

Подборка решенных задач от Fizmat.ga

Номера: 2 3 4 5 6 8 12 13 14 15 16 17 19 26 28 31 30 29

Задачи: <https://fizmat.ga/physics-files/vvpp.pdf>

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2018, 10) Два сосуда соединены короткой трубкой с закрытым краном. В одном сосуде объёмом $V_1 = 3,5$ л находится влажный воздух с относительной влажностью $\varphi_1 = 40\%$ при температуре T . В другом сосуде объёмом $V_2 = 2,5$ л находится влажный воздух с относительной влажностью $\varphi_2 = 60\%$ при той же температуре. Кран открывают, и влажный воздух в сосудах перемешивается. В сосудах устанавливается та же температура T . Найти относительную влажность φ воздуха в сосудах.

$$\varphi = \frac{V_1 + V_2}{V_1 \varphi_1 + V_2 \varphi_2} \approx 48\%$$

4. Пусть P_H - давление насыщенного пара. $m_1 = \frac{\mu}{RT} \varphi_1 P_H V_1$, $m_2 = \frac{\mu}{RT} \varphi_2 P_H V_2$, $m_1 + m_2 = \frac{\mu}{RT} \varphi P_H (V_1 + V_2)$.

$$\varphi = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0,6, \quad \varphi = 60\%.$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2019, 10) В цилиндре с вертикальными гладкими стенками под покоящимся поршнем находятся вода и влажных воздух при температуре $t_1 = 100^\circ\text{C}$. Площадь поршня $S = 100 \text{ см}^2$, масса M поршня такова, что $Mg = 0,5P_0S$, здесь $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$ – давление в окружающей атмосфере. Высота поршня над поверхностью воды $H = 20 \text{ см}$. Температуру в цилиндре медленно уменьшили до $t_2 = 7^\circ\text{C}$. Давление водяного пара при $t_2 = 7^\circ\text{C}$ считайте пренебрежимо малым. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$. Молярная масса воды $\mu_1 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{моль}$.

1. Найдите парциальное давление P_{CB} сухого воздуха в цилиндре под поршнем при $t_1 = 100^\circ\text{C}$.
2. На каком расстоянии h от поверхности воды остановится поршень при $t_2 = 7^\circ\text{C}$?

$$1) P_{CB} = 0,5P_0; 2) h \approx 5 \text{ см}$$

$$(P_{CB} + P_0)S = P_0S + Mg \Rightarrow P_{CB} = 0,5P_0 = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Па} \quad (1)$$

$$P'_{CB}S = P_0S + Mg \Rightarrow P'_{CB} = 1,5P_0 \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} P'_{CB}Sh &= \nu RT_2 \\ P_{CB}SH &= \nu RT_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P'_{CB}}{P_{CB}} \frac{h}{H} = \frac{T_2}{T_1}, \quad h = \frac{P_{CB}}{P'_{CB}} \frac{T_2}{T_1} H = \frac{0,5 \cdot 280}{1,5 \cdot 373} \cdot 20 \approx 5 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 4. (*МОШ, 2014, 11*) Школьник Владислав проводит изотермический процесс над влажным воздухом в цилиндре, измеряя зависимость массы воды m_1 в жидким состоянии от объема системы V . Владислав нанес на график две измеренные им экспериментальные точки:

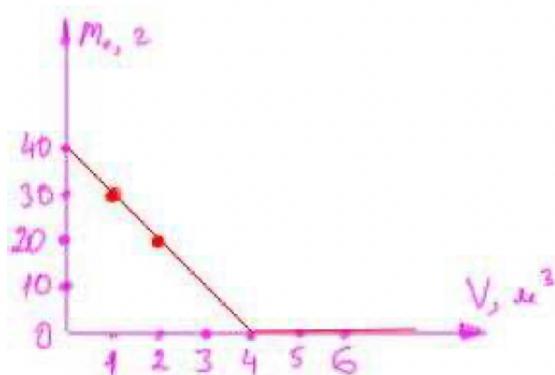
$$(V = 1 \text{ м}^3; m_1 = 30 \text{ г}) \text{ и } (V = 2 \text{ м}^3; m_1 = 20 \text{ г}).$$

Достройте данный график. Какова общая масса воды (в жидким и газообразном состояниях) в цилиндре? Какова плотность насыщенного водяного пара при данной температуре?

Возможное решение. Когда в сосуде имеется вода в жидким состоянии, водяной пар в этом сосуде является насыщенным, с плотностью ρ . Следовательно, масса воды в газообразном состоянии равна ρV . Обозначая общую массу воды через m_0 , находим массу воды в жидким состоянии в зависимости от объема: $m_1 = m_0 - \rho V$. Эта зависимость является линейной (см. график в ответе). Начиная с некоторого значения объема, воды в жидким состоянии не будет.

Как вытекает из графика, общая масса воды составляет 40 г. При объеме 4 м³ она вся оказывается в газообразном состоянии, и водяной пар еще остается насыщенным. Следовательно, плотность насыщенного водяного пара $40 \text{ г} : 4 \text{ м}^3 = 10 \text{ г/м}^3$.

Ответ. График зависимости m_1 от V изображен на рисунке:



Общая масса воды составляет 40 г, плотность насыщенного водяного пара 10 г/м³.

ЗАДАЧА 5. (*Всеросс., 2015, МЭ, 11*) В запаянной с одного конца горизонтально лежащей трубке находится воздух с относительной влажностью $\varphi_0 = 60\%$, отделенный от атмосферы столбиком ртути длиной $l = 74 \text{ мм}$. Атмосферное давление соответствует $H = 740 \text{ мм ртутного столба}$. Какой станет относительная влажность φ , если трубку поставить вертикально открытым концом вниз? Температура постоянна, ртуть из трубки при переворачивании не выливается.

$$\% \varphi = \frac{H}{l-H} \cdot 100\% = \varphi$$

Решение. Пусть ρ – плотность ртути, $p_0 = \rho g L_0$ – атмосферное давление.

В горизонтальной трубке давление запертого столбика воздуха совпадает с атмосферным, а в вертикальной равно $p_0 - \rho g l = \rho g (L_0 - l)$. Следовательно, давление в трубке изменилось в $(L_0 - l)/L_0$ раз; в такое же количество раз в условиях постоянства температуры должна измениться и плотность – как воздуха, так и водяного пара. Поскольку относительная влажность равна отношению плотности водяного пара к плотности насыщенного водяного пара, относительная влажность тоже изменится в $(L_0 - l)/L_0$ раз и станет равной $\varphi = \varphi_0 \cdot (L_0 - l)/L_0 = 54\%$.

Ответ: относительная влажность станет равной $\varphi = \varphi_0 \cdot (L_0 - l)/L_0 = 54\%$.

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1991) В кастрюлю-скороварку залили небольшое количество воды при температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$, причём занимаемый водой объём намного меньше объёма кастрюли. После этого её герметично закрыли крышкой и медленно нагрели. Когда температура в кастрюле достигла $t_1 = 115^\circ\text{C}$, а давление — трёх атмосфер, вся вода испарилась. Оценить по этим данным, какую часть объёма кастрюли занимала вода до начала нагрева. Давлением водяных паров в кастрюле при 20°C можно пренебречь. Плотность воды $\rho = 1 \text{ г}/\text{см}^3$.

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T_1}{T_0} - \frac{1}{\alpha} \right) \frac{p_0}{p} = 10^{-4}$$

В начальном состоянии можно пренебречь давлением паров воды и объемом, который она занимает, и считать, что воздух при атмосферном давлении $p_0 = 1 \text{ атм}$ и температуре $T_0 = 293\text{K}$ занимает весь объем кастрюли V . В конечном состоянии давление в кастрюле $3p_0$ складывается из давления воздуха при температуре $T = 388\text{K}$ и давления паров воды, испарившейся к этому моменту полностью. Если обозначить ρ, v, M соответственно плотность, начальный объем и молярную массу воды ($\rho = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3, M = 18 \text{ г}/\text{моль}$), то для давления воздуха p_v и давления пара p_n в конечном состоянии можно записать:

$$p_v = \frac{p_0 T}{T_0}, p_n = \frac{\rho v R T}{M V}.$$

По условию

$$p_v + p_n = 3p_0.$$

Из этих формул окончательно находим отношение объема воды к объему кастрюли:

$$\frac{v}{V} = \frac{p_0 M \left(3 - \frac{T}{T_0} \right)}{\rho R T} \approx 10^{-3}.$$

ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 1992) Лёгкая подвижная перегородка делит герметичный теплопроводящий сосуд на две неравные части, в которых находится воздух при атмосферном давлении и комнатной температуре. В меньшую часть сосуда впрыскивается легко испаряющаяся жидкость, давление насыщенного пара которой при комнатной температуре равно 3,5 атм. Спустя некоторое время перегородка перестала двигаться, а жидкость почти вся испарилась. Объём части сосуда, в которой находятся воздух и пары, увеличился при этом вдвое по сравнению с первоначальным. Найти, какую часть объёма сосуда составляла в начале его меньшая часть. Объёмом, занимаемым жидкостью в начале и конце опыта, можно пренебречь.

2/8

2.22. Пусть V_1 и V_2 — объемы вначале, V'_1 и V'_2 — в конце. Имеем:

$$V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2 = V_0; \quad V_1 = \alpha V_0; \quad V'_1 = \beta V_0.$$

Из условия механического равновесия следует, что давления в обеих частях сосуда равны, т.е. $P_0 V_1 / V'_1 + P_n = P_0 V_2 / V_1$, следовательно, $P_n = P_0 (\beta - \alpha) / (1 - \beta) \beta$. По условию $P_n / P_0 = 3,5$, $\beta = 2\alpha$. Тогда $\alpha = 3/7$.

Задача 12. («Физтех», 2009) В цилиндре под поршнем находится воздух с относительной влажностью 70%. Объём цилиндра изотермически уменьшили в 10 раз. Какая часть водяного пара сконденсировалась? Объёмом жидкости в конечном состоянии можно пренебречь.

2/9

Решение. Пусть V — начальный объём цилиндра, ν_1 и ν_2 — числа молей пара в цилиндре до и после сжатия, P_h — давление насыщенного пара, T — температура. Уравнение состояния пара до и после сжатия:

$$0,7P_h \cdot V = \nu_1 RT, \quad P_h \cdot \frac{V}{10} = \nu_2 RT.$$

Отсюда $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1}{7}$. Сконденсировалась часть пара $x = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} = 1 - \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{6}{7}$.

Конденсация пара начнется в момент, когда пар станет насыщенным, т. е. при $\rho_h V = \rho V_0$ (здесь ρ_h — плотность насыщенного пара при температуре t , $\rho = \rho_h \varphi_0 / 100\%$ — плотность пара до сжатия).

Масса пара в воздухе изменяется от $m_1 = \rho V_0$ до $m_2 = \rho_h V_0 / 10$

Значит, масса выпавшей росы $m = m_1 - m_2 = \rho_h V_0 (\varphi_0 / 100\% - 1/10)$

Найдем отношение

$$m/m_1 = \rho_h V_0 (\varphi_0 / 100\% - 1/10) / \rho V_0 = (1 - 100\% / (10 \varphi_0))$$

$$m/m_1 = 0.86$$

Задача 13. («Ломоносов», 2013) В сосуде находится влажный воздух. При изотермическом сжатии его объём уменьшился в 5 раз, а давление увеличилось в 3 раза. При дальнейшем изотермическом сжатии в 3 раза давление в итоге стало в 7 раз больше первоначального. Какую относительную влажность φ имел воздух до начала сжатия?

509 = ♂

Решение. При первом сжатии давление смеси сухого воздуха и водяного пара в сосуде возросло менее чем в пять раз, поэтому пар стал насыщенным и частично сконденсировался. При дальнейшем сжатии давление пара p_h уже не менялось. Пренебрежем объемом сконденсировавшейся воды. Парциальное давление сухого воздуха при первом сжатии возросло в 5 раз, а при втором — еще в 3 раза. Полное давление влажного воздуха до начала сжатия равнялось $p_n + p_v$, где p_n и p_v — парциальные давления пара и сухого воздуха соответственно. По условию задачи получаем: $p_h + 5p_v = 3(p_n + p_v)$, $p_h + 15p_v = 7(p_n + p_v)$. Отсюда $3p_h = 5p_n$. Следовательно, первоначальная влажность равна $\varphi = \frac{p_n}{p_h} \cdot 100\% = 60\%$. **Ответ:** $\varphi = \frac{p_n}{p_h} \cdot 100\% = 60\%$.

ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 2003) Влажный воздух находится в цилиндре под поршнем при температуре 100°C и давлении $p_1 = 1,2$ атмосферы. Если увеличить давление на поршень в $\beta = 2$ раза в изотермическом процессе, то объём, занимаемый воздухом, уменьшится в $\gamma = 2,5$ раза, а на стенках цилиндра выпадет роса. Найти начальную относительную влажность воздуха φ в цилиндре. Объёмом образовавшейся жидкости пренебречь.

$$\frac{\varepsilon}{T} = \frac{\gamma}{\beta} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \frac{\partial \ln \varphi}{\partial \ln T} = \sigma$$

2.137. $\varphi = 0,64$.

\checkmark | 4.

Решение. Если φ — начальная относительная влажность воздуха в цилиндре, то начальное давление сухого воздуха равно $P_1 - \varphi P_{\text{пп}}$, где $P_{\text{пп}} \approx 10^5$ Па — давление насыщенного пара в цилиндре при температуре 100°C . В случае выпадения росы пар становится насыщенным, и давление сухого воздуха в цилиндре равно $P_2 - P_{\text{пп}}$, где P_2 — давление воздуха после сжатия ($P_2 = \beta P_1$). При изменении давления сухого воздуха в изотермическом процессе справедлив закон Бойля—Мариотта:

$$(P_1 - \varphi P_{\text{пп}})V_1 = (P_2 - P_{\text{пп}})V_2,$$

где V_1 , V_2 — начальный и конечный объемы цилиндров ($V_1 = \gamma V_2$). Перепишем последнее уравнение в виде

$$(P_1 - \varphi P_{\text{пп}})\gamma = (\beta P_1 - P_{\text{пп}}).$$

Отсюда

$$\varphi = \frac{P_1}{P_{\text{пп}}} \left(1 - \frac{\beta}{\gamma} \right) + \frac{1}{\gamma} = 0,64.$$

ЗАДАЧА 15. (МФТИ, 2003) Влажный воздух с относительной влажностью $\varphi = 0,5$ находится в цилиндре под поршнем. Если в изотермическом процессе увеличить давление на поршень в $\beta = 3$ раза, то объём, занимаемый воздухом, уменьшится в $\gamma = 4$ раза, а на стенках цилиндра выпадет роса. Какую часть конечного давления в цилиндре составляет давление пара? Объёмом образовавшейся жидкости пренебречь.

$$\frac{\varepsilon}{T} = \frac{(1-\varphi)\beta}{\beta-\gamma} = \sigma$$

Аналогично задаче 14

ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 1995) В сосуде объёмом $V_1 = 20$ л находятся вода, насыщенный водяной пар и воздух. Объём сосуда при постоянной температуре медленно увеличиваются до $V_2 = 40$ л, давление в сосуде при этом уменьшается от $p_1 = 3$ атм до $p_2 = 2$ атм. Определить массу воды в сосуде в конце опыта, если общая масса воды и пара составляет $m = 36$ г. Объёмом, занимаемым жидкостью в обоих случаях, пренебречь.

$$m = m_{\text{в}} + m_{\text{п}} = \frac{RT}{M_{\text{в}}(V_2 - V_1)} \approx 13 \text{ г}$$

Анализ изотермы для пара (см. рисунок) показывает, что во время опыта парциальное давление пара оставалось постоянным (в конце опыта, как и в начале, в сосуде была вода). Давление в сосуде менялось только за счет изменения давления воздуха. Так как при постоянной температуре объем, занимаемый воздухом, увеличился вдвое, то его давление в конце опыта уменьшилось тоже вдвое. Пусть в конце опыта в сосуде осталась масса пара $m_{\text{п}2}$. Так как пар оставался насыщенным при постоянном давлении и температуре, а объем его увеличился вдвое, то в начале опыта его масса в сосуде была $m_{\text{п}1} = m_{\text{п}2}/2$.

После этого предварительного анализа найдем давление пара $p_{\text{п}}$ в сосуде. В начале опыта

$$p_{\text{п}} + p_{\text{в}} = p_1,$$

где $p_{\text{в}}$ – давление воздуха в начале. В конце

$$p_{\text{п}} + \frac{p_{\text{в}}}{2} = p_2.$$

ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 1999) После тёплого летнего дождя относительная влажность воздуха у поверхности земли достигла 100%. При этом плотность влажного воздуха (масса пара и воздуха в 1 м³) оказалась равной $\rho = 1171$ г/м³, его давление $p = 100$ кПа и температура 22 °С. Найти по этим данным давление насыщенного водяного пара при температуре 22 °С. Молярная масса воздуха $\mu_{\text{в}} = 29$ г/моль.

$$\rho_{\text{в}} = \frac{p_{\text{в}} - p_{\text{н}}}{RT} \approx 2,7 \text{ кПа}$$

По закону Дальтона запишем, что плотность и давление влажного воздуха находятся как сумма сухового воздуха и пара:

$$p_{\text{в.в.}} = p_{\text{с.в.}} + p_{\text{п.}} \Rightarrow p_{\text{с.в.}} = p_{\text{в.в.}} - p_{\text{п.}} \quad (1)$$

$$\rho_{\text{в.в.}} = \rho_{\text{с.в.}} + \rho_{\text{п.}} \Rightarrow \rho_{\text{п.}} = \rho_{\text{в.в.}} - \rho_{\text{с.в.}} \quad (2)$$

Выразим через уравнение Мендел.-Кл. плотность сухого воздуха через давление:

$$\rho_{\text{с.в.}} = \frac{p_{\text{с.в.}} M_{\text{в}}}{RT} \quad (3)$$

А теперь наоборот выразим давление пара через плотность:

$$p_{\text{п.}} = \frac{\rho_{\text{п.}} RT}{M_{\text{п}}} \quad (4)$$

Подставляя теперь в ур-ие (4) ур-ие (2), ур-ие (3) и затем ур-ие (1) получим уравнение относительно давления пара:

$$p_{\text{п.}} = \frac{\rho_{\text{п.}} RT}{M_{\text{п}}} = \frac{(\rho_{\text{в.в.}} - \rho_{\text{с.в.}}) RT}{M_{\text{п}}} = \frac{\left(\rho_{\text{в.в.}} - \frac{p_{\text{с.в.}} M_{\text{в}}}{RT} \right) RT}{M_{\text{п}}} = \frac{\left(\rho_{\text{в.в.}} - \frac{(p_{\text{в.в.}} - p_{\text{п.}}) M_{\text{в}}}{RT} \right) RT}{M_{\text{п}}}$$

Остается выразить и подставить значения:

$$p_{\text{п.}} = \frac{M_{\text{в}} p_{\text{п.}} - \rho_{\text{в.в.}} RT}{M_{\text{в}} - M_{\text{п}}} = 2688,4 \text{ Па}$$

Ответ: 2,7 кПа

ЗАДАЧА 19. («Физтех», 2013) Тяжёлый подвижный поршень площадью $S = 10 \text{ см}^2$ делит объём вертикально расположенного цилиндра на две равные части объёмом $V_0 = 1 \text{ л}$ каждая. Над поршнем находится вода и водяной пар общей массой $m = 2 \text{ г}$, под поршнем — $m_1 = 2 \text{ г}$ азота. Температура в цилиндре 100°C . Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$, молярные массы азота и воды $\mu_a = 28 \text{ г/моль}$, $\mu_b = 18 \text{ г/моль}$, плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.

а) Найдите массу M поршня.

б) Какую часть объёма V_0 занимает жидкая вода?

$$\boxed{\left(\frac{m_a V_0}{m_a R T} - 1 \right)^{\frac{g}{\rho}} \approx 12 \text{ кг} \quad (\text{здесь } \rho = 10^3 \text{ кг/м}^3; \alpha = \left(\frac{m_a p}{m_a R T} - 1 \right)^{\frac{g}{\rho}} \approx 1,4 \cdot 10^{-3})}$$

2. 1) Уравнение состояния для азота $\left(P + \frac{Mg}{S} \right) V_0 = \frac{m_1}{\mu_a} RT$. Здесь $P \approx 10^5 \text{ Па}$. $M = \frac{S}{g} \left(\frac{m_1 RT}{\mu_a V_0} - P \right) \approx 12 \text{ кг}$.

2) Для пара $PV_0 = \frac{m - \alpha V_0 \rho}{\mu_B} RT$. Доля объёма V_0 , занимаемая водой $\alpha = \frac{1}{V_0 \rho} \left(m - \frac{PV_0 \mu_B}{RT} \right) \approx 1,4 \cdot 10^{-3}$.

ЗАДАЧА 26. (МОШ, 2012, 10) Небольшой пустой тонкостенный цилиндрический стакан объёмом V_0 переворачивают вверх дном и медленно погружают в глубокий водоём, удерживая ось стакана в вертикальном положении. Над поверхностью водоёма находится воздух (атмосферное давление p_0), температура которого равна температуре воды, а относительная влажность составляет 100%. По какому закону будет изменяться модуль выталкивающей силы, действующей на стакан, при его погружении от поверхности воды в водоём на глубину H ? Плотность воды равна ρ , ускорение свободного падения g , давление насыщенных паров воды при данной температуре равно p_n .

$$\boxed{H^{\frac{6d+nd-0d}{nd-0d}} \propto d = A_F}$$

Ответ: $F_A = \rho g V_0 \frac{p_0 - p_n}{p_0 - p_n + \rho g H} = \frac{\rho g V_0}{1 + \frac{\rho g H}{p_0 - p_n}}$.

Решение:

1) При медленном погружении перевернутого стакана вглубь водоема на находящиеся в стакане воздух и пары воды будет действовать сила давления воды. Эта сила складывается из постоянной силы атмосферного давления на поверхность водоема и силы дополнительного гидростатического давления столба воды над ее уровнем в стакане. Последняя сила возрастает с глубиной погружения стакана, поэтому давление газов внутри стакана будет возрастать.

2) Так как температура по условию задачи постоянна, а давление газов при погружении возрастает, то объем, занимаемый в стакане воздухом и паром, по мере погружения стакана будет уменьшаться. Это будет происходить из-за затекания в стакан воды под действием возрастающей силы гидростатического давления. Уменьшение занимаемого воздухом и паром объема стакана, в соответствии с законом Архимеда, будет приводить к уменьшению модуля действующей на стакан выталкивающей силы.

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2012, РЭ, 11) В цилиндре под поршнем находится влажный воздух. В изотермическом процессе объём цилиндра уменьшается в $\alpha = 4$ раза, при этом давление под поршнем увеличивается в $\gamma = 3/2$ раза.

Какая часть первоначальной массы пара сконденсировалась? В начальном состоянии парциальное давление сухого воздуха в $\beta = 3/2$ раза больше парциального давления пара.

$$\boxed{\frac{8}{9} = \frac{\nu}{(\beta+1)(\lambda-\nu)} = \frac{w}{w\nu}}$$

Задача 5. Влажный воздух

В цилиндре в начале процесса пар насыщенный (это следует из $\alpha > \gamma$)

Пусть p — начальное давление пара. Тогда βp — начальное давление сухого воздуха.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона для сухого воздуха:

$$\beta p \alpha V = \nu RT = p_1 V, \quad (21)$$

где $p_1 = \beta \alpha p$ — конечное давление сухого воздуха.

Из уравнения Менделеева - Клапейрона для пара

$$p \alpha V = \nu_1 RT; \quad p_2 V = \nu_2 RT. \quad (22)$$

$$k \nu_1 = \nu_1 - \nu_2, \quad (23)$$

где k — искомое отношение.

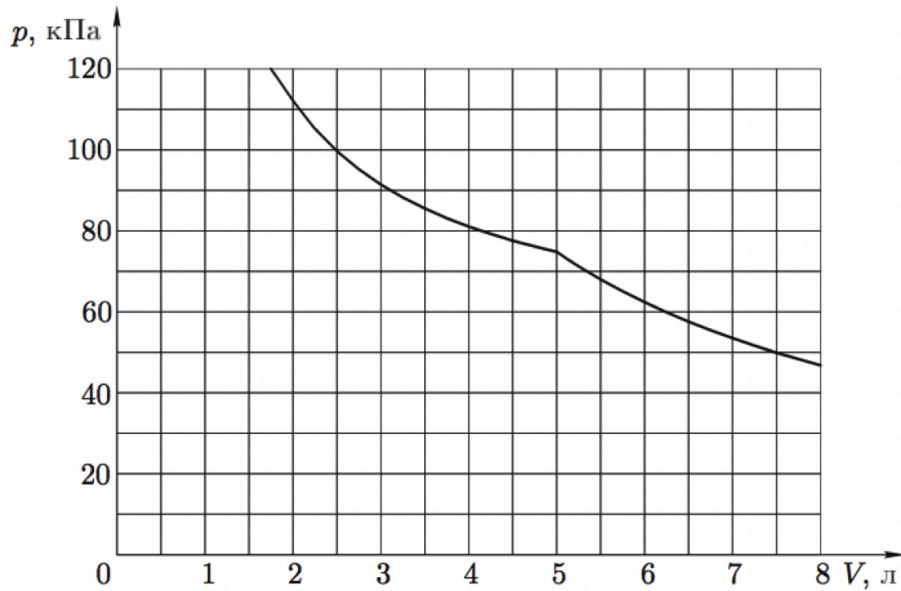
При этом, $p_1 + p_2 = \gamma(p + \beta p)$.

Решая эту систему уравнений, получаем

$$k = \frac{(\alpha - \gamma)(\beta + 1)}{\alpha}, \quad (24)$$

$$k = \frac{5}{8}.$$

ЗАДАЧА 31. (Всеросс., 2008, финал, 10) В цилиндре под поршнем находится смесь воздуха и паров некоторой жидкости. Смесь изотермически сжимают. На рисунке представлена экспериментальная зависимость давления в сосуде от объёма в этом процессе.



Чему равны давление насыщенных паров жидкости p_n при данной температуре и внутренняя энергия смеси при объёме цилиндра более 5 л?

Примечание. Считать воздух идеальным двухатомным газом, а пары жидкости — идеальным трёхатомным газом.

$$p_n \approx 50 \text{ кПа}, \quad T \approx 0.060 \text{ К}$$

Задача 5. Смесь воздуха и пара

Предположим, что эксперимент проводится при температуре T . Очевидно, что насыщение пара наступает в точке излома изотермы. Тогда для объёмов $V > 5$ л уравнение газового состояния в соответствии с законом Дальтона имеет вид:

$$p_1 V_1 = (\nu_1 + \nu_2)RT, \quad (3)$$

где ν_1 — количество молей воздуха в сосуде, а ν_2 — количество молей паров жидкости в сосуде, V_1 — любой объём, превышающий 5 л, а p_1 — соответствующее ему давление в сосуде (рис. 27).

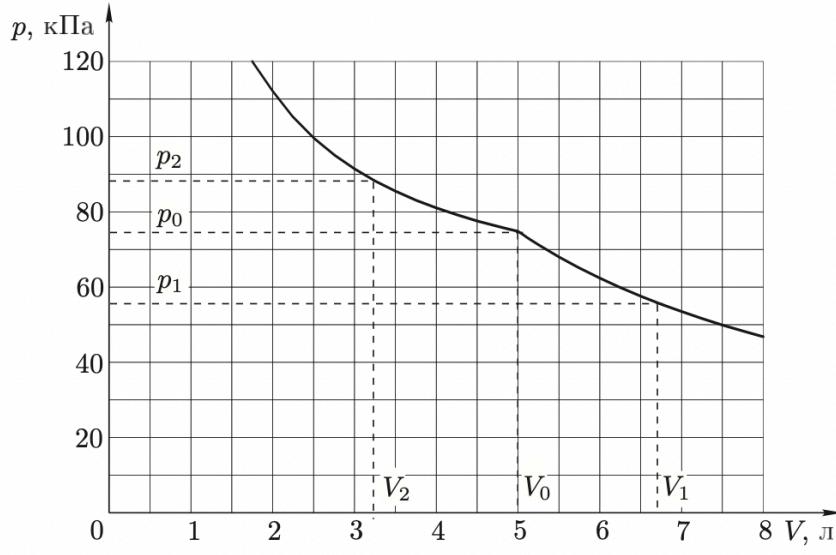


Рис. 27

Для объёмов $V < 5$ л давление в сосуде складывается из давления воздуха и давления насыщенного пара. Уравнение газового состояния имеет вид:

$$p_2 V_2 = p_{\text{H}} V_2 + \nu_1 RT, \quad (4)$$

где V_2 — любой объём, не превышающий 5 л.

Изотермы (3) и (4) пересекаются в точке (V_0, p_0) , следовательно, при $V = V_0$ имеем:

$$\nu_2 RT = p_{\text{H}} V_0. \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в (3) и решая полученное уравнение относительно p_{H} , находим:

$$p_{\text{H}} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{V_0 - V_2} \approx 50 \text{ кПа}. \quad (6)$$

Следует заметить, что для получения более точного численного результата целесообразно с помощью графика на рисунке 27 вычислить несколько произведений $p_1 V_1$ для различных объемов $V > 5$ л и усреднить полученные значения. Аналогичным образом, вычисление окончательного результата с помощью выражения (6) следует проводить для нескольких значений V_2 и соответствующих ему значений p_2 . При построении графика использовались численные значения: $T = 300 \text{ К}$, $\nu_1 = 0,05$ молей, $\nu_2 = 0,1$ молей, $p_1 = 50 \text{ кПа}$.

Внутренняя энергия смеси при $V > 5$ л вычисляется по формуле:

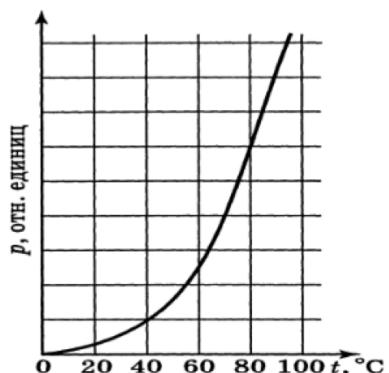
$$U = \frac{5}{2} \nu_1 RT + 3 \nu_2 RT.$$

С учётом выражений (5) и (6) формула приобретает вид:

$$U = \frac{5}{2} (p_0 - p_{\text{H}}) V_0 + 3 p_{\text{H}} V_0 \approx 1060 \text{ Дж.}$$

Задача 30. (Всеросс., 1999, финал, 10) В герметично закрытом сосуде находится влажный воздух, температура которого равна $t_1 = 75^\circ\text{C}$, а относительная влажность $\varphi_1 = 25\%$. Воздух в сосуде начинают охлаждать. При какой температуре t_2 внутренние стенки сосуда запотеют? График зависимости давления насыщенного водяного пара в относительных единицах от температуры приведен на рисунке.

$$t_2 = 40^\circ\text{C}$$



РЕШЕНИЕ

10.71. Так как объем водяного пара не изменяется, но начальное давление p_1 и текущее давление p вплоть до начала конденсации связаны с соответствующими им термодинамическими температурами T_1 и T_2 соотношением

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p}{T},$$

где $p = \varphi_1 p_{1\text{нас}}$, $p_{1\text{нас}}$ – давление насыщенного пара при температуре T_1 (определяется из графика). Таким образом,

$$p = \varphi_1 p_{1\text{нас}} \frac{T}{T_1}.$$

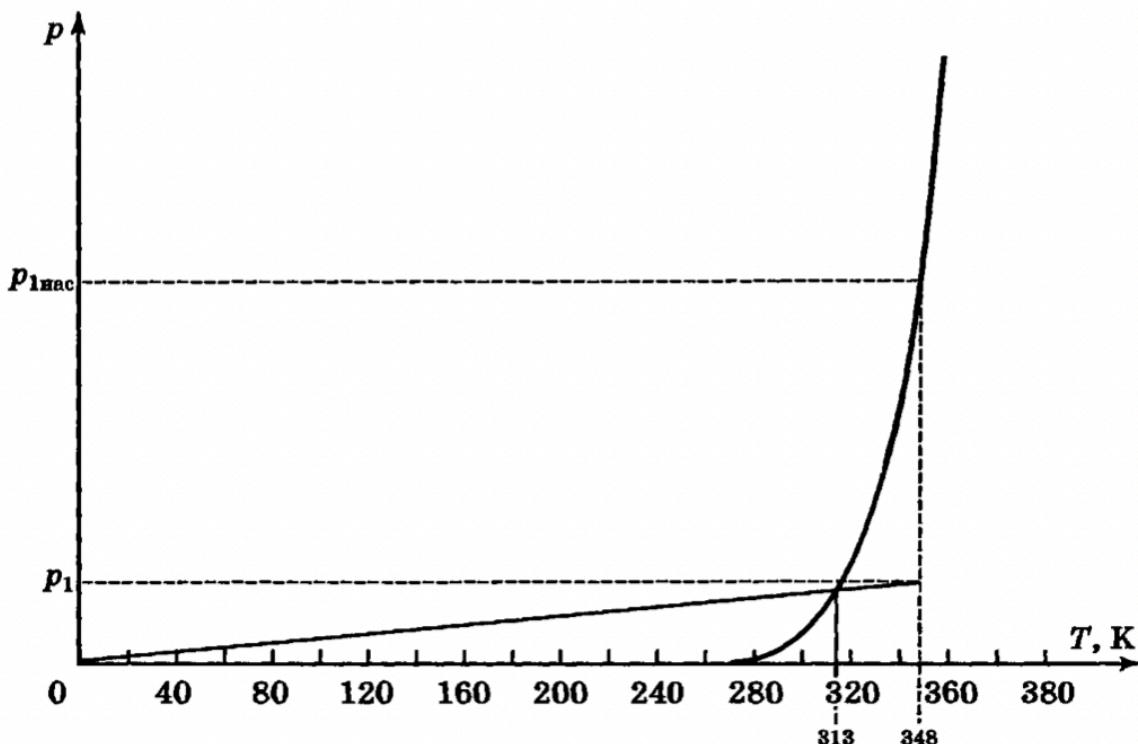
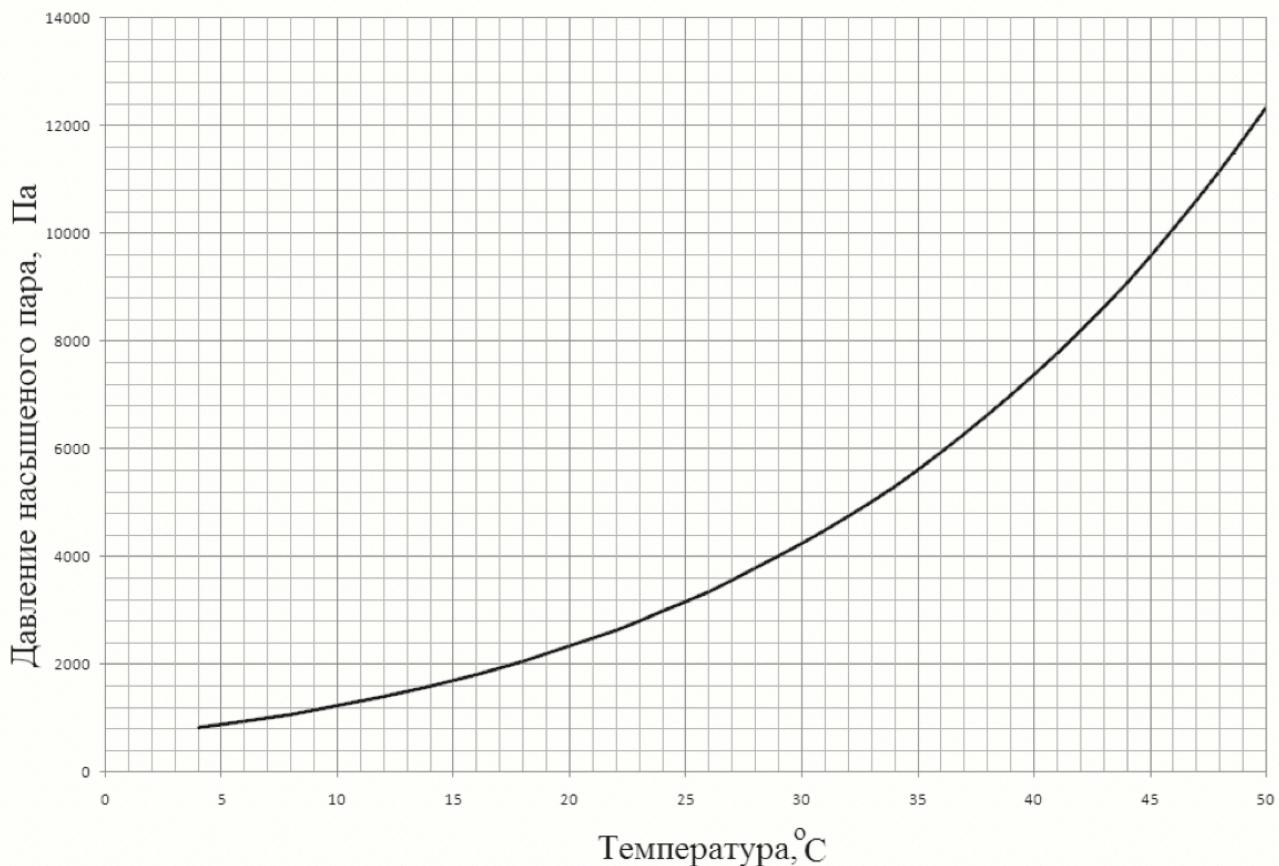
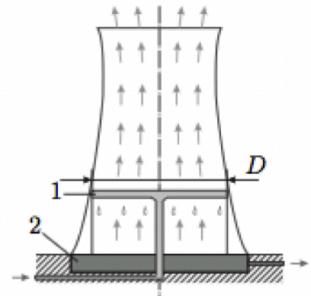


Рис. 115

Полученная зависимость $p(T)$ есть прямая. Точка пересечения с графиком зависимости давления насыщенного водяного пара от температуры (рис. 115) соответствует искомому значению температуры $T_2 = 313$ К или $t_2 = 40^\circ\text{C}$.

ЗАДАЧА 29. (*Всеросс., 2014, РЭ, 11*) На промышленных предприятиях для охлаждения больших объёмов воды используют градирни (рисунок справа). Рассмотрим идеализированную градирню, представляющую собой широкий цилиндр диаметром $D = 15$ м, в котором на некоторой высоте H от основания через специальные форсунки (1) распыляется горячая вода, температура которой $t_1 = 50^\circ\text{C}$. По мере падения она остывает до температуры $t_2 = 28^\circ\text{C}$. Посредством вентилятора навстречу падающим каплям снизу со скоростью $u = 2,0 \text{ м/с}$ поднимается воздух при температуре $t_0 = 29^\circ\text{C}$. Считайте, что его температура на протяжении всего пути остаётся неизменной, а влажность меняется от $\varphi = 40\%$ на входе до $\varphi_1 = 100\%$ на выходе из градирни. Какова производительность q градирни, то есть сколько тонн воды охлаждается в ней за один час?

Справочные данные для воды: удельная теплоёмкость $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot {^\circ}\text{C)}$; удельная теплота парообразования $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$, температурная зависимость давления насыщенных паров приведена на графике (рисунок внизу).



Возможное решение

По условию задачи температура воздуха, проходящего через градирню, не меняется, а вода остывает за счёт испарения. Изменение температуры Δt воды найдём на основе уравнения теплового баланса:

$$L\Delta m_1 = cq\Delta t,$$

где Δm_1 — масса испарившейся воды в единицу времени, q — масса воды, проходящей через градирню в единицу времени.

В градирню ежесекундно поступает объём воздуха

$$V_1 = Su = \frac{\pi D^2}{4} u.$$

Масса водяного газа (пара), поступающего в единицу времени в градирню вместе с воздухом, равна

$$m_{\text{вх}} = \frac{V_1 \mu p}{RT}, \quad \text{или} \quad m_{\text{вх}} = \frac{\pi D^2 u \mu p}{4RT},$$

где p — давление водяного пара на входе.

Масса пара, выходящего из градирни за то же время, равна

$$m_{\text{вых}} = \frac{V_1 \mu p_{\text{нас}}}{RT}, \quad \text{или} \quad m_{\text{вых}} = \frac{\pi D^2 u \mu p_{\text{нас}}}{4RT}.$$

Таким образом, из поступающей в градирню воды ежесекундно испаряется

$$\Delta m_1 = \frac{\pi D^2 u \mu p_{\text{нас}}}{4RT} (1 - \varphi).$$

Тогда

$$q = \frac{\Delta m_1 L}{c \Delta t} = \frac{\pi D^2 u \mu p_{\text{нас}} (1 - \varphi) L}{4RT c \Delta t} \approx 150 \text{ кг/с} = 540 \text{ т/час.}$$