

**Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)
Заочная физико-техническая школа**

ФИЗИКА

**Движение материальной точки
по окружности**

Решение задания №6 для 9-х классов
(2020 – 2021 учебный год)



г. Долгопрудный, 2021

Составитель: В.И. Плис, доцент кафедры общей физики МФТИ.

Физика: решение задания №6 для 9-х классов (2020 – 2021 учебный год), 2021, 14 с.

Составитель:

Плис Валерий Иванович

Подписано в печать 07.04.20. Формат 60×90 1/16.

Бумага типографская. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,88. Уч.-изд. л. 0,77.

Заочная физико-техническая школа

Московского физико-технического института

(национального исследовательского университета)

Институтский пер., 9, г. Долгопрудный, Москов. обл., 141700.

ЗФТШ, тел./факс (495) 408-51-45 – **заочное отделение**,

тел./факс (498) 744-63-51 – **очно-заочное отделение**,

тел. (499) 755-55-80 – **очное отделение**.

e-mail: zftsh@mail.mipt.ru

Наш сайт: www.school.mipt.ru

© ЗФТШ, 2021

Все права защищены. Воспроизведение учебно-методических материалов и материалов сайта ЗФТШ в любом виде, полностью или частично, допускается только с письменного разрешения правообладателей.

Контрольные вопросы

1. Часовая стрелка, вращаясь равномерно, совершает один оборот (поворот на угол $\varphi = 2 \cdot \pi \approx 2 \cdot 3,14 = 6,28$ радиан) за 12 часов, т. е. период обращения часовой стрелки $T = 12 \cdot 3600 = 43200$ с. Тогда угловая скорость часовой стрелки равна

$$\omega_{\text{ч}} = \frac{\varphi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{4,32 \cdot 10^4} \approx 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$$

Эти же рассуждения, повторенные для Земли (поворот на угол $\varphi = 2 \cdot \pi$ радиан за одни сутки, т. е. за 86400 секунд), приводят к ответу $\omega_3 \approx 0,727 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Отношение угловых скоростей часовой стрелки и планеты Земля в ее суточном вращении равно 2.

2. В гелиоцентрической системе отсчета Земля обращается вокруг Солнца по окружности с периодом 1 год, т. е. $T = 365 \cdot 86400 \approx 3,15 \cdot 10^7$ с. Линейная скорость Земли в орбитальном движении

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}{3,15 \cdot 10^7} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ м/с}.$$

Центростремительное ускорение Земли (см. **Примеры № 3 и № 6**)

$$a = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot r = \left(\frac{2 \cdot 3,14}{3,15 \cdot 10^7} \right)^2 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2.$$

Земля – свободно падающее на Солнце тело. Найденная величина – ускорение этого свободного падения.

3. Из соотношений (8), (9), рис. 6 Задания № 6 следует, что тангенс угла α между векторами скорости и ускорения изменяется со временем по закону $\text{tg} \alpha = \frac{a_n}{a_\tau} = \frac{v^2}{Ra_\tau}$. По условию составляющая a_τ постоянна, следовательно, величина v скорости частицы после разгона (из состояния покоя) на пути длиной $S = 2\pi R$ равна $v^2 = 2a_\tau S$. Тогда

$$\text{tg} \alpha = \frac{2a_\tau S}{Ra_\tau} = \frac{2 \cdot 2\pi R}{R} = 4\pi \approx 12,6.$$

Отсюда $\alpha \approx 1,49$ радиан, или в градусной мере $\alpha \approx 85,5^\circ$.

4. Для нахождения радиусов кривизны воспользуемся соотношением $R = \frac{v^2}{a_n}$ (см. **Пример № 5 Задания**). При движении камня от старта до высшей точки траектории нормальное ускорение (знаменатель дроби) монотонно растёт от $g \cos \alpha$ до g , а модуль скорости (числитель дроби) монотонно убывает от v_0 до $v_0 \cos \alpha$. Следовательно, отношение этих величин при движении камня от старта до высшей точки траектории монотонно убывает. Тогда радиус кривизны траектории достигает наименьшей величины в малой окрестности высшей точки траектории и равен

$$R_{\min} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}.$$

В свою очередь радиус кривизны траектории наибольший по величине в малой окрестности точки старта (см. **Пример № 5**)

$$R_{\max} = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha}.$$

Дальность полета камня, брошенного под углом к горизонту, равна

$$S = 2 \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g},$$

(точки старта и финиша лежат в одной горизонтальной плоскости).

Отсюда $\frac{v_0^2}{g} = \frac{S}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$, тогда

$$R_{\min} = \frac{S}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{2} \approx 17 \text{ м},$$

$$R_{\max} = \frac{S}{2 \sin \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{20}{2 \cdot 0,5 \cdot (0,5 \cdot \sqrt{3})^2} \approx 27 \text{ м}.$$

5. Движение по окружности груза на нити под действием силы тяжести и силы натяжения нити (упругой силы!) рассмотрено в **Примере № 9 Задания**. В рассматриваемой задаче на груз действуют: сила тяжести $m\vec{g}$ и упругая сила \vec{F} , по величине пропорциональная удлинению Δl шнура, $F = k \cdot \Delta l$. Под действием этих сил тело движется по окружности радиуса $r = (l_0 + \Delta l) \cdot \sin \alpha$ в горизонтальной плоскости.

Подстановка этих величин в соотношения (19), (20) **Примера № 9** Задания с учетом равенства $\omega = \frac{2\pi}{T}$ приводит к ответу

$$l_0 = \frac{g}{\cos \alpha} \left(\frac{T^2}{4\pi^2} - \frac{m}{k} \right) = \frac{10}{0,5} \left(\left(\frac{1,25}{2 \cdot 3,14} \right)^2 - \frac{0,1}{10} \right) \approx 0,6 \text{ м.}$$

6. Подобная задача рассмотрена в **Примере № 6**. Ускорение спутника, обращающегося вокруг притягивающего центра только под действием только гравитационной силы, – это ускорение свободного падения на орбите,

$$m \frac{\left(\frac{v}{2} \right)^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}.$$

По условию спутник движется с ускорением, направленным к центру окружности, по величине равным $a = \frac{v^2}{R}$. Поэтому сила тяги сонаправлена с силой тяжести. По второму закону Ньютона ускорение спутника определяется суммой силы тяжести и силы тяги

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}.$$

Переходя в этом равенстве к проекциям сил и ускорения на радиальное направление, получим r :

$$m \frac{v^2}{R} = G \frac{mM}{R^2} + F.$$

С учетом первого равенства решения приходим к ответу

$$F = \frac{3}{4} m \frac{v^2}{R}.$$

7. В вертикальной плоскости на поезд действуют силы: тяжести $m\vec{g}$ и нормальной реакции \vec{N} (боковое давление рельсов на поезд и поезда на рельсы по условию равно нулю). Повторяя рассуждения **Примера № 8**, получаем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{gR} = \frac{20^2}{10 \cdot 400} = 0,1.$$

Следовательно, α малый угол, тогда $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$. Внешний рельс должен быть выше внутреннего на

$$\Delta h = d \cdot \sin \alpha \approx d \cdot \operatorname{tg} \alpha = d \cdot 0,1 = 1,52 \cdot 0,1 \approx 0,15 \text{ м,}$$

8. Следующим Примеру № 11

$$N \sin \alpha = mg \sin \varphi,$$

$$N \cos \alpha = mg \cos \varphi - m\omega^2 R \cos \varphi.$$

Отсюда находим

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{g}{g - \omega^2 R} \approx \operatorname{tg} \varphi \cdot \left(1 + \frac{\omega^2 R}{g} \right),$$

здесь учтено, что $\frac{\omega^2 R}{g} = \frac{(7,3 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{10} \approx 3,4 \cdot 10^{-3} \ll 1$ и $\frac{1}{1-x} \approx 1+x$

при $x \ll 1$. Далее строим ответ на вопросы задачи:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \varphi} = 1 + \frac{\omega^2 R}{g} \approx 1,0034,$$

$$\delta = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\omega^2 R}{g} \approx 3,4 \cdot 10^{-3},$$

что соответствует одной трети процента. Заметим, что δ не зависит от широты φ места, где ставится опыт.

9. Неравномерное движение по окружности в вертикальной плоскости с учетом сохранения полной механической энергии рассмотрено в Примере № 15. В указанном примере найдены:

тангенциальная

$$a_\tau = -g \sin \alpha$$

и нормальная

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{v_0^2}{R} - 2g(1 - \cos \alpha)$$

составляющие ускорения груза при угле отклонения нормали к траектории от вертикали равном α . В рассматриваемой задаче нормаль к траектории совпадает с нитью. По условию при $\alpha = \alpha_1 = 30^\circ$ проекция ускорения шарика на вертикаль нулевая, т.е. в этот момент алгебраическая сумма проекций a_n и a_τ на вертикаль равна нулю,

$$a_n \cos \alpha_1 + a_\tau \sin \alpha_1 = 0,$$

$$\left(\frac{v_0^2}{R} - 2g(1 - \cos \alpha_1) \right) \cdot \cos \alpha_1 - g \cdot \sin^2 \alpha_1 = 0.$$

Наибольший угол α_{\max} отклонения нити от вертикали связан с начальной скоростью v_0 и длиной R нити законом сохранения полной механической энергии

$$m \frac{v_0^2}{2} = mg R(1 - \cos \alpha_{\max}).$$

Из двух последних соотношений находим

$$\cos \alpha_{\max} = \cos \alpha_1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{2 \cdot \cos \alpha_1} \approx 0,72, \quad \alpha_{\max} \approx 44^\circ.$$

Задачи

1. Следуем результатам, полученным в разделе **1.4 Задания** и в **Примере № 5.**

Найдем в рассматриваемый момент времени тангенциальную и нормальную составляющие ускорения

$$a_\tau = a \cdot \cos \alpha = 10^4 \cdot \cos 30^\circ \approx 0,87 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2,$$

$$a_n = a \cdot \sin \alpha = 10^4 \cdot \sin 30^\circ = 0,5 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2.$$

Вычислим приращение модуля скорости частицы за последующие $\Delta t = 0,02 \text{ с}$:

$$\Delta v = a_\tau \Delta t = 0,87 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2} = 0,87 \cdot 10^2 \text{ м/с}.$$

Вычислим угловую скорость ω , с которой вращается вектор скорости частицы:

$$\omega = \frac{a_n}{v} = \frac{0,5 \cdot 10^4}{10^6} = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}.$$

Вектор скорости за последующие $\Delta t = 0,02 \text{ с}$ повернется на угол

$$\Delta \varphi = \omega \Delta t = 0,5 \cdot 10^{-2} \cdot 2,0 \cdot 10^{-2} = 1,0 \cdot 10^{-4},$$

здесь угол поворота представлен, конечно, в радианной мере.

Далее найдем радиус кривизны траектории в малой окрестности рассматриваемой точки

$$R = \frac{v}{\omega} = \frac{10^6}{0,5 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^8 \text{ м}.$$

2. Задача близка к рассмотренной в Примере № 8 Задания.

Тангенциальная составляющая ускорения трамвая в процессе разгона постоянна по величине и равна удвоенной нормальной составляющей в начале поворота $a_\tau = 2a_n = 2\frac{v_0^2}{R}$. Модуль скорости трамвая в процессе разгона растет по линейному закону и наибольшего значения v_{\max} достигает в конце криволинейного участка траектории длиной в четверть окружности, следовательно

$$v_{\max}^2 - v_0^2 = 2a_\tau \frac{\pi R}{2}.$$

Отсюда находим нормальную составляющую ускорения при завершении поворота

$a_{n\max} = \frac{v_{\max}^2}{R} = \frac{v_0^2}{R} + \pi a_\tau$ и ответ $\frac{a_{n\max}}{a_\tau} = \frac{1}{2} + \pi \approx 3,64$ на первый вопрос задачи.

В момент завершения поворота ускорение коробки удовлетворяет неравенству

$$a_{\max} = \sqrt{a_\tau^2 + (a_{n\max})^2} = a_\tau \sqrt{1 + 3,64^2} \approx 7,6 \frac{v_0^2}{R} \leq \frac{F_{\text{тр max}}}{m} = \mu g. \text{ Отсюда}$$

$$\mu \geq 7,6 \frac{v_0^2}{gR}.$$

3. На бусинку действуют силы: $m\vec{g}$ – тяжести, \vec{N} – нормальной реакции и $\vec{F}_{\text{тр}}$ – трения. Учитывая, что разгон происходит очень медленно, тангенциальной составляющей ускорения бусинки пренебрежем и будем считать, что в любой момент времени перечисленные силы лежат в вертикальной плоскости. Под действием этих сил бусинка движется в горизонтальной плоскости по окружности радиуса $r = R(1 + \sin \alpha)$, здесь α – угол, который радиус – вектор бусинки, проведенный из центра кольца, образует с вертикалью. По условию $\cos \alpha = 0,5$, тогда $\sin \alpha = 0,5 \cdot \sqrt{3}$. Ускорение бусинки направлено к центру окружности и по величине равно $a_n = \omega^2 R$. По второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}.$$

Переходя к проекциям сил и ускорения на радиальное направление

$$m \cdot \omega^2 \cdot R(1 + \sin \alpha) = N \cdot (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha)$$

и на вертикаль

$$0 = N \cdot (\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha) - mg,$$

приходим, исключив N , к ответу на первый вопрос задачи

$$\mu = \frac{p - \operatorname{tg} \alpha}{1 + p \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{3,82 - \sqrt{3}}{1 + 3,82 \cdot \sqrt{3}} \approx 0,27,$$

$$\text{здесь } p = \frac{\omega^2 R}{g} (1 + \sin \alpha) = \frac{3,2^2 \cdot 2}{10} (1 + 0,5 \cdot \sqrt{3}) \approx 3,82,$$

Задача имеет решение ($\mu > 0$) при условии $p > \operatorname{tg} \alpha$, с учетом принятых обозначений

$$\frac{\omega^2 R}{g} > \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}/2} \approx 0,93.$$

При $\frac{\omega^2 R}{g} < 0,93$ задача не имеет решения.

4. В системе отсчета, поступательно движущейся относительно ЛСО со скоростью \vec{v}_1 , крайние истребители равномерно движутся по окружности радиуса $r = 30$ м и за $\tau = 18$ с совершают один оборот. В этой системе отсчета скорость \vec{u} крайних истребителей по величине равна

$$u = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\tau} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 30}{18} \approx 10,47 \text{ м/с.}$$

В ЛСО величина скорости $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{u}$ крайних истребителей

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + u^2} = \sqrt{100^2 + 10,47^2} \approx 100,55 \text{ м/с.}$$

Искомое приращение величины скорости во время выполнения фигуры

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 100,55 - 100,00 = 0,55 \text{ м/с.}$$

Такой пилотаж не зря называют высшим!!!

В подвижной системе отсчета в нижней точке окружности ускорение летчика и действующие на него силы связаны вторым законом Ньютона

$$\frac{mu^2}{r} = N - mg,$$

здесь N – сила нормальной реакции, действующая на летчика со стороны сиденья. Летчик действует на сиденье с такой же по величине

$$P = N = m \cdot \left(g + \frac{u^2}{r} \right)$$

и противоположной по направлению силой. Искомое отношение

$$\frac{P}{mg} = 1 + \frac{u^2}{g \cdot r} = 1 + \frac{10,5^2}{10 \cdot 30} \approx 1,37.$$

5. Задача о периоде T обращения материальной точки, движущейся по круговой орбите радиуса r в поле притягивающего центра массой M , рассмотрена в **Примере № 6**. Из полученного в этом примере ответа следует – отношение квадрата периода обращения к радиусу орбиты является инвариантной величиной

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM},$$

т. е. для любых двух планет Солнечной системы отношение квадратов периодов обращения равно отношению кубов радиусов орбит (второй закон Кеплера), в частности для Марса и Земли

$$\left(\frac{R_M}{R_E} \right)^3 = \left(\frac{T_M}{T_E} \right)^2 = k^2,$$

здесь R_M – радиус орбиты Марса.

Отсюда

$$R_M = k^{2/3} R_E = 1,52 \cdot R_E = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ м.}$$

В положении противостояния Солнце, Земля и Марс лежат на одной прямой. Минимальное расстояние между планетами равно разности радиусов орбит

$$r = R_M - R_E = (2,28 - 1,50) \cdot 10^{11} = 0,78 \cdot 10^{11} \text{ м.}$$

Радиус-векторы Земли и Марса вращаются с различными угловыми скоростями, равными

$$\omega_E = \frac{2\pi}{T_E} \quad \text{и} \quad \omega_M = \frac{2\pi}{T_M}$$

соответственно. Два последовательных противостояния наступают через промежуток времени τ , за который разность углов поворота радиус-векторов планет станет равной $2 \cdot \pi$,

$$\omega_E \cdot \tau - \omega_M \cdot \tau = 2 \cdot \pi.$$

Отсюда

$$\tau = T_E \cdot \frac{k}{k-1} = 365 \cdot \frac{1,88}{1,88-1} \approx 780 \text{ суток.}$$

6. Задача о весе тела на вращающейся планете рассмотрена в **Примере № 11**. При построении ответа на **контрольный вопрос № 8** получено равенство

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{g}{g - \omega^2 R}.$$

Подстановка в это равенство данных задачи

$$\alpha = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ, \quad \varphi = 30^\circ,$$

приводит к уравнению

$$\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{g}{g - \omega^2 R},$$

из которого находим угловую скорость вращения планеты $\omega = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{g}{R}}$ и продолжительность суток на планете:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{g}{R}} \cdot \sqrt{\frac{R}{g}} \approx 6150 \text{ с}.$$

Линейная скорость точек на экваторе

$$v_{\text{э}} = \omega \cdot R = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot g \cdot R}$$

меньше скорости

$$v = \sqrt{g \cdot R} = 8 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

приповерхностного спутника Земли на

$$\delta = \frac{v - v_{\text{э}}}{v} \cdot 100\% = \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \cdot 100\% \approx 18\%.$$

7. Решение проведем, следуя **Примеру № 15** Задания. По второму закону Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$. Переходя к проекциям ускорения и сил на нормальное направление (рис. 1), получаем

$$m \frac{v^2(\varphi)}{l} = T(\varphi) - mg \cos \varphi. \text{ Отсюда } T(\varphi) = m \frac{v^2(\varphi)}{l} + mg \cos \varphi.$$

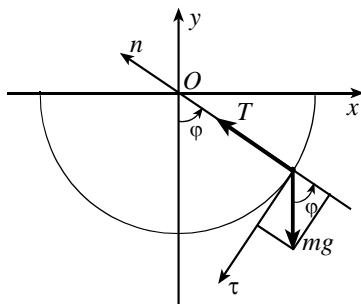


Рис. 1

Поскольку скорость $v(\varphi)$ и $\cos\varphi$ возрастают при переходе от максимального отклонения ($\varphi=\alpha$), к положению равновесия ($\varphi=0$), то

$T_{\min}=T(\alpha)=mg\cos\alpha$, $T_{\max}=T(0)=m\frac{v^2(0)}{l}+mg$. С учетом закона сохра-

нения энергии $\frac{mv^2(0)}{l}=mgl(1-\cos\alpha)$ и отношения $\frac{T_{\max}}{T_{\min}}=k$ получаем

$$\cos\alpha=\frac{3}{k+2}=\frac{1}{2}.$$

Из **Примера № 9** следует:

$$g=\frac{4\pi^2}{\tilde{T}^2}l\cos\alpha.$$

Подстановка численных значений приводит к ответу:

$$g=3,7\text{ м/с}^2.$$

8. Задача близка к рассмотренной в **Примере № 12**. Для движения центра однородного шара с угловой скоростью ω по окружности радиуса $(R-r)$ необходимо, чтобы направленная к оси вращения *составляющая* силы Архимеда $F_{A,r}=\rho_v V\omega^2(R-r)$ и сила N нормальной реакции стенки удовлетворяли второму закону Ньютона (см. формулу 15 Задания)

$$m\omega^2(R-r)=\rho_v V\omega^2(R-r)+N.$$

Объем шара радиуса r равен $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Подстановка массы $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ шара в последнее равенство дает:

$$N = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho_e) \omega^2 (R - r).$$

С такой же по величине и противоположной по направлению силой шар действует на боковую стенку цилиндра.

9. Близкая задача рассмотрена в **Примере № 14**. На бусинку действуют силы: $m\vec{g}$ – тяжести и \vec{N} – нормальной реакции.

По второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}.$$

В нижней точке кольца скорость достигает наибольшего значения, следовательно, в этой точке тангенциальная составляющая ускорения обращается в ноль. Нормальная составляющая в этой точке отлична от нуля: \vec{a}_n лежит в плоскости кольца, направлена к центру и по величине равна

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \text{ здесь } v - \text{ скорость бусинки в нижней}$$

точке кольца. Эту скорость найдем по закону сохранения энергии

$$mg2R\sin\alpha = \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда приходим к ответу на первый вопрос задачи

$$a = a_n = 4g \sin\alpha = 4g \sin 30^\circ = 2g = 20 \text{ м/с}^2.$$

Далее по теореме косинусов (см. рис. 2) находим величину N силы, с которой кольцо действует на бусинку,

$$N = m \cdot \sqrt{g^2 + a_n^2 - 2ga_n \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = \sqrt{7} \cdot mg \approx 2,65mg.$$

Сила \vec{N} образует с вертикалью угол β , определяемый из соотношения (см. рис 2):

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{ma_n \cos \alpha}{ma_n \sin \alpha + mg} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87 \text{ и равный } \beta \approx 41^\circ.$$

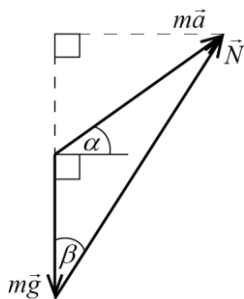


Рис. 2

10. Из закона сохранения энергии в **примере № 16** следует, что при движении по полусфере в любой момент времени шайбы находятся на горизонтальной прямой. Следуя далее этому примеру, получаем

$$F_{\text{тр}} = (m_1 - m_2)g(3 - 2\cos\alpha)\sin\alpha,$$

$$N = Mg + (m_1 + m_2)g(3 - 2\cos\alpha) \cdot \cos\alpha.$$

Отсюда $\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{N} = \frac{(m_1 - m_2) \cdot (3 - 2\cos\alpha) \cdot \sin\alpha}{M + (m_1 + m_2) \cdot (3 - 2\cos\alpha) \cdot \cos\alpha}$. По условию угол, при

котором происходит отрыв, $\alpha = \frac{2\pi}{36} \approx 0,17$. Для такого угла с хорошей точностью $\sin\alpha \approx \alpha$, $\cos\alpha \approx 1$. Тогда формулу для коэффициента трения скольжения можно приближенно представить в виде

$$\mu \approx \frac{m_1 - m_2}{M + m_1 + m_2} \cdot \alpha = \frac{(20 - 15) \cdot 10^{-3}}{(200 + 20 + 15) \cdot 10^{-3}} \cdot 0,17 \approx 3,6 \cdot 10^{-3}.$$