Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ Информатика и системы управления

КАФЕДРА Системы обработки информации и управления (ИУ5)

О т ч е т

по домашнему заданию №1

Разработка алгоритмов определения обнаруживающей и корректирующей способности кода в линейных протоколах

Дисциплина: Сети и телекоммуникации

Студент гр. ИУ5-53Б ________________ Терентьев В.О.

(Подпись, дата) (Фамилия И.О.)

Преподаватель ________________ Галкин В.А.

(Подпись, дата) (Фамилия И.О.)

Москва, 2020

1. Постановка и метод решения задачи для варианта задания

Имеется дискретный канал связи, на вход которого подается закодированная в соответствии с вариантом задания кодовая последовательность. В канале возможны ошибки любой кратности. Вектор ошибки может принимать значения от единицы в младшем разряде до единицы во всех разрядах кодового вектора. Для каждого значения вектора ошибки на выходе канала после декодирования определяется факт наличия ошибки и предпринимается попытка ее исправления.

Обнаруживающая способность кода C_0 определяется как отношение числа обнаруженных ошибок N_0 к общему числу ошибок данной кратности, которое определяется как число сочетаний из n (длина кодовой комбинации) по i (кратность ошибки – число единиц в векторе ошибок) - C_n^i.

$$C_0 = \frac{N_0}{C_n^i}$$

Необходимо определить обнаруживающую способность кода.

№ варианта	Информационный вектор	Код	Способность кода
20	11111010001	Ц [15,11]	C_0

2. Алгоритмы кодирования, декодирования, вычисления обнаруживающей способности кода для ошибок всех возможных кратностей

Операции суммирования в двоичных циклических кодах ведутся по mod2 (модулю 2).

Алгоритм кодирования:

Пусть задан информационный вектор 11111010001 с количеством информационных разрядов $k = 11$ и порождающий полином $g(x) =$ $= x^4 + x + 1$ степени $r = 4$. Представим информационный вектор в виде полинома степени $(k-1) = 11 - 1 = 10$:

$$m(x) = x^{10} + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1.$$

Умножим полином $m(x)$ на $x^{(n-k)}$:

$$m(x) * x^4 = (x^{10} + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1) * x^4 =$$

$$= x^{14} + x^{13} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^4,$$

что соответствует сдвигу кодового вектора в сторону старших разрядов на $(n-k)$ разряда и добавлению в освободившиеся разряды нулей:

$$111110100010000,$$

где $n=r+k$, r – степень образующего полинома, k – число информационных разрядов кодового вектора.

Получим остаток $p(x)$ от деления полинома $x^{(n-k)} * m(x)$ на порождающий полином $g(x)$. Степень остатка $\leq n-k-1$.

```
1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 | 1 0 0 1 1
1 0 0 1 1                     |----------------------
---------                     | 1 1 1 0 1 0 0 1 1 0 0
  1 1 0 0 0
  1 0 0 1 1
  ---------
    1 0 1 1 1
    1 0 0 1 1
    -------------
        1 0 0 0 0
        1 0 0 1 1
        -------------
              1 1 0 1 0
              1 0 0 1 1
              ---------
                1 0 0 1 0
                1 0 0 1 1
                -----------
                      0 1 0 0  – вектор остатка
```

Таким образом, остаток $p(x)=x^2$.

Выполним операцию конкатенации полученного кодового вектора остатка $p(x)$ и исходного кодового вектора полинома $m(x)$:

$$11111010001\ @\ 0100 = 111110100010100,$$

где @ – конкатенация. В результате получили циклический [15,11]-код.

Алгоритм декодирования:

Пусть $v(x)$ – передаваемый кодовый полином, $r(x)$ – принятый кодовый полином.

Пусть вектор ошибки равен $e(x)=x^5$, тогда принятый полином будет иметь вид:

$$r(x)=v(x)+e(x)=x^{14}+x^{13}+x^{12}+x^{11}+x^{10}+x^8+x^5+x^4+x^2,$$

или:

$$111110100010100+000000000100000=111110100110100.$$

Для обнаружения ошибки необходимо разделить принятый полином на порождающий.

```
1 1 1 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 | 1 0 0 1 1
1 0 0 1 1                     |----------------------
---------                     | 1 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0
  1 1 0 0 0
  1 0 0 1 1
  ---------
    1 0 1 1 1
    1 0 0 1 1
    -------------
        1 0 0 0 0
        1 0 0 1 1
        ---------------
              1 1 1 1 0
              1 0 0 1 1
              ---------
                1 1 0 1 1
                1 0 0 1 1
                ---------
                  1 0 0 0 0
                  1 0 0 1 1
                  ---------
                      0 1 1 0  – вектор синдрома
```

Разделив $r(x)$ на порождающий полином $g(x)$, получим:

$$r(x) = g(x) * q(x) + s(x),$$

где $q(x)$ – частное, $s(x)$ – остаток.

Если остаток равен нулю, т. е. принятый кодовый вектор кратен порождающему полиному, то, следовательно, ошибки нет или она не обнаружена. Если остаток не равен нулю, то принятый кодовый вектор не является кодовым полиномом, т. е. содержит ошибку.

Так как $r(x) = v(x) + e(x)$, получим:

$$e(x) = v(x) + g(x) * q(x) + s(x).$$

Так как $v(x)$ – кодовый полином, кратный $g(x)$, т.е. $v(x) = m(x) * g(x)$, то:

$$e(x) = [m(x) + q(x)] * g(x) + s(x).$$

Отсюда видно, что синдром $s(x)$ является остатком от деления полинома вектора ошибок $e(x)$ на порождающий полином $g(x)$. Функция декодирующего устройства заключается в оценке полинома вектора ошибки $e(x)$ по синдрому $s(x)$.

Для различных сочетаний одиночных ошибок в кодовой комбинации двоичного циклического [15,11]-кода соответствующие им синдромы представлены в таблице 1.

Из таблицы 1 по виду полученного синдрома $s(x) = x^2 + x$ определяем место ошибки – разряд с весом 5.

Таблица 1. **Определение синдрома одиночной ошибки кода [15,11]**

Ошибка e(x)	**Синдром s(x)**	**Вектор синдрома**			
		s_4	s_3	s_2	s_1
x^0	x^0	0	0	0	1
x^1	x^1	0	0	1	0
x^2	x^2	0	1	0	0
x^3	x^3	1	0	0	0
x^4	$x + 1$	0	0	1	1
x^5	$x^2 + x$	0	1	1	0
x^6	$x^3 + x^2$	1	1	0	0
x^7	$x^3 + x + 1$	1	0	1	1
x^8	$x^2 + 1$	0	1	0	1
x^9	$x^3 + x$	1	0	1	0
x^{10}	$x^2 + x + 1$	0	1	1	1
x^{11}	$x^3 + x^2 + x$	1	1	1	0
x^{12}	$x^3 + x^2 + x + 1$	1	1	1	1
x^{13}	$x^3 + x^2 + 1$	1	1	0	1
x^{14}	$x^3 + 1$	1	0	0	1

Алгоритм вычисления обнаруживающей способности кода:

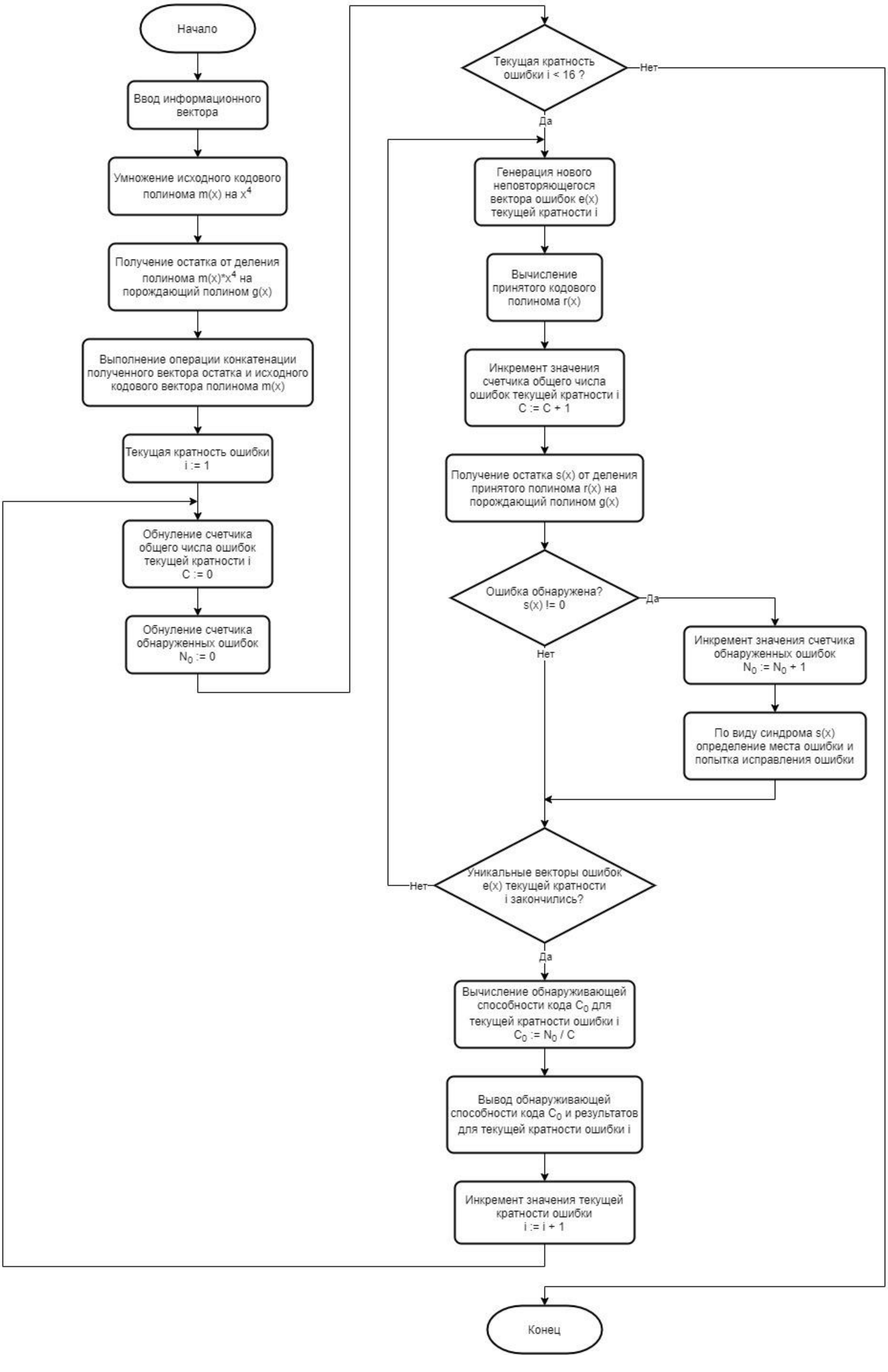
Кодирование информационного вектора и получение передаваемого кодового полинома $v(x)$.

Для каждого возможного вектора ошибок $e(x)$ данной кратности i декодировать получившиеся принятые кодовые полиномы $r(x)$ и подсчитать количество обнаруженных ошибок N_0 (когда остаток $s(x)$ не равен 0).

Вычисление обнаруживающей способности кода C_0 для данной кратности ошибки i, которое определяется как отношение числа обнаруженных ошибок N_0 к общему числу ошибок данной кратности. Общее число ошибок данной кратности определяется как число сочетаний из n (длина кодовой комбинации) по i (кратность ошибки – число единиц в векторе ошибок) - C_n^i.

$$C_0 = \frac{N_0}{C_n^i}$$

Блок-схема:


Начало
Ввод информационного вектора
Умножение исходного кодового полинома m(x) на x4
Получение остатка от деления полинома m(x)*x4 на порождающий полином g(x)
Выполнение операции конкатенации полученного вектора остатка и исходного кодового вектора полинома m(x)
Текущая кратность ошибки i := 1
Обнуление счетчика общего числа ошибок текущей кратности i C := 0
Обнуление счетчика обнаруженных ошибок N0 := 0
Текущая кратность ошибки i < 16 ?
Нет
Да
Генерация нового неповторяющегося вектора ошибок e(x) текущей кратности i
Вычисление принятого кодового полинома r(x)
Инкремент значения счетчика общего числа ошибок текущей кратности i C := C + 1
Получение остатка s(x) от деления принятого полинома r(x) на порождающий полином g(x)
Ошибка обнаружена? s(x) != 0
Да
Нет
Инкремент значения счетчика обнаруженных ошибок N0 := N0 + 1
По виду синдрома s(x) определение места ошибки и попытка исправления ошибки
Уникальные векторы ошибок e(x) текущей кратности i закончились?
Нет
Да
Вычисление обнаруживающей способности кода C0 для текущей кратности ошибки i C0 := N0 / C
Вывод обнаруживающей способности кода C0 и результатов для текущей кратности ошибки i
Инкремент значения текущей кратности ошибки i := i + 1
Конец

3. Список используемой литературы

1. Телекоммуникации и сети. / В.А.Галкин, Ю.А.Григорьев Учебное пособие для вузов.-М.:Из-во МГТУ им.Н.Э.Баумана 2003 г.

2. Методическое пособие по выполнению домашнего задания по дисциплине «Сети и телекоммуникации» / Галкин В.А. М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2018 г.

3. Конспект лекций по дисциплине “Сети и телекоммуникации”. М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2020 г. (рукопись)