

DA1: Масштабные соотношения (75 баллов)

Пожалуйста, прочитайте общие инструкции перед началом работы.

Спиральные галактики — дисковые вращающиеся структуры, динамическое состояние которых описывается кривыми вращения, определяющими среднюю скорость вращения диска в зависимости от расстояния до центра (рис. 1, кривая B). Интересной особенностью является плоский участок кривой, который объясняется наличием тёмной материи. В её отсутствие скорость вращения убывала бы по кривой A.

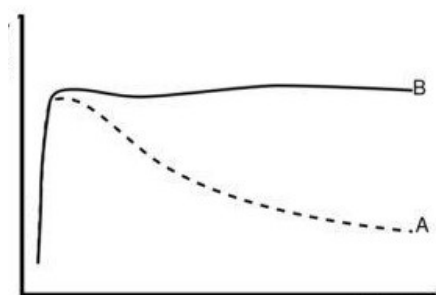


Рис. 1. Кривые вращения: зависимость круговой скорости от радиуса

Для дисковых галактик замечена сильная корреляция между собственной светимостью галактики и асимптотической скоростью вращения (скоростью вращения на краю — R_{\max}), которая известна как соотношение Талли–Фишера. Эта связь существует и в случае, когда светимость определена в какой-либо спектральной полосе. На рис. 2 показана зависимость абсолютной звёздной величины галактик некоторого скопления в фильтре K от $\log_{10}(V_{\max})$. Сплошная линия на графике — наилучшее линейное приближение указанной зависимости.

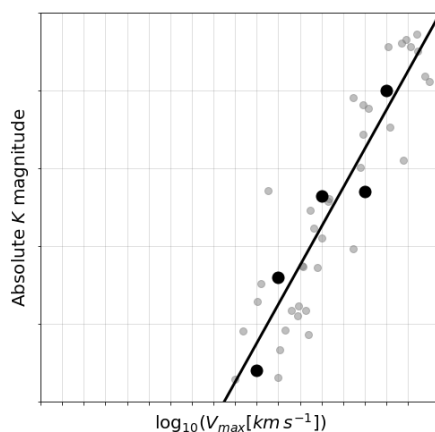


Рис. 2. Зависимость абсолютной звёздной величины в фильтре K от $\log_{10}(V_{\max}[km\ s^{-1}])$. Соотношение Талли–Фишера. Каждая точка отвечает некоторой галактике. Данные для 5 выделенных галактик приводятся далее в части 1.2.

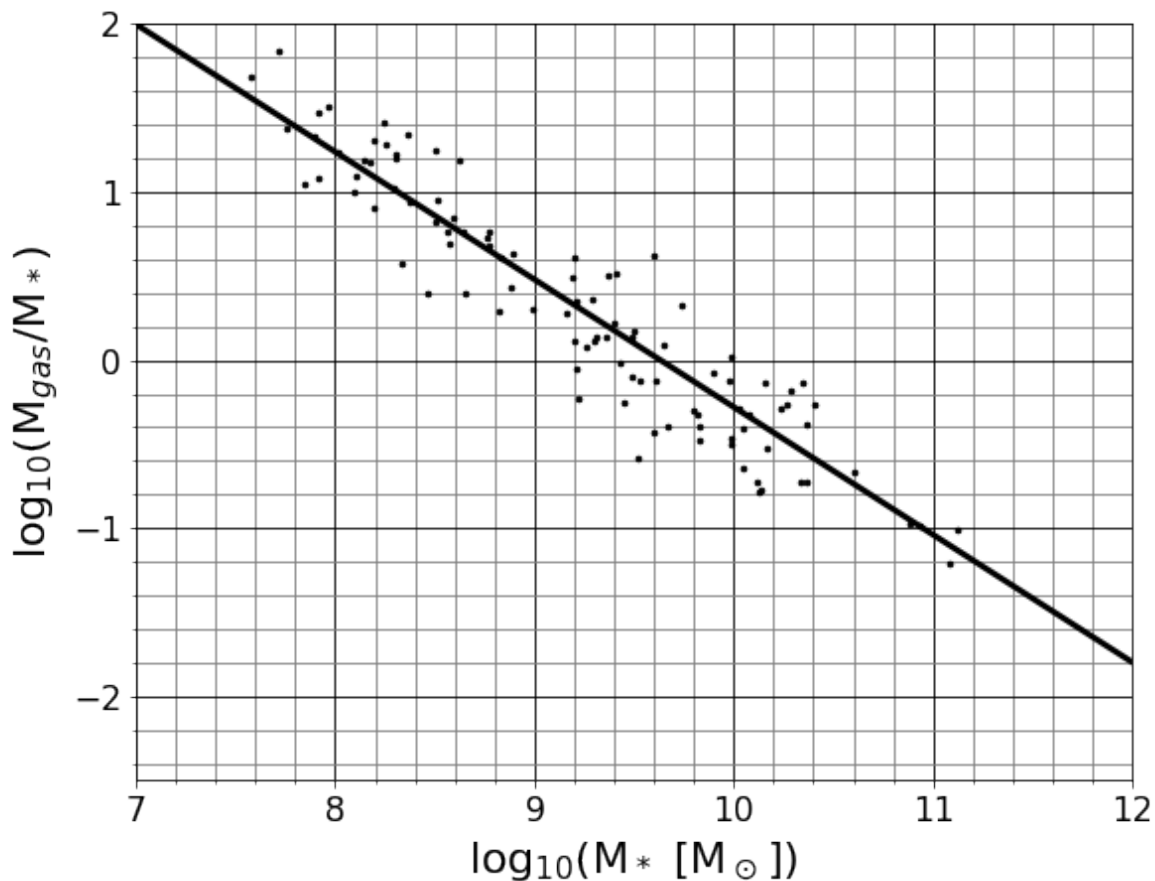


Рис. 3. Соотношение между массовой долей галактического газа и массой звезд

Другому соотношению посвящён рис. 3: диски с большей массой звезд (M_*), как правило, имеют меньшую массовую долю газа (M_{gas}/M_*).

Вам предстоит определить физические параметры галактик используя вышеописанные масштабные соотношения. Исходите из следующих предположений и обозначений:

- Для всех галактик V_{max} измерена на одном и том же радиусе R_{max} на плоском участке кривой вращения далеко за пределами звёздного диска.
- M_{dm} — масса тёмной материи внутри шара радиусом R_{max} , M_{tot} — суммарная масса всех компонент (газа, звёзд и тёмной материи).
- Все галактики имеют схожие звёздные населения¹, а межзвёздный газ не взаимодействует с излучением звёзд.
- Рассматриваемое скопление галактик находится достаточно далеко, расстояние до него существенно больше размеров скопления.
- Для сферически-симметричного распределения массы действующую на пробную частицу на радиусе r гравитационную силу можно вычислить как силу её взаимодействия с материальной точкой массы $M(\leq r)$ (заклѳченной внутри сферы радиуса r), расположенной в центре

шара.

¹Термин «звёздное население» относится к относительным количествам различных типов звёзд в галактике.

Часть 1 (20 баллов)

1.1 Используя рис. 3, определите параметры зависимости $M_{gas} = a \times M_*^b$ 5.0pt

$a = ?$

$b = ?$

- 1.2** На графике для соотношения Талли–Фишера были выделены 5 галактик, данные для которых представлены ниже. Используйте эти данные для вычисления параметров соотношения Талли–Фишера методом наименьших квадратов. 15.0pt

Указание: рассматривайте $\log_{10}(V_{\max})$ как переменную x и K — как y .

V_{\max} [km/s]	K [mag]
79.4	−16.8
100.1	−19.2
158.5	−21.3
251.2	−21.4
316.2	−24.0

$$K = c \times \log_{10}(V_{\max}) + d$$

$$c = ?$$

$$d = ?$$

Часть 2 (16 баллов)

Для двух галактик G1 и G2 в скоплении измерены *видимые* звёздные величины:

$$k_1 = 19.2 \quad ; \quad k_2 = 25.2$$

Используя эти сведения и определённые в части 1 параметры масштабных соотношений, найдите показатели степеней в следующих отношениях:

2.1 6.0pt

$$\frac{M_{*1}}{M_{*2}} = 10^e \quad ; \quad e = ?$$

2.2 4.0pt

$$\frac{M_{gas1}}{M_{gas2}} = 10^f \quad ; \quad f = ?$$

2.3 6.0pt

$$\frac{M_{tot1}}{M_{tot2}} = 10^g \quad ; \quad g = ?$$

Часть 3 (15 баллов)

3.1

15.0pt

Галактика	Видимая звёздная величина k	$M_{gas}[M_{\odot}]$	$M_*[M_{\odot}]$	$M_{dm}[M_{\odot}]$	$M_{tot}[M_{\odot}]$
G_1	19.2				4.39×10^{11}

Заполните пропуски в таблице, если известно, что для галактики G_1 отношение массы тёмной материи к массе барионной материи, заключённых внутри шара радиусом R_{\max} , равно 6.82.

Часть 4 (24 балла)

- 4.1** Пусть систематическая погрешность измерения видимой звёздной величины составляет $\sigma_{sys} = \pm 0.2$ ввиду неточностей калибровки ПЗС-матрицы. Тогда $k_1 = 19.2 \pm 0.2$, то есть k_1 , вероятно, лежит в «доверительном» интервале $[19.0, 19.4]$. Аналогично для k_2 .
Найдите «доверительный» интервал для показателя степени e в отношении $\frac{M_{s1}}{M_{s2}} = 10^e$ (ранее оцененном в вопросе 2.1), рассмотрев наибольшие возможные отклонения k_1 и k_2 от средних значений.

$$e \in [?, ?]$$

- 4.2** Однако и сами соотношения выполняются не с абсолютной точностью. Для заданного значения K соотношение Талли–Фишера даёт единственное значение $\log_{10}(V_{\max})$, в то время как разумнее говорить о некотором диапазоне возможных значений, окружающем среднее — предсказанное значение. Будем называть это статистической погрешностью σ_{stat} .
Оцените статистическую погрешность для предсказания $\log_{10}(V_{\max})$ по значениям K при помощи соотношения Талли–Фишера, параметры которого определялись в вопросе 1.2. Для этого вычислите для каждой галактики отклонение между предсказанным и измеренным значениями $\log_{10}(V_{\max})$, и положите σ_{stat} равным удвоенному RMS[†] (среднему квадратическому) этих отклонений.

$$\sigma_{stat} = ?$$

[†]RMS набора значений — это квадратный корень из среднего арифметического квадратов этих значений.

- 4.3** Найдите «доверительный» интервал для показателя степени g в отношении $\frac{M_{tot1}}{M_{tot2}} = 10^g$, рассмотрев наибольшие возможные отклонения параметров в силу систематических и статистических погрешностей:

$$g \in [?, ?]$$

DA2: Звёзды и экзопланеты (75 баллов)

Пожалуйста, прочитайте общие инструкции перед началом работы.

В этой задаче предстоит изучить зависимость между физическими характеристиками экзопланет и их материнских звёзд, используя данные наблюдений. Межзвёздным поглощением предстоит пренебречь.

Часть 1 (20 баллов)

Название планеты	Название звезды	T_{eff} (K)	g (m/s ²)	m_v (mag)	Параллакс (mas)
Gorgona	HD 209458	5980	347	7.63	20.67

Таблица 1. Наблюдательные данные для экзопланеты Gorgona
и её материнской звезды HD 209458

Эффективную температуру (T_{eff}) и гравитационное ускорение на поверхности звезды (g) можно определить по форме спектра и линиям поглощения в нём. Видимую визуальную звёздную величину (m_v) и параллакс измеряют методами фотометрии и астрометрии.

Для этой системы в ходе наблюдений установлено, что каждые 3.52 суток блеск звезды падает из-за прохождения планеты по её диску. Вот кривая блеска:

1.1

20.0pt

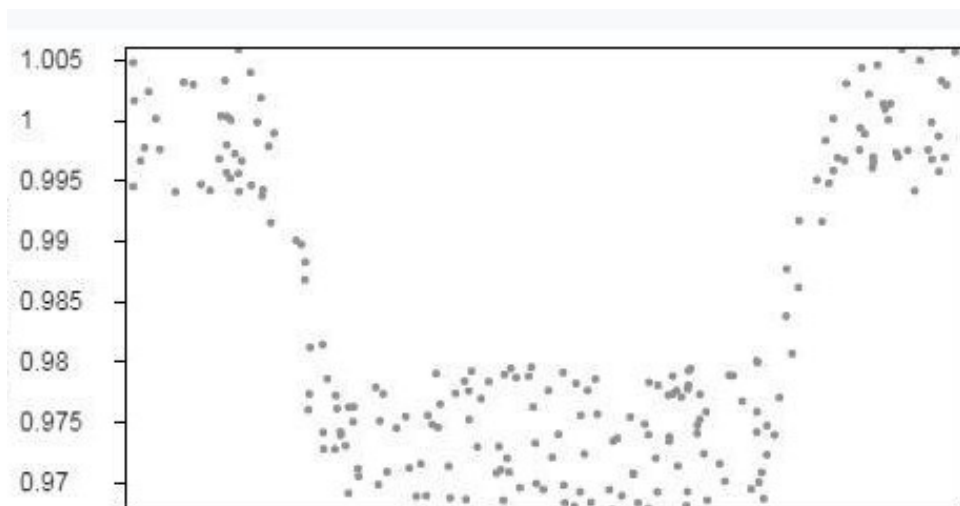


Рис. 1. Зависимость нормализованного потока от времени для материнской звезды HD 209458

Используйте эти сведения для вычисления следующих величин системы HD 209458:

Светимость звезды	Радиус звезды	Масса звезды	Средний радиус орбиты планеты	Радиус планеты (в радиусах Юпитера)
L_{\star} [L_{\odot}]	R_{\star} [R_{\odot}]	M_{\star} [M_{\odot}]	a [au]	R_p [R_J]

Указание: считайте, что болометрическая поправка для всех звёзд классов F и G одинаковая.

Часть 2 (25 баллов)

Зона жизни определяется как область, при нахождении в которой планета может иметь жидкую воду на поверхности. Границы зоны определяются в основном количеством энергии, которую планета получает от материнской звезды и которая должна находиться в некотором диапазоне для обеспечения приемлемых температур на поверхности планеты.

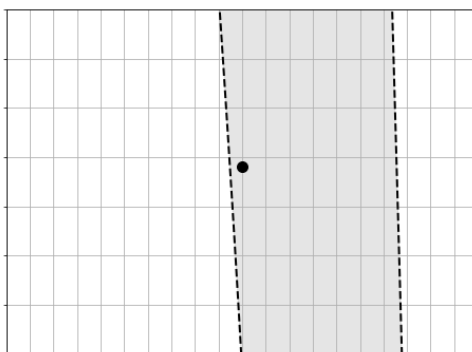
Определим эффективный поток энергии, которую планета получает от звезды, как $S_{eff} = \frac{L}{a^2}$, где L — светимость звезды в светимостях Солнца, a — средний радиус орбиты планеты в au. Минимальный поток в зоне жизни определяется по формуле $S_{min} = S_{eff_{\odot}} + n \cdot T_{\star} + b \cdot T_{\star}^2 + c \cdot T_{\star}^3 + d \cdot T_{\star}^4$, где $T_{\star} = (T_{eff} - T_{eff_{\odot}})$ и $S_{eff_{\odot}}$ — эффективный поток в случае если материнскую звезду заменить Солнцем. Коэффициенты n , b , c , d приведены в таблице ниже. Максимальный поток в зоне жизни S_{max} определяется по той же формуле, но с другими коэффициентами:

Коэффициент	S_{max}	S_{min}
$S_{eff\odot}$	1.0512	0.3438
n	1.3242×10^{-4}	5.8942×10^{-5}
b	1.5418×10^{-8}	1.6558×10^{-9}
c	-7.9895×10^{-12}	-3.0045×10^{-12}
d	-1.8328×10^{-15}	-5.2983×10^{-16}

В следующей таблице представлены данные для 7 реальных экзопланетных систем, однако названия планет заменены на названия заповедных районов Колумбии:

Характеристики звезды		Характеристики планеты	
T_{eff} [K]	M_V [mag]	Название	a [au]
6180	3.68	Tayrona	0.04
5730	3.87	Iguaque	0.04
5980	4.21	Gorgona	0.04
5480	6.04	Amacayacu	0.08
5770	3.48	Malpelo	0.05
6130	3.07	Pisba	0.03
6140	3.85	Tatamá	0.06

- 2.1 На графике вертикальная ось соответствует эффективной температуре материнских звёзд, горизонтальная — эффективному потоку, который от них получают экзопланеты. Точкой отмечено положение Земли, а штриховые линии ограничивают зону жизни. 15.0pt



Оцифруйте оси графика у каждой отметки. Отметьте на этом графике положения Gorgona и Amacayacu, если бы они находились на расстоянии 1 au от их материнских звёзд.

- 2.2** Теперь используя реальный радиус орбиты для каждой из планет, определите (представив убедительные вычисления на бланках решений), находится ли каждая из них в зоне жизни, и заполните таблицу: 10.0pt

Название планеты	В зоне жизни? YES / NO
Tayrona	
Iguaque	
Gorgona	
Amacayacu	
Malpelo	
Pisba	
Tatamá	

Часть 3 (30 баллов)

На последней странице приведена таблица с данными о 38 экзопланетах. Ваша задача — определить, различаются ли характеристики звёзд, вокруг которых обращаются маломассивные экзопланеты (LME) и экзопланеты большой массы (HME).

- 3.1** Чтобы получить надёжную подвыборку LME, применим метод итеративной сигма-отсечки. Идея метода состоит в том, что после вычисления среднего (μ) и стандартного отклонения (σ) на выборке масс экзопланет из этой выборки исключаются точки со значениями больше $\mu + \sigma$. Эту процедуру необходимо провести три раза. Оставшиеся экзопланеты отнесём к LME (маломассивным), исключённые в процессе — к HME. Заполните таблицу: 10.0pt

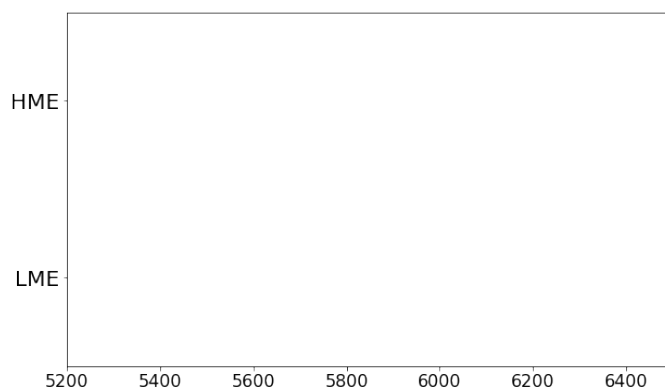
Выборка	Размер выборки	μ	σ	$\mu + \sigma$	Количество исключённых планет
Полная (исходная)	38				
После 1-й итерации					
После 2-й итерации					
После финальной итерации		—	—	—	—

- 3.2** Постройте график, отложив по оси x номер планеты в списке, а по оси y — её массу. Проведите на графике 3 горизонтальные линии, соответствующие ранее определённым отсечкам $\mu + \sigma$. 5.0pt

- 3.3** Исследуем различие в эффективной температуре материнских звёзд для обеих групп экзопланет. Проведите статистические вычисления: 10.0pt

T_{eff}	Минимум	1-й квартиль	Медиана – 2-й квартиль	3-й квартиль	Максимум
LME					
HME					

- 3.4 Нарисуйте боксплоты по результатам проведённых вычислений. Наблюдается ли заметное различие температур звёзд для LME и HME? Напишите YES или NO. 5.0pt



Связь температуры материнской звезды (K) с типом планеты

№	Название планеты	Масса пл. [M_J]	T_{eff} звезды
---	------------------	------------------------	---------------------

1	KEPLER-37 b	0.01	5520
2	KEPLER-21 b	0.02	6256
3	HD 97658 b	0.02	5468
4	HD 46375 b	0.23	5345
5	HD 219134 h	0.28	5209
6	HD 88133 b	0.30	5582
7	HD33283 b	0.33	5877
8	HD 149026 b	0.36	6096
9	BD-10 3166 b	0.46	5578
10	HD 75289 b	0.47	6196
11	HD 217014 b	0.47	5755
12	HD 2638 b	0.48	5564
13	WASP-13 b	0.49	6025
14	WASP-34 b	0.59	5771
15	HD 209458 b	0.69	5988
16	HAT-P-30 b	0.71	6177
17	WASP-76 b	0.92	6133
18	WASP-74 b	0.97	5727
19	HAT-P-6 b	1.06	6442
20	HD189733 b	1.14	5374
21	WASP-82 b	1.24	6257
22	KELT-7 b	1.29	6460
23	HD 149143 b	1.33	6067
24	KELT-3 b	1.42	6404
25	KELT-2A b	1.49	6164
26	HD86081 b	1.50	6015
27	HAT-P-7 b	1.74	6270
28	HD 118203 b	2.14	5847
29	HAT-P-14 b	2.20	6490
30	WASP-38 b	2.71	6178
31	HD17156 b	3.20	5985
32	KELT-6 c	3.71	6176
33	HD 75732 d	3.86	5548
34	HD 115383 b	4.00	5891
35	HD 120136 b	5.84	6210
36	WASP-14 b	7.34	6195
37	HAT-P-2 b	8.74	6439
38	XO-3 b	11.79	6281