



АНОО «Физтех-лицей» им. П. Л. Капицы

Вступительный экзамен по математике

в 11 класс

23 апреля 2022 года

1. Решите уравнение $2 \cos^2(\sin x) - 3 \cos(\sin x) + 1 = 0$.
2. Решите неравенство $\sqrt{x-3} \leq 3 - |x-6|$.
3. При каких значениях параметра a уравнение $4 \log_7 \cos x + a \log_7 \cos x + a^2 + 4a - 5 = 0$ имеет хотя бы одно решение?
4. Диагонали выпуклого многоугольника пересекаются так, что из каждой точки пересечения диагоналей выходит не более 4 отрезков. Всего таких точек оказалось 70. Сколько сторон в этом многоугольнике?
5. Дана правильная четырехугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. На ребре BB_1 отмечена точка Q такая, что $BQ : QB_1 = 2 : 7$. Плоскость α проходит через точки A и Q параллельно прямой BD . Эта плоскость пересекает ребро CC_1 в точке M . Постройте сечение плоскостью α и докажите, что $C_1 M : CC_1 = 5 : 9$.
6. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $f(x) = 3 - |x - 3|$ и $g(x) = 2 - \sqrt{6x - x^2 - 8}$.
7. Окружности радиусов 4 и 9 касаются внешним образом в точке A . Прямая l касается данных окружностей в точках B и C . Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .