A, B, C, … 表示集合；a, b, c, …表示集合中的元素。元素包含/不包含在集合中：

* 包含：
* 不包含：

子集，真子集，超集，空集

* 子集：
* 子集：
* 真子集：
* 超集：
* 空集：

集合A和B

* A并B：
* A交B：
  + 集合A与集合B不相交：
  + 对于任意且，均有，则称集族中的集合两两不相交
* A的补集：，全体不在A中的元素的集合。
  + 关于什么取补集：如果X是整个空间，那么，于是将记为
* A和B的笛卡尔乘积：
  + ，那么
  + ，*n*个A相乘记为
  + 笛卡尔乘积的次序较重要，通常情况下
* A的幂集：，A的所有子集的集合
  + 如果，则，中元素自身就是集合
  + A是有限集，则的元素个数是，#A表示A中元素个数

函数

* 单射：函数将不同的输入映射到不同的输出，当时，，那么函数*f*称为一对一的函数，也叫单射
* 满射：函数，如果对于任意给定的，都存在一个，那么函数*f*是映上的，也叫满射
* 双射：函数*f*既是单射（一对一的）又是满射（映上的）

集合的大小：依次是有限、可数和不可数

* 集合A中的元素与集合存在一一对应的关系，则称A是**大小为*n***（或**基数为*n***）的**有限集**
* 集合A与正整数集之间存在一个既是一对一的又是映上的函数*f*（双射函数*f*），那么集合A是**可数的**
* 集合A既不是有限的，也不是可数的，则它是**不可数的**
* 或者表示集合A的大小
* 可数集不仅拥有无穷多个元素，而且它的大小是最小的无穷大
* 即使，也是有可能成立的，例如正偶数集*E*和正整数集*P*
* 正整数集、整数集、有理数集以及（全体*n*元有理数组的集合）都是可数的，且具有相同的大小
* 实数集、平面和*n*维空间都是不可数的
* 样本空间/结果空间：假设所有可能的结果都是某个给定集合的子集，被称为样本空间或结果空间
* 事件：结果空间中的元素被称为事件
* 概率函数*Prob*：表示事件A发生的概率，简写

**代数**

给定一个结果空间，只能在一组特殊的子集上定义概率函数，我们把这组特殊的子集记作，即所谓的代数。如果A和B都属于，那么和也都在中。

（柯尔莫戈洛夫的）**概率公理**：是一个结果空间，是一个代数，如果概率函数*Prob*满足下列条件，那么就是一个概率空间。

* + 如果，那么是有定义的，且
  + ，
  + 设是由有限个或可数个两两互不相交的集合构成的集族，并且每一个集合都是中的元素，那么

**概率空间的有用规则**：设是一个概率空间，那么可以得到如下结论：

* “**全概率公式**”：如果，那么，即
* “**容斥原理**”：
* 如果，那么。如果A是B的真子集（），那么不一定有，可以确定的是，其中表示B中不属于A的所有元素
* 如果对于任意的*i*，均有，那么

*对于给定的并集，我们通常希望能把它写成几个互不相交的集合的并。*

Diagram

Description automatically generated

* **自然数**：。
  + 0是否算作自然数，至今也没有共识。
* **整数：**负整数、零、正整数。
  + 。
* **有理数**：可以表示为两个整数之比的数，分母不能为零。
  + 有限小数和无限循环小数可以表示为两个整数之比，所以是有理数。
  + 有理数相加、相减、相乘或相除，其结果也是有理数。
* **无理数**：不可以表示为两个整数之比的数。
  + 无限不循环小数，例如：。
* **代数数**：代数方程的解。
  + ，其中N是正整数，是整数。
  + 更简明的写作：。
* **超越数**：超越了代数数，例如：。
* **虚数**：负数的平方根，的平方根记作字母。
* **实数**：除负数的平方根外（虚数）的其他数。也称为**连续统**。
* **集合**：由一些称作集合元素的对象组成的，用大括号表示。
  + 例如：
  + 集合中的元素是唯一的，但是排列顺序无关紧要。
* **基数**或**势**：集合中元素的个数。具有相同基数的集合称作**等势的集合**。
* 有限集和无穷集
  + 可数的无穷和不可数的无穷
* 如果集合中的元素能与自然数一一对应，那么称这个集合是**可数的。**
  + 自然数、整数、有理数、代数数是可数的；
  + 超越数和实数是不可数的。
* **超限数**：
* 不同层次的无穷大。最小的称为可数（整数的个数），比可数更大的叫作不可数（实数的个数）。
* 自然数集
* 整数集