A, B, C, … 表示集合；a, b, c, …表示集合中的元素。

元素包含/不包含在集合中

- 包含：$a \in A$
- 不包含：$a \notin A$

子集，真子集，超集，空集

- 子集：$A \subset \mathrm{B}$
- 子集：$A \subseteq \mathrm{B} = \{A \subset \mathrm{B}\}\ and\ \{\mathrm{A} = \mathrm{B}\}$
- 真子集：$A \subsetneq B = \{A \subset B\}\ and\ \{A \neq B\}$
- 超集：$B \supset A$
- 空集：$\emptyset$

集合 A 和 B

- A 并 B：$A \cup B = \{x \mid x \in A\ or\ x \in B\}$
    - $\cup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$
    - $\cup_{i=1}^{\infty} A_i$
    - $\cup_{i \in I} A_i$
- A 交 B：$A \cap B = \{x \mid x \in A\ and\ x \in B\}$
    - $\cap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n$
    - $\cap_{i=1}^{\infty} A_i$
    - $\cap_{i \in I} A_i$
    - 集合 A 与集合 B 不相交：$A \cap B = \emptyset$
    - 对于任意$j, k \in I$且$j \neq k$，均有$A_j \cap A_k = \emptyset$，则称集族$\{A_i\}_{i \in I}$中的集合两两不相交
- A 的补集：A^c，全体不在 A 中的元素的集合。
    - 关于什么取补集：如果 X 是整个空间，那么$A \subset X$，于是将A^c记为$X \setminus A$

- A 和 B 的笛卡尔乘积：$A \times B = \{(a, b) | a \in A\ and\ b \in B\}$
  - $A = \{1, 2\}\ and\ B = \{2, 3, 4\}$，那么$A \times B = \{(1,2), (1,3), (1,4),\ (2,2),\ (2,3),\ (2,4)\}$
  - $A^2 = A \times A$，n 个 A 相乘记为A^n
  - 笛卡尔乘积的次序较重要，通常情况下$A \times B \neq B \times A$
- A 的幂集：$\mathcal{P}(A)$，A 的所有子集的集合
  - 如果$A = \{x_1,\ x_2\}$，则$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset,\ \{x_1\},\ \{x_2\},\ \{x_1,\ x_2\}\}$，$\mathcal{P}(A)$中元素自身就是集合
  - A 是有限集，则$\mathcal{P}(A)$的元素个数是$2^{\#A}$，#A 表示 A 中元素个数

函数

- 单射：函数$f: A \to B$将不同的输入映射到不同的输出，当$x \neq y$时，$f(x) \neq f(y)$，那么函数f称为一对一的函数，也叫单射
- 满射：函数$f: A \to B$，如果对于任意给定的$b \in B$，都存在一个$a \in A$，那么函数f是映上的，也叫满射
- 双射：函数f既是单射（一对一的）又是满射（映上的）

集合的大小：依次是有限、可数和不可数

- 集合 A 中的元素与集合$\{1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n\}$存在一一对应的关系，则称 A 是**大小为 n**（或**基数为 n**）的**有限集**
- 集合 A 与正整数集之间存在一个既是一对一的又是映上的函数f（双射函数f），那么集合 A 是**可数的**
- 集合 A 既不是有限的，也不是可数的，则它是**不可数的**
- $\#A$或者$|A|$表示集合 A 的大小
- 可数集不仅拥有无穷多个元素，而且它的大小是最小的无穷大
- 即使$A \subsetneq B$，$|A| = |B|$也是有可能成立的，例如正偶数集 E 和正整数集 P
- 正整数集、整数集$\mathbb{Z}$、有理数集$\mathbb{Q}$以及$\mathbb{Q}^n = \{(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n): x_i \in \mathbb{Q}\}$（全体 n 元有理数组的集合）都是可数的，且具有相同的大小
- 实数集$\mathbb{R}$、平面$\mathbb{R}^2$和 n 维空间$\mathbb{R}^n$都是不可数的