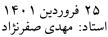
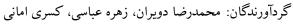
## ساختمان داده و الگوریتمها





بررسی و بازبینی: کهبد آیینی مهلت ارسال: ساعت ۱۲



دانشگاه صنعتی شریف

دانشكدەي مهندسي كامپيوتر

پاسخنامه امتحان میانترم

سوالات (۱۰۰ نمره)

۱. (۲۰ نمره) پیچیدگی توابع بازگشتی زیر را تحلیل کنید:

•  $T(n) = AT(\sqrt{n}) + \log^{r} n$ 

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n \leq \Delta \\ T(\frac{n}{r}) + T(\frac{n}{r}) + n & \text{Otherwise} \end{cases}$$

 $\begin{cases} T(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} T(i) + \Upsilon n \\ T(1) = 1 \end{cases}$ 

- ۲. (۱۵ نمره) مجموعهای از n توپ داریم که داخل هر کدام از آنها یک عدد نوشته شده است. به ما اجازهی باز کردن توپها داده نشده است اما دستگاهی داریم که اگر دو توپ را به آن نشان دهیم به ما می گوید عدد داخل آنها یکسان است یا خیر. الگوریتمی از  $O(n \log n)$  ارائه دهید که مشخص کند آیا بین اعداد توپها، عددی وجود دارد که با عدد حداقل نصف توپهای دیگر برابر باشد یا خیر و اگر وجود دارد مجموعهی توپهایی که حاوى آن عدد هستند، پيدا كنيد. درستى پيچيدگى زمانى الگوريتم خود را ثابت كنيد.
- ۳. (۱۵ نمره) فرض کنید به روالهای متداول یک پشته، روال سومی به نام MULTIPOP اضافه میکنیم که متود آن به صورت MULTIPOP(S,K) فراخوانی می شود و K عنصر روی پشتهی S را POP می کند. (اگر پشته K عضو با كمتر دارد، خالي خواهد شد.)
- با استفاده از pseudocode این روال را طوری پیاده کنید که مرتبه زمان اجرای آن نسبت به تعداد عملياتهاي POP خطي باشد.
- ثابت كنيد كه هزينه اجراي هر دنبالهاي از سه روال PUSH, POP, MULTIPOP روى يشتهاي كه در ابتدا خالی است، کران بالای O(n) دارد و هزینه سرشکن اجرای هر روال O(1) خواهد بود.
- O(k) نامره) یک هرم کمینه با n عنصر متمایز از اعداد و یک عدد x داده شده است. الگوریتمی با زمان (۴ ارائه دهید که مشخص کند آیا kامین کوچکترین عنصر موجود در هرم از x کوچکتر است یا خیر.

- 0. (۱۵ نمره) فرض کنید دو عنصر a و b از یک درخت دودویی جستجو داده شدهاند. الگوریتمی ارائه دهید که بزرگترین عنصر در مسیر دو عنصر داده شده را بیابد. توجه کنید که این مسیر شامل خود a و b هم می شود. (پیچیدگی زمانی الگوریتم نیز باید از O(h) باشد و b همان ارتفاع درخت است.)
- RANDOM(a,b) از متود (۲۰ نمره) فرض کنید برای پیاده سازی الگوریتم RANDOMIZED QUICKSORT از متود (۲۰ نمره) فرض کنید برای پیاده سازی الگوریتم تصادفی در بازه [a,b] بازمی گرداند. با استفاده از که یک عدد صحیح تصادفی در بازه [a,b] بازمی گرداند. با استفاده از فراخوانی خواهد شد. بیان کنید که در بدترین و بهترین حالت با اجرای الگوریتم مرتب سازی، این متود چند بار فراخوانی خواهد شد.

موفق باشيد.