



# 圆、椭圆的扫描转换

王坤峰 教授

信息科学与技术学院



# 内 容

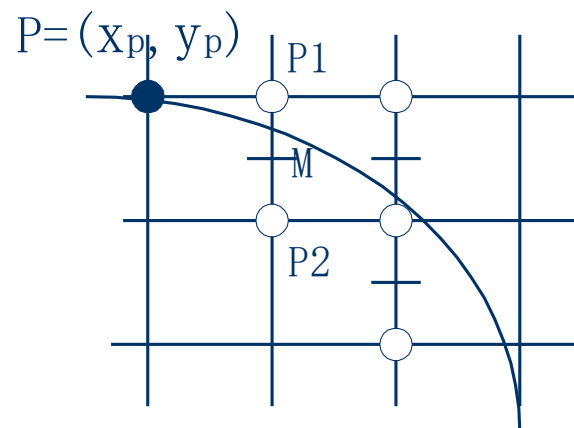
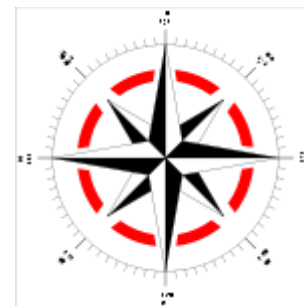
- 圆的扫描转换
  - 中点画圆法
- 椭圆的扫描转换

# 圆的性质与中点画圆法

- 圆的特征：八对称性
- 中点画圆法(Midpoint circle algorithm)

— 考虑中心在原点，半径为 $R$ 的第二个8分圆，构造判别式（圆方程）

$$\begin{aligned}d &= F(M) = F(x_p + 1, y_p - 0.5) \\&= (x_p + 1)^2 + (y_p - 0.5)^2 - R^2\end{aligned}$$



- 若  $d < 0$ ，则取  $P_1$  为下一像素，而且再下一像素的判别式为

$$d' = F(x_p + 2, y_p - 0.5) = (x_p + 2)^2 + (y_p - 0.5)^2 - R^2 = d + 2x_p + 3$$

- 若  $d \geq 0$ ，则应取  $P_2$  为下一像素，而且再下一像素的判别式为

$$d' = F(x_p + 2, y_p - 1.5) = (x_p + 2)^2 + (y_p - 1.5)^2 - R^2 = d + 2(x_p - y_p) + 5$$

- 第一个像素是  $(0, R)$ ，判别式  $d$  的初始值为

$$d_0 = F(1, R - 0.5) = 1.25 - R$$



# 中点画圆法程序代码

```
MidPointCircle(int r, int color)
{ int x,y;
  float d;
  x=0; y=r; d=1.25-r;
  circlepoints (x,y,color); //显示圆弧上的八个对称点
  while(x<=y)
  { if(d<0) d+=2*x+3;
    else { d+=2*(x-y)+5; y--;}
    x++;
    circlepoints (x,y,color);
  }
}
```



# 改进(1)

- 为了进一步提高算法的效率，可以将上面的算法中的浮点数改写成整数，仅用整数实现中点画圆法。
  - $e = d - 0.25$  代替  $d$
  - $e_0 = 1 - R$



# 改进(1) 的程序代码

```
MidPointCircle(int r int color)
{ int x,y,d;
  x=0; y=r; d=1-r; //我们只关心d的符号
  circlepoints (x,y,color); //显示圆弧上的八个对称点
  while(x<=y)
  { if(d<0)  d+=2*x+3;
    else  { d+=2*(x-y)+5; y--;}
    x++;
    circlepoints (x,y,color);
  }
}
```



## 改进(2)

- 判别式 $d$ 的增量是 $x$ 、 $y$ 的线性函数，因此可引进增量的变量 $\text{deltax}$ 和 $\text{deltay}$ ，使算法中不出现乘法。

$$\text{deltax} = x + x + 3$$

$$\text{deltay} = 2 - y - y$$





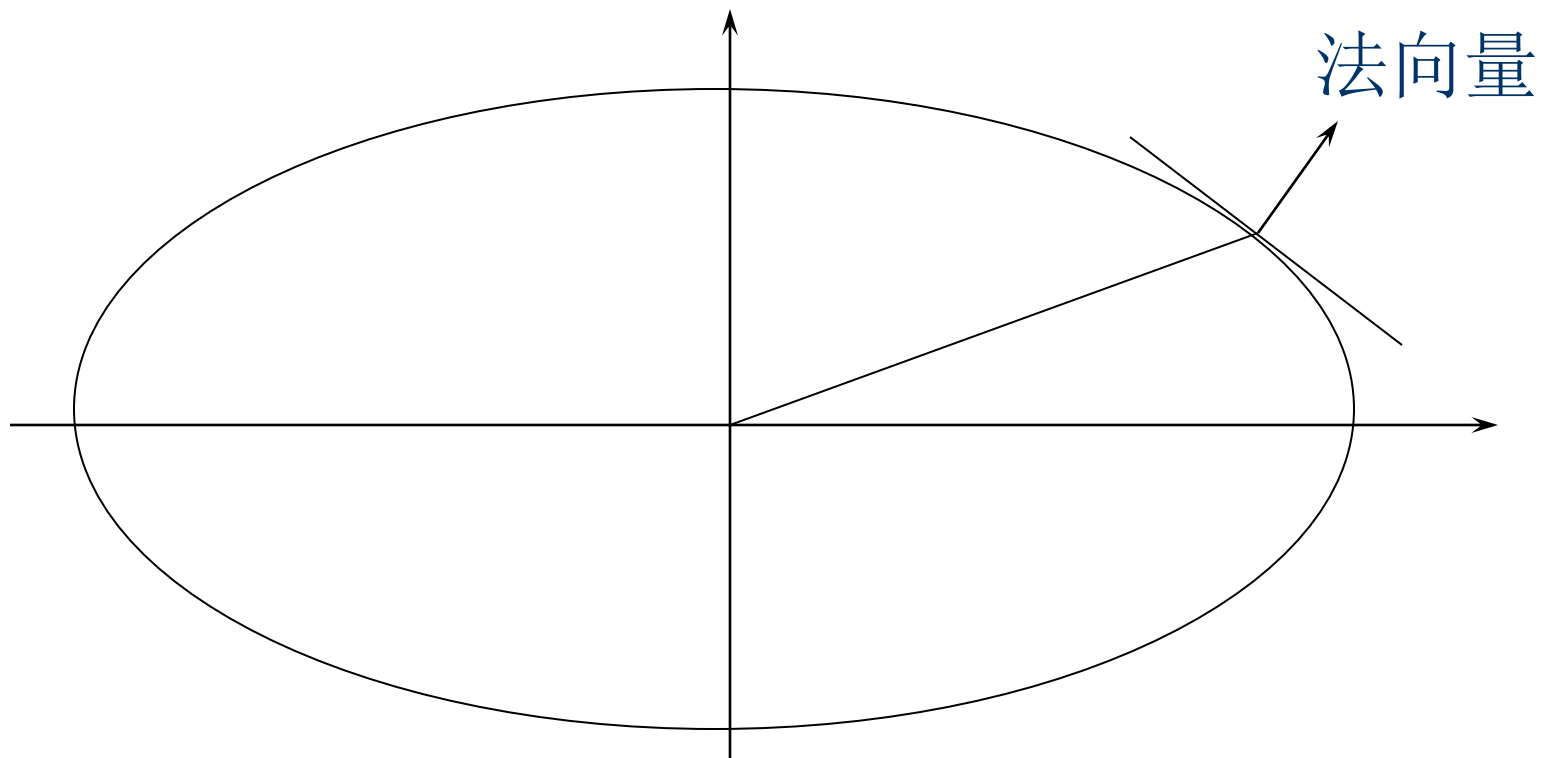
# 改进(2)后的程序代码

```
MidPointCircle(int r int color)
{ int x,y,d;
  x=0; y=r;
  deltax=3;deltay=2-r-r;d=1-r;
  circlepoints (x,y,color); //显示圆弧上的八个对称点
  while(x<=y)
  { if(d<0)  {d+=deltax; deltax+=2;}
    else { d+=deltax+deltay; deltax+=2; deltay+=2; y--;}
    x++;
    circlepoints (x,y,color);
  }
}
```

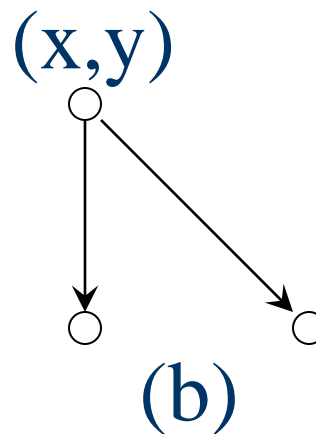
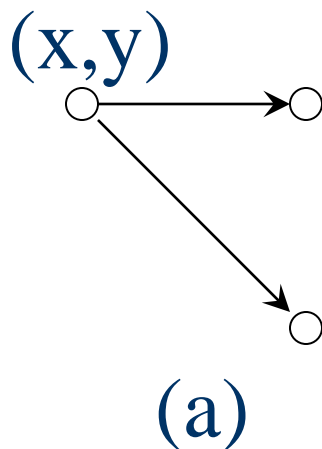
# 椭圆的扫描转换



$$F(x,y)=b^2x^2+a^2y^2-a^2b^2=0$$



- 椭圆斜率绝对值小于1时，在x方向取单位步长，如图(a)
- 椭圆斜率绝对值大于1时，在y方向取单位步长，如图(b)





# 上半部分

下一对候选像素的中点是

$$(x+1, y-0.5)$$

判别式

$$\begin{aligned} d_1 &= F(x+1, y-0.5) \\ &= b^2(x+1)^2 + a^2(y-0.5)^2 - a^2b^2 \end{aligned}$$

# 增量方法

求 $\Delta D$

$d_1 < 0$ 时

$$d_1' = F(x+2, y-0.5)$$

$$= d_1 + b^2(2x+3)$$

$d_1 > 0$ 时

$$d_1' = F(x+2, y-1.5)$$

$$= d_1 + b^2(2x+3) + a^2(-2y+2)$$



# 下半部分

下半部分的终止条件

$$y=0$$

下半部分的中点

$$(x+0.5, y-1)$$

判别式

$$\begin{aligned} d_2 &= F(x+0.5, y-1) \\ &= b^2(x+0.5)^2 + a^2(y-1)^2 - a^2b^2 \end{aligned}$$

x和y互换