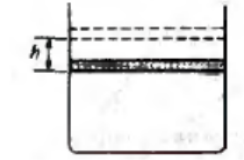
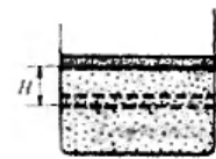


Задача 83

В цилиндрическом сосуде под тяжелым поршнем находится кислород (рис.). Поршень поднимают на высоту h от положения равновесия, дожидаются установления температуры, затем сосуд теплоизолируют и поршень отпускают. На каком расстоянии от прежнего положения равновесия установится поршень, когда система вновь придет в равновесие? Теплоемкостью стенок и поршня пренебречь.



Решение:



Запишем прежде всего условие равновесия поршня в начальном положении - на высоте H_1 :

$$\frac{Mg}{S}SH_1 = \nu RT_1,$$

где M - масса поршня, S - его площадь, ν - число молей кислорода и T_1 - его начальная температура. А теперь - после того, как поршень остановится, опустившись на H (рис.):

$$Mg(H_1 + h - H) = \nu RT_2,$$

где T_2 - новая температура газа.

Из баланса энергий находим

$$MgH = \nu C_V(T_2 - T_1),$$

где $C_V = \frac{5}{2}R$ - молярная теплоемкость кислорода при постоянном объеме.

После несложных преобразований получаем

$$\nu RT_2 - \nu RT_1 = Mg(H_1 + h - H) - MgH_1 = Mg(h - H) = \frac{R}{C_V}MgH.$$

откуда

$$H = \frac{h}{1 + \frac{R}{C_V}} = \frac{5}{7}h.$$

Задача 7. Моль идеального одноатомного газа из начального состояния 1 с температурой $T_1 = 100$ К, расширяясь через турбину в пустой сосуд, совершает некоторую работу и переходит в состояние 2. Этот процесс происходит без подвода либо отвода тепла. Затем газ сжимают в процессе 2—3 линейной зависимости давления от объема и, наконец, по изохоре 1—3 возвращают в исходное состояние (рис. 4). Найдите работу, совершенную газом при расширении через турбину в переходе 1—2, если в процессах 2—3—1 к газу в итоге подведено количество теплоты $Q = 72$ Дж. Известно, что $T_2 = T_3$, $V_2 = 3V_1$.

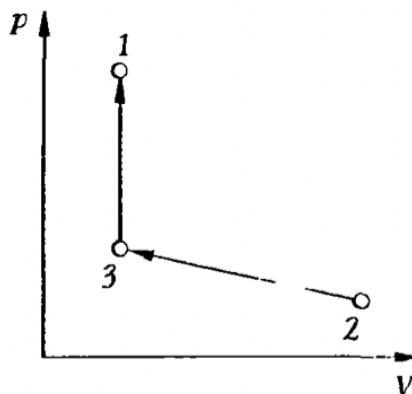


Рисунок 4

Процесс расширения газа через турбину в пустой сосуд необратим. Однако, если начальное и конечное состояния газа равновесны, то на основании закона сохранения энергии можно утверждать, что газ совершает работу за счет своей внутренней энергии:

$$A_{12} = -C_V(T_2 - T_1).$$

На участке 2—3 внутренняя энергия в начале и в конце одна и та же, поэтому отведенное тепло равно совершенной над газом работе:

$$Q_{23} = A_{23} = \frac{P_2 + P_3}{2}(V_2 - V_3) = \frac{4}{3}RT_2.$$

Работа на участке 3—1 не совершается, поэтому подведенное на этом участке тепло равно увеличению внутренней энергии:

$$U_{23} = C_V(T_1 - T_2) = A_{12}.$$

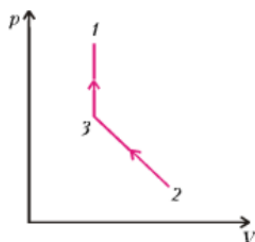
По условию

$$Q = Q_{31} - |Q_{23}| = A_{12} - \frac{4}{3}RT_2.$$

Из этого равенства находим T_2 и затем работу A_{12} :

$$A_{12} = \frac{3}{2}R(T_1 - T_2) = \frac{9}{17}Q + \frac{12}{17}RT_1 \approx 628 \text{ Дж.}$$

Моль гелия из начального состояния 1 с температурой $T_1 = 100\text{К}$, расширяясь через турбину в пустой сосуд, совершает некоторую работу и переходит в равновесное состояние 2. Этот процесс происходит без подвода либо отвода тепла. Затем газ сжимают в процессе 2-3 линейной зависимости давления от объема и, наконец, по изохоре 3-1 возвращают в исходное состояние 1 (рис.). Найдите работу, совершенную газом при расширении через турбину в переходе 1-2, если в процессах 2-3 и 3-1 к газу в итоге было подведено количество теплоты $Q = 72\text{Дж}$. Известно, что $T_2 = T_3$ и $\frac{V_2}{V_3} = 3$.



Решение:

Хотя процесс расширения 1-2 через турбину необратим, но, если начальное и конечное состояния равновесны, по закону сохранения энергии можно утверждать, что работа, совершенная в этом процессе, равна изменению внутренней энергии газа:

$$A_{12} = -C_V(T_2 - T_1) = C_V(T_1 - T_2).$$

На участке сжатия 2-3 теплоемкость не остается постоянной, однако внутренняя энергия газа не изменяется ($T_2 = T_3$). Поэтому итоговое отведенное на этом участке количество теплоты численно равно работе сжатия:

$$Q_{23} = RT_2 \frac{\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^2 - 1}{2 \frac{V_2}{V_3}}$$

(см., например, задачу 2). Чтобы упростить дальнейшие выкладки, подставим отношение объемов $\frac{V_2}{V_3} = 3$:

$$Q_{23} = \frac{4}{3}RT_2.$$

На участке изохорического нагрева 3-1 к газу подводится количество теплоты

$$Q_{31} = C_V(T_1 - T_3) = C_V(T_1 - T_2).$$

По условию,

$$Q = Q_{31} - Q_{23} = \frac{3}{2}R(T_1 - T_2) - \frac{4}{3}RT_2,$$

откуда находим

$$RT_2 = \frac{9}{17}RT_1 - \frac{6}{17}Q.$$

Окончательно для работы расширения через турбину имеем

$$A_{12} = \frac{3}{2}R(T_1 - T_2) = \frac{12}{17}RT_1 + \frac{9}{17}Q = 625\text{Дж}.$$

Задача 84 аналогична 85-ой.

Моль идеального одноатомного газа из начального состояния 1 с температурой 100 К, расширяясь через турбину в пустой сосуд переходит в состояние 2, совершая некоторую работу. Этот переход происходит без подвода либо отвода тепла. Затем газ сжимают в двух процессах, возвращая в исходное состояние. Сначала сжатие происходит в процессе 2-3, когда давление является линейной функцией объема, а затем в адиабатическом процессе 3-1. Найти работу совершенную газом при расширении через турбину в переходе 1-2, если в процессе сжатия 2-3 над газом совершена работа 1091 Дж. Известно, что $T_2 = T_3$, $V_2 = 2V_3$.