le 18, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 16, \\ 2x_1 + x_2 \le 14, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 \le 14, \\ -6x_1 + 16x_2 \le -72, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \qquad x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

**12**.

2. 
$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 + x_2^2 - 18x_1 - 12x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + 5x_2^2 - 24x_1 - 20x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + 3x_2^2 - 24x_1 - 12x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8, \\ x_1 + 4x_2 \le 20, \\ x_1 + 3x_2 \le 15, \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 24, \\ x_2 \le 4, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \qquad x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$F(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + 3x_2^2 - 11 \right\}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 14, \\ -6x_1 + 16x_2 \le -72, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

**22**.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + 3x_2^2 - 24x_1 - 12x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \le 24, \\ x_2 \le 4, \end{cases}$$

$$x_i \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

**3**.

$$f(x) = \max_{x \in X} \left\{ 5x_1^2 + 2x_2^2 - 40x_1 - 32x_2 \right\}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 14, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 36, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \max_{x \in X} \left\{ 5x_1^2 + 2x_2^2 - 40x_1 - 32x_2 \right\}, \quad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 4x_1^2 + 3x_2^2 - 32x_1 - 48x_2 \right\}, \quad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + x_2^2 - 12x_1 - 12x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 14, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 36, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \le 10, \\ 2x_1 + x_2 \le 16, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 4x_2 \le 20, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 28, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \quad x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + x_2^2 - 12x_1 - 12x_2 \right\}$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \le 20, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 28, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

4.

$$f(x) = \max_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + 3x_2^2 - 32x_1 - 18x_2 \right\}, \quad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ -2x_1^2 - x_2^2 + 8x_1 + 6x_2 \right\}, \quad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 4x_2^2 - 12x_1 - 16x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 24, \\ x_2 \le 6, \end{cases} \quad \begin{cases} -x_1 + x_2 \le 1, \\ 3x_1 + x_2 \le 6, \end{cases} \quad \begin{cases} 4x_1 + x_2 \le 16, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 18, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \quad x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ -2x_1^2 - x_2^2 + 8x_1 + 6x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 1, \\ 3x_1 + x_2 \le 6, \end{cases}$$

$$x_i \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 4x_2^2 - 12x_1 - 16x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \le 16, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 18, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

5.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 5x_1^2 + 2x_2^2 - 40x_1 - 32x_2 \right\}, \quad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 3x_2^2 - 16x_1 - 18x_2 \right\}, \quad f(x) = \max_{x \in X} \left\{ -x_1^2 - x_2^2 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 14, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 36, \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 \le 18, \\ 3x_1 + 4x_2 \le 36, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 6, \\ -x_1 - 5x_2 \le -10, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \quad x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 3x_2^2 - 16x_1 - 18x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \le 18, \\ 3x_1 + 4x_2 \le 36, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \max_{x \in X} \left\{ -x_1^2 - x_2^2 \right\},$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 6, \\ -x_1 - 5x_2 \le -10, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

Методы оптимизации, ОНАС им. О.С. Попова, 2018 г.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 10x_1^2 + 5x_2^2 - x_1 + 2x_2 - 10 \right\}, \quad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ -2x_1^2 - x_2^2 + 12x_1 + 4x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 3x_2^2 - 12x_1 - 12x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 4, \\ x_1 + x_2 \le 8, \end{cases} \qquad \begin{cases} -x_1 + x_2 \le 1, \\ 4x_1 + 2x_2 \le 16, \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 18, \end{cases}$$

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ -2x_1^2 - x_2^2 + 12x_1 + 4x_1 \right\}$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 1, \\ 4x_1 + 2x_2 \le 16, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

**26**.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 3x_2^2 - 12x_1 - 12x_2 \right\}.$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 18, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

7.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 + 4x_2^2 - 48x_1 - 24x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 + 2x_2^2 - 18x_1 - 24x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 5x_1^2 + 2x_2^2 - 30x_1 - 24x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \le 28, \\ 3x_1 + x_2 \le 18, \\ x_1 \le 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \le 28, \\ 2x_1 + x_2 \le 12, \\ 2x_1 + x_2 \le 12, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \qquad x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 + 2x_2^2 - 18x_1 - 24x_2 \right\}$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \le 28, \\ x_1 \le 4, \end{cases}$$
$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

**27**.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 5x_1^2 + 2x_2^2 - 30x_1 - 24x_2 \right\}$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 12, \\ 2x_1 + x_2 \le 12, \end{cases}$$
$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

8.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + x_2^2 - 16x_1 - 16x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 2x_2^2 - 12x_1 - 8x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 - x_2^2 + 12x_1 + 4x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 16, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 24, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 \le 16, \\ 4x_1 + x_2 \le 16, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 \le 6, \\ -x_1 + x_2 \le -2, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \qquad x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 2x_2^2 - 12x_1 - 8x_2 \right\}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 7, \\ 4x_1 + x_2 \le 16, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

28.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 - x_2^2 + 12x_1 + 4x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 6, \\ -x_1 + x_2 \le -2, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

9.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 2x_2^2 - 16x_1 - 12x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 10, \\ 6x_1 + x_2 \le 30, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ -5x_1^2 - 2x_2^2 + 3x_1 - 4x_2 - \frac{3x_1 - x_2}{x_1 + x_2} \le 2, \\ x_1 + x_2 \le 9, \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \right\}$$

**29**.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ x_1^2 + 2x_2^2 - 16x_1 - 12x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ -5x_1^2 - 2x_2^2 + 3x_1 - 4x_2 - 18 \right\}, \quad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + 3x_2^2 - 12x_1 - 10x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 10, \\ 6x_1 + x_2 \le 30, \\ x_1 + x_2 \le 9, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x_1 - x_2 \le 2, \\ x_1 + x_2 \le 9, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 \le 7, \\ x_1 + 3x_2 \le 18, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \qquad x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

**10**.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 + 2x_2^2 - 24x_1 - \frac{1}{2} x_1 + 3x_2 \le 18, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 36, \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \right\}$$

20.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 3x_1^2 + 2x_2^2 - 24x_1 - 32x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 4x_1^2 + 3x_2^2 - 24x_1 - 36x_2 \right\}, \qquad f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 - 12x_2 \right\},$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 18, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 36, \\ 4x_1 + x_2 \le 20, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 \le 6, \\ 4x_1 + x_2 \le 12, \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 6, \\ 4x_1 + x_2 \le 12, \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 6, \\ x_1 + x_2 \le 12, \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}. \end{cases}$$

**30**.

$$f(x) = \min_{x \in X} \left\{ 2x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 - 12x_2 \right\}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 6, \\ x_1 + 4x_2 \le 12, \end{cases}$$

$$x_i \ge 0, \quad j = \overline{1, 2}.$$

## Содержание отчёта

- 1. Титульный лист.
- 2. Цель работы.
- 3. Найти решение ЗНП графическим методом.
- 4. Проверить выполнение условий теоремы Куна-Таккера.
- 5. Выводы.

## Рекомендуемая литература

1. Акулич И. Л. Руководство к решению задач по линейному и нелинейному программированию. – М: Наука, 1990.

Методы оптимизации, ОНАС им. О.С. Попова, 2018 г.

- 2. Бзара М. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. / М. Базара, К. Шетти М.: Мир, 1982.-583 с.
- 3. Зайченко Ю.П. Исследование операций / Ю.П. Зайченко. К.: Вища шк., 1988. 552 с.
- 4. Зайченко Ю.П. Исследование операций. Сборник задач / Ю.П. Зайченко, С.А. Шумилова. К.: Вища шк., 1990. 239 с.
- 5. Зуховицкий С.И. Линейное и выпуклое программирование / С.И. Зуховицкий, Л.И. Авдеева. М. : Наука, 1967, С. 29-34.
- 6. Калихман И.А. Сборник задач по математическому программированию. М: Высшая школа, 1975, с. 230-234.