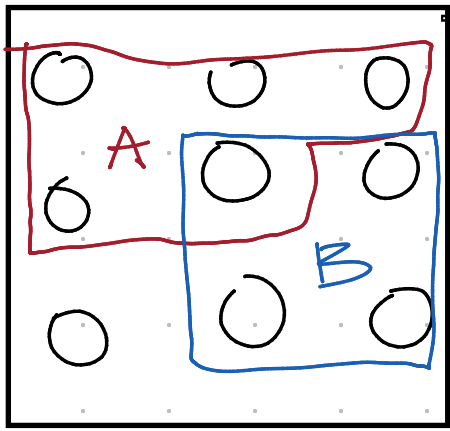


Sample space (S) - пространство элементарных исходов.

Событие A - подпр-во S (event).

A случилось \Rightarrow событие из A случилось.



$A \cap B \Leftrightarrow$ and (оба возникли)

$A \cup B \Leftrightarrow$ or (одно из возникло)

A^c (complement)

De Morgan's laws

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

Example 1

Coin flips:

$$(101\dots10) = (s_1, \dots, s_{10}) \quad s_j \in \{0, 1\}$$

$$A_1 = \{ (1, s_2, \dots, s_{10}) : s_j \in \{0, 1\} \text{ for } 2 \leq j \leq 10 \}$$

$$B = \bigcup_{j=1}^{10} A_j \quad \text{- at least one flip was Heads}$$

$$C = \bigcap_{j=1}^{10} A_j \quad \text{all flips were Heads.}$$

Multiplication rule:

A, B - two experiments \Rightarrow compound has $a \cdot b$ outcomes

Sampling with replacement:

Выборка с повторениями.

Берём объект и возвращаем обратно
Достаём из n объектов k раз.

$$\underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_k \Rightarrow n^k \text{ исходов.}$$

Sampling without replacement.

Выборка без повторений.

Достаём из n объектов k объектов и не
возвращаем обратно \Rightarrow
 $n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$

Permutation

Число способов расставить n объектов.

$$1, 2, \dots, n \rightarrow \underbrace{(2, 3, n, \dots, n-3, \dots)}_n$$

Выборка без повторений n из $n \Rightarrow$
 $n!$ способов

Example: Birthday Problem

Класс из k человек.

Вероятность, что хотя бы у пары совпадает д.р.
365 дней \Rightarrow

Выборка с возвращением: всего исходов 365^k

Если есть слова at least, то считаем вероятность того,
что ни у кого не совпадают \Rightarrow

$$P(\text{есть пара}) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - k + 1)}{365^k}$$

