



Dasar-Dasar Geometri

Tim Olimpiade Komputer Indonesia

Pendahuluan

Melalui dokumen ini, kalian akan:

- Mengetahui dasar-dasar geometri yang digunakan pada kompetisi pemrograman.
- Mengingat kembali definisi-definisi matematis elemen geometri.



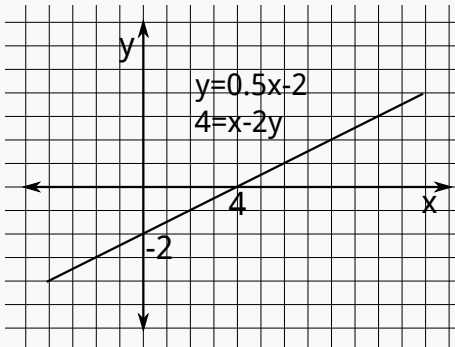
Titik

- **Titik** merupakan elemen mendasar pada dunia geometri.
- Titik dapat didefinisikan pada 2 dimensi, 3 dimensi, atau lebih.
- Pada persoalan pemrograman, umumnya titik didefinisikan pada bidang 2 dimensi.
- Pada bidang 2 dimensi, titik dapat dianggap berada pada suatu koordinat (x, y) .
- Representasi titik pada program dapat diwujudkan dengan kelompok data yang menyimpan nilai x dan y .
- Kelompok data ini misalnya **record** (Pascal), **struct** (C) atau **class** (C++/Java).



Garis

- **Garis** merupakan himpunan seluruh titik (x, y) , yang memenuhi suatu persamaan $Ax + By = C$, dengan A, B , dan C merupakan suatu bilangan riil.
- Bentuk lain dari persamaan garis yang umum adalah $y = mx + c$, dengan m dan c suatu bilangan riil.



Garis (lanj.)

- Untuk merepresentasikan garis, kita dapat membuat kelompok data yang menyimpan nilai $\langle A, B, C \rangle$, atau $\langle m, c \rangle$, bergantung pada persamaan yang Anda gunakan.
- Apabila ditelusuri, kedua persamaan ini sebenarnya berkaitan:

$$Ax + By = C$$

$$By = C - Ax$$

$$y = \frac{C}{B} - \frac{A}{B}x$$

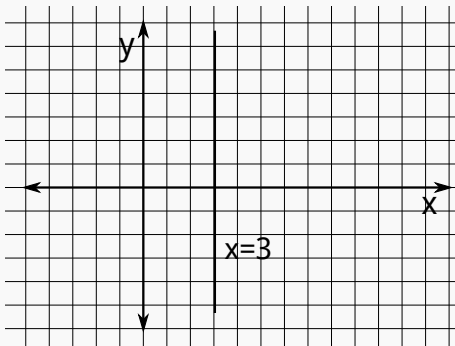
$$y = \left(-\frac{A}{B}\right)x + \frac{C}{B}$$

- Jadi $m = -\frac{A}{B}$ dan $c = \frac{C}{B}$.



Garis Vertikal

- Hati-hati saat merepresentasikan garis vertikal, misalnya $x = 3$.
- Representasi $Ax + By = C$ dapat merepresentasikannya, yaitu dengan $A = 1, B = 0, C = 3$.



Garis Vertikal (lanj.)

- Sementara representasi $y = mx + c$ memiliki kesulitan, karena nilai m yang tidak terdefinisi:

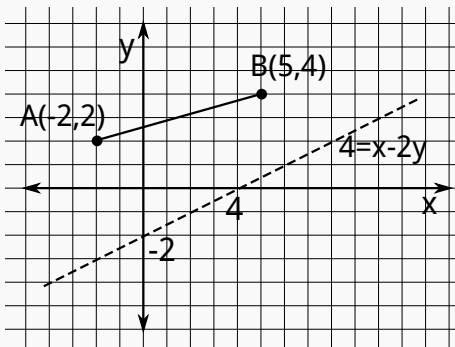
$$\begin{aligned} m &= -\frac{A}{B} \\ &= -\frac{1}{0} \end{aligned}$$

- Untuk kasus yang mungkin terdapat garis vertikal, representasi $Ax + By = C$ lebih disarankan.



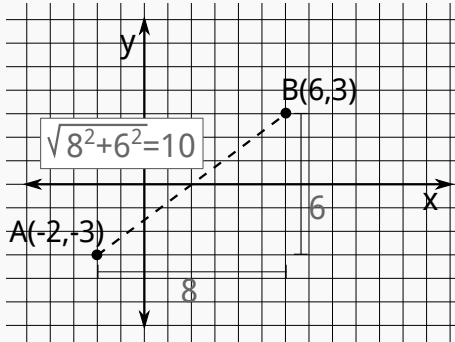
Segmen Garis

- **Segmen garis** merupakan garis yang terdefinisi dari suatu titik (x_1, y_1) ke titik (x_2, y_2)
- Perhatikan bahwa berbeda dengan segmen garis, garis memiliki panjang yang tak berhingga.
- Segmen garis dapat direpresentasikan dengan dua titik, yaitu ujung-ujungnya.



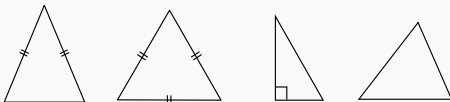
Jarak Euclidean

- **Jarak Euclidean** adalah definisi jarak yang umum digunakan pada bidang 2 dimensi atau ruang 3 dimensi.
- Jarak pada bidang 2 dimensi dari dua titik $A(x, y)$ dan $B(x, y)$ adalah:
$$\text{dist}(A, B) = \sqrt{(A.x - B.x)^2 + (A.y - B.y)^2}$$
- Anda dapat menggunakan rumus ini untuk mengetahui panjang dari segmen garis.



Segitiga

- **Segitiga** merupakan bangun 2 dimensi yang paling mendasar.
- Segitiga terdiri dari 3 titik sudut, yang mana antar titik sudut terhubung oleh segmen garis.
- Berdasarkan panjang segmen garisnya, segitiga dapat berupa segitiga sama kaki, sama sisi, siku-siku, atau sembarang.



Teorema Pythagoras

- Pada segitiga siku-siku, kita dapat mengetahui panjang sisi miringnya menggunakan rumus Teorema Pythagoras.

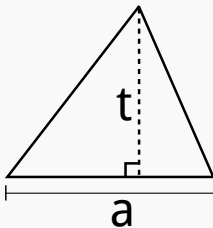
$$a^2 + b^2 = c^2$$



Luas Segitiga

- Rumus klasik dari luas segitiga dengan panjang alas a dan tinggi t adalah:

$$L = \frac{a \times t}{2}$$

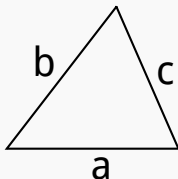


Luas Segitiga (Rumus Heron)

- Ada kalanya kita tidak tahu tinggi dari segitiga, sehingga rumus sebelumnya tidak dapat digunakan.
- Alternatif lain adalah menggunakan **rumus Heron**, yaitu:

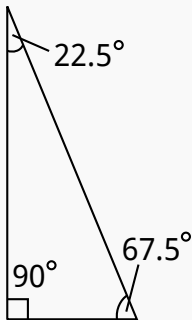
$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{dengan } s = \frac{a+b+c}{2}$$



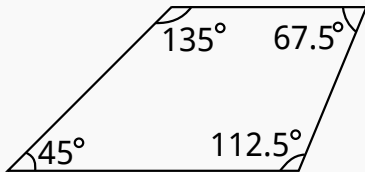
Sudut Segitiga

- Jumlah sudut-sudut pada suatu segitiga adalah 180° .



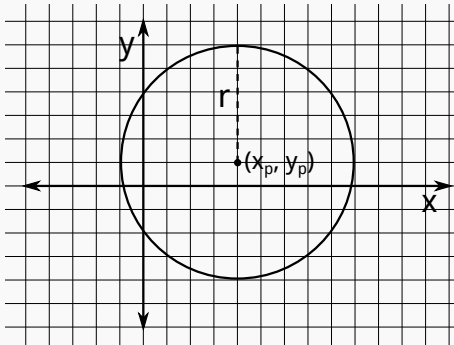
Segi-N

- Untuk segi- N , jumlah sudut-sudutnya adalah $180(N - 2)^\circ$.
- Misalnya untuk segi-4, jumlah sudut-sudutnya adalah $180(4 - 2)^\circ = 360^\circ$



Lingkaran

- Lingkaran dengan titik pusat (x_p, y_p) dan jari-jari r merupakan himpunan seluruh titik (x, y) yang memenuhi $(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 = r^2$.



Properti Lingkaran

- Luas dari lingkaran dengan jari-jari r adalah πr^2 .
- Keliling dari lingkaran dengan jari-jari r adalah $2\pi r$.
- Diameter lingkaran merupakan dua kali jari-jari, atau $2r$.



Tentang Pi

- Pi merupakan konstanta dalam matematika, dan digunakan dalam pencarian luas atau keliling lingkaran.
- Hati-hati! Nilai pi **tidak sama dengan** $\frac{22}{7}$.
- Penggunaan $\frac{22}{7}$ hanyalah aproksimasi dari nilai pi yang sesungguhnya.

$$\pi = 3.14159265359..$$

$$\frac{22}{7} = 3.14285714285..$$



Tentang Pi (lanj.)

- Untuk perhitungan pada kompetisi pemrograman, Anda dapat menggunakan nilai pi yang diberikan pada soal.
- Jika soal tidak memberikan nilai pi yang digunakan, Anda dapat mencarinya dengan fungsi *arc-cosinus*, yaitu fungsi pada trigonometri.
- Nilai pi didapatkan dari:
 - Pascal: $\arccos(-1)$
 - C++: $\text{acos}(-1)$ (memerlukan include `cmath`)
- Trigonometri sendiri tidak termasuk dalam silabus kompetisi pemrograman tingkat SMA, sehingga Anda tidak perlu memperdalamnya.



Pesan Tentang Presisi

- Sebisa mungkin, gunakan tipe data bilangan bulat.
- Apabila Anda terpaksa menggunakan tipe data bilangan riil, seperti **real** atau **double**, terapkan kiat-kiat yang telah Anda pelajari pada pemrograman dasar.
- Sebagai contoh, untuk membandingkan dua bilangan, periksa apakah selisih absolut dari kedua bilangan lebih kecil dari suatu nilai toleransi, yang biasa disebut *epsilon* (ϵ).

ISEQUAL(a, b)

return ABS($a - b$) < ϵ

- Nilai toleransi yang biasa digunakan adalah 10^{-12} .



Penutup

- Komputasi geometri merupakan topik yang sangat luas, dan baru kita bahas sebagian kecil.
- Pada kesempatan yang lain, kita akan mempelajari teknik merepresentasikan elemen geometri menggunakan konsep matematika yang lebih kompleks, yaitu vektor.

