

<https://fizmat.ga/physics-files/npar.pdf>

Решенные: 2 3 4 5 6 7 8 11 18 20 21 26 32 37

Есть доп задачи. См тоже их!

Задача 2. (*МОШ, 2014, 10–11*) В сосуд объёмом 5 кубических метров внесли блюдце с 200 г воды. Никаких водяных паров изначально в сосуде не было. Сосуд герметично закрыли и дождались установления равновесия. Температура в сосуде 25 °C, давление насыщенного пара воды при этой температуре 2,3 кПа. Абсолютный нуль составляет −273 °C. Универсальная газовая постоянная 8,3 Дж/(моль · К).

А) Найдите массу воды, оставшуюся на блюдце. Ответ выразите в граммах и округлите до третьей значащей цифры.

Б) Сколько молекул водяного пара попадёт в куб длиной ребра 300 нанометров? Ответ округлите до второй значащей цифры.

С) Каким будет парциальное давление водяного пара в сосуде при увеличении температуры до 100 градусов Цельсия? Атмосферное давление составляет 100 кПа. Ответ выразите в килопаскалях и округлите до второй значащей цифры.

А) 116; Б) 15000; С) 6,9

Сначала определим массу воды в блюдце. Если пар стал насыщенным, то справедливо:

$$pV = \frac{m_p}{M} RT$$

Откуда

$$m_p = \frac{pVM}{RT} = \frac{2,3 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot (273 + 25)} = 0,084$$

Тогда в блюдце осталось  $m_o = 0,2 - 0,084 = 0,116$ , или 116 г воды.

Определим, сколько молей составляет 84 г воды:

$$\nu = \frac{84}{18} = 4,67$$

Это количество распределено равномерно в 5 куб. метрах. Объем кубика со стороной 300 нанометров равен

$$V_k = d^3 = (3 \cdot 10^{-7})^3 = 27 \cdot 10^{-21}$$

Составим пропорцию, чтобы определить количество вещества в таком кубике:

$$x = \frac{\frac{4,67 - 5}{4,67 - 5}}{\frac{x - 27 \cdot 10^{-21}}{x - 27 \cdot 10^{-21}}} = \frac{4,67 \cdot 27 \cdot 10^{-21}}{5} = 25,2 \cdot 10^{-21}$$

Теперь можно определить число молекул:

$$N = x \cdot N_A = 25,2 \cdot 10^{-21} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 15120$$

Теперь найдем парциальное давление пара. Сначала убедимся, что вся вода испарится. Посчитаем, какова масса пара, если он стал насыщенным при 100 градусах:

$$m = \frac{pVM}{RT} = \frac{10^5 \cdot 5 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot (273 + 100)} = 2,9$$

Таким образом, имеющегося количества воды не хватит, чтобы пар стал насыщенным, а значит, она вся испарится.

$$p_2 = \frac{m}{MV} RT_1 = \frac{0,2}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 5} 8,31 \cdot 373 = 6,9 \cdot 10^3$$

Ответ с округлением: А) 116 г; Б) 15000; С) 6,9 кПа.

**Задача 3.** (*МОШ, 2014, 11*) В сосуде объёмом 1 л при температуре 100 °С находятся в равновесии вода (молярная масса 18 г/моль), водяной пар и азот (молярная масса 28 г/моль). Объём жидкой воды много меньше объёма сосуда. Давление в сосуде составляет 300 кПа, атмосферное давление 100 кПа. Универсальная газовая постоянная 8,3 Дж/(моль · К). Абсолютный нуль температуры составляет −273 °С.

А) Найдите общее количество вещества в газообразном состоянии. Ответ представьте в молях и округлите до второй значащей цифры.

Б) Каково парциальное давление азота в системе? Ответ представьте в килопаскалях и округлите до первой значащей цифры.

С) Какова масса водяного пара? Ответ представьте в граммах и округлите до второй значащей цифры.

Д) Какова масса азота? Ответ представьте в граммах и округлите до второй значащей цифры.

Е) Каким будет давление при охлаждении системы до 0 °С? Ответ представьте в килопаскалях и округлите до второй значащей цифры. Давление насыщенного пара воды при 0 °С составляет 0,6 кПа.

A) 0,097; B) 200; C) 0,58; D) 1,8; E) 150

Так как имеются и вода, и пар, то это означает, что пар насыщен. Тогда его давление при 100 °С равно 100 кПа, а давление азота тогда – 200 кПа. Это позволяет найти массу азота:

$$m_{N_2} = \frac{p_{N_2} V M_{N_2}}{RT} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot (273 + 100)} = 18 \cdot 10^{-4}$$

Итак, азота 1,8 г. Таким же образом определим массу пара:

$$m_{H_2O} = \frac{p_{H_2O} V M_{H_2O}}{RT} = \frac{10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot (273 + 100)} = 5,8 \cdot 10^{-4}$$

То есть масса пара всего 0,58 г.

Определим количество вещества для обоих составляющих:

$$\nu_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{1,8}{28} = 0,064$$

$$\nu_{H_2O} = \frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} = \frac{0,58}{18} = 0,032$$

$$\nu_{N_2} + \nu_{H_2O} = 0,064 + 0,032 = 0,096$$

Осталось ответить на последний вопрос. Пар создаст давление 0,6 кПа, так как при более низкой температуре он точно насыщен. Тогда осталось найти давление азота и сложить с давлением пара:

$$p_2 = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2} V} RT_2 = \frac{0,0018}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot 273 = 145,8 \cdot 10^3$$

$$p_{ob} = p_2 + p_{nas_0} = 145,8 \cdot 10^3 + 0,6 \cdot 10^3 = 146,4 \cdot 10^3$$

Ответ с округлением: А) 0,096 моль; Б) 200 кПа; С) 0,58 г; Д) 1,8 г; Е) 150 кПа.

**ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1991)** Смесь воды и её насыщенного пара занимает некоторый объём при температуре 90 °С. Если смесь нагревать изохорически, то вся вода испаряется при увеличении температуры на 10 °С. Чему равно давление насыщенного водяного пара при 90 °С, если в начальном состоянии масса воды составляла 29% от массы всей смеси? Объёмом воды по сравнению с объёмом смеси пренебречь.

$$d = \frac{0,71m}{M} = 0,69$$

Решение:

До тех пор, пока система является двухфазной (жидкость-пар), пар является насыщенным. В момент завершения перехода жидкости в пар температура смеси равна  $t_{\text{ком}} = t_{\text{нач}} + \Delta t = 100^\circ\text{C}$  (или  $T_{\text{ком}} = 373\text{K}$ ). Следовательно, давление насыщенного пара  $p_2 \approx 1\text{атм} = 10^5\text{Па}$ .

(Примечание. Температура кипения воды равна 100°С при атмосферном давлении 101325Па=760мм.рт.ст=1атм – из школьного учебника).

Уравнение Менделеева-Клапейрона для начального и конечного состояния насыщенного пара:

$$\begin{cases} p_1 V = \frac{0,71m}{M} RT_{\text{нач}} \\ p_2 V = \frac{m}{M} RT_{\text{кон}} \end{cases}$$

где  $m$  - масса смеси,  $0,71m$  – начальная масса пара. Отсюда:

$$p_1 = p_2 \cdot 0,71 \frac{T_{\text{нач}}}{T_{\text{кон}}} = 1\text{атм} \cdot 0,71 \frac{363}{373} \approx 0,69.$$

Ответ:  $p_1 = p_2 \cdot 0,71 \frac{T_{\text{нач}}}{T_{\text{кон}}} \approx 0,69$ .

**ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1985)** При изотермическом сжатии  $m = 9\text{ г}$  водяного пара при температуре  $T = 373\text{ K}$  его объём уменьшился в 3 раза, а давление возросло вдвое. Найдите начальный объём пара.

$$V = \frac{RT}{P} = \frac{0,028}{2} = 0,014\text{ м}^3$$

Из условия задачи можно заключить, что в процессе сжатия масса пара меняется: если бы она была постоянна, то в соответствии с законом Бойля–Мариотта при уменьшении объема в 3 раза давление увеличилось бы так же в 3 раза. Таким образом, в какой-то момент пар становится насыщенным и при дальнейшем сжатии давление остается постоянным и вдвое большим начального.

Запишем закон Бойля–Мариотта для начального состояния пара и состояния пара в тот момент, когда он стал насыщенным:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (1)$$

и уравнение Менделеева - Клапейрона, например, для второго состояния (в момент, когда пар стал насыщенным):

$$P_2 V_2 = \frac{m}{M} RT_2. \quad (2)$$

Учитывая, что, согласно условию задачи:

$$P_2 = 2P_1 \quad (3)$$

и давление насыщенного пара при температуре 373К(100°С)  $P_2 = 10^5\text{Па}$ , из (1–3) находим:

$$V_1 = 2V_2 = 2 \frac{mRT_2}{P_2 M} = 30\text{л.}$$

**ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1996)** В сосуде находится ненасыщенный пар. В процессе его изотермического сжатия объём, занимаемый паром, уменьшается в  $\beta = 4$  раза, а давление возрастает в  $\alpha = 3$  раза. Найти долю пара, которая сконденсировалась в этом процессе.

$$\frac{P}{T} = \frac{g}{v} - 1$$

**Решение:** Первоначально согласно уравнению состояния идеального газа  $p_1V_1 = v_1RT$ , в конце процесса  $p_2V_2 = v_2RT$ . Разделим уравнения и определим, что  $v_1/v_2 = 4/3$ . Тогда доля сконденсированного пара составит  $(v_1 - v_2)/v_1 = 1/4$ .

ИЛИ

Аналогично предыдущей задаче, в этой давление изменялось, пока пар не стал насыщенным. То есть объем изменился втрое, после чего давление уже не менялось, так как пар стал насыщенным.

$$V_2 = \frac{1}{3}V_1$$

Далее объем менялся с конденсацией пара. Изменение объема в этом процессе

$$\Delta V = \frac{1}{3}V_1 - \frac{1}{4}V_1 = \frac{1}{12}V_1 = \frac{1}{4}V_2$$

Так как объем с момента, когда пар стал насыщенным, изменился на четверть, то и сконденсировалась  $\frac{1}{4}$  часть пара.

Ответ: 0,25

**ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1996)** В сосуде находятся водяной пар и вода при температуре 100 °С. В процессе изотермического расширения вода начинает испаряться. К моменту, когда она вся испарилась, объем пара увеличился в  $\beta = 10$  раз. Найти отношение объемов пара и воды в начале опыта.

$$\rho_{RT} \approx \frac{(1-g)}{v} \approx 191$$

В начальном состоянии

$$p_1V_1 = \frac{m_1}{M}RT$$

$$V_1 = \frac{m_1}{Mp_1}RT$$

В конечном состоянии

$$p_2V_2 = \frac{m_2}{M}RT$$

При этом  $m_2 = m_1 + m_v$ ,  $m_v$  – масса воды.

Тогда

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m_1 + m_v}{m_1}$$

$$m_v = 9m_1$$

С другой стороны,

$$m_v = \rho V_v$$

$$V_v = \frac{m_v}{\rho} = \frac{9m_1}{\rho}$$

Искомое отношение

$$\frac{V_1}{V_v} = \frac{m_1\rho}{9m_1Mp_1}RT = \frac{\rho}{9Mp_1}RT = \frac{10^3}{9 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5} 8,31 \cdot (100+273) = 191,33$$

Ответ: объемы отличались в 191 раз.

**ЗАДАЧА 8.** («Физтех», 2020, 10) В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 95 °С и давлении  $P = 8,5 \cdot 10^4$  Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1. Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
2. Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в  $\gamma = 4,7$  раза.

Плотность и молярная масса воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $\mu = 18$  г/моль.

$$1) \frac{d}{dp} \frac{\rho_{RT}}{\rho} \approx 5 \cdot 10^{-4}; 2) \frac{\Lambda}{\Lambda_0} = \frac{\frac{d}{dp} \rho_{RT}}{\frac{d}{dp} \rho} = 540$$

$$5. 1) P = \frac{\rho_n RT}{\mu}, \rho_n = \frac{\mu P}{RT}. \quad x_1 = \frac{\rho_n}{\rho} = \frac{\mu P}{\rho RT} \approx 5 \cdot 10^{-4}.$$

$$2) \text{Пусть } V - \text{ начальный объем пара. Сконденсируется объем } V_K = V - \frac{V}{\gamma} = \frac{\gamma-1}{\gamma} V. \text{ Масса воды } m_B = V_K \rho = \frac{\gamma-1}{\gamma} V \frac{\mu P}{RT}. \text{ Объем воды } V_B = \frac{m_B}{\rho} = \frac{\gamma-1}{\gamma} V \frac{\mu P}{\rho RT}. \quad x_2 = \frac{V / \gamma}{V_B} = \frac{1}{\gamma-1} \cdot \frac{\rho RT}{\mu P} = \frac{1}{(\gamma-1)x_1} \approx 540.$$

**ЗАДАЧА 9.** («Физтех», 2020, 10) Поршень делит объем горизонтального герметичного цилиндра на две равные части, в каждой из которых находится вода и водяной пар при температуре  $T = 373$  К. Масса воды в каждой части в 5 раз меньше массы пара. Поршень находится на расстоянии  $L = 0,6$  м от торцов, площадь поперечного сечения поршня  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Масса  $M$  поршня такова, что  $\frac{Mg}{S} = 0,01P_0$ , здесь  $P_0$  — нормальное атмосферное давление.

1. Найдите массу  $m$  воды в каждой части в начальном состоянии.
2. Цилиндр ставят на дно. Найдите вертикальное перемещение  $h$  поршня к моменту установления равновесного состояния.

Температура в цилиндре поддерживается постоянной. Трение считайте пренебрежимо малым. Молярная масса водяного пара  $\mu = 18$  г/моль, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль · К). Объем воды намного меньше объема пара.

$$1) m = \frac{\mu P_0 LS}{5RT} \approx 0,14 \text{ г}; 2) h = \frac{5 \cdot 0,99}{9} T - L \approx \frac{5}{9} T = 12 \text{ см}$$

$$5. 1) P_0 LS = \frac{5mRT}{\mu}. \quad m = \frac{\mu P_0 LS}{5RT} \approx 0,14 \text{ г.}$$

2) Пар внизу частично конденсируется, а вверху вся вода испарится и пар станет ненасыщенным. Это подтвердится расчетом.  $0,99P_0(L+h)S = \frac{6mRT}{\mu}$ . Поршень сместится вниз на

$$h = \frac{6}{5 \cdot 0,99} L - L \approx \frac{1}{5} L = 0,12 \text{ м} = 12 \text{ см.}$$

**ЗАДАЧА 11.** («Физтех», 2017, 10–11) Поршень делит объём герметичного вертикально расположенного цилиндра на две части. Стенки цилиндра хорошо проводят теплоту. Снаружи цилиндра поддерживается постоянная температура  $T = 373$  К. Поршень создаёт своим весом дополнительное давление  $p = p_0/5$ , где  $p_0$  — нормальное атмосферное давление. Под поршнем в объёме  $V_0 = 1$  л находится воздух, над поршнем в объёме  $V_0$  — вода массой  $m_1 = 1,2$  г и водяной пар. Система в равновесии. Цилиндр переворачивают вверх дном. После наступления равновесия под поршнем находится вода и водяной пар, над поршнем — воздух.

1) Найти объём пара в конечном состоянии.

2) Найти массу воды в конечном состоянии.

Объём воды значительно меньше объёма цилиндра, масса воды значительно меньше массы поршня. Трением поршня о цилиндр пренебречь. Молярная масса водяного пара  $\mu = 18$  г/моль, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль · К).

$$1) V_1 = 0,5 \text{ л}; 2) m_2 = 1,5 \text{ г}$$

Объём воды значительно меньше объёма цилиндра, масса воды значительно меньше массы поршня. Трением поршня о цилиндр пренебречь. Молярная масса водяного пара  $M = 18$  г / моль, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/ (моль К).

Так как цилиндр хорошо проводит теплоту, то температура внутри него, очевидно, равна температуре снаружи. Температура равна температуре кипения воды, и, так как в верхней части содержится и вода, и пар, то, следовательно, пар насыщен и его давление равно  $p_0$ .

Давление воздуха вначале будет равно

$$p_1 = p_0 + \frac{p_0}{5} = 1,2p_0$$

Когда цилиндр перевернут, давление воздуха станет равным

$$p_2 = p_0 - \frac{p_0}{5} = 0,8p_0$$

Процесс изотермический, следовательно,

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= p_2 V_2 \\ V_2 &= \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{1,2p_0 V_1}{0,8p_0} = 1,5V_1 \end{aligned}$$

Получается, что воздух займет 1,5 л, оставив воде и пару только 0,5. Это значит, что сконденсируется ровно половина количества пара.

Найдем его массу вначале:

$$m_p = \frac{pVM}{RT} = \frac{10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 373} = 0,00058$$

То есть пара было 0,6 г. Если сконденсировалась половина, то воды стало  $1,2 + 0,3 = 1,5$  г.

Ответ: 1) 0,5 л; 2) 1,5 г.

**2.** Вода и водяной пар находятся в цилиндре под поршнем при температуре 110 °С. Вода занимает при этом 0,1 % объема цилиндра. При медленном изотермическом увеличении объема вода начинает испаряться. К моменту, когда она вся испарилась, пар совершил работу величиной  $A = 177$  Дж, а объем, который он занимал, увеличился на  $\Delta V = 1,25$  л. Найти давление, при котором производился опыт. Сколько воды и пара было в цилиндре в начальном состоянии?

$$2. \quad 1) \quad P_{\text{п}} = 1,5 \text{ атм.} \quad 2) \quad m_{\text{п}} = \frac{P_{\text{п}}}{RT} \mu = \frac{A \mu}{RT \Delta V} = 0,8 \text{ г.}$$

**Решение.** Процесс испарения воды происходит при постоянном давлении, так как пар при этом остается насыщенным. Таким образом работа, совершенная паром к моменту испарения всей воды,

$$A = P_{\text{п}} \Delta V.$$

Отсюда давление пара во время опыта

$$P_{\text{п}} = \frac{A}{\Delta V} = 1,5 \text{ атм.}$$

В этом процессе вся вода испарила и, следовательно, заняла объем  $\Delta V$ . Для определения количества испарившейся воды  $m_{\text{в}}$  воспользуемся уравнением Клайперона–Менделеева

$$P_{\text{п}} \Delta V = \frac{m_{\text{в}}}{\mu} RT = A.$$

Масса испарившейся воды равна

$$m_{\text{в}} = \frac{A \mu}{RT} = 1 \text{ г.}$$

Следовательно, начальный объем цилиндра  $V = 1$  л. Используя уравнение газового состояния для пара  $P_{\text{п}}(V - V_{\text{в}}) = \frac{m_{\text{п}}}{\mu} RT$ , и полагая, что  $V_{\text{в}} \ll V$  для массы пара получим  $m_{\text{п}} = \frac{P_{\text{п}} \mu V}{RT} = \frac{P_{\text{п}} \mu V \Delta V}{RT \Delta V} = \frac{AV \mu}{RT \Delta V} = 0,8 \text{ г.}$

**ЗАДАЧА 18. (МФТИ, 1997)** Насыщенный водяной пар находится в цилиндре под поршнем при температуре 120 °С. При медленном изотермическом уменьшении объёма цилиндра пар начинает конденсироваться. К моменту, когда сконденсировалось  $m = 5$  г пара, объём, им занимаемый, уменьшился на  $\Delta V = 4,5$  л.

- 1) Какая по величине работа была совершена внешней силой в этом процессе?
- 2) Сколько пара было в цилиндре вначале, если в конце опыта вода занимала 0,5% объёма цилиндра?

$$A = \frac{p_1}{m} \Delta V = \left( \frac{RT}{M} + p_1 \right) \Delta V = \left( \frac{R(T_1 + T_2)}{M} + p_1 \right) \Delta V = \left( \frac{R(273 + 120)}{0,018 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}} + 201594 \right) \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} = 907,2 \text{ Дж}$$

Из условия задачи понятно, что пар массой 5 г занимал объем 4,5 л. Зная это, давайте определим давление пара:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT$$

$$p_1 = \frac{m}{MV_1} RT = \frac{0,005}{0,018 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot (273 + 120) = 201594$$

Так как пар все время остается насыщенным, то и его давление неизменно. Поэтому можно определить работу внешних сил:

$$A = p_1 \Delta V = 201594 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} = 907,2$$

Определим теперь изначальное количество пара. Так как 5 г воды занимают объем, равный 0,5%, это позволяет определить объем пара в конце.

Определим объем 5 г воды:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{1000} = 5 \cdot 10^{-6}$$

Составим пропорцию:

$$\begin{aligned} V &= 0,5\% \\ x &= 100\% \end{aligned}$$

Тогда

$$x = \frac{100V}{0,5} = 10^{-3}$$

То есть в конце объем пара – 1 л. Это значит, что вначале его было 5,5 л.

Определим его массу:

$$m_1 = \frac{p_1 V_0 M}{RT} = \frac{201594 \cdot 5,5 \cdot 10^{-3} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot (273 + 120)} = 6,1 \cdot 10^{-3}$$

Ответ: 1)  $A = 907,2$  Дж; 2) начальная масса пара 6,1 г.

**Задача 20. (МФТИ, 2005)** В цилиндре под поршнем находится ненасыщенный водяной пар под давлением  $p = 1$  атм. В процессе изобарического сжатия конечный объём, который занимает пар, уменьшается в  $k = 4$  раза по сравнению с объёмом, который он занимал вначале. При этом часть пара конденсируется, а объём образовавшейся воды составляет  $\alpha = 1/1720$  от конечного объёма пара. Во сколько раз уменьшилась температура пара в указанном процессе? Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, молярная масса пара  $\mu = 18$  г/моль.

$$\zeta = \frac{\frac{d\pi}{dT_{\text{пар}}}}{\frac{d\pi}{dT_{\text{воды}}}} + 1 = \frac{\zeta_L}{\zeta_H}$$

В исходном состоянии имеется ненасыщенный водяной пар, который будем рассматривать как идеальный газ. Запишем уравнение состояния данного газа:

$$pV_1 = \frac{m_1}{M} RT_1,$$

где  $p$  - давление,  $V_1$  - объём,  $m_1$  - масса,  $T$  - температура пара. В конечном состоянии мы имеем равновесное двухфазное состояние - вода и насыщенный водяной пар - при температуре  $T_2 = 373$  К и том же давлении  $p$ . Насыщенный водяной пар также будем считать идеальным газом и запишем его уравнение состояния:

$$pV_2 = \frac{m_2}{M} RT_2,$$

где  $V_2$  - объём и  $m_2$  - масса пара в новом состоянии. Масса образовавшейся воды равна

$$m = \rho\alpha V_2.$$

Закон сохранения количества вещества ( $H_2O$ ) в цилиндре под поршнем позволяет записать

$$m_1 = m_2 + m, \text{ или } \frac{pV_1 M}{RT_1} = \frac{pV_1 M}{kRT_2} + \rho\alpha \frac{V_1}{k}.$$

Отсюда получаем

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{k}{1 + \frac{\rho\alpha RT_2}{Mp}} = 2.$$

**Задача 21. (МФТИ, 2005)** В цилиндре под поршнем находится насыщенный водяной пар и вода при температуре 100 °С. Объём воды составляет  $\alpha = 1/860$  часть объёма, который занимает пар. При изотермическом расширении давление уменьшилось в  $\beta = 2$  раза, при этом вся вода испарились. Во сколько раз увеличился объём пара? Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, молярная масса пара  $\mu = 18$  г/моль.

$$\theta = \left( \frac{d\pi}{dT_{\text{пар}}} + 1 \right) \beta = \frac{\zeta_L}{\zeta_H}$$

Аналогична 20 задаче

**Задача 26. (МФТИ, 2007)** Тонкий подвижный теплопроводящий поршень делит герметичный цилиндр объёмом 3,7 л на две части. В одной части находится вода, в другой — воздух при давлении  $p = 0,32$  атм. Начальная температура в цилиндре  $t_1 = 7^\circ\text{C}$ . При медленном нагревании поршень в некоторый момент начинает двигаться, при температуре  $t_2 = 100^\circ\text{C}$  останавливается и при дальнейшем нагревании остаётся неподвижным.

- 1) Какая масса воды находится в начальный момент в газообразном состоянии?
- 2) Найдите полную массу воды в цилиндре.

Объёмом жидкости можно пренебречь по сравнению с объёмом цилиндра. Давление насыщенных паров воды при температуре  $20^\circ\text{C}$  равно  $p_{20} = 0,023$  атм. Силу тяжести и трение поршня о цилиндр не учитывать.

$$(1) \text{ и } (2) m = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\xi}{d^2} \left( \frac{T_2}{T_1} - \frac{p_{20}}{p} \right) \approx 1,2 \text{ г}$$

$p_{\text{пара}1} < p_{20} < p_{\text{возд.}1}$ , следовательно, начальный объем пара равен 0.

Давления и температуры по обе стороны от поршня одинаковы. В этих условиях отношение объемов равно отношению количеств вещества, поэтому поршень движется только тогда, когда испаряется вода, и его остановка при  $100^\circ\text{C}$  означает, что вся вода уже испарились, но пар еще насыщенный.

Давление насыщенного пара при  $t_2 = 100^\circ\text{C}$   $p_{\text{пара}} = 1$  атм.

Т.к. поршень перестал двигаться,  $p_{\text{возд.}} = p_{\text{пара}} = 1$  атм.

Для начального и конечного состояний воздуха запишем уравнения состояния:

$$\begin{cases} pV = \nu_{\text{возд.}} RT_1 \\ p_{\text{пара}} V_{\text{возд.}} = \nu_{\text{возд.}} RT_2 \end{cases}$$

Отсюда  $\frac{pV}{p_{\text{пара}} V_{\text{возд.}}} = \frac{T_1}{T_2}$ , следовательно,  $V_{\text{возд.}} = \frac{pT_2}{p_{\text{пара}} T_1} \cdot V$ ,  $V_{\text{пара}} = V - \frac{pT_2}{p_{\text{пара}} T_1} \cdot V = V \cdot \left(1 - \frac{pT_2}{p_{\text{пара}} T_1}\right)$ .

Уравнение состояния для пара:

$$p_{\text{пара}} V_{\text{пара}} = \nu_{\text{пара}} RT_2 = \frac{m_{\text{пара}}}{M_{\text{пара}}} \cdot RT_2,$$

$$m_{\text{пара}} = \frac{p_{\text{пара}} M_{\text{пара}} V \cdot \left(1 - \frac{pT_2}{p_{\text{пара}} T_1}\right)}{RT_2} = \frac{M_{\text{пара}} V}{R} \cdot \left(\frac{p_{\text{пара}}}{T_2} - \frac{p}{T_1}\right).$$

$$m_{\text{пара}} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 3,7 \cdot 10^{-3}}{8,31} \cdot \left(\frac{1 \cdot 10^5}{373} - \frac{0,32 \cdot 10^5}{280}\right) \approx 1,2 \cdot 10^{-3} (\text{кг}) = 1,2 \text{ г.}$$

**Задача 32.** («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) Герметичный гладкий вертикальный цилиндр сечением  $S$  разделён на две части тяжёлым теплоизолирующим подвижным поршнем массы  $M$ . Под поршнем находится гелий, начальное давление которого равно  $p$ , а над поршнем — насыщенный водяной пар с температурой  $T$ . Гелий медленно нагревают, а температуру пара поддерживают постоянной. Во сколько раз отличается количество теплоты, отведённое от пара, от количества теплоты, сообщённого гелию? Молярную массу  $\mu$  и удельную теплоту парообразования  $\lambda$  воды, а также универсальную газовую постоянную  $R$  и ускорение свободного падения  $g$  считать известными.

$$\left( \frac{Sd}{\theta M} - 1 \right) \frac{\mu RT}{2\lambda} = \frac{Q_1}{Q_2}$$

**Решение задачи:** Так как пар насыщенный, то его давление определяется только температурой (равно давлению насыщенного пара  $p_H$  при температуре  $T$ ). Поэтому начальное давление гелия  $p = p_H + \frac{Mg}{S} \Rightarrow p_H = p - \frac{Mg}{S}$ . При нагревании гелия он будет расширяться, совершая работу против веса поршня и силы давления пара. Давление пара изменяться не будет (так как температура неизменна), но будет происходить его конденсация. Часть образовавшейся воды осядет на поршне, увеличивая его массу. Однако, поскольку по условию поршень «тяжёлый», можно считать, что масса пара много меньше массы поршня и изменением массы поршня из-за конденсации можно пренебречь. Тогда расширение гелия происходит почти изобарически, и подведенное к нему при увеличении его объема на  $\Delta V$  тепло  $Q_1 = A + \Delta U \approx p\Delta V + \frac{3}{2}\Delta(pV) \approx \frac{5}{2}p\Delta V$ . Для сохранения постоянной температуры пара от него нужно отводить тепло конденсации  $Q_2 = \lambda \cdot \Delta m$ , где  $\Delta m$  — масса сконденсированной воды. Поскольку плотность насыщенного водяного пара можно выразить через давление, используя уравнение Менделеева-Клапейрона  $\rho_H = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{\mu p_H}{RT}$ , то

$$\Delta m = \frac{\mu p_H}{RT} \Delta V = \frac{\mu(p - Mg/S)}{RT} \Delta V, \text{ и } Q_2 = \lambda \cdot \frac{\mu(p - Mg/S)}{RT} \Delta V. \text{ Значит, } \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2\lambda\mu}{5RT} \left( 1 - \frac{Mg}{pS} \right).$$

Ответ:  $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2\lambda\mu}{5RT} \left( 1 - \frac{Mg}{pS} \right)$ .

Прочный баллон емкостью  $V = 60$  л заполнили смесью водорода и кислорода под давлением  $p_1 = 3,24$  атм при температуре  $t_1 = 27^\circ\text{C}$ . Масса смеси газов равна  $m = 60$  г. Затем в баллоне произвели электрический разряд, вызвавший химическую реакцию:  $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$ . Найти давление в баллоне после остывания его содержимого до температуры  $t_2 = 100^\circ\text{C}$ .

### Решение

Учитывая, что давление  $p_1$  газов в баллоне не очень сильно отличается от атмосферного и их температура близка к комнатной, можно считать, что к смеси газов применимо уравнение Клапейрона-Менделеева, а потому количество молей водорода  $\nu_{\text{H}_2}$  и молей кислорода  $\nu_{\text{O}_2}$  должно удовлетворять уравнению:  $p_1V = (\nu_{\text{H}_2} + \nu_{\text{O}_2})RT_1$ , где  $T_1 \approx t_1[\text{ }^\circ\text{C}] + 273[\text{K}]$  — температура этих газов по шкале Кельвина, а  $R \approx 8,31 /(\cdot)$  — универсальная газовая постоянная. С другой стороны, вспоминая определение молярной массы, можно утверждать, что указанные величины должны еще удовлетворять уравнению:  $m = \mu_{\text{H}_2}\nu_{\text{H}_2} + \mu_{\text{O}_2}\nu_{\text{O}_2}$ , где  $\mu_{\text{H}_2} = 2$  / и  $\mu_{\text{O}_2} = 32$  / — молярные массы водорода и кислорода, соответственно. Решая совместно приведенные уравнения, получим, что в исходном состоянии в баллоне находилось

$$\nu_{\text{H}_2} = \frac{\mu_{\text{O}_2}Vp_1 - mRT_1}{(\mu_{\text{O}_2} - \mu_{\text{H}_2})RT_1} \approx 6,3$$

$$\nu_{\text{O}_2} = \frac{mRT_1 - \mu_{\text{H}_2}Vp_1}{(\mu_{\text{O}_2} - \mu_{\text{H}_2})RT_1} \approx 1,5$$

водорода и кислорода, соответственно. Отсюда следует, что после химической реакции  $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$  в баллоне будет находиться  $\nu_1 = \nu_{\text{H}_2} - 2\nu_{\text{O}_2}$  молей водорода и  $2\nu_{\text{O}_2}$  молей воды.

При остывании содержимого баллона до температуры  $t_2 = 100^\circ\text{C}$  и установлении термодинамического равновесия часть воды могла сконденсироваться. Если, как обычно это и делается в подобных ситуациях, считать, что пары воды вплоть до точки насыщения ведут себя подобно идеальному газу, и вспомнить, что при нормальном атмосферном давлении вода кипит при  $100^\circ\text{C}$  (а потому при указанной температуре давление насыщенных паров воды равно  $p(100^\circ\text{C}) = p_a = 1$  ), то согласно уравнению Клапейрона-Менделеева в состоянии термодинамического равновесия в баллоне в конечном состоянии должно содержаться не менее  $m = \left(2\nu_{\text{O}_2} - \frac{p_aV}{RT_2}\right)\mu \approx 18$  воды в конденсированном состоянии. Делая этот расчет, мы предполагали, что насыщенный пар воды находится во всех точках внутри баллона, т.е. пренебрегли объемом сконденсировавшейся воды. Действительно, плотность воды при давлении порядка нескольких атмосфер и температуре  $100^\circ\text{C}$  можно считать примерно равной  $1 /^3$ .

Следовательно, объем сконденсированной воды должен быть близок к 18 см<sup>3</sup>, что значительно меньше объема баллона  $V = 60$  см<sup>3</sup>. Исходя из сказанного, можно считать, что и оставшийся в баллоне после реакции водород находится в объеме  $V$ .

Таким образом, после установления конечной температуры в состоянии термодинамического равновесия в баллоне находятся водород, насыщенный пар воды и занимающая малую часть баллона вода в конденсированном состоянии. Поскольку давление газообразной смеси в состоянии термодинамического равновесия равно сумме парциальных давлений ее компонент (в предположении, конечно, что поведение каждой из компонент подобно поведению идеального газа), можно утверждать, что искомое давление должно быть близко к

$$p_x = p_a + \frac{\nu_1 RT_2}{V} \approx 2,8 .$$

### Ответ

$$p_x = p_a + \frac{\nu_1 RT_2}{V} \approx 2,8 .$$

**Задача 37.** (*Всеросс., 1998, ОЭ, 10*) Найдите для воды молярную теплоту парообразования  $L_2$  при температуре  $T_2$ , зная молярную теплоту парообразования  $L_1$  при температуре  $T_1$ . Считать, что молярная теплоёмкость воды  $C$  в интервале температур  $T_1 < T < T_2$  постоянна, а водяной пар является идеальным газом с молярной теплоёмкостью при постоянном объеме  $C_V = 3R$ .

*Молярной теплотой парообразования* при некоторой температуре  $T$  называется количество теплоты, необходимое для превращения одного моля воды в пар в двухфазной системе «вода — насыщенный пар» при постоянной температуре  $T$ .

$$L_2 = L_1 + (4R - C)(T_2 - T_1)$$

*Решение:*

Молярной теплоёмкостью парообразования при некоторой температуре  $T$  называется количество теплоты, необходимое для превращения одного моля воды в пар в двухфазной системе «вода — насыщенный пар» при постоянной температуре.

Превратим  $\nu$  молей воды в пар при температурах  $T_1$  и  $T_2$ , тогда на основании 1-го начала термодинамики имеем

$$\nu L_1 = U_{1\pi} - U_{1B} + P_1 V_1 \text{ и } \nu L_2 = U_{2\pi} - U_{2B} + P_2 V_2, \quad (1)$$

где  $U_{1\pi}$ ,  $U_{1B}$ ,  $U_{2\pi}$ ,  $U_{2B}$  — внутренние энергии пара и воды при  $T_1$  и  $T_2$ ,

$P_1$ ,  $V_1$ ,  $P_2$ ,  $V_2$  — давление и объем насыщенного пара при температурах  $T_1$  и  $T_2$ .

Изменение внутренней энергии воды и пара при изменении температуры от  $T_1$  до  $T_2$  равны соответственно

$$U_{2B} - U_{1B} = \nu C(T_2 - T_1) \text{ и } U_{2\pi} - U_{1\pi} = C_V \nu (T_2 - T_1). \quad (2)$$

Из (1) находим:

$$\begin{aligned} \nu L_2 - \nu L_1 &= U_{2\pi} - U_{2B} + P_2 V_2 - U_{1\pi} + U_{1B} - P_1 V_1 = \\ &= U_{2\pi} - U_{1\pi} - (U_{2B} - U_{1B}) + P_2 V_2 - P_1 V_1. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя в (3) соотношения (2), получаем:

$$\nu L_2 - \nu L_1 = \nu C_V (T_2 - T_1) - \nu C(T_2 - T_1) + P_2 V_2 - P_1 V_1. \quad (4)$$

Воспользуемся тем, что согласно условию насыщенный пар можно считать идеальным газом, поэтому из уравнения состояния идеального газа имеем:

$$P_1 V_1 = \nu R T_1 \text{ и } P_2 V_2 = \nu R T_2. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получаем:

$$L_2 = L_1 + (T_2 - T_1)(C_V + R - C). \quad (6)$$

Согласно условию  $C_V = 3R$ . Из (6) следует:

$$L_2 = L_1 + (T_2 - T_1)(4R - C).$$

*Ответ:* молярная теплоёмкость парообразования при температуре  $T_2$  равна

$$L_2 = L_1 + (T_2 - T_1)(4R - C).$$