

ЗАДАЧА 13. («Росатом», 2019, 11) В закрытом сосуде содержится воздух и вода. Внутри сосуда поддерживается температура $t = 100^\circ\text{C}$. Объем сосуда $V = 10 \text{ л}$, давление $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Известно, что жидкая вода в сосуде есть и что она занимает очень малый объем. В результате изотермического расширения объем сосуда вырос до величины $2V$, а давление упало до величины $p_2 = 1,4 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Сколько молей воды находятся в сосуде? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$. Атмосферное давление — $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

$$\alpha = \frac{RT}{A(2p_2 - p_1 + p_0)} = 0,58 \text{ моль}$$

2. Поскольку температура в сосуде равна $t = 100^\circ\text{C}$, то давление насыщенных паров равно атмосферному — $p_{napa} = p_0 = 10^5 \text{ Па}$. А давление газа в сосуде — $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ — в два раза больше. Следовательно, парциальное давление воздуха в сосуде равно — $p_{возд} = p_1 - p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

При увеличении объема сосуда количество вещества воздуха не меняется, и понижение его парциального давления связано только с увеличением объема. А поскольку объем увеличился вдвое — вдвое уменьшилось парциальное давление воздуха —

$$p'_{возд} = \frac{p_1 - p_0}{2} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Следовательно, парциальное давление водяного пара в сосуде составляет

$$p'_{napa} = p_2 - p'_{возд} = p_2 - \frac{p_1 - p_0}{2} = \frac{2p_2 - p_1 + p_0}{2} = 0,9 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Поскольку это значение меньше давления насыщенного пара при температуре $t = 100^\circ\text{C}$, заключаем, что вся вода испарилась, и ее количество можно найти из закона Клапейрона-Менделеева для водяного пара в конечном состоянии

$$p'_{napa} 2V = \nu RT$$

где ν — искомое количество вещества пара, $T = 373 \text{ К}$ — абсолютная температура газа. Отсюда находим

$$\nu = \frac{2p'_{napa} V}{RT} = \frac{(2p_2 - p_1 + p_0)V}{RT} = 0,58 \text{ моль}$$

ЗАДАЧА 14. («Росатом», 2020, 11) Один моль азота находится в сосуде объемом $V = 1$ л под давлением $p = 10^5$ Па. Газ откачивают, поддерживая температуру сосуда (со всем содержимым) неизменной. Какую массу газа придется откачать к тому моменту, когда давление в сосуде упадет вдвое? Никаких других газов, кроме азота, в сосуде нет. Дан ряд табличных параметров азота (не все они понадобятся для решения): молярная масса $\mu = 28$ г/моль, температура кипения при атмосферном давлении $t_k = -196^\circ\text{C}$, удельная теплота испарения $\lambda = 5,6$ кДж/моль, температура плавления $t_{\text{пл}} = -210^\circ\text{C}$. Универсальная газовая постоянная — $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

$$\boxed{\Delta m = \mu \left(\frac{2RT_k}{\Lambda} - n \right)}$$

Найдем температуру азота в сосуде по закону Клапейрона-Менделеева

$$T = \frac{pV}{\nu R} = 12K = -261^\circ\text{C}$$

Эта температура существенно ниже температуры кипения азота при атмосферном давлении, поэтому часть азота будет сконденсирована, а часть будет в виде газа. Следовательно, сосуд будет иметь

температуру кипения азота $t_k = -196^\circ\text{C}$, а газообразный азот представляет собой насыщенный «азотный пар».

Так как откачивание азота происходит при постоянной температуре (температуре насыщенного «азотного пара» при атмосферном давлении), то «азотный пар» останется насыщенным пока не испарится вся жидккая фракция азота. Поэтому пока в сосуде остается жидкий азот, давление «паров азота» будет равно атмосферному. Следовательно, когда давление азота в сосуде упадет вдвое, весь жидкий азот испарится, и останется только газ. Применяя к нему закон Клапейрона-Менделеева, получим

$$p_1 V = \nu_1 R T_k$$

где $p_1 = 0,5 \cdot 10^5$ Па, ν_1 — количество молей азота, оставшееся в сосуде, $T = 77$ К — температура кипения азота ($77\text{K} = -196^\circ\text{C}$). Отсюда находим количество вещества азота в сосуде

$$\nu_1 = \frac{p_1 V}{R T_k} = \frac{p_1 V}{2 R T_k} = 0,078 \text{ моль},$$

масса которого равна $m_1 = 0,078 \cdot 28 \text{ (г)} = 2,2 \text{ (г)}$. Отсюда находим массу азота, который был откачен из сосуда)

$$\Delta m = (\nu - \nu_1) \mu = \left(\nu - \frac{p_1 V}{2 R T_k} \right) \mu = 25,8 \text{ г}$$

ЗАДАЧА 15. («Курчатов», 2018, 11) Горизонтальный цилиндр закрыт свободно скользящим поршнем. В цилиндре находится водяной пар при температуре $T_1 = 453$ К и давлении $2p_0$, $p_0 = 0,1$ МПа. Пар изохорически охлаждают до температуры $T_2 = 373$ К, а затем изотермически уменьшают его объём в 2 раза. При этом внешние силы, действующие на поршень, совершают работу $A = 450$ Дж. Найдите массу m сконденсировавшейся воды. Давление насыщенного пара при температурах T_1 и T_2 равно соответственно $10p_0$ и p_0 , молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К). Объёмом воды по сравнению с объёмом пара пренебрегите, пар считайте идеальным газом. Ответ выразите в граммах и округлите до целого.

$$x 9 = \frac{\nu_1 R T_1}{(T_1 - T_2) V_1} = m$$

Решение

Рассмотрим изотермы пара на диаграмме (P, V) . При температурах ниже критической (647 К для воды) на изотермах имеются горизонтальные участки постоянного давления, соответствующие насыщенному пару. Давление на этих участках при температурах T_1 и T_2 равно соответственно $10P_0$ и P_0 . Так как начальное давление $2P_0$ меньше чем $10P_0$, то в начальном состоянии имеем ненасыщенный пар. Пусть ν_1 – число молей пара, V_1 – его объём. Тогда:

$$2P_0 V_1 = \nu_1 R T_1.$$

Выясним, будет ли пар насыщенным после изохорического охлаждения. Обозначим через V_{H} максимальный объём, который могут занимать ν_1 молей насыщенного пара при температуре T_2 . Учитывая, что давление насыщенного пара при этой температуре равно P_0 , имеем:

$$P_0 V_{\text{H}} = \nu_1 R T_2.$$

Поделив первое уравнение на второе, получаем:

$$\frac{2V_1}{V_{\text{H}}} = \frac{T_1}{T_2} \rightarrow \frac{V_1}{V_{\text{H}}} = \frac{T_1}{2T_2} \approx 0,6$$

Так как $V_1 < V_{\text{H}}$, то после изохорического охлаждения пар становится насыщенным. Точка, изображающая его состояние на диаграмме (P, V) , лежит на горизонтальном участке изотермы T_2 . Поэтому дальнейшее изотермическое сжатие пара идёт при постоянном давлении P_0 и работа внешних сил легко вычисляется:

$$A = P_0 \left(V_1 - \frac{V_1}{2} \right) = \frac{P_0 V_1}{2} \rightarrow P_0 V_1 = 2A.$$

Пусть ν – число молей сконденсированной воды. Тогда число молей пара в конечном состоянии равно $(\nu_1 - \nu)$. Пренебрегая объёмом воды по сравнению с объёмом пара, получаем:

$$P_0 \frac{V_1}{2} = (\nu_1 - \nu) R T_2 \rightarrow \nu = \nu_1 - \frac{P_0 V_1}{2 R T_2} = \nu_1 - \frac{A}{R T_2}.$$

Начальное число молей пара равно:

$$\nu_1 = \frac{2P_0 V_1}{R T_1} = \frac{4A}{R T_1}.$$

Масса m сконденсировавшейся воды равна:

$$m = \mu \nu = \mu \left(\frac{4A}{RT_1} - \frac{A}{RT_2} \right) = \frac{\mu A (4T_2 - T_1)}{RT_1 T_2}.$$

Подставим числовые значения:

$$m = \frac{0,018 \cdot 450 \cdot (4 \cdot 373 - 453)}{8,31 \cdot 453 \cdot 373} = 0,006 \text{ кг} = 6 \text{ г}$$

Ответ:

$$m = \frac{\mu A (4T_2 - T_1)}{RT_1 T_2} = 6 \text{ г}$$

Критерии

1. Верно записано уравнение состояния идеального газа для начального состояния (+2 балла).
2. Верно записано уравнение состояния идеального газа после изохорического охлаждения (+3 балла).
3. Определено выражение для работы внешних сил при изотермическом сжатии (+3 балла).
4. Найдено количество сконденсировавшейся воды (+2 балла).

Задача 16. (МФТИ, 1991) В цилиндре под поршнем находятся ν молей жидкости и ν молей её насыщенного пара при температуре T_0 . К содержимому цилиндра подвели количество теплоты Q , медленно и изобарически нагревая его, и температура внутри цилиндра увеличилась на ΔT . Найти изменение внутренней энергии содержимого цилиндра. Начальным объёмом жидкости пренебречь.

$$\Delta U = \nu R(T_0 + 2\Delta T)$$

Так как пар изначально был насыщен, то при нагреве вода будет испаряться до тех пор, пока не испарится вся, при этом давление не меняется: пар расширяется, его температура тоже не меняется. И только когда вся вода испарится, пар начнет греться. То есть в конечном состоянии имеем 2ν молей пара с большей температурой.

Так как пар расширяется, он совершает работу. Работа будет состоять из двух частей: из первой части, связанной с расширением пара при испарении, и второй части, связанной с нагревом пара на ΔT и его расширением при нагреве.

Первая часть равна

$$A_1 = pV = \nu RT_0$$

Вторая часть

$$A_2 = 2\Delta T$$

Полная работа

$$A = A_1 + A_2 = \nu R(T_0 + 2\Delta T)$$

Изменение внутренней энергии по первому началу равно

$$\Delta U = Q - A = Q - \nu R(T_0 + 2\Delta T)$$

Ответ: $\Delta U = Q - \nu R(T_0 + 2\Delta T)$.

ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 1993) Для насыщенного водяного пара вблизи температуры 100 °C малые относительные изменения давления $\Delta p_n/p_n$ и температуры $\Delta T_n/T_n$ связаны формулой $\Delta p_n/p_n = 13\Delta T_n/T_n$. При какой температуре закипит вода на высоте Останкинской телебашни $H = 550$ м? Давление воздуха в изотермической атмосфере $p(h)$ с высотой h изменяется по закону $p(h) = p(0) \cdot \exp(-\mu gh/RT)$, где $p(0)$ — нормальное атмосферное давление у поверхности земли, $\mu = 29$ г/моль — средняя молярная масса воздуха, $g = 9,8$ м/с² — ускорение свободного падения, $R = 8,31$ Дж/(моль · К), $T = 273$ К.

Указание. При малых $x \ll 1$ имеет место формула $e^{-x} \approx 1 - x$.

$$\Delta T = \frac{\mu g H T_n}{13 R T_n} = 2 \text{ K, то есть вода закипит при } 98^\circ \text{C}$$

Запишем давление воздуха с учетом приведенного допущения:

$$p(h) = p(0) \cdot e^{-\frac{\mu gh}{RT}} = p(0) \left(1 - \frac{\mu gh}{RT}\right)$$

Тогда

$$\Delta p = \frac{\mu gh p_0}{RT}$$

Следовательно,

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{\mu gh}{RT} = 13 \frac{\Delta T_H}{T_H}$$

Тогда

$$\Delta T_H = \frac{\mu g h T_H}{13 R T} = \frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 550 \cdot 373}{13 \cdot 8,31 \cdot 273} = 1,977$$

Следовательно, вода закипит при $100^\circ - 2^\circ = 98^\circ$ градусах.

Ответ: 98° .