

Все формулы по астрономии

1. **Угловой размер объекта** на расстоянии r , D — размер объекта:

$$\alpha^\circ \approx \frac{D}{r} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \quad \text{или} \quad \rho'' \approx \frac{D \text{ (пк)} \cdot 206265''}{r \text{ (пк)}}$$

2. $1 \text{ пк} = 3.2616 \text{ св.год} = 206265 \text{ а.е.}$ $1 \text{ а.е.} \approx 1.5 \cdot 10^8 \text{ км} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ м}$

3. **Время. Звездное время. Солнечное время. Гражданское время**

s — звездное время. $\alpha [0^h; 24^h]$ — прямое восхождение.

$t [0^h; 24^h]$ — часовой угол (от Q над горизонтом).

Звезда в В.К. — $t = 0^h$, в Н.К. — $t = 12^h$.

$t_\odot [0^h; 24^h]$ — часовой угол Солнца.

T_\odot — истинное Солнечное время.

η — уравнение времени.

$B = 360^\circ(N - 81)/365$, N — порядковый номер дня, начиная с 1 января.

$$s = \alpha + t \quad T_\odot = t_\odot + 12^h = T_{\text{гринв}} + \frac{\lambda}{15^\circ/h}$$

$$T_{\text{гражд}} = T_{\text{гринв}} + n \cdot 1^h \quad T_{\text{декрет}} = T_{\text{гражд}} + 1^h$$

$$\eta = T_m - T_\odot \quad \eta = 7.53 \cos(B) + 1.5 \sin(B) - 9.87 \sin(2B)$$

4. **Оптические системы**

Основные характеристики телескопов: фокусное расстояние F , диаметр объектива D , относительное отверстие A . Увеличение телескопа — Γ .

$$A = \frac{D}{F} \quad \Gamma = \frac{D}{d} = \frac{F}{f} = \frac{\beta}{\rho} \quad \left[\frac{\Gamma}{6 \text{ мм}} \right] = \text{крат}$$

где f — фокусное расстояние окуляра, d — диаметр окуляра, β — угловой размер объекта при наблюдении в телескоп, ρ — угловой размер объекта при наблюдении невооруженным глазом.

5. **Разрешение телескопа**

Разрешающая способность η телескопа — это минимальный угол между объектами, который может различить оптическая система. Для радиотелескопа нет множителя 1.22:

$$\theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad \theta_{\text{radio}} \approx \frac{\lambda}{D}$$

Для видимого диапазона электромагнитных волн эту формулу можно записать в следующем виде:

$$\theta = \frac{138''}{D \text{ (мм)}}$$

6. **Проницающая способность m_T телескопа:** $m_T = 2.1 + 5 \lg D \text{ (мм)}$

7. **Кульминация звезд**

$$h_{\text{вкс}} = (90^\circ - \varphi) + \delta \quad h_{\text{вкн}} = (90^\circ - \delta) + \varphi \quad h_{\text{нк}} = \delta - (90^\circ - \varphi)$$

Незаходящие светила: $\delta > 90^\circ - \varphi$

Невосходящие светила: $\delta < \varphi - 90^\circ$

8. **Кульминация Солнца и Луны**

Склонение Солнца: $\sin \delta_\odot = \sin \varepsilon \cdot \sin \left(\frac{N}{365.25^d} \cdot 360^\circ \right)$, где N — число дней от точки весеннего равноденствия. $\varepsilon = 23^\circ 27'$, $i = 5^\circ 15'$.

9. **Моменты восхода и захода светил**

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}$$

$\tau = 2 \cdot t$ — время нахождения звезды над горизонтом

$$\cos A = \frac{\sin \varphi \cos z - \sin \delta}{\cos \varphi \sin z}$$

Восход: $A \geq 180^\circ$. Заход: $A \leq 180^\circ$

10. **Понижение горизонта.** $\cos \theta = R_\oplus / (R_\oplus + h)$ — угол понижения

11. **Площадь сферической части поверхности шарового слоя** (так называемый сферический пояс) зависит только от высоты слоя и радиуса шара: $S = 2\pi R h$.

Через конический телесный угол с ратвором θ : $S = 2\pi R^2 (1 - \cos \theta)$

12. **Рефракция.** $r = 58.2'' \cdot \operatorname{tg} z$. Для точности, при $z > 70^\circ$ (B — давление в мм рт.ст.):

$$r = 60.25'' \frac{B}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ}$$

13. **Аберрация.** γ — аберационное смещение. θ — угол между направлением скорости наблюдателя и направлением на звезду.

$$\gamma = \frac{v}{c} \sin \theta$$

На Земле все звезды описывают эллипс с большой полуосью $20.5''$ и малой полуосью $20.5'' \sin \beta$, где β — эклиптическая широта звезды.

14. **Параллакс (p'')**

Годичный параллакс:

$$p'' = \frac{1}{r(\text{пк})}$$

Для всех планет:

$$\sin p = \frac{a_{\text{planet}}(\text{a.e.})}{206265 \cdot r(\text{пк})}$$

Суточный параллакс:

$$p_c(\text{rad}) = \frac{R_{\oplus}(\text{m})}{r(\text{m})}$$

15. **Небесная механика. Космические скорости**

Первая космическая скорость: $v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

Вторая космическая скорость, чтобы улететь на бесконечность по параболической траектории: $v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

По орбите на высоте h : $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

16. **Законы Кеплера. Элементы кеплеровской орбиты**

Перицентрическое расстояние: $q = a(1 - e)$

Апоцентрическое расстояние: $Q = a(1 + e)$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad c = Q - a = a - q \quad p = \frac{b^2}{a}$$

III закон Кеплера (обобщенный):

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{M_1 + m_1}{M_2 + m_2}\right) = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

17. Формулы с аномалиями

M — средняя аномалия. Она имеет физический смысл угла, который пройдет тело, которое движется по круговой орбите с радиусом равным большой полуоси эллипса рассматриваемого тела с постоянной скоростью. φ — истинная аномалия, угол между положением тела на орбите и перигелием при наблюдении из фокуса орбиты. E — эксцентрическая аномалия. Она связана с истинной φ через зависимость:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \operatorname{tg} \frac{E}{2}$$

Для параболической орбиты ($e = 1$) уравнение Кеплера имеет вид:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + \operatorname{tg}^3 \frac{\varphi}{2} = 2\sqrt{\frac{GM}{p^3}} \cdot t - \text{уравнение Баркера.}$$

$$M = E(\text{rad}) - e \sin E = 2\pi \frac{t}{T}$$

$$r = a(1 - e \cdot \cos E) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos \varphi}$$

Скорость тела в любой точке орбиты на расстоянии r :

$$\text{Эллиптическая: } v^2 = G(M + m) \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

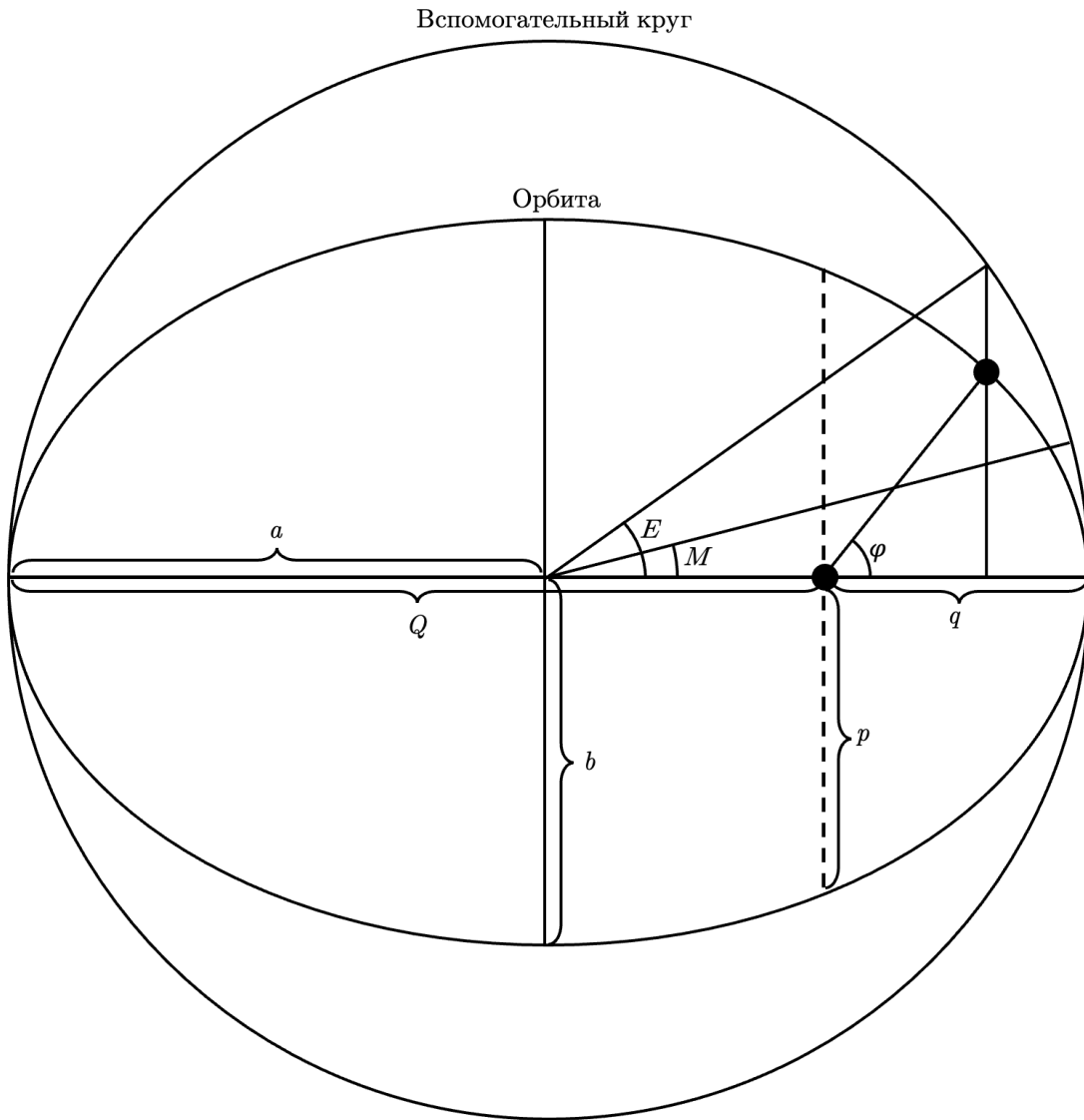
$$\text{Параболическая: } v^2 = \frac{2GM}{r}$$

$$\text{Гиперболическая: } v^2 = GM \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right)$$

Орбитальный период (по эллиптической орбите):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

Схема эллиптической орбиты с аномалиями и вспомогательным кругом.



18. Фазы планет и спутников

Фаза обозначается буквой Φ и равна:

$$\Phi = \frac{S_{\text{освещенной части}}}{S_{\text{всей площади диска}}} = \frac{1 + \cos \phi}{2} = \cos^2 \frac{\phi}{2},$$

где ϕ — фазовый угол, угол между лучом от Солнца на планету и отра-
зившемся лучом от планеты в сторону наблюдателя.

19. **Синодический и сидерический периоды**

S — Синодический период

T — Сидерический период

$$\text{Для внутренних планет: } \frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\oplus}}$$

$$\text{Для внешних планет: } \frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T}$$

20. **Фаза затмения**

$$\Phi = \frac{\rho_{\odot} + \rho_{\text{л}} - \tau}{2\rho_{\odot}},$$

где τ — угловое расстояние между центрами Луны и Солнца.

21. **Угловые размеры (Это диаметры!!!) Солнца и Луны:**

$$d_{\odot} = 2\rho_{\odot} = 0^{\circ}31'59''; \quad d_{\text{л}} = 2\rho_{\text{л}} = 0^{\circ}31'05''$$

22. **Движение с переменной массой**

Уравнение Мещерского — основное уравнение в механике тел переменной массы, полученное для материальной точки переменной массы:

$$M(t) \frac{dv}{dt} = u_1(t) \frac{dm_1}{dt} - u_2(t) \frac{dm_2}{dt} + F,$$

где:

- $M(t)$ — масса материальной точки, изменяющаяся за счет обмена частицами с окружающей средой, в произвольный момент времени t ;
- v — скорость движения материальной точки переменной массы;
- F — результирующая внешних сил, действующих на материальную точку переменной массы со стороны её внешнего окружения (в том числе, если такое имеет место, и со стороны среды, с которой она обменивается частицами, например электромагнитные силы — в случае массообмена с магнитной средой, сопротивление среды движению и т. п.);
- $u_1(t) = v_1 - v$ — относительная скорость присоединяющихся частиц;
- $u_2(t) = v_2 - v$ — относительная скорость отделяющихся частиц;

- $\frac{dm_1}{dt} > 0$ и $\frac{dm_2}{dt} > 0$ — скорость увеличения суммарной массы присоединившихся частиц и скорость увеличения суммарной массы отделившихся частиц соответственно.

Формула Циалковского определяет скорость, которую развивает летательный аппарат под воздействием тяги ракетного двигателя, неизменной по направлению, при отсутствии всех других сил. Эта скорость называется характеристической скоростью:

$$V = V_1 \cdot \ln \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$$

где:

- V — конечная скорость летательного аппарата;
- V_1 — скорость вырывающихся элементов относительно ракеты;
- M_1 — начальная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата + топливо);
- M_2 — конечная масса летательного аппарата (полезная нагрузка + конструкция аппарата).

23. Звездные величины

Формула Погсона: $m_1 - m_2 = -2.5 \lg \frac{E_1}{E_2}$ или $\frac{E_1}{E_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)}$

Абсолютная звездная величина: $M - m = 5 - 5 \lg r(\text{пк})$

Формула Погсона через абсолютные звездные величины и светимости:

$$M_1 - M_2 = -2.5 \lg \frac{L_1}{L_2} \quad \text{или} \quad \frac{L_1}{L_2} = 10^{-0.4(M_1 - M_2)}$$

24. Межзвездное поглощение

Закон Бугера-Ламберта-Бера

$$I(l) = I_0 e^{-\tau} = I_0 e^{-n\sigma l},$$

где $\tau = n\sigma l$ — оптическая толщина среды, безразмерная величина, показывающая степень непрозрачности среды; n — концентрация частиц на луче зрения; σ — площадь эффективного сечения поглощения частицы (s пылинки); l — длина пути луча в поглощающей среде.

25. Показатели цвета

Показатель цвета — разность звездных величин объекта, измеряемых в различных спектральных диапазонах. Так, $B - V = m_B - m_V$

Избыток цвета E_{B-V} — определяется как разность наблюдаемого показателя цвета $(B - V)$ и истинного $(B - V)_0$. Наблюдаемый показатель цвета может быть искажен из-за межзвездного поглощения. Поскольку более короткие волны поглощаются больше, чем длинные $A \sim \lambda^{-1.35}$, то в результате межзвездного поглощения звезда краснеет.

Если звезда излучает как абсолютно чёрное тело с температурой T , то связь между показателем цвета и температурой имеет вид

$$T = 4600 \left(\frac{1}{0.92(B - V) + 1.7} + \frac{1}{0.92(B - V) + 0.62} \right)$$

26. Закон Стефана-Больцмана

Полная светимость абсолютно черного тела с площадью поверхности S :

$$L = S\sigma T^4 = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4 ,$$

где $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ — постоянная Стефана-Больцмана.

27. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела

Звезды на главной последовательности:

$$\frac{L}{L_{\odot}} \approx 0.23 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{2.3} \quad (M < 0.43M_{\odot})$$

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^4 \quad (0.43M_{\odot} < M < 2M_{\odot})$$

$$\frac{L}{L_{\odot}} \approx 1.4 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3.5} \quad (2M_{\odot} < M < 55M_{\odot})$$

$$\frac{L}{L_{\odot}} \approx 32000 \frac{M}{M_{\odot}} \quad (M > 55M_{\odot})$$

28. Переменные звезды

Для звезд-цефеид существует связь между абсолютной звездной величиной M и периодом изменения блеска P , выраженного в сутках:

$$M_V = -1.43 - 2.81 \lg P$$

29. **Сферическая геометрия**

R — радиус сферы

A, B, C — углы сферического \triangle -ка

a, b, c — стороны сферического \triangle -ка

Площадь сферического треугольника:

$$S_{\triangle} = R^2 \cdot (A + B + C - \pi)$$

Теоремы косинусов:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$$

Теоремы синусов:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Формулы пяти элементов:

$$\sin a \cos C = \sin b \sin c - \cos b \cos c \cos A$$

$$\sin A \cos c = \sin B \sin C + \cos B \cos C \cos a$$

30. **Горизонт событий черных дыр** (шварцшильдовский радиус):

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

31. **Формула для определения длины световой волны:**

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = c T$$

32. **Закон Хаббла-Леметра** — космологический эмпирический закон, связывающий скорость удаления галактик вследствие расширения Вселенной с расстоянием до них. $H = 68 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпк})$ — *постоянная Хаббла*.

$$V_r = H \cdot R$$

При $v < 0.3c$ для эффекта Доплера:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

Закон Хаббла-Леметра для малых z :

$$R = \frac{cz}{H}$$

Для далеких галактик и квазаров с $z > 0.7$ доминирующим фактором расширения является материя. В этом случае расстояние определяется зависимостью:

$$R = \frac{2c}{H} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right)$$

33. **Угломерное и фотометрическое расстояние**

R_{ph} — Фотометрическое расстояние. R_a — Угломерное расстояние:

$$R_{ph} = R \cdot (1 + z) \quad R_a = \frac{R}{1 + z}$$

34. **Закон смещения Вина** — закон, устанавливающий зависимость длины волны λ , на которой спектральная плотность излучения $B_\lambda(\lambda, T)$ АЧТ'а достигает своего максимума, от температуры T этого тела:

$$\lambda_{max} \cdot T = 0.0029 \text{ м} \cdot \text{К}$$

35. **Эффект Доплера** — эффект изменения частоты и длины волны электромагнитного излучения, регистрируемого приемником, вызванное относительным движением источника и приемника. При малых, по сравнению со скоростью света, скоростях выполняется следующее соотношение:

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda}$$

Эффект Доплера возможно использовать при наблюдении таких именно объектов и в таких случаях:

- Определение пространственной скорости звезд.
- Определение орбитальной скорости для двойных звезд.
- Определение скоростей звезды вокруг центра масс в системах с экзопланетами.

- Определение скорости вращения звезды вокруг своей оси.
- Определение скоростей вращения галактик.
- Определение скорости космологического расширения вселенной.

В релятивистском случае эффект Доплера записывается так:

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta},$$

где θ — угол между направлением на объект и его скоростью.

36. Конфигурации планет



37. *Виды телескопов*

- Объектив — линзовый \Rightarrow Рефрактор
- Объектив — зеркальный \Rightarrow Рефлектор

38. *Дополнительные формулы для телескопа*

Масштаб изображения:

$$\mu = \frac{\alpha^\circ}{l} = \frac{\alpha^\circ}{2F \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \quad [\mu] = ^\circ \cdot \text{mm}^{-1},$$

где α — угловое расстояние между точками изображения;

l — линейное расстояние между двумя точками изображения;

F — фокусное расстояние.

$$l = 2F \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \approx F \cdot \alpha(\text{rad}) \approx F \cdot \frac{\alpha^\circ}{57.3^\circ}$$

Угловое разрешение:

$$\Delta\varphi(\text{rad}) = \frac{\lambda(m, \text{mm}, \dots)}{D(m, \text{mm}, \dots)},$$

где $\Delta\varphi$ — угловое разрешение (rad или $''$);

λ — рабочая длина волны (мкм);

D — диаметр телескопа (см).

Реальное $\Delta\varphi <$ теоретическое.

39. *Малоугловое приближение*

$$\text{При } \theta \ll 1: \quad \sin \theta \approx \theta \quad \cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \approx 1 \quad \operatorname{tg} \theta \approx \theta$$

$$40. 10000 \text{ \AA} = 1000 \text{ нм} = 1 \text{ мкм} = 0.001 \text{ мм} = 0.0001 \text{ см} = 0.000001 \text{ м}$$

$$41. 1 \text{ \AA} = 0.1 \text{ нм} = 10^{-4} \text{ мкм} = 10^{-7} \text{ мм} = 10^{-8} \text{ см} = 10^{-10} \text{ м}$$

$$42. 10 \text{ \AA} = 1 \text{ нм} = 10^{-3} \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ мм} = 10^{-7} \text{ см} = 10^{-9} \text{ м}$$

43. Собственное движение звезд

Если какая-либо звезда наблюдалась дважды в эпоху t_1 и эпоху t_2 и её видимые экваториальные координаты — прямое восхождение (α) и склонение (δ) — приведены в систему фундаментального каталога FK5 (эпоха T0), то её собственные движения по указанным координатам определяются как

$$\mu_\alpha = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{t_2 - t_1},$$

$$\mu_\delta = \frac{\delta_2 - \delta_1}{t_2 - t_1}.$$

Они обычно выражаются в угловых секундах в год или в тысячных долях угловой секунды (угловых миллисекундах, mas) в год и могут быть положительными и отрицательными.

Следует отметить, что координатные линии равного склонения, вдоль которых отсчитывается прямое восхождение, вообще говоря, не являются геодезическими (большими кругами) небесной сферы, поэтому скорость изменения координаты α не является компонентой угловой скорости светила, в отличие от скорости изменения координаты δ . Для пересчёта в компоненту угловой скорости величину μ_α необходимо домножить на косинус склонения:

$$\mu_{\alpha*} = \mu_\alpha \cdot \cos \delta.$$

Величину $\mu_{\alpha*}$ называют редуцированным собственным движением по прямому восхождению; она совпадает с μ_α только на небесном экваторе. В каталогах в качестве μ_α может быть указано редуцированное или нередуцированное собственное движение по прямому восхождению; так, в каталоге HIPPARCOS приводятся редуцированные собственные движения звёзд (компоненты угловой скорости)^[1].

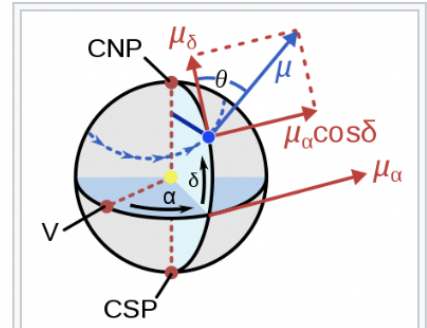
Полное собственное движение μ (абсолютная величина двумерного вектора скорости звезды на небесной сфере) определяется как

$$\mu = \sqrt{\mu_{\alpha*}^2 + \mu_\delta^2} = \sqrt{\mu_\alpha^2 \cdot \cos^2 \delta + \mu_\delta^2}.$$

Эта величина всегда неотрицательна. Позиционный угол θ собственного движения звезды отсчитывается от направления на север по часовой стрелке и определяется из соотношений

$$\sin \theta = \frac{\mu_\alpha \cos \delta}{\mu} = \frac{\mu_{\alpha*}}{\mu},$$

$$\cos \theta = \frac{\mu_\delta}{\mu}.$$



Компоненты собственного движения звезды на небесной сфере. Северный и южный полюса мира обозначены как CNP и CSP, точка весеннего равноденствия — V, направление движения звезды по небесной сфере показывают стрелки. Вектор собственного движения — μ , прямое восхождение — α , склонение — δ , позиционный угол — θ

5.10 Пространственные скорости звезд

Для определения пространственных скоростей звезд скорости раскладывают на две компоненты. Первую компоненту (лучевую скорость v_r), направленную вдоль

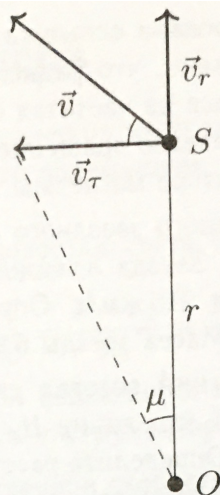


Рис. 5.4: Лучевая и трансверсальная скорости

луча зрения на звезду, определяют при помощи эффекта Доплера. Вторую компоненту (трансверсальную скорость v_τ), находящуюся в плоскости, перпендикулярной лучу зрения, определяют по смещению звезды μ относительно далеких галактик за продолжительную историю наблюдений.

Для определения трансверсальной скорости в километрах в секунду можно воспользоваться следующей формулой:

$$v_\tau = 4.74 \frac{\mu}{\pi} \text{ км/с.} \quad (5.17)$$

Полная пространственная скорость тогда вычисляется по формуле:

$$V = \sqrt{v_r^2 + v_\tau^2}.$$

Пример решения задач

1521. Чему равна линейная трансверсальная скорость звезды, если её параллакс $0.0145''$, а собственное движение звезды $0.8''/\text{год}$?

Решение. Для решения этой задачи воспользуемся формулой (5.17). Все величины в правой части уравнения нам известны, поэтому подставляем значения

$$v_\tau = 4.74 \frac{\mu}{\pi} = 4.74 \frac{0.8}{0.0145} = 261.5 \text{ км/с}$$