

В задаче требуется оценка погрешностей!***Теоретическая справка***

При небольших скоростях газа или жидкости течение среды является ламинарным. Движение среды при этом происходит как бы слоями, обладающими разными скоростями. С увеличением скорости потока движение приобретает сложный, запутанный характер, слои перемешиваются, течение становится турбулентным. При этом скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только её средняя величина.

Характер движения газа или жидкости зависит от соотношения между кинетической энергией движущейся среды и работой сил вязкости. Если первая величина мала по сравнению со второй, то турбулентные пульсации не развиваются (их подавляет вязкость) и течение остаётся ламинарным. Отношение характерной кинетической энергии к характерным энергетическим потерям на вязкость образует (с точностью до численного коэффициента) безразмерную комбинацию величин, называемую числом Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{\rho v r}{\eta}, \quad (1)$$

где v — характерная скорость течения (например, при течении в трубе средняя по расходу скорость), η — вязкость жидкости или газа, ρ — плотность среды, r — некоторый характерный размер задачи (в нашем случае примите его равным радиусу трубы). В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при значениях $\text{Re} \sim 1000$. Важно также отметить, что ламинарное движение при переходе его из широкого сосуда в капилляр радиуса r устанавливается не сразу, а на некотором характерном расстоянии $l_{\text{пер}} \approx 0,2r \cdot \text{Re}$.

При изотермическом ламинарном течении газа (жидкости) объём Q , ежесекундно протекающий через поперечное сечение трубы (объёмный расход), определяется формулой Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi \Delta P r^4}{8 \eta l}, \quad (2)$$

где ΔP — перепад давления между торцами трубы длины l .

Задание

1. Прикрепите к шприцу иглу. Наденьте на корпус шприца большую гайку. Поставьте на дно большего стакана металлическую подставку и установите на неё шприц. Налейте воду в стакан так, чтобы её уровень совпадал с уровнем нулевого деления в шприце (см. рисунок 1). Достаньте шприц из воды, так чтобы вода вылилась из его внутреннего объема. Поставьте шприц обратно и проследите за уровнем воды в нем.

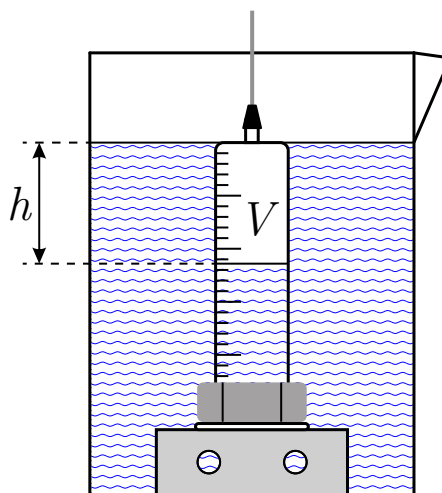


Рис. 1. Установка для измерения скорости вытекания газа

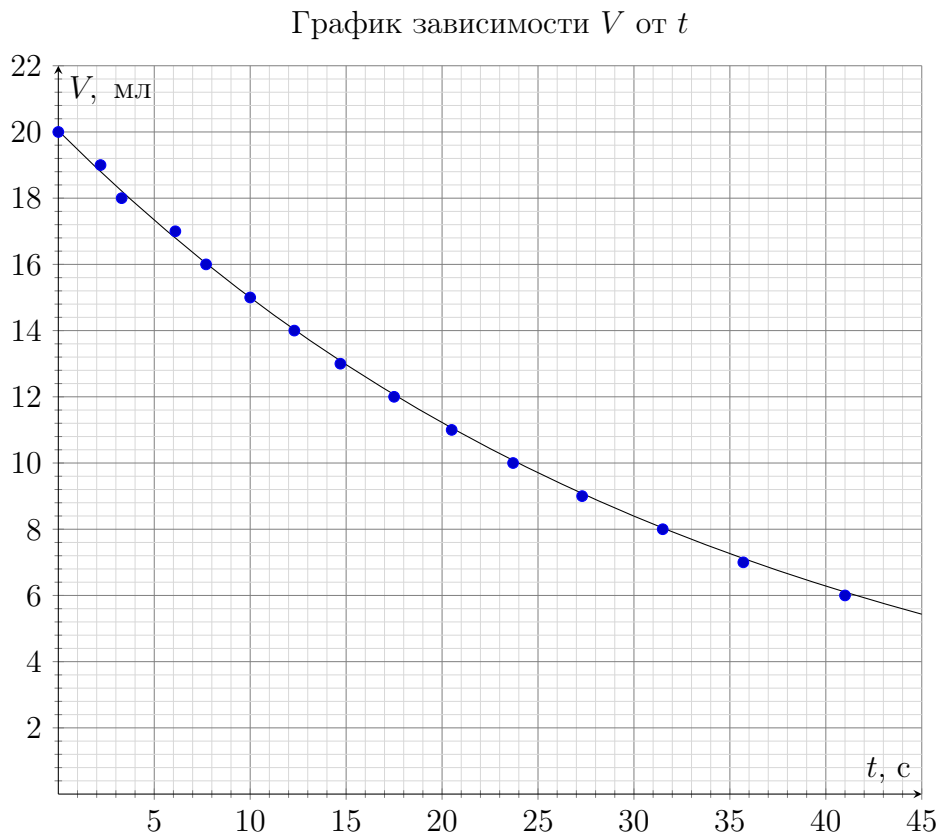
2. Измерьте зависимость объема воздуха в шприце V от времени.
3. Постройте график измеренной зависимости.
4. Получите формулу, описывающую скорость изменения объема воздуха внутри шприца от значения V .
5. Используя данные, полученные при помощи графика получите значение внутреннего радиуса иглы. Вязкость воздуха при комнатной температур считайте равной $\eta_{\text{воздух}} = 1.83 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$.
6. Заполните шприц газом из баллона. Используйте для этого трубку, подсоединенную к баллону. Используя экспериментальную установку изображенную на рисунке 1, определите вязкость неизвестного газа. Подробно опишите процедуру заполнения шприца газом и методику проведения измерений.
7. Оцените характерное число Рейнольдса во время проведения измерений по истечению воздуха из шприца через иглу. Сделайте вывод о применимости модели ламинарного течения газа в эксперименте, бумажные салфетки для поддержания чистоты по требованию. Оцените отношение характерного расстояния $l_{\text{пер}}$ к длине иглы. Плотность воздуха считайте равной $\rho = 1,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Оборудование. Литровый стакан с водой, стакан 250 мл с водой для регулировки уровня в литровом стакане, шприц без поршня, синяя игла, баллон с неизвестным газом и соединительной трубкой, пластиковая линейка, металлическая подставка состоящая из двух уголков, соединенных магнитами, секундомер.

Решение

Соберем установку и измерим зависимость объема воздуха в шприце от времени. Для этого будем измерять время перемещения уровня между рисками с помощью секундомера. Для каждого последующего измерения будем вынимать шприц из стакана и наполнять его воздухом. Построим график исследованной зависимости и проведем через экспериментальные точки сглаживающую кривую.

V , мл	t , с
20.0	0.00
19.0	2.20
18.0	3.30
17.0	6.10
16.0	7.70
15.0	10.00
14.0	12.30
13.0	14.70
12.0	17.50
11.0	20.50
10.0	23.70
9.0	27.30
8.0	31.50
7.0	35.70
6.0	41.00
5.0	47.00
4.0	56.00



Получим теоретическую формулу, описывающую измеренную зависимость. По мере заполнения цилиндра перепад давления на длине капилляра изменяется и в момент времени t , показанный на рисунке установки, равен, очевидно, $P_1 - P_2 = \rho_{\text{воды}}gh$, где $\rho_{\text{воды}}$ – плотность воды. Тогда, в соответствии с формулой Пуазейля, для мгновенного расхода воздуха в момент времени t можно записать:

$$Q = -\frac{dV}{dt} = \frac{\pi \rho_{\text{воды}} g h r^4}{8 \eta_{\text{воздух}} l}, \quad (3)$$

Высоту столба воздуха выразим через объем воздуха:

$$h = H \frac{V}{V_0}, \quad (4)$$

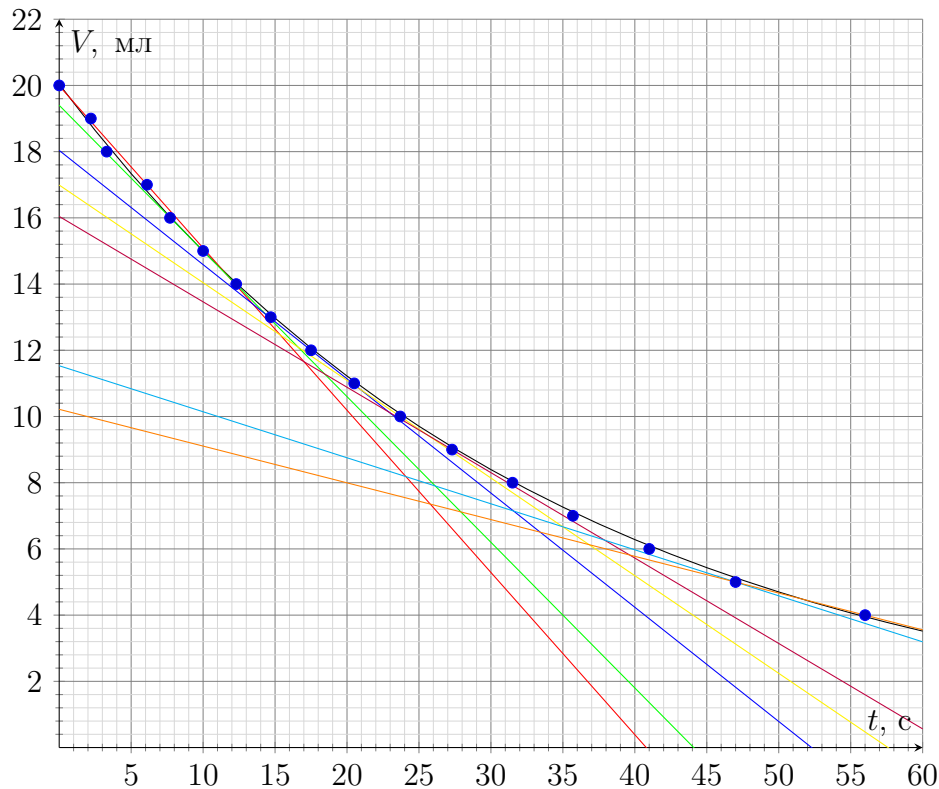
где $V_0 = 20$ мл, а высота $H = 6.8 \pm 0.5$ см – длина соответствующая расстоянию между нулевым делением и делением, соответствующим 20 мл на шприце. Тогда окончательно

для скорости изменения объема воздуха в шприце запишем:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\pi\rho_{\text{воды}}gVHr^4}{8\eta_{\text{воздух}}lV_0}. \quad (5)$$

Таким образом, угловой коэффициент касательной к графику зависимости объема от времени в некоторой точке линейно зависит от координаты объема в этой точке. Проведем несколько касательных к графику и определим их угловой коэффициент, а также значения объема в точках касания.

График зависимости V от t



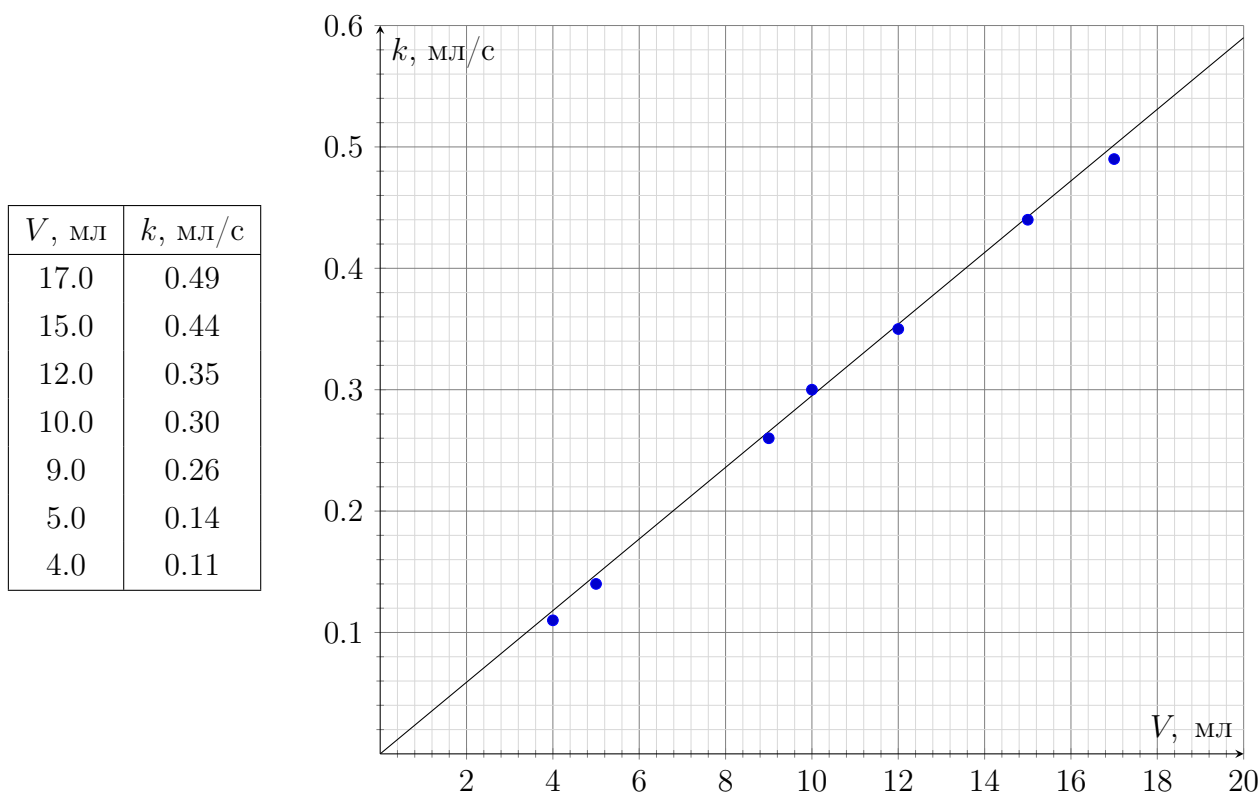
Занесем данные в таблицу и построим график зависимости модуля углового коэффициента касательных k от значения объема в точке касания. Видно, что исследованная экспериментальная зависимость хорошо описывается прямой пропорциональностью с угловым коэффициентом:

$$K = \frac{\pi\rho_{\text{воды}}gHr^4}{8\eta_{\text{воздух}}lV_0} = (0.0295 \pm 0.0004) \text{ с}^{-1}. \quad (6)$$

Тогда для внутреннего радиуса иглы, с учетом ее длины $l = 36$ мм получаем:

$$r = \left(\frac{8K\eta_{\text{воздух}}lV_0}{\pi\rho_{\text{воды}}gH} \right)^{1/4} = (0.195 \pm 0.002) \text{ мм}. \quad (7)$$

Важно, что начало металлической части иглы находится внутри синего штуцера и может быть определено на просвет.

График зависимости k от V 

Наденем на иглу шприца, погруженного в воду трубочку, соединенную с газовым баллоном. Нажмем на открывающий баллон кран и увидим, что газ постепенно заполняет шприц. Для определения отношения вязкостей газов измерим время движения уровня воды при истечении газов из шприца между рисками 20 мл и 5 мл. Каждое измерение проведем несколько раз и усредним.

Номер опыта	$T_{\text{воздух}}$, с	$T_{\text{газ}}$, с
1	41.03	22.74
2	41.85	23.89
3	40.38	23.07
Среднее:	41.09 ± 0.6	23.23 ± 0.3

Тогда, исходя из формулы Пуазейля, расход газа обратно пропорционален его вязкости, а значит отношение вязкости неизвестного газа к вязкости воздуха равно отношению измеренных времен. Откуда вязкость неизвестного газа:

$$\eta_{\text{газ}} = \eta_{\text{воздух}} \cdot \frac{T_{\text{газ}}}{T_{\text{воздух}}} = (1.03 \pm 0.04) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}. \quad (8)$$

Рассчитаем характерную скорость течения газа в первом эксперименте:

$$v = \frac{Q_{\text{ср}}}{\pi r^2} \approx 2.5 \text{ м/с}. \quad (9)$$

Тогда для числа Рейнольдса получаем:

$$Re = \frac{\rho v r}{\eta} \approx 35. \quad (10)$$

Полученное значение много меньше критического (равного 1000), поэтому в данной работе течение газа можно считать ламинарным.

Оцениваем характерное расстояние установления ламинарного течения:

$$l_{\text{пер}} = 0,2r \cdot Re \approx 1,4 \text{ мм}. \quad (11)$$

Получаем, что $l_{\text{пер}}/l_{\text{иглы}} \ll 1$, поэтому можно пренебречь длиной «переходных» отрезков системы.