

В задаче не требуется оценка погрешностей.

Задание

При закручивании крючка с резьбой в дерево механический момент, необходимый для дальнейшего кручения, увеличивается по мере того, насколько глубоко крючок вкручен в дерево. Простейшая модель процесса вкручивания крючка в просверленное отверстие предполагает линейный характер зависимости механического момента M , прикладываемого к крючку для его проворота в отверстии, от угла закручивания φ :

$$M = k\varphi, \quad (1)$$

k – постоянная величина.

Для проведения эксперимента вставьте крючок в отверстие в бруске. Сделайте первые два оборота крючка, надавливая на него вдоль его оси и направляя его соосно с отверстием. Начиная с этого положения можете приступить к измерениям момента силы.

1. Определите с максимальной точностью среднюю массу $m_{\text{п}}$ одного кусочка пластилина. Запишите цвет кусочков рядом с измеренным значением.
2. Измерьте зависимость момента силы M , который необходимо приложить к крючку, чтобы вывести его из состояния покоя (то есть чтобы крючок начал проворачиваться в бруске) от угла закручивания. Угол считайте в количестве оборотов n , начиная с самого первого оборота, сделанного руками. При проведении измерения момента M поворот крючка должен происходить не быстрее, чем на 10° в секунду, скорость оценивается «на глаз». Превышение скорости означает, что к крючку был приложен слишком большой момент силы для данного угла поворота φ . Проведите несколько серий измерений (не менее трёх).
3. Постройте график зависимости $M(n)$ (все серии постройте в одних и тех же осях). Если предполагаемая выше теоретическая модель хорошо описывает полученные вами экспериментальные точки, найдите величину k . В противном случае опишите коротко основные особенности отклонения от предложенной модели.

Примечание. Деформация дерева по мере вкручивания пластична. Поэтому для повторных измерений используйте только новые отверстия. При проведении измерений закручивайте крючок в отверстие только в одном направлении (выкручивать его обратно нельзя, так как при вкручивании происходят необратимые деформации древесины).

Оборудование. Крючок с ушком, алюминиевая трубка (масса трубки указана на рабочем месте), два кусочка пластилина, брусок с отверстиями, малярный скотч, рулетка.

Решение

Определим массу пластилина $m_{\text{п}}$. Для этого наклеим на трубку полоску скотча для удобства нанесения отметок (массой скотча мы пренебрегаем). Найдём центр масс трубки. Для этого уравновесим трубу на краю стола (Рис. 1) и отметим положение центра масс. После этого прикрепим к концу трубки два кусочка пластилина и вновь уравновесим трубку. Расстояние между центром масс трубки и центром масс всей системы (трубки и пластилина) $x_1 = 21.7$ см, расстояние между центром масс системы и пластилином $x_2 = 18.3$ см. Масса трубки в контрольном эксперименте: $m_{\text{т}} = 34.14$ г. Масса пластилина составляет:

$$m_{\text{п}} = m_{\text{т}} \frac{x_1}{2x_2} = 20.24 \text{ г.} \quad (2)$$

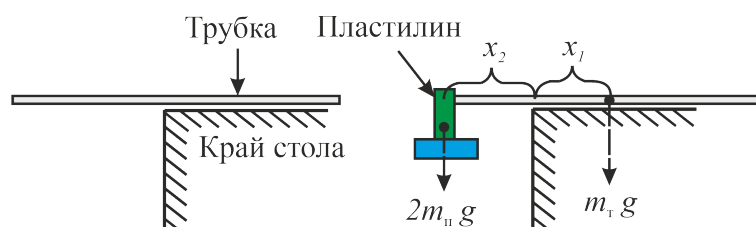


Рис. 1. Определение центра масс трубки, измерение массы пластилина.

Далее переходим к изучению вворачивания крючка в дерево. Вставим крючок в отверстие в бруске. Повернем его в бруске на первые два оборота, как описано в условии. Проденем трубку с прикрепленным пластилином через крючок. Переместим трубку так, чтобы крючок оказался на некотором малом расстоянии от центра масс системы трубки и пластилина (Рис. 2).

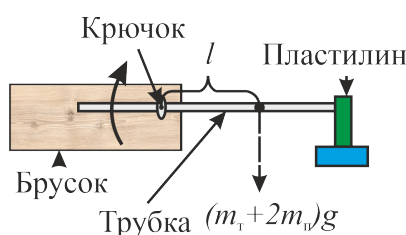


Рис. 2. Экспериментальная установка.

Будем увеличивать расстояние l между центром масс системы и крючком (осью вращения системы) до тех пор, пока крючок не начнет вращаться. Поставим отметку на трубке в точке, где трубка проходит через крючок. Далее довернём крючок, завершив оборот, и повторим эксперимент. Таким образом измерим зависимость l от n . Повторим серию измерений несколько раз для других (неиспользованных) отверстий.

Момент силы, требующийся для закручивания, рассчитаем по формуле:

$$M = (2m_{\text{п}} + m_{\text{т}})gl. \quad (3)$$

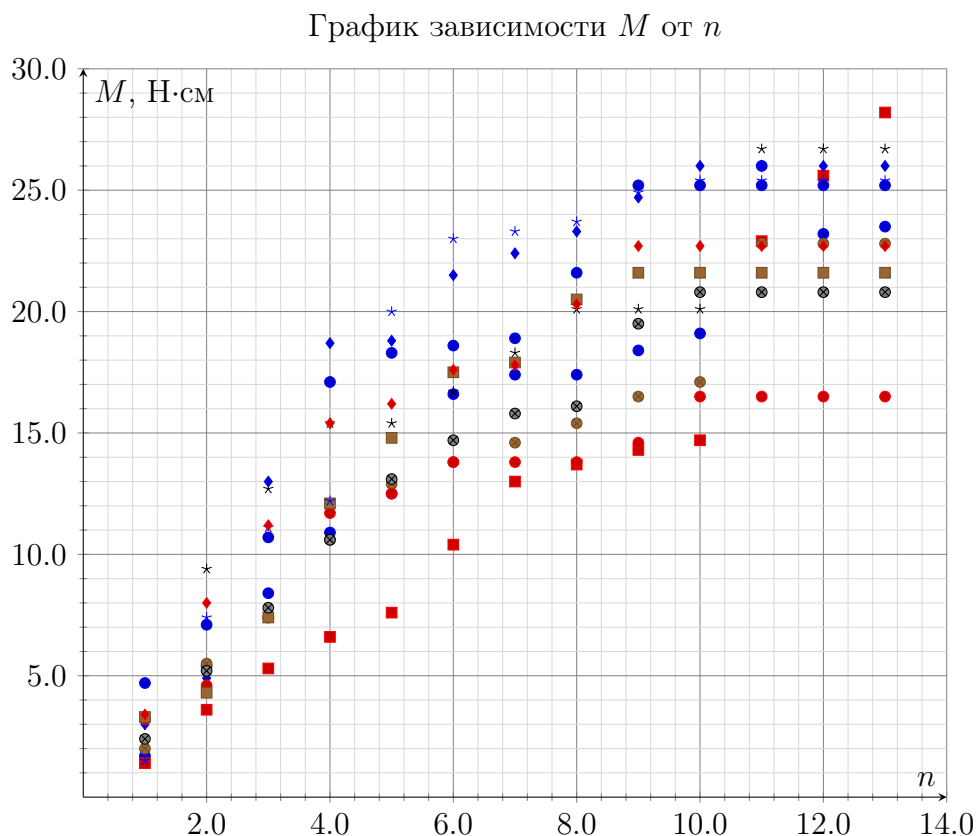
Занесем данные в таблицы и построим графики исследованных зависимостей. Для оценки разброса получаемых результатов контрольные измерения проводились на нескольких разных установках и в дальнейшем были сведены в единые таблицы (m – суммарная масса двух кусочков пластилина и трубки).

$m_1, \text{Г}$	$m_2, \text{Г}$	$m_3, \text{Г}$	$m_4, \text{Г}$	$m_5, \text{Г}$	$m_6, \text{Г}$	$m_7, \text{Г}$	$m_8, \text{Г}$	$m_9, \text{Г}$	$m_{10}, \text{Г}$	$m_{11}, \text{Г}$
76.7	76.7	76.7	75.1	75.1	75.1	74.4	74.4	74.4	74.4	74.4

n	$l_1, \text{мм}$	$l_2, \text{мм}$	$l_3, \text{мм}$	$l_4, \text{мм}$	$l_5, \text{мм}$	$l_6, \text{мм}$	$l_7, \text{мм}$	$l_8, \text{мм}$	$l_9, \text{мм}$	$l_{10}, \text{мм}$	$l_{11}, \text{мм}$
1	23	19	27	33	64	43	45	33	20	47	65
2	72	48	73	128	67	63	59	72	102	110	98
3	112	70	99	173	177	100	102	107	152	154	147
4	145	88	141	209	254	159	166	145	167	212	235
5	167	101	172	209	256	170	203	180	275	223	251
6	221	138	184	227	292	187	240	202	316	242	255
7	232	173	195	249	305	187	246	217	320	244	259
8	232	183	205	273	317	187	282	221	325	278	297
9	245	190	220	273	336	198	296	268	342	311	346
10	254	196	228	273	353	224	297	285	348		
11					353		314	313	367		
12							319	352			
13							322	387			

n	$M_1, \text{Н}\cdot\text{см}$	$M_2, \text{Н}\cdot\text{см}$	$M_3, \text{Н}\cdot\text{см}$	$M_4, \text{Н}\cdot\text{см}$	$M_5, \text{Н}\cdot\text{см}$
1	1.7	1.4	2.0	2.4	3.0
2	5.4	3.6	5.5	9.4	4.9
3	8.4	5.3	7.4	12.7	13.0
4	10.9	6.6	10.6	15.4	18.7
5	12.5	7.6	12.9	15.4	18.8
6	16.6	10.4	13.8	16.7	21.5
7	17.4	13.0	14.6	18.3	22.4
8	17.4	13.7	15.4	20.1	23.3
9	18.4	14.3	16.5	20.1	24.7
10	19.1	14.7	17.1	20.1	26.0
11					26.0
12					
13					

n	$M_6, \text{Н}\cdot\text{см}$	$M_7, \text{Н}\cdot\text{см}$	$M_8, \text{Н}\cdot\text{см}$	$M_9, \text{Н}\cdot\text{см}$	$M_{10}, \text{Н}\cdot\text{см}$	$M_{11}, \text{Н}\cdot\text{см}$
1	3.2	3.3	2.4	1.5	3.4	4.7
2	4.6	4.3	5.2	7.4	8.0	7.1
3	7.4	7.4	7.8	11.1	11.2	10.7
4	11.7	12.1	10.6	12.2	15.4	17.1
5	12.5	14.8	13.1	20.0	16.2	18.3
6	13.8	17.5	14.7	23.0	17.6	18.6
7	13.8	17.9	15.8	23.3	17.8	18.9
8	13.8	20.5	16.1	23.7	20.3	21.6
9	14.6	21.6	19.5	24.9	22.7	25.2
10	16.5	21.6	20.8	25.4		
11		22.9	22.8	26.7		
12		23.2	25.6			
13		23.5	28.2			



Как можно видеть по графику, зависимость не может быть аппроксимирована прямой. Таким образом мы приходим к выводу о том, что описанная в условиях задачи модель не применима в рассмотренном нами случае. Из особенностей, наблюдаемых по графику, можно заметить изгиб графика. При увеличении угла поворота крючка добавочный момент, требующийся для поворота крючка, уменьшается.

Для поворота крючка на некоторый угол необходимо преодолевать силы сопротивления, возникающие в древесине из-за ее деформации, а также силы трения резьбы крючка о древесину. Сила трения, возникающая между витками крючка и древесиной, в первом приближении прямо пропорциональна количеству витков, находящихся в древесине. Силы же возникающие, из-за деформации древесины меняются по другому закону. Основную роль в деформации древесины играет острие крючка. Так вначале процесса вкручивания в отверстие находится сравнительно малая длина резьбы крючка, и, так как крючок имеет некоторую конечную длину, возникает механический момент, вызывающий перекус крючка в отверстии (Рис. 3). Острие крючка упирается в древесину и немного проминает её. При дальнейшем вкручивании увеличивается число витков резьбы, оказавшихся в отверстии. За счёт этого восстанавливается соосность крючка и отверстия. Силы, возникающие из-за деформации древесины, уменьшаются. В результате скорость нарастания величины момента при приращении числа оборотов крючка уменьшается.

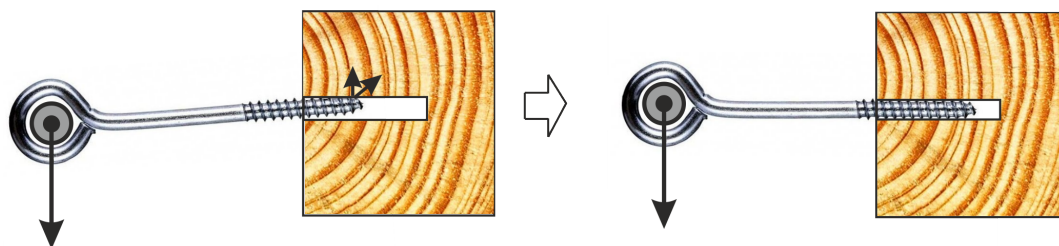


Рис. 3. Перекос крючка при вкручивании.