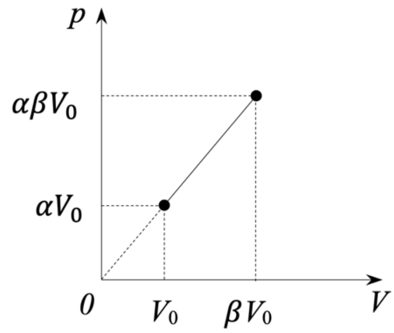
Задача 24. (МОШ, 2018, 11) Над одним молем идеального одноатомного газа проводят процесс $p = \alpha V$, где $\alpha = 273$ Па/м^3. При этом оказалось, что сумма увеличения ΔU внутренней энергии газа и полученной теплоты Q равна $\Delta U + Q = 70$ Дж. Найдите Q.

Возможное решение. Рассмотрим процесс $p = \alpha V$. Пусть объем увеличился в β раз. Запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A = c_V \Delta T + \frac{1}{2}(\alpha\beta V_0 + \alpha V_0)(\beta V_0 - V_0)$$

$$= c_V \Delta T + \frac{1}{2}(\beta^2 - 1)\alpha V_0^2 =$$

$$= c_V \Delta T + \frac{1}{2} R \Delta T = \frac{c_V + c_p}{2} \Delta T.$$



Т.е. это процесс с постоянной молярной теплоемкостью (политропный процесс) равной: $c_\alpha = \frac{c_V + c_p}{2} = 2R.$

Так как $\Delta U + Q = (c_\alpha + c_V)\Delta T \;\Rightarrow\; \Delta T = \frac{\Delta U + Q}{c_\alpha + c_V},$

следовательно, $Q = c_\alpha \Delta T = c_\alpha \cdot \frac{\Delta U + Q}{c_\alpha + c_V} = \frac{2 \cdot 70}{3{,}5} = 40$ Дж.

Задача 25. (МОШ, 2017, 11) Один моль гелия нагревают в процессе, показанном на диаграмме (V — объём, T — абсолютная температура), увеличивая его объём в два раза. Найдите работу, совершённую газом, и подведённое к нему количество теплоты, если начальная температура гелия $T_0 = 300$ K.

Возможное решение.

По уравнению состояния идеального газа $PV = \nu RT$. По условию $V = \alpha\sqrt{T}$. Исключая температуру, получим, что давление линейно зависит от объема $P = \frac{\nu R}{\alpha^2}V$. Работа, совершенная газом, равна $A = V_0 \frac{P_0 + 2P_0}{2} = \frac{3}{2}P_0 V_0 = \frac{3}{2}\nu R T_0$ =3,74 кДж. Здесь учтено, что $P_0 V_0 = \nu R T_0$. Количество теплоты по первому закону термодинамики равно $Q = A + \Delta U = A + \frac{3}{2}(2P_0 2V_0 - P_0 V_0) = 6P_0 V_0 = 6\nu R T_0$ = 15 кДж.

Задача 26. (МОШ, 2019, 11) В теплоизолированном цилиндре слева от поршня находится один моль идеального одноатомного газа, справа — вакуум. В начальный момент поршень закреплён и пружина недеформирована. Затем поршень отпускают, и газ занимает объём, вдвое больший первоначального. Во сколько раз изменятся температура и давление газа в новом состоянии равновесия? Теплоёмкостями поршня и цилиндра пренебречь.

Возможное решение.

По условию задачи вначале пружина находится в недеформированном состоянии и сила давления газа на поршень уравновешивается упором, удерживающим поршень. Когда упор убирают, поршень под действием давления газа перемещается вправо и сжимает пружину. По инерции поршень проскакивает положение равновесия, и сжатая пружина после остановки толкает его обратно. В системе возникают колебания, которые вследствие трения постепенно затухают, и поршень останавливается в положении равновесия. В начальном состоянии вся энергия рассматриваемой системы состояла только из внутренней энергии газа, ибо поршень был неподвижен, а пружина не деформирована. В конечном состоянии энергия системы складывается из внутренней энергии газа и потенциальной энергии сжатой пружины. В процессе установления равновесия происходили многократные превращения энергии из одного вида в другие: внутренняя энергия газа частично превращалась в кинетическую энергию макроскопического движения газа в цилиндре вслед за поршнем, в кинетическую энергию поршня, потенциальную энергию деформированной пружины и обратно.

В процессе колебаний вследствие трения механическая энергия превращалась в теплоту, т. е. во внутреннюю энергию газа. Изменением внутренней энергии поршня, стенок сосуда и пружины можно пренебречь, так как по условию задачи их теплоемкость мала по сравнению с теплоемкостью газа. На основании первого закона термодинамики можно утверждать, что полная энергия системы в результате всех этих процессов не изменилась, так как теплообмен с окружающей средой отсутствовал и система не совершала механической работы над внешними телами.

Сохранение полной энергии системы выражается соотношением:

$$\Delta U + \frac{kx^2}{2} = 0, \ (1)$$

где второе слагаемое есть потенциальная энергия пружины жесткости k, сжатой на величину x, а изменение внутренней энергии идеального газа при изменении его температуры от T_1 до T_2 равно

$$\Delta U = \nu C_V(T_2 - T_1), \ (2)$$

где ν=m/ν — количество газа в цилиндре, а C_V — молярная теплоемкость идеального газа при постоянном объеме. В положении равновесия сила давления газа на поршень площади S уравновешивается силой реакции сжатой пружины:

$$p_2S = kx. \text{ (3)}$$

Смещение поршня x очевидным образом связано с изменением объема газа от V_1 до V_2

$$x = (V_2 - V_1)/S. \text{ (4)}$$

Подставив в уравнение баланса энергии (1) выражения (2) и (4), получим

$$\nu C_V(T_1 - T_2) = k(V_2 - V_1)^2/2S^2. \text{ (5)}$$

Используя уравнение состояния идеального газа

$$pV = \nu RT, \text{ (6)}$$

Выразим давление газа p_2 в условии механического равновесия поршня (3) через конечные значения температуры и объема, а смещение поршня x — с помощью формулы (4):

$$\frac{\nu RT}{V_2} = \frac{k(V_2 - V_1)}{S^2}. \text{ (7)}$$

Разделив почленно выражения (5) и (7), получим

$$\frac{2C_V}{R}\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right) = 1 - \frac{V_1}{V_2}. \text{ (8)}$$

При заданном отношении начального и конечного объемов газа формула (8) дает возможность определить отношение температур:

$$\frac{T_1}{T_2} = 1 + \frac{R}{2C_V}\left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right). \text{ (9)}$$

Зная, отношение объемов и температур, можно с помощью уравнения состояния (6) найти отношение давлений:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{R}{2C_V}\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) + \frac{V_2}{V_1}. \text{ (10)}$$

Поскольку для идеального одноатомного газа $C_V = 3R/2$, а по условию задачи конечный объем вдвое больше начального, то с помощью формул (9) и (10) находим

$$T_2/T_1 = 6/7, p_2/p_1 = 3/7.$$

Полученные формулы (9) и (10) полезно проверить для предельного случая, когда ответ очевиден. Если жесткость пружины $k \to \infty$, то газ не сможет сдвинуть поршень с места, и, следовательно, объем, температура и давление газа останутся без изменения. В этом случае $V_2 = V_1$ и формулы (9) и (10), как и полагается, дают $T_2 = T_1$ и $p_2 = p_1$.

Задача 27. (МОШ, 2019, 11)
Есть решение См ниже !

Задача 28. (МОШ, 2008, 10) Порция гелия объёмом $V_0 = 1$ л находится под давлением $p_0 = 1$ атм при температуре 0°C. Гелий расширяют в равновесном процессе таким образом, что отданное им в окружающую среду количество теплоты Q в четыре раза меньше совершённой гелием работы A. Найдите максимально возможное значение работы A газа в таком процессе.

Возможное решение.

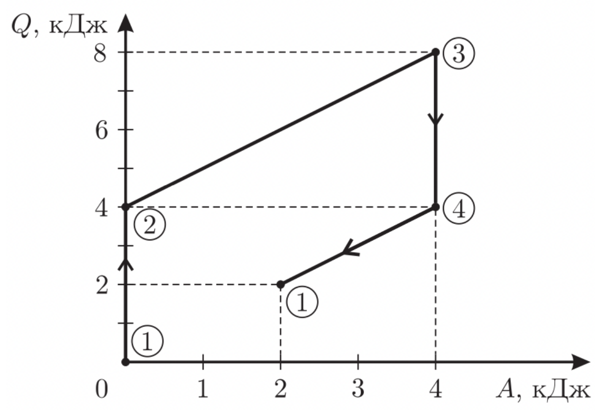
Пусть U_0 и U — начальное и конечное значения внутренней энергии газа. Переданная окружающей среде энергия равна $U_0 — U$. Согласно первому началу термодинамики, она складывается из количества теплоты $Q = A/4$ и работы A; отсюда $U_0 - U = (5/4)A$. Конечная внутренняя энергия гелия не может быть отрицательна, поэтому работа A не может превосходить $(4/5)U_0$. При указанных в задаче численных данных гелий находится в газообразном состоянии. Считая одноатомный газ идеальным, находим: $U_0 = (3/2)p_0V_0$.

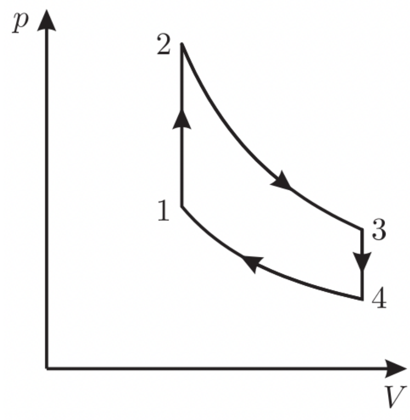
Следовательно, максимально возможная работа гелия равна
$A_{max} = (4/5)U_0 = 1,2p_0V_0 = 120$Дж.

Задача 29. (МОШ, 2018, 10)
Нет решения у МОШ

Задача 30. (МОШ, 2009, 10) На рисунке изображён график циклического равновесного процесса, проводимого над одним молем идеального одноатомного газа. По горизонтали отложена работа, совершённая газом с момента начала процесса, по вертикали — количество теплоты, полученное газом. Изобразите график процесса в (pV)-координатах и определите отношение максимальной температуры газа к его минимальной температуре.

Ответ: График процесса изображен на рисунке (процессы 2–3 и 4–1 изотермические); отношение максимальной температуры газа к его минимальной температуре равно двум.





Задача 27. (МОШ, 2019, 11) Девочка шла по улице зимой с воздушным шариком, надутым гелием. Температура воздуха на улице была равна $t_1 = -13$ °C, а шарик имел при этом объём $V_1 = 5$ л. Девочка пришла домой, где температура воздуха равна $t_2 = 27$ °C. Гелий — одноатом- ный газ, который в данной задаче можно считать идеальным. Атмосферное давление равно 1 атм. Упругостью оболочки можно пренебречь.

1. Какой объём примет шарик? Ответ выразите в литрах и округлите до сотых.

2. Какое количество теплоты получит гелий из окружающей среды? Ответ выразите в Дж и округлите до целых.

Возможное решение для (1):

Дано:

$T_1 = 260K$

$T_2 = 290K$

$\eta = \dfrac{\Delta V}{V_1}$ - ?

Решение:

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для обоих состояний:

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

Давление газа внутри шарика в обоих случаях равно внешнему атмосферному давлению: $P_1 = P_2 = P_0$.

Изменение объёма ΔV составит:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{\nu R T_2}{P_0} - \frac{\nu R T_1}{P_0} = \frac{\nu R}{P_0}(T_2 - T_1)$$

Находим $\eta = \dfrac{\Delta V}{V_1}$:

$$\eta = \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\frac{\nu R}{P_0}(T_2 - T_1)}{\frac{\nu R T_1}{P_0}} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} - 1.$$

$$\eta = \frac{290}{260} - 1 = 11{,}5\,\%$$

Ответ: Объём шарика увеличился на $\eta = 11{,}5\%$.