Лабораторная работа № 8 по курсу дискретного анализа: Жадные алгоритмы

Условие

На координатной прямой даны несколько отрезков с координатами $[L_i, R_i]$. Необходимо выбрать минимальное количество отрезков, которые бы полностью покрыли интервал [0, M].

Метод решения

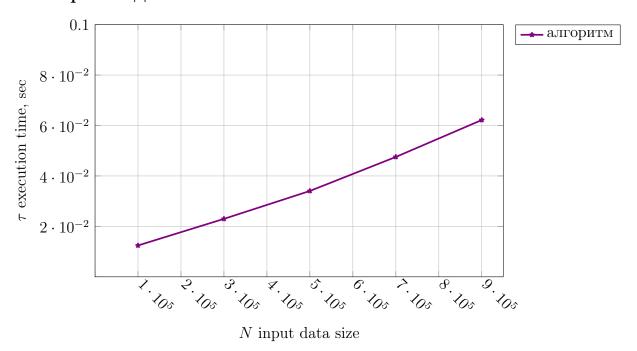
Эту задачу можно решать жадным алгоритмом. Давайте в начале отсортируем все отрезки по левой границе. Тогда чтобы продолжить уже наилучшее покрытие, нам нужно выбрать из всех отрезков, которые начинаются левее конца покрытия, тот у которого будет самая правая граница. Это работает, так как, если взять не его, то мы на следующем шаге продолжения будем рассматривать уже только подмножество исходов, которые бы были у нас при выборе самого правого. Получается мы точно не уменьшаем ответ, используя этот жадный способ продолжения.

Описание программы

К сожалению, тестирующая система не позволила использовать модульный подход к решению поставленной задачи, поэтому весь рабочий код размещён в единственном файле main.cpp.

В структуре отрезка будем хранить его индекс во входных данные, чтобы вывести в ответе их в оригинальном порядке, так как в процессе решения мы их переупорядочим сортировкой. Сортируем массив отрезков по левой границе, инициализируем покрытие от 0 до 0. Далее крутим цикл продлений покрытия до M, либо пока не просмотрим все отрезки. За все шаги каждый отрезок рассматривается лишь один раз, поэтому асимптотика решения определяется только сортировкой $O(nlog \cdot n)$. В конце массив из выбранных отрезков сортируем по индексу, который мы сохранили в самом начале.

Тест производительности



Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была решена задача жадным методом. То есть на каждом этапе алгоритма мы выбирали единственный локально наилучший вариант. На практике такое не всегда приводит к оптимальному ответу, но зато такие алгоритмы быстрее как раз за счёт отсутствия альтернатив для перебора.