



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра информационной безопасности
Лаборатория безопасности информационных систем

Николайчук Артём Константинович

Обзор методов тестирования zk circuits для проверки полноты их
ограничений

Курсовая работа

Научный руководитель:
программист кафедры ИБ
М.С.Воронов

Москва, 2024

Аннотация

В настоящее время всё большую популярность получают решения второго уровня(L2) на блокчейне. L2 уровень на блокчейне обозначает второй уровень масштабируемости и решает проблемы масштабирования и скорости транзакций, которые могут возникать на первом уровне блокчейна (L1). L2 может быть представлен различными протоколами, такими как Lightning Network для биткойна или Polygon для Ethereum. Эти протоколы позволяют совершать децентрализованные транзакции и выполнять смарт-контракты вне цепи блоков, что уменьшает нагрузку на основную сеть и повышает ее масштабируемость. L2 уровень также обеспечивает более быстрые и дешевые транзакции, что делает использование блокчейна более удобным и доступным для всех участников сети. В таких протоколах часто используют zk circuit - схемы, которые позволяют доказывать, что какие-то действия были выполнены пользователем, например что пользователь совершил транзакцию токена со своего аккаунта, либо то, что пользователь знает какой-то определённый секрет. Цена ошибки или бага в таких схемах может быть невероятно высокой - потенциальные уязвимости могут быть использованы для кражи всех токенов протокола. Допустить ошибку при разработке легко - иногда достаточно забыть добавить одно условие. Для поиска недостаточно ограниченных схем разумно применять методы автоматического тестирования. Такие методы рассматриваются в этой работе.

Содержание

1	Введение	4
1.1	zk-rollups	4
1.2	Деревья Меркла	5
1.3	Схемы арифметизации	5
1.3.1	R1CS	7
1.3.2	Plonkish	7
2	Цель работы	9
3	Анализ предметной области	10
3.1	Уязвимости в схемах арифметизации	10
3.2	Алгоритм работы анализатора	11
4	Анализ инструментов предметной области	12
4.1	QED^2	12
4.2	Korrekt	14
4.3	Выводы	15
5	Результаты	16
	Список литературы	17

1 Введение

1.1 zk-rollups

Описание на примере блокчейна Эфириум. ZK-rollup - это протокол вне основной сети, который работает поверх блокчейна Ethereum и управляется встроенными смарт-контрактами Ethereum. ZK-rollup выполняет транзакции за пределами основной сети, но периодически передает пакеты транзакций вне сети в сетевой накопительный контракт. Эта запись транзакции является неизменяемой, как и в блокчейне Ethereum, и формирует цепочку ZK-rollup.

Базовая архитектура ZK-rollup представлена на рисунке 1 и состоит из следующих компонентов:

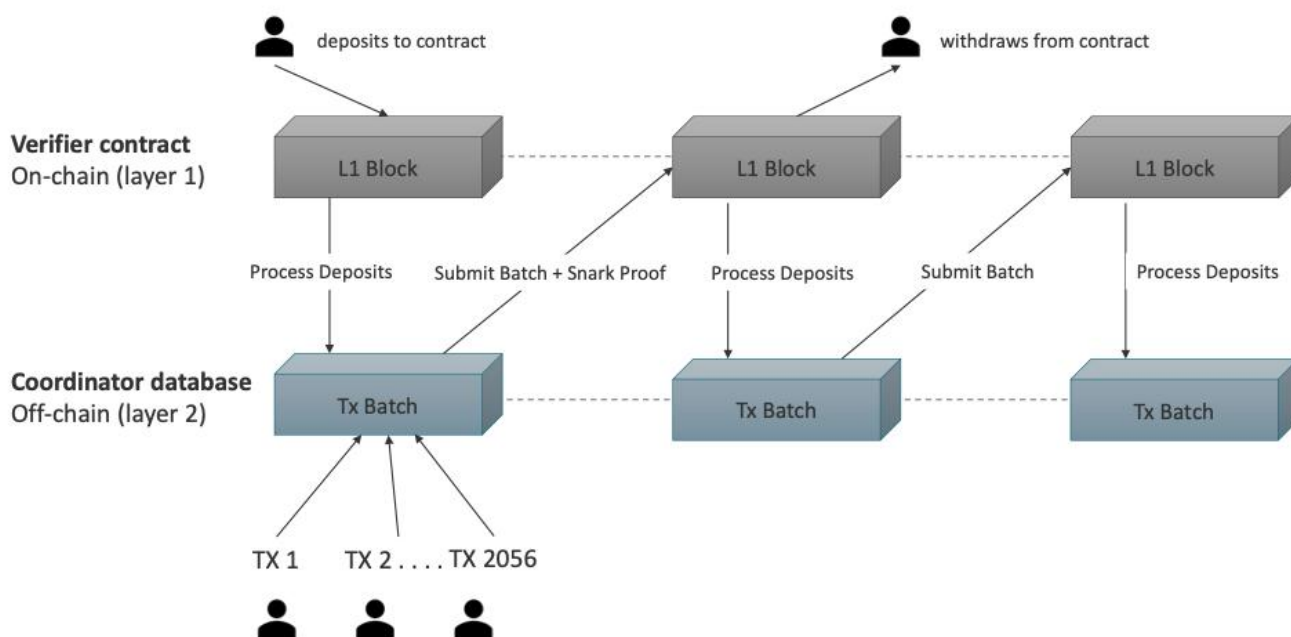


Рисунок 1: Архитектура ZK-rollup

- Сетевые контракты. Протокол ZK-rollup управляется смарт-контрактами, работающими на Ethereum. Это включает в себя основной контракт, который хранит накопительные блоки, отслеживает депозиты и отслеживает обновления состояния. Другой сетевой контракт (verifier contract) проверяет доказательства с нулевым разглашением, представленные производителями блоков. Таким образом, Ethereum служит базовым уровнем или "L1" для ZK-rollup.
- Автономная виртуальная машина (ВМ). В то время как протокол ZK-rollup работает в Ethereum, выполнение транзакций и хранение состояния происходит на отдельной виртуальной машине. Эта автономная виртуальная машина является средой выполнения транзакций в ZK-rollup и служит в качестве дополнительного уровня или "L2" для протокола ZK-rollup. Доказательства достоверности, проверенные в сети Ethereum, гарантируют корректность перехода состояний в автономной виртуальной машине.

Состояние ZK-rollup, включающее счета и балансы L2, представлено в виде дерева Меркла. Криптографический хэш корня дерева Меркла хранится в контракте основного блокчейна, позволяя протоколу rollup отслеживать изменения в состоянии ZK-rollup.

Оператор(L2), инициировавший переход в другое состояние, должен вычислить новый корневой код состояния и выполнить отправку по цепочке контрактов. Помимо самого состояния оператор генерирует доказательство, которое подтверждает, что все переходы были легитимными и новый корень дерева Меркла действителен. Если подтверждение достоверности, связанное с пакетом, аутентифицируется контрактом верификации, новый корень дерева становится корнем канонического состояния ZK-rollup. Именно тут открываются большие возможности для злоумышленников в случае ошибки в схеме доказательства.

Помимо вычисления корней состояний, оператор ZK-rollup также создает пакетный корень — корень дерева Меркла, содержащий все транзакции в пакете. При отправке нового батча в сводном контракте сохраняется корень пакета, что позволяет пользователям подтвердить, что транзакция (например, запрос на вывод средств) была включена в пакет. Пользователи должны будут предоставить информацию о транзакции, корень пакета и подтверждение Merkle, показывающее путь включения.

1.2 Деревья Меркла

Деревья Меркла - это особый вариант древовидной структуры данных, в котором новые данные вставляются в виде листа в нижней части дерева и для каждого уровня пары из двух листьев хэшируются вместе. Соответственно, количество узлов уменьшается вдвое на каждом новом уровне, пока не останется один с единственным хэшем, корневым хэшем дерева Меркле.

Иллюстрация базового дерева Меркле с восемью элементами данных представлена на рисунке 2

Эта структура данных особенно важна для ZK-rollup, потому что именно она используется для хранения состояния в основной сети. И для доказательства корректности перехода в новое состояние используются различные реализации этих деревьев. Отличительной особенностью реализаций является использование специфичных хеш-функций, таких как Poseidon-hash.¹

1.3 Схемы арифметизации

Как отмечено ранее, очень важный шаг перехода в новое состояние на L1 уровне это верификация того, что новый корень дерева Меркла создан корректно. Для создания и проверки этого доказательства используются различные протоколы ZK-SNARKs. Отличительной особенностью таких протоколов является то, что они создают короткие доказательства(несколько сотен байт),

¹<https://www.poseidon-hash.info/>

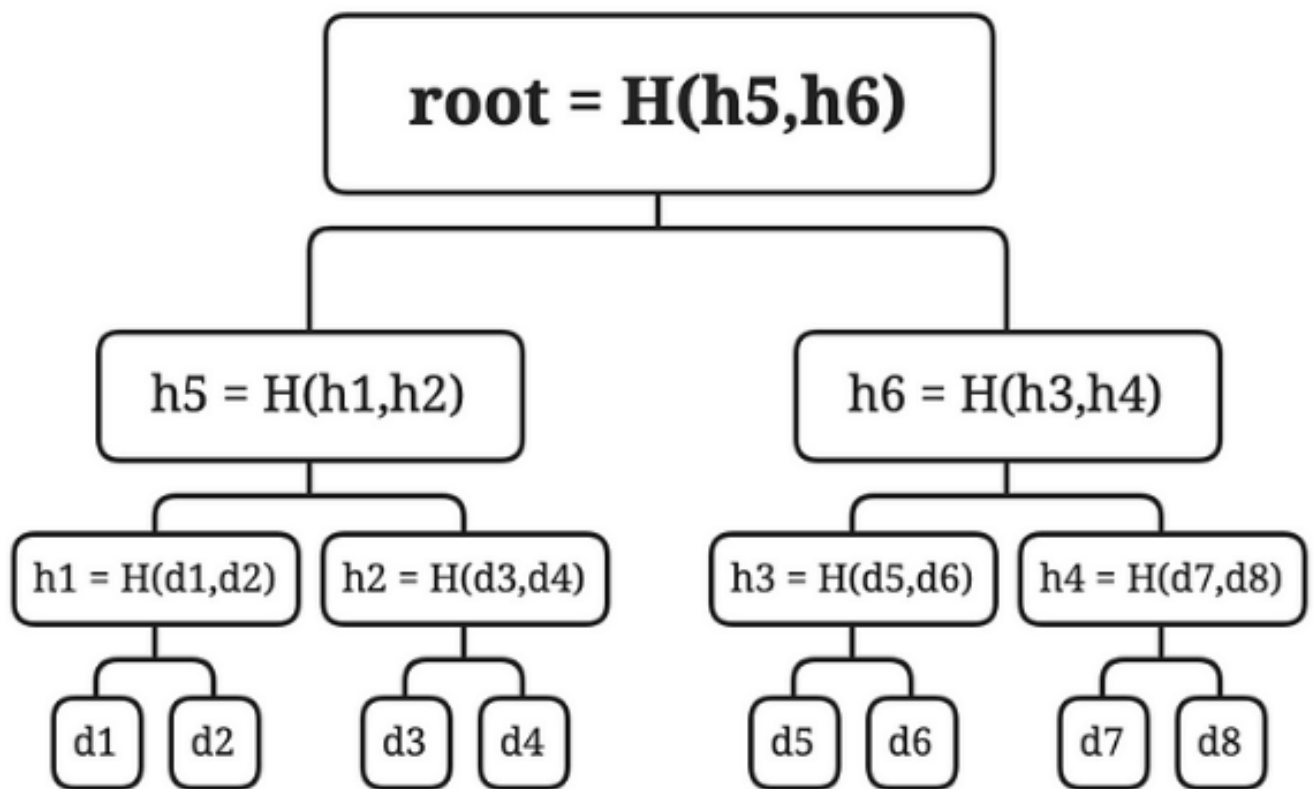


Рисунок 2: Пример дерева Меркла

которые быстро проверяются контрактом в основной сети. Общая схема работы таких протоколов представлена на рисунке ???. Ключевым свойством протоколов zk-snark является то, что подходящее средство доказательства и верификации может быть автоматически сгенерировано из арифметической схемы, представляющей некоторые вычисления. Арифметическая схема принимает некоторые входные сигналы, которые являются значениями в диапазоне $[0, p)$, и выполняет сложение и умножение по модулю простого числа p . В результате каждого сложения и умножения генерируется сигнал: промежуточный сигнал от нескольких промежуточных операций и выходной сигнал от конечной операции. В частности, для конкретной арифметической схемы, компиляторы SNARK создают средство доказательства и верификации, преобразуя схему в набор полиномиальных уравнений. Арифметизация - процесс создания генерации схемы по программе. Чтобы упростить этот процесс, криптографическое сообщество разработало такие языки, как Circom¹, Zokrates², Halo 2³ и другие, которые позволяют пользователям выражать свои предполагаемые вычисления естественным образом.

¹<https://docs.circom.io/>

²<https://zokrates.github.io/>

³<https://zcash.github.io/halo2/index.html>

```

template Decoder(w) {
  signal input inp;
  signal output out[w];
  signal output success;
  var lc=0;

  for (var i=0; i<w; i++) {
    out[i] <- (inp == i) ? 1 : 0;
    out[i] * (inp-i) == 0;
    lc = lc + out[i];
  }

  lc ==> success;
  success * (success - 1) == 0;
}

```

```

inp · out[0] = 0
(inp - 1) · out[1] = 0
(inp - 2) · out[2] = 0
out[0] + out[1] + out[2] - success = 0
(success - 1) · success = 0

```

Рисунок 3: Пример программы на языке circom и соответствующая ей схема R1CS

1.3.1 R1CS

R1CS(Rank 1 Constraint System) - схема арифметизации, которая представляет из себя набор полиномов над полем F_p , где p - большое простое число. Система содержит n переменных - это все сигналы, используемые в программе. При этом каждое ограничение(каждый полином) должны быть квадратичными, линейными или постоянными уравнениями

$$\begin{cases}
 (a_{11} * s_1 + \dots + a_{1n} * s_n) * (b_{11} * s_1 + \dots + b_{1n} * s_n) + (c_{11} * s_1 + \dots + c_{1n} * s_n) = 0 \\
 (a_{21} * s_1 + \dots + a_{2n} * s_n) * (b_{21} * s_1 + \dots + b_{2n} * s_n) + (c_{21} * s_1 + \dots + c_{2n} * s_n) = 0 \\
 (a_{31} * s_1 + \dots + a_{3n} * s_n) * (b_{31} * s_1 + \dots + b_{3n} * s_n) + (c_{31} * s_1 + \dots + c_{3n} * s_n) = 0 \\
 \dots \\
 (a_{m1} * s_1 + \dots + a_{mn} * s_n) * (b_{m1} * s_1 + \dots + b_{mn} * s_n) + (c_{m1} * s_1 + \dots + c_{mn} * s_n) = 0
 \end{cases}$$

Пример арифметизации для программы на языке circom представлен на рисунке 3

1.3.2 Plonkish

Plonk(Permutations over Lagrange-bases for Oecumenical Noninteractive arguments of Knowledge) арифметизация представляет из себя таблицу со значениями из конечного поля F_p . Элементы таблицы называются ячейками. Схемы состоят из элементов управления, которые являются ограничениями, применяемыми к вложенным таблицам (набору ячеек) в таблице. Столбцы таблицы делятся на три основных типа: instance, advice и fixed. Столбцы Instance хранят общедоступные входные данные, столбцы advice хранят частные секретные данные(witness в общей терминологии) (частные входные данные и промежуточные значения, используемые проверяющим в схеме), а столбцы fixed хранят фиксированные значения, которые являются частью описания схемы. Для этого типа арифметизации используются ограничения на значения в таблице в виде полиномов(гейты) $(q_L)a + (q_R)b + (q_O)c + (q_M)ab + (q_C) = 0$. Гейты - это общие поли-

номиальные ограничения, определенные разработчиком схемы. Каждое такое ограничение применяется к ряду соседних строк логического элемента. Следовательно, схема, табличное представление которой содержит несколько строк, может иметь несколько полиномиальных ограничений, все из которых должны выполняться одновременно. Другой тип ограничений - ограничения на равенство (также известные как ограничения на перестановку или ограничения на копирование) могут заставить определенную группу ячеек иметь одинаковые значения в строках и столбцах. Таблица и соответствующая её система ограничений - это и есть арифметизация Plonkish. В Halo2 элементы управления активируются с помощью переменных селекторов. Селектор - это двоичная переменная, которая умножается на полиномиальное ограничение для каждой строки: оно равно 0, если элемент управления выключен, или 1, если он включен. Ограничений в виде многочлена выполнено, если его значение равно 0 во всех строках. Все полиномиальные ограничения в системе проверки должны исчезать во всех строках для получения действительной пары секретных и общедоступных входных данных. Это делается либо путем установки несущественных переменных селектора в 0, либо путем предоставления (возможно, секретных) назначений ячейкам таблицы, которые приводят к вычислению полинома равным 0.

i_0		b_0		b_1		c		s
123687		9		27		509		1

Рисунок 4: Пример арифметизации plonkish

Пример таблицы продемонстрирован на рисунке 4. Здесь i_0 - публичная входная переменная, b_0, b_1 - секретные переменные, c - константа, s - селектор. Соответствующее ограничение в виде полинома - $s \cdot (c \cdot b_0 \cdot b_1 - i_0) = 0$. То есть схема будет верна только, если доказывающий знает какое-то разложение числа на множители.

2 Цель работы

Цель данной работы - сделать обзор методов и средств, используемых при автоматическом тестировании схем арифметизации. Для достижения этой цели требуется:

- Сформировать критерии для сравнения методов.
- Проанализировать существующие решения по выделенным критериям.
- Дать оценку каждому критерию.

3 Анализ предметной области

3.1 Уязвимости в схемах арифметизации

Общая черта всех схем арифметизации - наличие ограничений, которые должны выполняться в том случае, если известны все входные параметры - и приватные и публичные. Схемы пишутся на разных специфичных языках программирования (DSL), а затем преобразуются компилятором в один из перечисленных ранее форматов. Объект тестирования - схема в формате R1CS или Plonkish. При разработке схемы или её компилировании могут быть допущены различные ошибки. Например, в схеме может быть целочисленное переполнение - это довольно частая ошибка, потому что разработчики забывают, что все вычисления ведутся в поле F_p , или ошибочное использование операторов в программе - например, использование оператора $< --$ вместо $< ==$ в Circom. Такие ошибки приводят к тому, что в схеме может быть недостаточно ограничений, то есть для каких-то входных данных может быть несколько корректных секретных данных, что может привести к возможности подмены доказательства. Помимо ошибок при разработке, могут быть ошибки непосредственно в дизайне самой схемы. То есть написанный код будет корректен с точки зрения ЯП и компилятора, но схема будет уязвимой из-за неправильных математических предположений. Далее более формально опишем такие схемы.

Пусть на вход дана арифметическая схема $C(x, y)$. Она является недостаточно ограниченной, если существуют такие публичные входные данные x и два различных выхода y, y' такие, что $C(x, y)$ и $C(x, y')$ оба верны. Вообще говоря, недостаточно ограниченные программы зачастую проблематичны, поскольку они указывают на несоответствие программы по генерации непубличных данных и соответствующих ограничений. В частности, если вычисление является детерминированным, то учитывая вклад x, y , есть только один такой y , что $P(x) = y$. Таким образом, соответствующие ограничения должны принимать значение true только для уникального параметра y , заданного на входных данных x . Следовательно, несмотря на то, что существуют редкие случаи, когда неограниченные схемы могут не соответствовать ошибке, они часто указывают на скрытую проблему в базовой программе. Согласно исследованиям, скрытые ошибки в арифметических схемах могут позволить злоумышленнику подделывать подписи, красть средства пользователей или создавать поддельные криптовалюты.

Рассмотрим пример данной уязвимости на примере из стандартной библиотеки circom на рисунке 3. На нём представлена программа, которая производит *one-hot encoding* единственного входного параметра *inp*. В случае, когда этот параметр лежит во множестве $\{0..w-1\}$, программа при выполнении поставит в соответствующую ячейку выходного массива единицу, остальные будут нулевыми. Если же число не лежит в этом множестве, весь массив будет заполнен нулями. На рисунке 3 справа представлена соответствующая R1CS схема для этой программы. Первые три условия в ней означают, что либо элемент

out_i равен 0, либо переменная inp равна i . Пятое, что $success$ равно либо 0, либо 1. Соответственно четвертое, что сумма out_i равна $success$. При этом для этой системы существует два решения для каждого из $inp = 0, 1, 2$. Например, для $inp = 0$ это решение - $out_0 = 1, out_1 = 0, out_2 = 0, success = 1$ и решение $out_0 = 0, out_1 = 0, out_2 = 0, success = 0$. Первое получается из логики выполнения программы, а второе может быть использовано злоумышленником для подделки доказательства.

3.2 Алгоритм работы анализатора

Общий алгоритм работы анализатора безопасности арифметических схем состоит из следующих шагов, которые могут быть опциональными:

- Использование абстрактной интерпретации переменных
- Фаззинг некоторых параметров
- Обращение к SMT солверу

Рассмотрим каждый из них более подробно.

4 Анализ инструментов предметной области

Цель анализа - рассмотреть работу инструментов, которые применяются при проверке ограничений в схемах арифметизации. В обзоре рассмотрены самые цитируемые актуальные статьи с google scholar.

4.1 QED^2

QED^2 [7] - новый метод поиска ошибок в ZKP схемах, вызванных недостаточно ограниченными полиномиальными уравнениями над конечными полями. Метод выполняет семантический анализ уравнений конечного поля, сгенерированных компилятором, чтобы доказать, является ли каждый сигнал уникальным для входных данных. Подход сочетает в себе SMT-решение с упрощенным выводом уникальности, что позволяет эффективно анализировать схемы. В работе рассмотрена конкретная реализация этого метода - инструмент Picus¹.

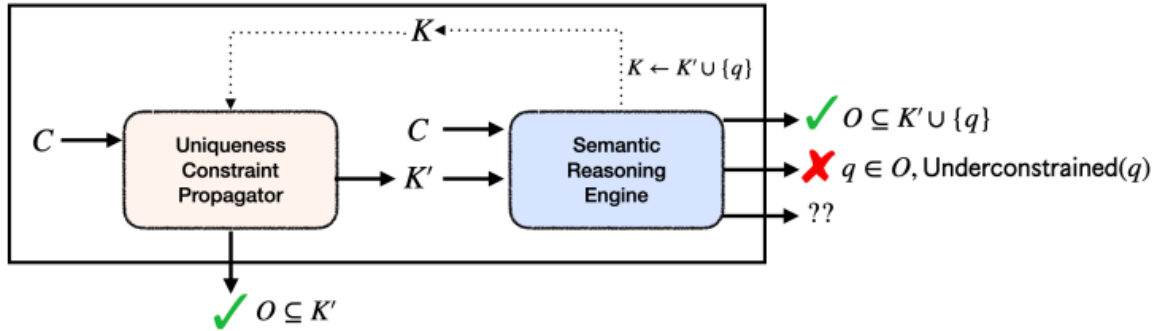


Рисунок 5: Алгоритм работы метода QED^2

Инструмент принимает на вход $R1CS$ схему и пытается определить достаточно ли в ней ограничений. Результат работы инструмента может быть одним из следующих:

- Ограничений достаточно. Это означает, что все скрытые переменные однозначно определяются входными, и инструмент смог это математически подтвердить.
- Ограничений недостаточно. В этом случае инструмент предоставит для конкретных входных значений два набора скрытых переменных, которые удовлетворяют схеме.
- Неопределённость. Инструмент не может дать точный ответ, так как SMT-solver не смог найти решение задачи за выделенное время.

Рассмотрим подробнее алгоритм работы инструмента, представленный на рисунке 5.

¹<https://github.com/chyanju/Picus>

На вход алгоритму подаётся схема $C(I, W, O)$, где I - входные переменные, W - промежуточные, O - выходные. K - множество переменных, которые однозначно задаются входными данными, независимо от их значения. Изначально в K лежат все входные переменные. По сути инструмент использует своеобразный метод абстрактной интерпретации - каждая переменная либо однозначно определена, тогда она лежит во множестве K , либо не определена. При этом во время работы метода поддерживается второе состояние абстрактной интерпретации - список возможных значений переменной. Изначально всем переменным присвоены все значения их поля F_p , то есть интервал $0..p-1$. Далее в цикле выполняются следующие два шага, цель каждого из которых - расширить множество K :

$$\begin{array}{c}
\frac{\Delta, C, K \models e \quad \text{Constant}(c) \quad c \neq 0 \quad c \times x - e = 0 \in C}{\Delta, C, K \models x} \text{ (ASSIGN)} \quad \frac{A\vec{x} - \vec{b} = 0 \subseteq C \quad \Delta, C, K \models \vec{b} \quad A \in \mathbb{F}_p^{n \times n} \wedge \det(A) \neq 0}{\Delta, C, K \models \vec{x}} \text{ (BIGINT-MUL)} \\
\\
\frac{\sum_{i=0}^n c^i \times y_i - x = 0 \in C \quad \Delta, C, K \models x \quad y_n < \frac{p}{c^n} - 1 \quad c > 1 \quad \forall i \in [0, n]. \Delta(y_i) \subseteq [0, c-1]}{\Delta, C, K \models y_i \text{ for } i \in [0, n]} \text{ (BASE-CONV)} \\
\\
\frac{\sum_{i=0}^n y_i = e \quad \Delta, C, K \models e \quad \Delta, C, K \models x \quad \forall i \in [0, n]. y_i \times (x - i) = 0 \in C}{\Delta, C, K \models y_i \text{ for } i \in [0, n]} \text{ (ALL-BUT-ONE-0)}
\end{array}$$

Рисунок 6: Правила вывода для абстрактной интерпретации определённости переменной

$$\begin{array}{c}
\frac{\Delta \vdash e : \Omega \quad c \neq 0 \quad c \times x - e = 0 \in C}{\Delta, C \vdash x : \{v \times c^{-1} \mid v \in \Omega\}} \text{ (ASSIGN)} \\
\\
\frac{\prod_{i=1}^n (x - c_i) = 0 \in C}{\Delta, C \vdash x : \{c_1, \dots, c_n\}} \text{ (ROOT)} \quad \frac{\sum_{i=0}^n c^i \times y_i - x = 0 \in C \quad c > 1 \quad \forall i \in [0, n]. \Delta(y_i) \subseteq [0, c-1]}{\Delta, C \vdash x : \{v \in \mathbb{F}_p \mid 0 \leq v < c^{n+1}\}} \text{ (BASE-CONV)}
\end{array}$$

Рисунок 7: Правила вывода для абстрактной интерпретации значений переменной

1. Шаг распространения определённости на основе правил. На этом шаге используются особенности схемы арифметизации $R1CS$, а именно - 4 правила

вывода, которые эффективно работают на схемах. Правила представлены на рисунке 6. Этот шаг работает до тех пор, пока какое-то из правил работает и в множество K добавляются новые переменные. Если правила неприменимы, то инструмент переходит к следующему шагу. При этом параллельно вычисляется абстрактная интерпретация значений переменных по правилам на рисунке 7.

2. Далее каждую из неопределённых переменных алгоритм пытается доопределить при помощи солвера. Для этого формируется вторая схема C' - полная копия первой, кроме названий переменных. Чтобы добавить в формулу для солвера знания о переменных, накопленные на предыдущих шагах алгоритма, определяются две формулы:

- (a) $\phi = \bigwedge_{u \in K} (u = u')$ - формула сужает перебор - уже определённые переменные должны быть равны.
- (b) - кодируем в формулу все имеющиеся абстрактные интерпретации значений для каждой из переменных.

Итоговую формула отдаётся решателю CVC5¹

Среди схем, которые может решить QED^2 , QED^2 возвращает результаты, подтвержденные для подавляющего большинства - 89%. Этот результат ожидаем, поскольку многие схемы, входящие в состав `circomlib-utils` и `circomlib-core`, написаны криптографами, которые также являются экспертами Circom. Однако существует 13 схем, для которых QED^2 выдает контрпримеры, что означает, что эти схемы доказуемо недостаточно ограничены.

4.2 Korrekt

Korrekt - инструмент для анализа схем в арифметизации Plonkish в конкретной её реализации - протоколе Halo2. Он может работать в двух режимах: поиск неиспользуемых гейтов, ячеек или столбцов, и проверка того, что в схеме достаточно ограничений. Рассмотрим оба метода.

Первый метод основан полностью на абстрактной интерпретации. Каждая схема определяет набор значений для столбцов с константами и переменными-селекторами. То есть неизвестны только значения в столбцах, которые отвечают за входные данные - именно к ним применяется абстрактная интерпретация. Область значений этих переменных - $\{Var, Zero, NonZero\}$. Изначально во всех столбцах неизвестным переменным присвоено значение Var . Задача такой интерпретации - проверить являются ли какие-то из полиномов-ограничений тождественно нулевыми. Правила вычисления необходимо определить только для операций $+$, $-$, \cdot , для них они определяются тривиально. Такой анализ позволяет находить неиспользуемые полиномы, что может говорить о следующем: если все полиномы какого-то гейта нулевые, то гейт не используется или для поиска

¹<https://github.com/cvc5/cvc5>

входных переменных, которые непокрыты ни одним ненулевым полиномом - в этом случае схема будет недостаточно ограниченной.

Второй алгоритм используется для поиска недостаточно ограниченных схем. Для арифметизации Plonkish схема будет недостаточно ограниченной, если для конкретных значений входных столбцов существует два набора значений секретных столбцов, которые удовлетворяют схеме. Алгоритм основан на использовании солвера `svcs5`. Первый шаг алгоритма - собрать в одну формулу все полиномы, которые образуют ограничения в гейтах. Далее к ним добавляются ограничения на простое равенство переменных и ограничения от lookups. Значения для таблиц поиска в схеме сохраняются в константных столбцах. Для них существуют особые ограничения, которые обращают в равенство какое-то подмножество клеток остальных столбцов константным столбцам. Так например, могут быть заданы логические формулы, такие как конъюнкция или xor. В константных столбцах записывается вся таблица значений функции, а переменные из остальных столбцов должны совпадать с одним из рядов. Для того, что в формулу добавить такие ограничения используется конъюнкция дизъюнкций равенств. Далее алгоритм прогоняет следующие шаги в цикле:

1. (опционально) Задать случайные значения некоторым столбцам с входными переменными. Это шаг фаззинга.
2. Запустить для текущей формулы солвер. Получить набор переменных, которые удовлетворяют всем ограничениям.
3. Добавить в формулу ограничение следующего вида - хотя бы одно из значений столбцов с секретными данными должно отличаться от набора, полученного на предыдущем шаге, а все входные столбцы должны совпасть. Запустить солвер на новой формуле.
4. Если на предыдущем шаге формула оказалась разрешима, то алгоритм обнаружил для каких-то входных параметров два разных доказательства, что говорит о том, что схема недостаточно ограничена. Если на предыдущем шаге решение не было найдено, то в формулу добавляются ограничения на входящие данные (чтобы они отличались от текущих) и поиск продолжается с шага один.

Данный инструмент справляется с тестированием схем `halo2`, но применить его для каких-то других систем не удалось из-за его большой интеграции в данную схему.

4.3 Выводы

Большая проблема существующих инструментов - их заточенность под определённую реализацию протоколов, и невозможность их переиспользования для тестирования других схем. Поэтому для дальнейших исследований предлагается в первую очередь выработать единый формат арифметизации, который

возможно будет не столь оптимальным для использования в продуктивных средах, но сохранит свойство законченности ограничений. Затем разработать анализатор для этого формата, используя наиболее перспективные идеи существующих инструментов. Среди таких идей - использование абстрактной интерпретации, особенно случаи определения свободная переменная или нет и использование актуальных солверов. Разработанный формат должен учитывать эффективность этих идей и подстраиваться под них.

5 Результаты

В рамках данной работы были получены следующие результаты:

- Сделан обзор методов поиска недостаточных ограничений в схемах арифметизации. Выделены критерии для сравнения таких инструментов.
- Произведён анализ существующих инструментов. На его основе предложен алгоритм для инструмента поиска недостаточных ограничений в схемах арифметизации.

Список литературы

- [1] PlonK: Permutations over Lagrange-bases for Oecumenical Noninteractive arguments of Knowledge [Электронный ресурс]. URL: <https://eprint.iacr.org/2019/953.pdf> (дата обращения: 26.05.2024)
- [2] Automated Analysis of Halo2 Circuit [Электронный ресурс]. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-3429/paper3.pdf> (дата обращения: 26.05.2024)
- [3] Certifying Zero-Knowledge Circuits with Refinement Types [Электронный ресурс]. URL: <https://eprint.iacr.org/2023/547.pdf> (дата обращения: 26.05.2024)
- [4] SoK: What don't we know? Understanding Security Vulnerabilities in SNARKs [Электронный ресурс]. URL: <https://arxiv.org/pdf/2402.15293> (дата обращения: 26.05.2024)
- [5] Halo2 Book [Электронный ресурс]. URL: <https://zcash.github.io/halo2/index.html> (дата обращения: 26.05.2024)
- [6] MoonMath manual [Электронный ресурс]. URL: <https://leastaauthority.com/community-matters/moonmath-manual/> (дата обращения: 26.05.2024)
- [7] Automated Detection of Under-Constrained Circuits in Zero-Knowledge Proofs [Электронный ресурс]. URL: <https://eprint.iacr.org/2023/512.pdf> (дата обращения: 26.05.2024)
- [8] Compositional Formal Verification of Zero-Knowledge Circuits [Электронный ресурс]. URL: <https://eprint.iacr.org/2023/1278.pdf> (дата обращения: 26.05.2024)
- [9] Formal Verification of Zero-Knowledge Circuits [Электронный ресурс]. URL: <https://arxiv.org/pdf/2311.08858>(дата обращения: 26.05.2024)
- [10] Franklyn Wang (2022): Ecne: Automated Verification of ZK Circuits. OXPARC Blog [Электронный ресурс]. URL: <https://0xparc.org/blog/ecne>(дата обращения: 26.05.2024)
- [11] Plookup: A simplified polynomial protocol for lookup tables [Электронный ресурс]. URL: <https://eprint.iacr.org/2020/315.pdf>(дата обращения: 26.05.2024)
- [12] ZERO-KNOWLEDGE ROLLUPS [Электронный ресурс]. URL: <https://ethereum.org/en/developers/docs/scaling/zk-rollups/>(дата обращения: 26.05.2024)
- [13] Circom [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.circom.io/>(дата обращения: 26.05.2024)

- [14] Zokrates [Электронный ресурс]. URL: <https://zokrates.github.io/>(дата обращения: 26.05.2024)
- [15] cvc5: A Versatile and Industrial-Strength SMT Solver [Электронный ресурс]. URL: [cvc5](#)(дата обращения: 26.05.2024)
- [16] Satisfiability Modulo Finite Fields [Электронный ресурс]. URL: <https://eprint.iacr.org/2023/091.pdf>(дата обращения: 26.05.2024)
- [17] On Satisfiability of Polynomial Equations over Large Prime Fields [Электронный ресурс]. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-3185/extended9913.pdf>(дата обращения: 26.05.2024)
- [18] Customizable constraint systems for succinct arguments [Электронный ресурс]. URL: <https://eprint.iacr.org/2023/552.pdf>(дата обращения: 26.05.2024)