



# ساختمان داده و الگوریتمها

۰۴ تیرماه ۱۴۰۱

استاد: مهدی صفرنژاد

گردآوردندگان: محمدرضا دویران، زهره عباسی، کسری امانی

بررسی و بازبینی: کهبد آیینی

مهلت امتحان: ساعت ۱۲

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

امتحان پایانترم

سوالات (۱۰۰ نمره)

به موارد زیر توجه کنید.

- مدت امتحان ۱۸۰ دقیقه است.
- امیدواریم که تا این جای کلاس با تفکر الگوریتمی آشنا شده باشید و با همین تفکر به سوالات پاسخ دهید.
- ۱. (۲۰ نمره) به موارد زیر پاسخ دهید:
  - با استفاده از مجموعه‌های مجزا الگوریتمی ارائه دهید که بتوان پایین‌ترین جد مشترک دو راس  $u$  و  $v$  را در درخت  $T$  پیدا کرد.
  - با استفاده از مجموعه‌های مجزا، الگوریتمی ارائه دهید که وجود دور در گراف را تشخیص دهد.
- ۲. (۱۵ نمره) یک ترتیب از  $m$  تا عملیات UNION، FINDSET، MAKESET ارائه دهید به طوری که اگر  $n$  بار عملیات MAKESET روی داده ساختار مجموعه‌های مجزا پیاده شود و تنها از Union by rank استفاده شود، زمان لازم  $\Omega(m \log n)$  باشد.
- ۳. (۱۵ نمره) الگوریتمی ارائه دهید که کوتاه‌ترین مسیر از راس  $s$  به راس  $t$  را در یک گراف با یال‌های وزن‌دار که تنها وزن یک یال منفی است، پیدا کند. ابتدا وجود دور با طول منفی در گراف را بررسی کنید، سپس کوتاه‌ترین مسیر را پیدا کنید.
- ۴. (۱۵ نمره) به موارد زیر پاسخ دهید:
  - گراف جهت‌دار  $G = (V, E)$  و دو راس  $s$  و  $d$  از آن را در نظر بگیرید. تمام مسیرهای متفاوت موجود از  $s$  به  $d$  را در  $G$  پیدا کنید و پیچیدگی زمانی راه خود را محاسبه کنید.
  - گراف ساده و بدون وزن  $G$  داده شده است. هر یال از این گراف با یکی از رنگ‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$  رنگ شده است. الگوریتمی ارائه دهید که کوتاه‌ترین مسیر بین راس ۱ تا  $n$  را به طوری که هر دو یال متوالی دارای رنگ‌های متفاوت باشند، پیدا کند.
- ۵. (۱۵ نمره) به موارد زیر پاسخ دهید:
  - برای تبدیل یک عبارت پیشوندی به عبارت معادل پسوندی الگوریتمی بازگشتی ارائه دهید.
  - الگوریتمی غیربازگشتی برای تبدیل یک عبارت پسوندی به یک عبارت پیشوندی ارائه دهید.

۶. (۲۰ نمره) قصد داریم با استفاده از direct addressing یک dictionary را پیاده‌سازی کنیم، به صورتی که آرایه‌ی مربوط به آن بسیار بزرگ است؛ در ابتدا، ممکن است که اعضای این آرایه شامل مقادیر garbage باشد (مقادیری که به صورت random از قبل در memory باقی مانده‌اند)، بنابراین مقداردهی این آرایه در ابتدای اجرای الگوریتم به دلیل بزرگ بودن آرایه بسیار هزینه‌بر خواهد بود. یک پیاده‌سازی برای این dictionary ارائه دهید (دقت کنید که باید از آدرس‌دهی مستقیم استفاده کنید). هر عضو ذخیره شده باید از مرتبه  $O(1)$  فضا اشغال کند؛ همچنین، روال‌های SEARCH, INSERT و DELETE هرکدام باید مرتبه زمان اجرایی از  $O(1)$  داشته باشند (برای نشان دادن پیاده‌سازی خود از Pseudocode استفاده کنید).  
راهنمایی: برای تعیین تعداد اعضای آرایه که مقداردهی شده‌اند از یک حافظه Stack استفاده کنید که اندازه آن برابر تعداد خانه‌هایی از آرایه است که مقداردهی شده‌اند.

موفق باشید.