Разные задачи (часть 5).

1. На стороне AC остроугольного треугольника ABC выбраны точки M и K так, что $\angle ABM = \angle CBK$. Докажите, что центры окружностей, описанных около треугольников ABM, ABK, CBM и CBK, лежат на одной окружности.

2. В неравнобедренном остроугольном треугольнике ABC точки C_0 и B_0 – середины сторон AB и AC соответственно, O – центр описанной окружности, H – точка пересечения высот. Прямые BH и OC_0 пересекаются в точке P, а прямые CH и OB_0 – в точке Q. Оказалось, что четырехугольник $OPHQ$ – ромб. Докажите, что точки A, P и Q лежат на одной прямой.

3. Дан выпуклый шестиугольник $ABCDEF$. Известно, что $\angle FAE = \angle BDC$, а четырехугольники $ABDF$ и $ACDE$ являются вписанными. Докажите, что прямые BF и CE параллельны.

4. В трапеции $ABCD$ боковая сторона CD перпендикулярна основаниям, O – точка пересечения диагоналей. На описанной окружности треугольника OCD взята точка S, диаметрально противоположная точке O. Докажите, что $\angle BSC = \angle ASD$.