Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)
Заочная физико-техническая школа

Ф И З И К А

Закон сохранения энергии в тепловых процессах

Задание №3 для 10-х классов

(2021–2022 учебный год)

г. Долгопрудный, 2021

Составитель: В.М. Курносов, учитель физики Физтех-лицея им. П.Л. Капицы.

Физика: задание №3 для 10-х классов (2021 – 2022 учебный год). МФТИ, 2021, 35с.

Дата отправления заданий по физике и математике – 05 декабря 2021 г.

Учащийся должен стараться выполнять все задачи и контрольные вопросы в заданиях. Некоторая часть теоретического материала, а также часть задач и контрольных вопросов, являются сложными и потребуют от учащегося больше усилий при изучении и решении. В целях повышения эффективности работы с материалом они обозначены символом «*» (звёздочка). Мы рекомендуем приступать к этим задачам и контрольным вопросам в последнюю очередь, разобравшись вначале с более простыми.

Составитель:
Курносов Валерий Михайлович
Подписано 08.11.21. Формат 60×90 1/16.
Бумага типографская. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 2,18. Уч.-изд. л. 1,94.

Заочная физико-техническая школа
Московского физико-технического института
(национального исследовательского университета)

Институтский пер., 9, г. Долгопрудный, Московская обл., 141700.
ЗФТШ, тел. (495) 408-5145 – **заочное отделение,**
тел. (498) 744-6351 – **очно-заочное отделение,**
тел. (498) 744-65-83 – **очное отделение.**

e-mail: zftsh@mail.mipt.ru

Наш сайт: https://zftsh.online/

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССАХ

1. Внутренняя энергия

Вещества состоят из молекул, которые непрерывно и хаотично движутся, и взаимодействуют друг с другом. Вследствие движения молекулы обладают кинетической энергией, а вследствие наличия взаимодействия они обладают потенциальной энергией.

Внутренней энергией тела называют сумму всех кинетических и сумму всех потенциальных энергий молекул, из которых оно состоит.

$$\boxed{U = \sum W_{\text{К}} + \sum W_{\text{Р}}}$$ — внутренняя энергия тела. (1)

Уже из определения можно увидеть, что при увеличении скоростей молекул внутренняя энергия тела увеличится. Скорости теплового движения молекул могут измениться, например, при нагревании тела (повышении температуры) или в результате неупругого столкновения (удара). Если состояние тела претерпевает изменения, но при этом конечная температура тела равна его первоначальной температуре, то средние скорости молекул и их кинетические энергии также примут первоначальные значения (независимо от потенциальной энергии).

При растяжении (или сжатии) изменяется расстояние между молекулами, и, как следствие, изменяется потенциальная энергия взаимодействия молекул. Если газ в некотором состоянии занимает некоторый объём, то молекулы удалены друг от друга на определённое среднее расстояние. Если теперь газ расширить, а потом нагреть и сжать до начального объёма, то расстояние между молекулами вернётся к первоначальному значению, а это означает, что и потенциальные энергии молекул примут первоначальные значения. Тот же результат получится для потенциальной энергии молекул газа, если повторить эти процессы без нагревания.

Данные примеры приводят нас к пониманию того, что внутренняя энергия тела, находящегося в состоянии термодинамического равновесия, не зависит от того, каким способом данное тело приведено в данное состояние, а определяется параметрами его состояния, например, температурой и объёмом.

2. Степени свободы

Молекулы могут участвовать в разных типах движения: поступательном (любые молекулы), вращательном (двух – и многоатомные), колебательном (двух – и многоатомные).

Число степеней свободы — это число независимых параметров (координат), необходимых для однозначного описания положения тела в пространстве.

Для описания положения в пространстве одноатомной молекулы потребуется всего три координаты, что соответствует тому, что она обладает тремя степенями свободы (см. рис. 1).

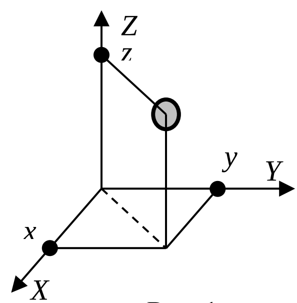

Рис. 1

Принято обозначать число степеней свободы буквой i. Для рассматриваемого примера $i = 3$. Наличие этих трёх координат фактически указывает на способность тела двигаться в трёх направлениях, или, как говорят, обладает тремя поступательными степенями свободы (рис. 1).

Для описания положения в пространстве двухатомной молекулы потребуется учесть способность центра масс этой молекулы двигаться в трёх направлениях (три *поступательные* степени свободы) и способность **вращаться** вокруг двух осей, проходящих через центр масс (две *вращательные* степени свободы). Третья ось, проходящая и через центры атомов двухатомных молекул, не изменяет положения атомов, и потому не рассматривается (на рис. 2 пунктирные оси и фигурные оси).

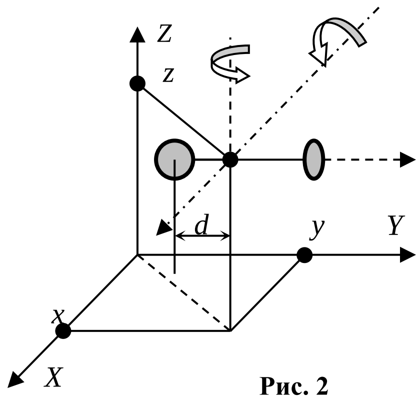

Рис. 2

У трёхатомных или многоатомных молекул их было бы три.

И последнее возможное движение – это колебания атомов относительно центра масс молекулы. Такое движение приводит к изменению расстояния d. (на рис. 2 показано для одного атома).

Этот тип движения атомов в молекуле «даёт о себе знать» только при температурах выше некоторой характерной для каждого вещества температуры (для большинства молекул она составляет примерно 1000 К). При более высокой температуре есть смысл рассматривать эту одну *колебательную* степень свободы, а при более низкой – считать, что данная степень свободы отсутствует.

Таким образом, для описания положения в пространстве двухатомной молекулы требуется 6 величин: 1) три координаты центра масс (поступательные степени свободы), 2) два угла (вращательные степени свободы) и 3) одно расстояние d между атомами (колебательная степень свободы).

В итоге имеем $i = 6$ при высокой температуре ($T > 1000$ К) и
$i = 5$ при низкой температуре ($T < 1000$ К).

Число степеней свободы, подсчитываемое для расчёта энергии, отличается от выше описанного в части колебательного движения.

3. Внутренняя энергия идеального газа

В модели идеального газа потенциальная энергия взаимодействия молекул считается равной нулю. Тогда из (1) имеем

$$U = \sum W_{\text{К}}. \tag{2}$$

В термодинамике часто пользуются принципом равнораспределения энергии по степеням свободы. Суть принципа состоит в том, что *на каждую степень свободы приходится одинаковая часть общей внутренней энергии.*

Во втором задании было установлено: средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального газа равна

$$\overline{E}_{\text{К}} = \frac{3}{2}kT, \tag{3}$$

где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура газа.

Число степеней свободы у одноатомных молекул равно трём: i =3. Легко догадаться, что на каждую степень свободы для одноатомных газов будет приходиться энергия:

$\boxed{\overline{\varepsilon_{\text{К}}} = \frac{1}{2}kT}$ – энергия, приходящаяся на одну степень свободы. (4)

Тогда средняя кинетическая энергия каждой молекулы с числом степеней i свободы будет записываться так:

$\boxed{\overline{E_{\text{К}}} = \frac{i}{2}kT}$ – средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа. (5)

Для всего газа с числом молекул N можем получить выражение для внутренней энергии:

$$U = \frac{i}{2}kT \cdot N = \frac{i}{2}kT \cdot \frac{m}{M}N_A = \frac{i}{2}\frac{m}{M}kN_AT.$$

Так как $R = kN_A = 8{,}31\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — универсальная газовая постоянная, то

$\boxed{U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M}RT}$ — внутренняя энергия идеального газа. (6)

Используя уравнение Менделеева – Клапейрона, выражение для внутренней энергии идеального газа можно записать так:

$\boxed{U = \frac{i}{2} \cdot pV}$ — внутренняя энергия идеального газа. (7)

Напомним, что для двухатомного газа число степеней свободы может быть разным:

i = 6 при высокой температуре (T > 1000 К) и
i = 5 при низкой температуре (T < 1000 К).

В распределении энергии по степеням свободы у молекул есть очень важная особенность: при колебательном движении на каждую колебательную степень свободы приходится энергия kT (!). Это связано с тем, что при колебаниях атомов в молекуле следует учитывать не только их кинетическую энергию, но и их потенциальную энергию взаимодействия. Средние значения этих энергий равны $kT/2$ каждое, что для полной энергии в сумме и даёт среднее значение энергии колебательного движения, равное kT.

Поэтому подсчёт числа степеней свободы для двухатомной молекулы газа, имеющего высокую температуру (T > 1000 К), приводит к следующему результату: $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{кол}} = 7$.

Далее всегда (если нет специальной оговорки) мы будем считать, что молекулярная система жёсткая и в ней нет колебаний.

4. Способы изменения внутренней энергии

Внутреннюю энергию тела можно изменить:

1) теплопередачей (теплопроводностью, конвекцией и излучением);

2) совершением механической работы над телом (трение, удар, сжатие и др.).

Энергия тела, которую оно получает или отдаёт при обмене теплом с другими телами (без совершения работы), называют *количеством теплоты*.

$\boxed{Q = \Delta U}$ – количество теплоты. (8)

Рассмотрим эти процессы более подробно.

4.1. Виды теплопередачи

А) **Теплопроводность — явление передачи теплоты (энергии) от одной части тела (более нагретой) к другой (менее нагретой).**

Передача теплоты осуществляется в основном за счёт колебательного движения и столкновения отдельных молекул. При этом при столкновениях некоторая доля кинетической энергии молекул от одной (более нагретой) части тела передаётся молекулам другой (менее нагретой) его части. Важно заметить, что при теплопроводности само вещество не перемещается, а теплопередача всегда идёт в определённом направлении: внутренняя энергия горячего тела уменьшается, а внутренняя энергия холодного тела увеличивается.

В твёрдых металлических телах теплопроводность осуществляется преимущественно за счёт движущихся особым образом свободных электронов (в металлах перенос тепла колеблющимися атомами тоже осуществляют, но их вклад сравнительно небольшой).

Благодаря непрерывному взаимодействию соседствующих молекул, теплопроводность в твёрдых телах и жидкостях происходит заметно быстрее, чем в газах.

Интенсивность теплопроводности между телами зависит от разности их температур, площади поверхности, через которую происходит теплопередача, а также от свойств вещества, расположенного между телами.

В обычных условиях для расчёта количества теплоты Q, передаваемого через слой вещества путём теплопроводности, пользуются следующим соотношением:

$\boxed{Q = k\dfrac{S\cdot\Delta T}{h}\cdot t}$ – закон Фурье. (9)

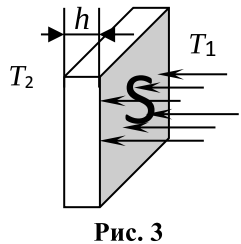

Рис. 3

Здесь k – коэффициент теплопроводности слоя вещества,

S – площадь поверхности, через которую происходит теплопередача (см. рис 3),

h – толщина слоя вещества,

t – время наблюдения,

$\Delta T = T_1 - T_2$ – разность температур между границами слоя $(T_1 > T_2)$.

Например, тепловая энергия уходит из комнаты через стену на улицу.

В этом случае:

S – площадь поверхности стены,

h – толщина слоя вещества, составляющего стену.

ΔT – разность температур между комнатой (T_1) и улицей (T_2);

k – коэффициент теплопроводности вещества стены.

Следует отметить, что значения коэффициентов теплопроводности различных веществ отличаются столь сильно, что некоторые вещества применяют как эффективные теплопроводники (металлы, термомастика), а другие, наоборот, как теплоизоляторы (кирпич, дерево, пенопласт).

Б**)** В поле силы тяжести ещё одним механизмом теплопередачи может служить конвекция.

Естественной конвекцией называют процесс перемешивания вещества, осуществляемый силой Архимеда, вследствие большой разности температур.

Конвекция может быть обнаружена в газах, жидкостях или сыпучих материалах.

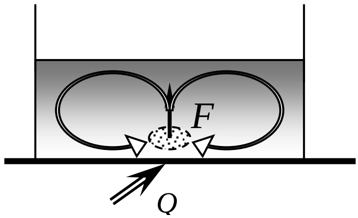

Рис. 4

Например, в кастрюле (см. рисунок 4) нагреваемая снизу вода расширяется, плотность её уменьшается. Сила Архимеда, действующая на небольшой фрагмент прогретой воды, поднимает её вверх. На поверхности прогретая вода остывает, смешиваясь с более холодной водой, испаряясь и т. п. Вследствие чего вода сжимается, становится более плотной, и тонет. Возникает конвективная ячейка.

На практике часто встречается принудительная конвекция, осуществляемая насосами или специальными перемешивающими механизмами.

В) Все тела, температура которых отлична от абсолютного нуля, излучают электромагнитные волны, которые переносят энергию. При комнатной температуре это в основном инфракрасное излучение. Так происходит **лучистый теплообмен, или теплопередача посредством теплового излучения.**

Из этого факта вытекает, что энергией в форме излучения обмениваются практически все окружающие нас тела. Этот процесс также приводит к выравниванию температур тел, участвующих в теплообмене.

Согласно теории равновесного теплового излучения интенсивность I излучения так называемого абсолютно чёрного тела пропорциональна четвёртой степени абсолютной температуры T тела:

$$\boxed{I = \sigma \cdot T^4} \text{ – (закон Стефана – Больцмана).} \qquad (10)$$

Где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2 К^4 – постоянная Стефана-Больцмана.

(Подробно речь об этом пойдёт в разделе «Основы квантовой физики» в 11 классе.)

В замкнутой системе теплообмен должен привести к установлению теплового равновесия. Теперь понятию «замкнутой системы» можно придать более отчётливые очертания: если границы некоторой области пространства имеют очень малый коэффициент теплопроводности (граница – слой теплоизолятора) и теплопередача через него не проходит, то содержащаяся внутри области пространства энергия изменяться не может и будет сохраняться.

4.2. Работа и изменение внутренней энергии. Работа газа при расширении и сжатии

Для изменения внутренней энергии тела необходимо изменить кинетическую или потенциальную энергию его молекул. Этого можно добиться, не только при теплопередаче, но и деформируя тело. При упругой деформации изменяется расположение молекул или атомов внутри тела, приводящее к изменению сил взаимодействия (а значит, и потенциальной энергии взаимодействия), а при неупругой изменяются и амплитуды колебаний молекул или атомов, что увеличивает кинетическую энергию молекул или атомов.

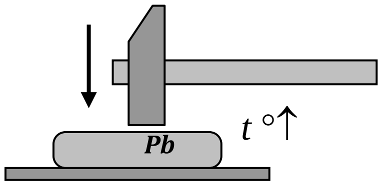

Рис. 5

При ударе молотком по свинцовой пластине молоток заметно деформирует поверхность свинца (рис. 5). Атомы поверхностных слоёв начинают двигаться быстрее, внутренняя энергия пластины увеличивается.

Стоя на улице в морозную погоду и потирая руки, мы совершаем работу, что также приводит к увеличению внутренней энергии. Если сила трения возникла из-за взаимодействия шероховатостей, то при прохождении одной шероховатости мимо другой возникают колебания частей тела. Энергия колебаний превращается в тепло. Тот же процесс происходит и при разрывах шероховатостей.

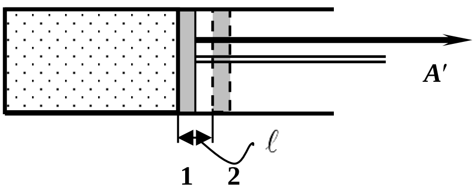

Рис. 6

Если работу совершает газ, закрытый в цилиндре и поршень будет перемещаться из положения 1 в положение 2 (рис. 6), то работа равна:

$$A' = F \cdot l \cdot \cos\alpha = (pS)l \cdot 1 = p(Sl) = p\Delta V. \qquad (11)$$

Здесь F – сила, действующая на поршень со стороны газа,
p – давление газа,
S – площадь поверхности поршня,
ΔV – изменение объёма газа.

В некоторых случаях для расчёта работы газа в тепловом процессе удобно воспользоваться *графическим методом.* Суть его можно представить следующим образом. Допустим, что газ изобарно расширяется от начального объёма V_1 до конечного объёма V_2. На pV-диаграмме график процесса представляет собой отрезок прямой линии (см. рис. 7). Сравним полученное выражение для расчёта работы A' газа (см. выше) с «площадью» заштрихованного прямоугольника под графиком изобары $"S" = p\cdot(V_2 - V_1)$. Нетрудно убедиться, что $"S" = A'$, т. е. работа газа при расширении от объёма V_1 до объёма V_2 численно равна площади прямоугольника под графиком процесса на этом участке зависимости.

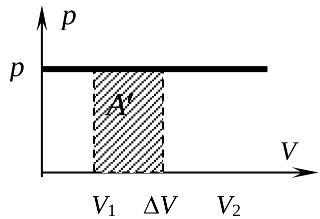

Рис. 7

Если же процесс является более сложным (см. рис. 8), то и в этом случае графически работу можно найти как площадь фигуры под графиком процесса 1–2.

Докажем это, рассмотрев переход газа из состояния 1 в состояние 2 не по кривой, а по ломаной, состоящей из N отрезков изохор и изобар. Работа на i-ой изобаре (на рисунке $i = 5$) равна $A_i = p_i \cdot \Delta V_i$. Суммируя площади под всеми изобарами, получим площадь фигуры под ломаной, которую можно приближённо считать равной работе газа при расширении:

$$A = p_1 \cdot \Delta V_1 + p_2 \cdot \Delta V_2 + \ldots + p_N \cdot \Delta V_N .$$

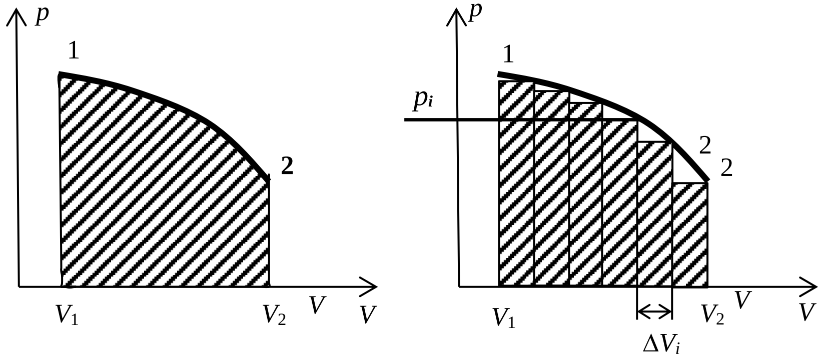

Рис. 8

Эту работу можно вычислить точнее, если увеличить число изобар и изохор ломаной (увеличить N и уменьшить ΔV_i). Площадь под ломаной при этом возрастёт, так как к площади заштрихованной фигуры добавятся новые площади. Если число изобар и изохор устремить к бесконечности так, чтобы длина отрезков любой изобары и изохоры неограниченно уменьшалась, то ломаная линия совпадёт с кривой. Это и доказывает утверждение о том, что графически работу газа можно вычислить, найдя площадь фигуры под графиком процесса. Аналогично подсчитывают работу газа при его сжатии (уменьшении объёма). Необходимо только помнить, что работа газа в этом случае отрицательна.

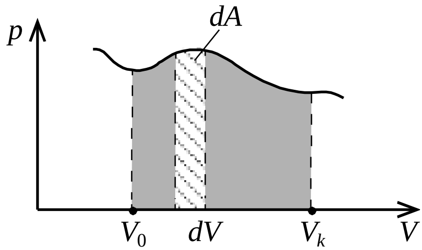

Рис. 9

При разбиении фигуры, образованной графиком процесса, изохорами и осью объёмов, на бесконечно малые элементы, изменение объёма записывается как dV (рис. 9). В этом случае малый элемент общей работы (элементарную работу) можно найти как $dA = p \cdot dV$, а всю работу получим суммированием всех элементарных работ на участке расширения:

$$\boxed{A = \int dA = \int_{V_0}^{V_K} p\ dV} \text{ — работа газа.}$$

Работа газа численно равна площади фигуры под графиком $p(V)$.

Если идеальный газ находится в теплоизолированном сосуде (стенки сосуда не пропускают тепло), то работа внешней силы, совершённая над ним, равна изменению кинетически энергий молекул газа, т. е. равна изменению его внутренней энергии:

$$\boxed{\Delta U = A}$$

В рамках молекулярно-кинетической теории этот факт можно пояснить следующим образом. При столкновении молекулы с движущимся навстречу ей массивным поршнем перпендикулярная к поршню составляющая скорости молекулы увеличится на удвоенную скорость поршня.

5. Первый закон термодинамики

Обобщая полученные результаты рассмотрений способов изменений внутренней энергии, можем записать:

$\boxed{\Delta U = Q + A}$ — первый закон термодинамики.

По сути, мы видим закон сохранения энергии, записанный для тепловых процессов, но это и есть первый закон термодинамики.

Изменение внутренней энергии термодинамической системы равно сумме полученного количества теплоты и работы, совершённой над ней окружающими телами.

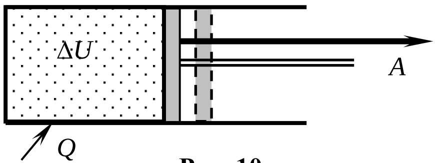

Рис. 10

Можно проиллюстрировать первый закон термодинамики и на другом примере: Если газ заперт в легком цилиндре под поршнем (рис. 10), а цилиндру сообщить количество теплоты Q, то газ нагреется, увеличив внутреннюю энергию, (теплоёмкостью цилиндра пренебрегаем), его давление увеличится, и он совершит работу над окружающими телами A'.

$\boxed{Q = \Delta U + A'}$ **– первый закон термодинамики.**

Количество теплоты, переданное термодинамической системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы и на совершение работы системой над окружающими телами.

В последних формулах встретились работы A и A'. Напомним, что

A' – работа термодинамической системы над окружающими телами.

A – работа окружающих тел над термодинамической системой.

При равномерном движении поршня сила, действующая на поршень со стороны газа, расположенного внутри цилиндра, равна по модулю и противоположна по направлению силе, действующей на газ со стороны поршня.

Очевидно, что

$$\boxed{A = -A'}$$

Работа окружающих тел над системой равна и противоположна по знаку работе системы над окружающими телами.

Первый закон термодинамики имеет одно важное следствие:

Невозможно создать вечный двигатель первого рода.

Т. е. невозможно создать двигатель, который непрерывно и бесконечно долго совершал бы работу без потребления энергии из окружающей среды. И действительно: если $Q = 0$, то $A' = -\Delta U$, следовательно, система может совершить вполне конечную работу, не превосходящую запаса внутренней энергии системы.

Коротко остановимся на терминологии, используемой при описании тепловых процессов.

Термодинамический процесс называется *обратимым*, если при совершении его в прямом, а потом в обратном направлении все тела, включая саму систему, вернутся в исходное состояние.

Необходимым и достаточным условием обратимости процесса является равновесность его промежуточных состояний.

Употребляются также термины: равновесный, или квазистатический процессы. Равновесные процессы можно описать графически, неравновесный – невозможно.

Реальные процессы сопровождаются теплообменом, диффузией, трением (необратимыми процессами), следовательно, большинство реальных процессов являются необратимыми.

Круговым процессом (циклом) называют термодинамический процесс, в результате совершения которого система возвращается в исходное состояние. Равновесный круговой процесс можно изобразить графически, при этом график процесса представляет собой замкнутую линию.

В *прямом круговом* процессе система за цикл совершает положительную работу (см. рис. 11 слева).

В *обратном круговом* процессе система за цикл совершает отрицательную работу (см. рис. 11 справа).

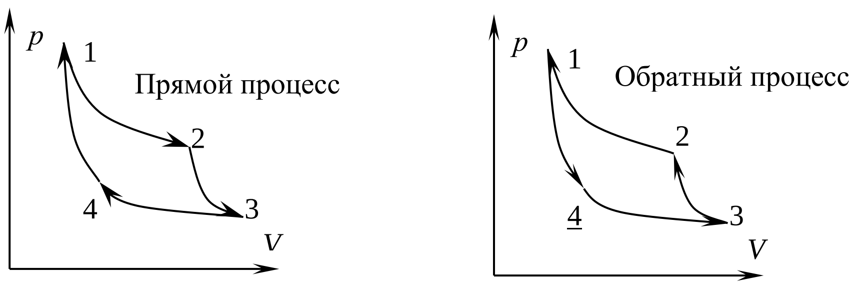

Рис. 11

6. Теплоёмкость

Перевод термодинамической системы (например, порции идеального газа) из состояния 1 в состояние 2 можно осуществить разными способами. На рис. 12 показаны графики двух возможных процессов (1 – а – 2 и 1 – в – 2), позволяющих осуществить такой перевод. Изменение внутренней энергии системы в том и в другом случае одинаково (оно определяется положениями точек 1 и 2 на pV-диаграмме), а работа, совершённая системой над окружающими телами, различна (площадь фигур под графиками процессов 1 – а – 2 и 1 – в – 2 разная, площадь под графиком процесса 1 – в – 2 больше).

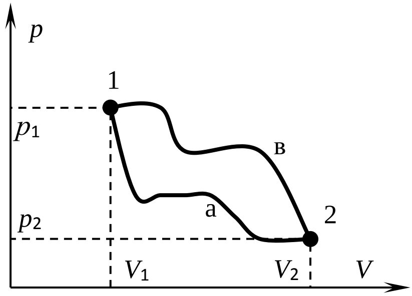

Рис. 12

Следовательно, и количество теплоты, затраченное на перевод системы из состояния 1 в 2 ($Q = \Delta U + A'$), будет разным.

Теплоёмкостью *C* термодинамической системы (тела) называют отношение бесконечно малого количества теплоты ΔQ, переданного системе, к изменению ΔT его температуры, вызванного этим количеством теплоты.

$$\boxed{C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}}$$ — теплоёмкость тела (системы).

Единицей измерения этой величины будет $\left[C\right] = \frac{1\text{Дж}}{\text{К}}$.

Численное значение теплоёмкости тела показывает, какое количество теплоты потребуется для изменения температуры всего тела на 1 градус по шкале Цельсия (Кельвина).

При расчётах чаще пользуются удельной теплоёмкостью (теплоёмкостью 1 кг вещества).

Удельной теплоёмкостью вещества называют отношение теплоёмкости тела (системы) к массе этого тела (системы):

$$\boxed{c_{\text{уд}} = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T}}$$ — удельная теплоёмкость тела (системы). (1)

Единицей измерения этой величины будет $\left[c\right] = \frac{1\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Молярной теплоёмкостью тела (системы) называют отношение теплоёмкости тела (системы) к количеству вещества в этом теле (системе):

$$\boxed{c_{\text{мол}} = \frac{C}{\nu} = \frac{\Delta Q}{\Delta T \cdot \nu}}$$ — молярная теплоёмкость тела (системы). (2)

Единицей измерения этой величины будет $\left[c_{\text{мол}}\right] = \frac{1\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Получим соотношение между удельной и молярной теплоёмкостями:

$$\boxed{c_{\text{мол}} = \frac{Q}{\Delta T \cdot \dfrac{m}{M}} = \frac{Q \cdot M}{\Delta T \cdot m} = c_{\text{уд}} \cdot M} \text{ —}$$

соотношение между молярной и удельной теплоёмкостями (3)

Теперь найдём молярную теплоёмкость идеального газа при изобарном и при изохорном процессах.

При изобарном процессе присутствуют и ΔU, и A', следовательно:

$$c_p = \frac{Q}{\nu \cdot \Delta T} = \frac{\Delta U + A'}{\nu \cdot \Delta T} = \frac{\Delta U}{\nu \Delta T} + \frac{A'}{\nu \Delta T} = \frac{\frac{i}{2}\nu R \Delta T}{\nu \Delta T} + \frac{\nu R \Delta T}{\nu \Delta T} = \frac{iR}{2} + R = R\frac{i+2}{2},$$

$\boxed{c_p = R\dfrac{i+2}{2}}$ — молярная теплоёмкость газа при изобарном процессе.

При изохорном процессе работа не совершается, $A'=0$, следовательно:

$$c_V = \frac{Q}{\nu \cdot \Delta T} = \frac{\Delta U + A'}{\nu \cdot \Delta T} = \frac{\Delta U}{\nu \Delta T} = \frac{\frac{i}{2}\nu R \Delta T}{\nu \Delta T} = \frac{iR}{2},$$

$\boxed{c_V = R\dfrac{i}{2}}$ — молярная теплоёмкость газа при изохорном процессе.

Соотношение между c_V и c_p можно записать в двух формах:

1) $\boxed{c_p = c_V + R}$ — закон Майера, и

2) $\boxed{\gamma = \dfrac{c_p}{c_V}}$ — коэффициент Пуассона.

Т. к. мы уже знаем, чему равно число степеней свободы у разных молекул, то можем вычислить и значения c_p и γ.

	формула	Одноатомные (i = 3)		Двухатомные (i = 5)	
c_p	$R\left(\dfrac{i+2}{2}\right)$	$\dfrac{5}{2}R$	$20{,}775\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$	$\dfrac{7}{2}R$	$29{,}085\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
γ	$\dfrac{i+2}{i}$	$\dfrac{5}{3}$	$1{,}66667$	$\dfrac{7}{5}$	$1{,}4$

Воздух представляет собой смесь газов, преимущественно двухатомных азота и кислорода, потому для него эксперименты дают значение $\gamma \approx 1{,}4$.

Для твёрдых тел теплоёмкости c_p и c_V будут почти одинаковыми. Это можно показать следующим образом. По определению $C = \dfrac{\Delta Q}{\Delta T}$, но $\Delta Q = \Delta U + p\Delta V$, тогда $C_p = \dfrac{\Delta U + p\Delta V}{\Delta T} = \dfrac{\Delta U}{\Delta T} + \dfrac{p\Delta V}{\Delta T} = C_V + \dfrac{p\Delta V}{\Delta T}$.

При нагревании твёрдых или жидких тел изменение объёма составляет около 10^{-6} первоначального объёма, поэтому вторым слагаемым можно пренебречь по сравнению с первым, что и позволяет говорить о равенстве $c_p = c_V$.

Для газов $\dfrac{\Delta V}{V}$ на два порядка больше, чем для твёрдых или жидких тел, потому пренебрегать вторым слагаемым нельзя, более того, оно будет составлять заметную долю теплоёмкости c_p.

7. Адиабатный процесс

Адиабатным процессом называют процесс изменения термодинамического состояния, происходящий без теплообмена с окружающей средой.

Какой процесс можно было бы считать адиабатным? Вопрос не столь простой. Условием адиабатности можно считать следующее условие: с одной стороны — процесс должен быть очень быстрым, чтобы за время процесса не успел произойти теплообмен, а с другой стороны — он должен быть медленным, чтобы промежуточные состояния *были обратимыми (квазистатичными).*

Процесс без теплообмена не является адиабатным, если он протекает настолько быстро, что промежуточные состояния не являются квазистатическими (обратимыми)!!!

Если в цилиндре поршень сжимает газ, то в каждый момент времени давление и температура газа должны быть одинаковыми по всему объёму. Для осуществления этого требования требуется некоторое время, называемое временем релаксации. Иначе поршень будет «сгребать» перед собой «сугроб» из молекул.

Первый закон термодинамики для адиабатного процесса будет иметь вид:

$$\Delta U + A' = 0, \text{ или } \Delta U = -A', \text{ или } \Delta U = A, \text{ где } A = -A'.$$

Если работа, совершаемая над газом внешними телами, будет положительной (отрицательной), то изменение внутренней энергии тоже будет положительным (отрицательным), следовательно, газ нагревается (остывает).

Пусть из некоторого одинакового начального состояния начинают расширяться две одинаковые порции газа. Одна порция расширяется изотермически, другая адиабатно. При увеличении объёмов газов на некоторую величину изотермический процесс приведёт к снижению давления только потому, что уменьшится концентрация молекул. В адиабатном же расширении газ уменьшает внутреннюю энергию и остывает. Давление при этом уменьшится за счёт уменьшения концентрации так же, как в и изотермическом процессе, но при этом давление ещё дополнительно уменьшится из-за уменьшения температуры. Поэтому давление в адиабатном процессе падает быстрее, чем в изотермическом процессе. Данный факт означает, что график адиабатного процесса в координатной плоскости pV будет пересекать график изотермического процесса. На качественном уровне мы уже приходим к выводу, что график адиабаты круче изотермы (рис. 13).

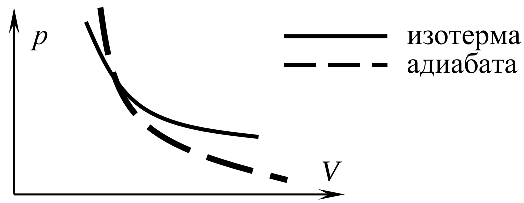

Рис. 13

Уравнение, отображающее изменения термодинамических параметров при адиабатном квазистатическом процессе, называют уравнением Пуассона. Не задаваясь целью рассмотрения вывода уравнения, запишем его в готовом виде в различных формах.

$\boxed{pV^{\gamma} = K = \text{const}}$ — уравнение Пуассона.

$\boxed{T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}}$ — уравнение Пуассона.

$\boxed{\dfrac{T^{\gamma}}{p^{\gamma-1}} = \text{const}}$ — уравнение Пуассона.

8. Тепловые машины

Тепловыми машинами называют такие термодинамические системы, которые периодически совершают прямой круговой цикл.

При совершении такого кругового процесса внутренняя энергия идеального газа, потраченная нагревателем на его проведение, лишь частично превращается в механическую работу.

То, что в работу превращается только часть внутренней энергии, видно уже из того, что положительная работа — это площадь фигуры, ограниченная графиками процессов, составляющих этот цикл. Площадь фигуры под циклом заметно больше, но её невозможно потратить полностью. Для работы такой машины необходимо иметь в наличии более нагретое тело (далее называемое «*нагревателем*») с температурой T_2 и менее нагретое тело (далее называемое «*холодильником*») с температурой T_1. Иначе получить положительную работу за цикл не удастся.

Вещество, производящее работу в тепловых машинах, называется *рабочим телом*. В качестве рабочего тела могут быть использованы различные тела, но в теоретическом рассмотрении мы будем считать, что рабочим телом такой машины является идеальный газ.

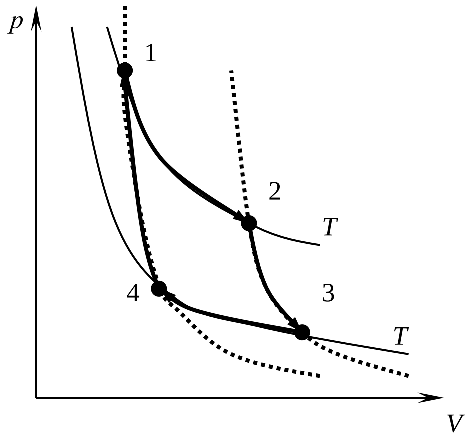

Рис. 14

Идеальная тепловая машина построена только на обратимых процессах, и цикл такой машины состоит из чередующихся изотермических и адиабатных процессов (рис. 14). Такой цикл предложил использовать для тепловых машин итальянец С. Карно, потому называют циклом Карно.

Рассмотрим потактно работу такой машины.

9. Цикл Карно

1-й такт. Изотермическое расширение: $T = T_2 = \text{const}$.

Пусть газ находится в цилиндре под поршнем при температуре T_2, и цилиндр помещаем на нагреватель с температурой T_2. Газ изотермически расширяется от объёма V_1 до объёма V_2 (рис. 15). Первый закон термодинамики для данного процесса принимает вид: $Q_2 = A_1'$, тем самым находим работу в этом процессе. Так же при изотермическом процессе работа может быть найдена как площадь под графиком процесса, и равна (формулу приводим без вывода):

$$A_1' = \nu R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

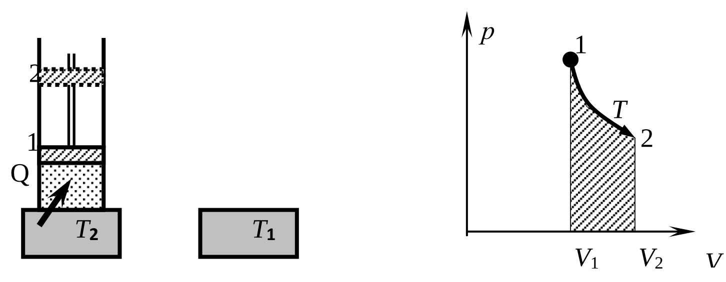

Рис. 15

2-й такт. Адиабатное расширение: $Q = 0$.

Удалим цилиндр с поршнем с нагревателя. Тем самым теплоизолируем его. Предоставим возможность газу расшириться адиабатно на столько, что его температура понизится от начальной T_2 до конечной T_1 (рис. 16). Первый закон термодинамики для данного процесса принимает вид:

$$\Delta U_{23} = -A_2',$$

тем самым находим работу в этом процессе. При адиабатном процессе работа может быть найдена как:

$$A_2' = -\frac{i}{2}\nu R(T_{\text{К}} - T_{\text{Н}}) = -\frac{i}{2}\nu R(T_1 - T_2).$$

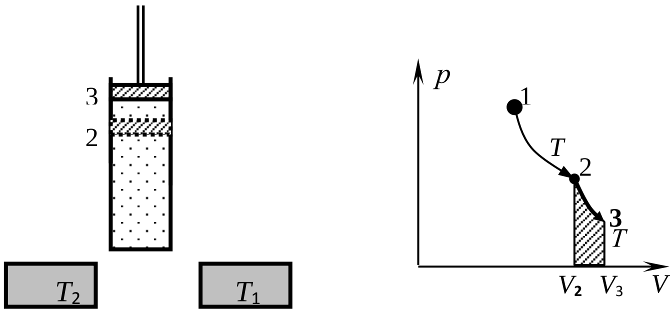

Рис. 16

3-й такт. Изотермическое сжатие: $T = T_1 = \text{const}$.

Поместим цилиндр с поршнем на холодильник с температурой T_1. Далее сжимаем газ от объёма V_3 до объёма V_4 при постоянной температуре (рис. 17). При этом часть внутренней энергии будет передаваться от рабочего тела (газа) к холодильнику (теряется газом).

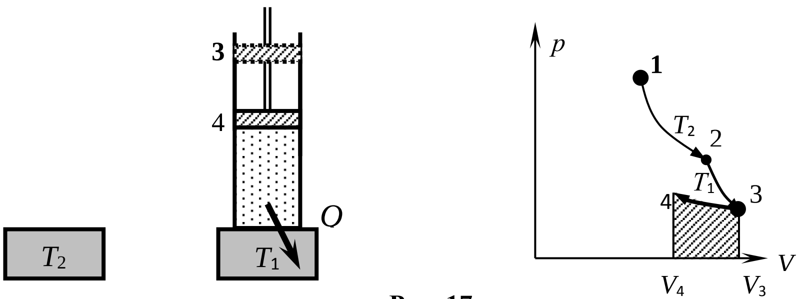

Рис. 17

Первый закон термодинамики для данного процесса принимает вид:

$$-Q_1 = A_3',$$

тем самым находим работу в этом процессе. Также известно, что при изотермическом процессе работа может быть найдена как площадь под графиком процесса, и равна:

$$A_3' = \nu RT_1 \ln\frac{V_4}{V_3}.$$

4-й такт. Адиабатное сжатие: $Q = 0$.

Удалим цилиндр с поршнем с холодильника. Тем самым теплоизолируем его. Сожмём газ адиабатно на столько, что его температура повысится от начальной T_1 до конечной T_2 (рис. 18). Первый закон термодинамики для данного процесса принимает вид:

$$\Delta U_{41} = -A'_4,$$

тем самым находим работу в этом процессе. При адиабатном процессе работа может быть найдена как:

$$A'_4 = -\frac{i}{2}\nu R(T_{\text{К}} - T_{\text{Н}}) = -\frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1).$$

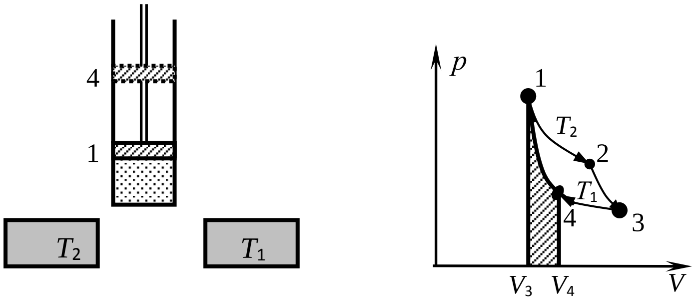

Рис. 18

Далее цикл за циклом идёт повторение процессов.

10. КПД тепловых машин

За каждый прямой цикл система совершает работу, которую можно назвать полезной и которую можно найти как алгебраическую сумму всех работ на каждом такте:

$$A'_{\text{полезн}} = A'_1 + A'_2 + A'_3 + A'_4 = Q_2 - \frac{i}{2}\nu R(T_1 - T_2) - Q_1 - \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) = Q_2 - Q_1.$$

Тратится же энергия (подводится к рабочему телу) только на первом такте в количестве Q_2 (затраты на четвёртом такте полностью скомпенсированы положительной работой второго такта).

Теперь имеем в наличии все данные для нахождения КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно:

$$\boxed{\eta = \frac{Q_{\text{полезн}}}{Q_{\text{затр}}} = \frac{A'_{\text{полезн}}}{Q_{\text{затр}}} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}}, \text{ или } \boxed{\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}}.$$

Вывод: КПД идеальных тепловых машин, состоящих из обратимых процессов, с данными температурами нагревателя и холодильника, находится по формулам:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}}$$ — максимальный КПД тепловых машин.

Можно доказать, что КПД может быть найден и по другой формуле:

$\boxed{\eta = 1 - \dfrac{T_1}{T_2}}$ — максимальный КПД тепловых машин с циклом Карно.

Сади Карно доказал, что тепловая машина с таким циклом имеет максимально возможный КПД.

Цикл Отто

Мы уже говорили о том, что цикл Карно позволяет получить максимальный из всех возможных КПД. В практической деятельности часто создаются машины, работа которых не нацелена на получение максимального КПД. Одним из таких примеров может служить цикл Отто, по которому работает бензиновый двигатель внутреннего сгорания (ДВС). На схеме показаны основные элементы двигателя и характерные точки положений поршня (рис. 19).

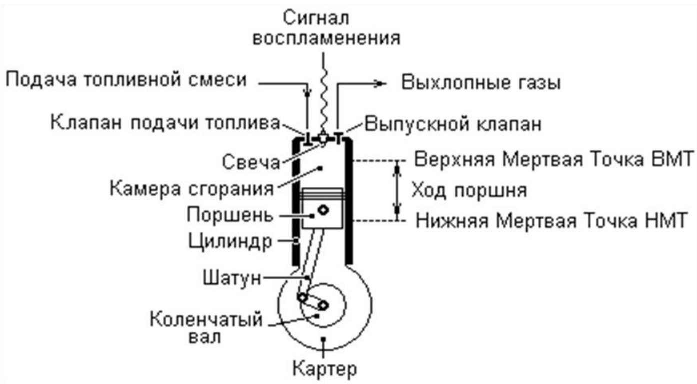

Рис. 19

Теперь рассмотрим более подробно работу ДВС по циклу Отто. В идеале он должен выглядеть так:

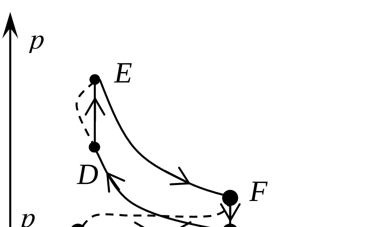

Рис. 20

А) Участок AB (см. рис. 20) соответствует второй части такта *выпуска*, где поршень поднимается от нижней до верхней мёртвой точки и выталкивает через открытый выпускной клапан остатки отработанных газов в атмосферу при атмосферном же давлении (см. рис. 19).

Б) На участке BC (см. рис. 20) (такт *впуск*) поршень совершает обратное движение к нижней мёртвой точке, но при этом клапан выпускной закрывается, впускной клапан открывается, и рабочая смесь воздуха и бензина поступает (втягивается при атмосферном давлении) в камеру сгорания.

В) На участке *CD* поршень вновь поднимается к верхней мёртвой точке и, при закрытых клапанах, сжимает рабочую смесь (такт *сжатие*). Сжатие идёт так быстро, что теплообмен практически не происходит, и процесс можно принять как адиабатный.

Г) В точке *D* на свечу зажигания подают высокое напряжение, рабочая смесь практически мгновенно сгорает, и давление возрастает в несколько раз при постоянном объёме.

Д) Далее на участке *EF* газ (отработанная смесь) совершает работу (такт *рабочий ход*). Процесс опять в первом приближении можно считать адиабатным, а клапаны на протяжении такта закрыты.

Е) Последним процессом будет расширение газа при открытии выпускного клапана (первая часть такта *выпуска*). Газ выходит лишь частично, давление падает до атмосферного. В действительности процесс сжатия и последующего возрастания давления после сгорания идёт сложнее, да и такт выпуска тоже идёт сложнее (показано пунктирной линией, и соответствует индикаторной диаграмме). Затем повторяются все выше перечисленные процессы.

Эксплуатация тепловых машин сопряжена с рядом факторов:

1) КПД реальных тепловых машин меньше, чем КПД машин, работающих по циклу Карно, но достигает 40% и более (для дизельных двигателей). Этот коэффициент можно повышать разными способами: добавлением присадок в топливо для более полного сгорания, уменьшением трения в узлах машины, совершенствованием систем охлаждения и зажигания.

2) тепловые машины являются источниками загрязнения окружающей среды: выхлопные газы (отработанная рабочая смесь) содержат много ядовитых (канцерогенных) веществ, и веществ, из которых образуются канцерогены.

3) Однако в значительно большей степени вредоносными для экологии являются не сами тепловые машины, а сопутствующие (обслуживающие) производства: топливная промышленность (добыча, транспортировка, переработка и вновь транспортировка топлива), производство и утилизация ГСМ, сеть Станций Технического Обслуживания, автодорожное строительство и содержание дорог. Каждая из названных категорий представляет собой сложную структуру, агрессивно воздействующую на природную среду.

Далеко не каждый человек осознал значение его простых действий (или бездействий) в развитии биосферы, техносферы и ноосферы.

11. Холодильные машины. Тепловой насос

Холодильными машинами называют термодинамические системы, которые периодически совершают обратный круговой процесс и служат для передачи количества теплоты от менее нагретого тела к более нагретому, используя для этого работу окружающих тел над рабочим телом. Они могут быть использованы для поддержания в некотором объёме камеры машины более низкой температуры, чем снаружи.

Наиболее эффективным круговым процессом опять можно выбрать цикл Карно, но теперь он должен совершаться в обратном направлении (см. рис. 21).

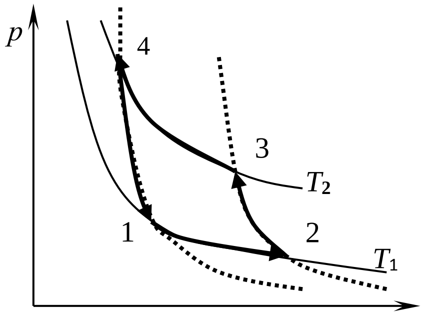

Рис. 21

Пусть вновь более нагретое тело имеет температуру T_2 (атмосфера), а менее нагретое T_1 (морозильная камера). Именно в нём и нужно поддерживать более низкую температуру, периодически отбирая у него часть внутренней энергии. Отобранную энергию нужно передавать более нагретому телу, т. е. окружающей среде.

$$A_{\text{затрач}} = -A'_{\text{за цикл}} = Q_2 - Q_1.$$

Полезным действием в таком круговом процессе будет передача теплоты в первом процессе от охлаждаемого тела к рабочему телу Q_1.

Эффективность такой теплопередачи характеризует холодильный коэффициент:

$\boxed{\eta = \dfrac{Q_1}{Q_2 - Q_1}}$ — холодильный коэффициент, или

$\boxed{\eta = \dfrac{T_1}{T_2 - T_1}}$ — холодильный коэффициент для цикла Карно.

Если применить холодильник (как агрегат) для обогрева помещения, то для этого будет необходимо: 1) количество теплоты Q_2, ранее передаваемое в окружающую среду, передавать теперь в обогреваемое помещение и 2) забирать теплоту не у морозильной камеры, а у окружающей среды (атмосферы). Такой агрегат называют тепловым насосом. Теперь полезным окажется именно Q_2, а затраченным вновь $Q_2 - Q_1$. По аналогии с холодильным коэффициентом, теперь уже отопительный коэффициент можно записать в виде:

$\boxed{\eta = \dfrac{Q_2}{Q_2 - Q_1}}$ — отопительный коэффициент, или

$\boxed{\eta = \dfrac{T_2}{T_2 - T_1}}$ — отопительный коэффициент для цикла Карно.

Нетрудно догадаться, что полученные коэффициенты могут оказаться больше единицы, т. е. больше 100%. Это вполне нормально. Наибольшее значение коэффициента будет тогда, когда температура в помещении мало отличается от температуры улицы (или температура морозильной камеры близка к комнатной). Для отопительного коэффициента значения лежат в интервале от 2 до 12. Это означает, что в комнату будет передано в 2 ÷ 12 раз больше теплоты, чем затрачено электрической энергии. Препятствием к широкому применению таких агрегатов является дороговизна их изготовления.

Примеры решения задач

Задача 1. Циклический тепловой процесс состоит из изохоры, изобары, снова изохоры и ещё одной изобары (см. рис. 22). (Считать известными величины, указанные на рисунке)

1) На каких участках процесса газ получает теплоту, а на каких отдаёт?

2) Чему равно изменение внутренней энергии в конце цикла?

3) Какую работу совершает газ за цикл?

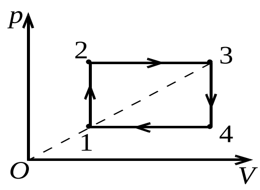

Рис. 22

Решение. 1) Для ответа на первый вопрос задачи необходимо определить **знак** количества теплоты для каждого участка цикла.

Процесс 1 – 2 – изохорный процесс, идущий с увеличением давления. В этом процессе внутренняя энергия газа увеличивается:

$$\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2} V_{12}(p_{23} - p_{14}) > 0$$

(здесь и далее двойной индекс означает равенство данной величины в двух состояниях (двух точках на диаграмме) $V_{12} = V_1 = V_2$ или $p_{23} = p_2 = p_3$), а работа газа равна нулю: $A_{1-2} = 0,$ т. к. объём газа не изменяется. Следовательно, на изохоре 1 – 2 газ получает теплоту: $\Delta Q_{1-2} = (\Delta U_{1-2} + A_{1-2}) > 0.$

Процесс 2 – 3 изобарный, идущий с увеличением объёма. В этом процессе внутренняя энергия газа увеличивается: $\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2} p_{2-3}(V_{34} - V_{12}) > 0,$ а работа газа при увеличении объёма положительна: $A_{2-3} = p_{23}(V_{34} - V_{12}) > 0.$ Следовательно, на изобаре 2 – 3 газ получает теплоту:

$$\Delta Q_{2-3} = (\Delta U_{2-3} + A_{2-3}) > 0.$$

Процесс 3 – 4 – изохорный процесс, идущий с уменьшением давления.
В этом процессе внутренняя энергия газа уменьшается:

$\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2} V_{34}(p_{14} - p_{23}) < 0,$ а работа газа равна нулю: $A_{3-4} = 0$, т. к. объём газа не изменяется. Следовательно, на изохоре 3 – 4 газ отдаёт теплоту: $\Delta Q_{3-4} < 0.$

Процесс 4 – 1 изобарный, идущий с уменьшением объёма. В этом процессе внутренняя энергия газа уменьшается: $\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2} p_{14}(V_{12} - V_{34}) < 0,$ а работа газа при уменьшении объёма отрицательна: $A_{4-1} = p_{14}(V_{12} - V_{34}) < 0.$ Следовательно, на изобаре 4 – 1 газ отдаёт теплоту: $\Delta Q_{4-1} = (\Delta U_{4-1} + A_{4-1}) < 0.$

2) Второй вопрос требует от нас анализа итогового изменения внутренней энергии. Так как цикл замкнутый, то термодинамическая система возвращается в исходное состояние, следовательно, внутренняя энергия не изменяется (внутренняя энергия, являясь функцией состояния, определяется только температурой. Температура же после совершения замкнутого цикла примет первоначальное значение). Следовательно,

$$\Delta U_{1-2-3-4-1} = 0.$$

3) Работа за цикл равна сумме работ в отдельных процессах:

$$A_{1-2-3-4-1} = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} = A_{2-3} + A_{4-1} =$$
$$= p_{23}(V_{34} - V_{12}) + p_{14}(V_{12} - V_{34}) = (p_{23} - p_{14})(V_{34} - V_{12}).$$

На pV-диаграмме это есть площадь фигуры, ограниченной графиками процессов, составляющих цикл.

Для нахождения работы за цикл можно складывать не работы, а количества теплоты, потраченные в отдельных процессах цикла. Докажем это:

$$A_{1-2-3-4-1} = \Delta Q_{1-2} + \Delta Q_{2-3} + \Delta Q_{3-4} + \Delta Q_{4-1} =$$
$$= (\Delta U_{1-2} + A_{1-2}) + (\Delta U_{2-3} + A_{2-3}) + (\Delta U_{3-4} + A_{3-4}) + (\Delta U_{4-1} + A_{4-1}) =$$
$$= (\Delta U_{1-2} + \Delta U_{2-3} + \Delta U_{3-4} + \Delta U_{4-1}) + (A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1}) =$$
$$= A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1}.$$

Здесь использован тот факт, что для цикла изменение внутренней энергии системы равно нулю:

$$\Delta U_{1-2} + \Delta U_{2-3} + \Delta U_{3-4} + \Delta U_{4-1} = \Delta U_{1-2-3-4-1} = 0.$$

Если процесс не круговой (система не возвращается в исходное состояние), то $\sum U_{i-k} \neq 0$ и такой способ расчёта работы не применим.

Задача 2. Для циклического процесса, который состоит из изохоры, изобары, снова изохоры и ещё одной изобары (см. рис. к задаче 1) найти КПД цикла.

Решение. Для получения коэффициента полезного действия необходимо найти: 1) количество теплоты, потраченное (оно же получено рабочим телом) на проведение цикла, и 2) полезную работу, совершенную за цикл.

Тогда КПД находим по известной формуле:

$$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_{\text{подв}}}$$

Затраты количества теплоты происходили на первом изохорном процессе:

$$\Delta Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} = \Delta U_{1-2} = \frac{i}{2} V_{12}(p_{23} - p_{14}) > 0 \quad \text{и}$$

на втором процессе – изобарном расширении:

$$\Delta Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} + A_{2-3} = \frac{i}{2} p_{2-3}(V_{34} - V_{12}) + p_{23}(V_{34} - V_{12}) > 0.$$

Всего затрачено (а рабочим телом получено)

$$\Delta Q_{1-3} = \Delta U_{1-3} + A_{1-3} = \frac{i}{2}(p_{23}V_{34} - p_{14}V_{12}) + p_{23}(V_{34} - V_{12}) =$$
$$= \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \nu R(T_3 - T_2).$$

Т. к. тепло подводится на участках 1 – 2 и 2 – 3 (т. е. на участке 1 – 3), то

$$\eta = \frac{A_{1-2-3-4-1}}{\Delta Q_{1-3}}.$$

2) Работа за цикл находится уже рассмотренным в предыдущем примере способом:

$$A_{1-2-3-4-1} = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} = A_{2-3} + A_{4-1} =$$
$$= p_{23}(V_{34} - V_{12}) + p_{14}(V_{12} - V_{34}) = (p_{23} - p_{14})(V_{34} - V_{12}) =$$
$$= \nu R(T_3 - T_2 - T_4 + T_1).$$

При получении окончательной формулы использовано уравнение состояния идеального газа.

Найдём КПД:

$$\eta = \frac{A_{1-2-3-4-1}}{\Delta Q_{1-3}} = \frac{\nu R(T_3 - T_2 - T_4 + T_1)}{\frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \nu R(T_3 - T_2)} = \frac{T_3 - T_2 - T_4 + T_1}{\frac{i}{2}(T_3 - T_1) + (T_3 - T_2)} \quad \text{или}$$

$$\eta = \frac{A_{1-2-3-4-1}}{\Delta Q_{1-3}} = \frac{(p_{23} - p_{14})(V_{34} - V_{12})}{\frac{i}{2}(p_{23}V_{34} - p_{14}V_{12}) + p_{23}(V_{34} - V_{12})} =$$
$$= \frac{(p_{23} - p_{14})(V_{34} - V_{12})}{\frac{i}{2}V_{12}(p_{23} - p_{14}) + (\frac{i}{2} + 1)p_{23}(V_{34} - V_{12})}.$$

Пусть $p_{23} = 2p_{14}$, $i = 3$, $V_{34} = 3V_{12}$. Тогда для такого случая получаем:

$$\eta = \frac{2p_{14}V_{12}}{1{,}5p_{14}V_{12} + 10p_{14}V_{12}} = \frac{2}{11{,}5} = \frac{4}{23} \approx 0{,}17.$$

Задача 3. Воздух в комнате объёмом 100 м^3 прогрели от $t_1 = 10^\circ$C до $t_2 = 50^\circ$C. Давление воздуха – нормальное атмосферное. На сколько изменились масса и внутренняя энергия воздуха в комнате при повышении температуры?

Решение. Для ответа на первый вопрос воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона: $pV = \frac{m}{M}RT$, откуда $m = \frac{pVM}{RT}$. С учётом того, что процесс происходит без изменения давления и объёма, то

$$\Delta m = \frac{p_0VM}{R}(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}).$$

$$\Delta m = \frac{1}{R}p_0VM\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \approx -15{,}3 \text{ кг}.$$

Минус указывает на убыль массы воздуха в комнате.

Для изменения внутренней энергии запишем: $\Delta U = \frac{i}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$. Заметим, что $p_2 = p_1 = p_0$, также $V_2 = V_1 = V$. Эти факты указывают на то, что внутренняя энергия воздуха в комнате не изменяется: $\Delta U = \frac{i}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 0$.

Из результата можно понять, что убыль внутренней энергии за счёт уменьшения массы равна приросту внутренней энергии за счёт увеличения температуры.

Тогда возникает вопрос целесообразности отопления зданий, ведь внутреннюю энергию при этом мы не увеличиваем. Ответ на вопрос лежит совсем в другой области: увеличение температуры воздуха помогает нашему организму терять меньше энергии (закон Фурье) и тем самым поддерживать скорость химических реакций обмена веществ в организме (метаболизм) на необходимом комфортном уровне.

Задача 4. Идеальный одноатомный газ молярной массы M в количестве ν моль нагревается так, что температура растёт по закону $T = \alpha V^2$, где $\alpha = \text{const}$.

1) Найти работу, совершённую газом при увеличении его объёма от V_1 до V_2.

2) Поглощается или выделяется теплота в таком процессе?

3) Чему равна молярная теплоёмкость газа в таком процессе?

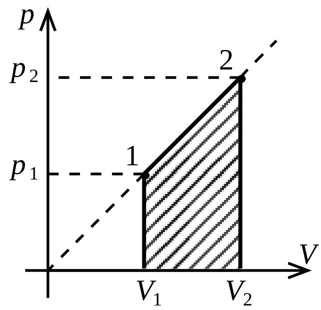

Рис. 23

Решение. 1) Определим сначала, как давление в этом процессе зависит от объёма при изображении процесса на pV-диаграмме. Для этого воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона: $pV = \nu RT = \nu R \cdot \alpha V^2$.

Тогда получим, сокращая объём, что: $p = \nu R \cdot \alpha V = \beta \cdot V$, где $\nu R \cdot \alpha = \beta$. Видим, что давление изменяется прямо пропорционально объёму, и графиком процесса на pV-диаграмме будет отрезок 1 – 2, лежащий на прямой, проходящей через начало координат (см. рис. 23).

Работа численно равна площади фигуры под графиком процесса на данной диаграмме. Площадь можно найти геометрически, как площадь трапеции:

$$A' = \frac{(p_1 + p_2)}{2}(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(\beta V_1 + \beta V_2)(V_2 - V_1) = \frac{\beta}{2}(V_2^2 - V_1^2) = \frac{\nu R\alpha}{2}(V_2^2 - V_1^2).$$

2). Так как объём газа увеличивается, и давление тоже растёт, то:

а) Работа газа положительна $A' > 0$,

б) Температура и, как следствие, внутренняя энергия увеличиваются $\Delta U > 0$.

Следовательно, в этом процессе газ получает теплоту $\Delta Q = \Delta U + A' > 0$.

3). Молярная теплоёмкость процесса определяется отношением:

$$c_{\text{мол}} = \frac{\Delta Q}{\nu \cdot \Delta T} = \frac{\Delta U + A'}{\nu \cdot \Delta T} = \frac{\frac{i}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{(p_1 + p_2)}{2}(V_2 - V_1)}{\nu \cdot \alpha(V_2^2 - V_1^2)} =$$

$$= \frac{\frac{i}{2}\beta(V_2^2 - V_1^2) + \frac{\beta}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right)}{\nu \cdot \alpha(V_2^2 - V_1^2)}.$$

$$c_{\text{мол}} = \frac{\frac{i}{2}\beta + \frac{\beta}{2}}{\nu \cdot \alpha} = \frac{\frac{\nu R\alpha}{2}(i+1)}{\nu\alpha} = \frac{(i+1)R}{2}.$$

Для одноатомного газа $\left(i = 3\right)$ получаем

$$c_{\text{мол}} = \frac{(3+1)8{,}31\text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}}{2} = 16{,}62\text{Дж/}\left(\text{моль}\cdot\text{К}\right).$$

Задача 5. В цилиндре под поршнем находится $\nu = 0{,}5$ моль воздуха при температуре $T_0 =$ 300 К. Во сколько раз увеличится объём газа при сообщении ему количества теплоты $Q = 13{,}2$ кДж?

Решение. Из текста задачи следует, что процесс нагрева газа идёт изобарно (находится в цилиндре под поршнем). Молярная теплоёмкость в таком процессе равна $c_P = (\frac{i}{2}+1)R = \frac{7}{2}R.$

Количество теплоты, потраченное (полученное газом) в процессе,

$$\Delta Q = c_p \cdot \nu \cdot \Delta T = \frac{c_p}{R} \cdot \nu R \Delta T = \frac{c_p}{R} \cdot p\Delta V.$$

Неизвестное давление p выразим из уравнения Менделеева – Клапейрона:

$pV = \frac{m}{M}RT,$ откуда $p = \frac{m}{MV}RT = \frac{\nu RT}{V}.$ Подставляя это выражение в предыдущее, получим:

$\Delta Q = \frac{c_p}{R} \cdot p\Delta V = \frac{c_p}{R} \cdot \frac{\nu R T_0}{V_0} \cdot (V_1 - V_0) = c_p \nu T_0 (\frac{V_1}{V_0} - 1),$ откуда для искомой величины находим

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{\Delta Q}{c_p \nu T} + 1, \qquad \frac{V_1}{V_0} = \frac{13{,}2\ \text{кДж}}{29{,}085\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} \cdot 0{,}5\ \text{моль} \cdot 300\text{К}} + 1 = 4.$$

Задача 6. Моль гелия расширяется в изотермическом процессе 1 – 2, совершая работу величиной A_{12}. Затем газ охлаждается в изобарическом процессе 2 – 3 и, наконец, в адиабатическом процессе 3 – 1 возвращается в исходное состояние (рис. 24). Какую работу совершил газ в замкнутом цикле, если разность максимальной и минимальной температур газа в нём составила величину ΔT градусов?

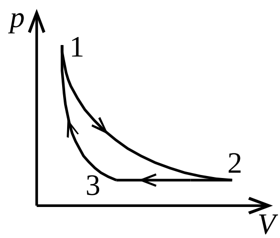

Рис.24

Решение. Вспомним, что работа за цикл (замкнутый процесс) равна сумме количеств теплоты, потраченных (переданных газу) в каждом из процессов:

$$A_{1-2-3-1} = \Delta Q_{1-2} + \Delta Q_{2-3} + \Delta Q_{3-1}.$$

Теперь запишем первый закон термодинамики для каждого процесса в отдельности:

1) В первом процессе температура не изменяется, вся энергия идёт на совершение работы
$$\Delta Q_{1-2} = \Delta U_{12} + A_{12} = 0 + A_{12} = A_{12}.$$
2) Во втором процессе температура падает от T_2 до T_3, и данная величина составляет заданную в условии задачи разность температур ΔT (т. к. T_3 – минимальная температура, а T_1=T_2, тогда
$$(T_1 - T_3) = (T_2 - T_3) = \Delta T.$$
$$\Delta Q_{2-3} = \Delta U_{23} + A'_{23} = -\frac{i}{2}\nu R\Delta T - \nu R \Delta T = -(\frac{i}{2}+1)\nu R \Delta T.$$

3) Для адиабатного процесса 3-1 имеем (по определению адиабатного процесса):

$$\Delta Q_{3-1} = 0.$$

Сложим полученные результаты и получим ответ:

$$A_{1-2-3-1} = \Delta Q_{1-2} + \Delta Q_{2-3} + \Delta Q_{3-1} = A_{12} - (\frac{i}{2}+1)\nu R\Delta T + 0.$$

Или окончательно для гелия:

$$A_{1-2-3-1} = A_{12} - \frac{5}{2}\nu R\Delta T.$$

Задача 7. В проточном калорифере исследуемый газ пропускают по трубопроводу и нагревают электронагревателем (см. рис. 25). При этом измеряют количество газа, пропускаемого через трубопровод в единицу времени, и температуру газа перед и за нагревателем. При продувании воздуха в калориметре температура за нагревателем оказалось на величину $\Delta T = 5$ К выше, чем перед нагревателем. Массовый расход воздуха m_τ= 720 кг/ч. Определить мощность нагревателя N. Считать, что вся теплота, выделяемая нагревателем, отдаётся газу.

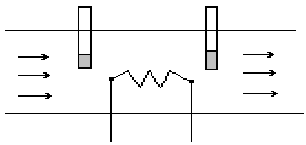

Рис. 25

Решение. Рассмотрим часть газа, находящегося в трубе в той части, где расположен нагреватель (между сечениями 1 и 2) (рис. 26). Первый термометр (T_1) находится перед рассматриваемой областью, а второй (T_2) за ней.

Запишем первый закон термодинамики для выделенной части газа:

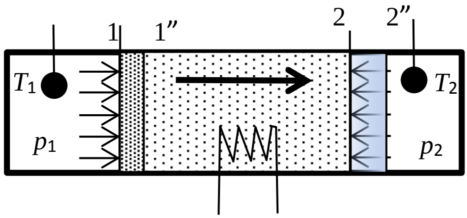

Рис. 26

$$\Delta Q = \Delta U + A'.$$

Теперь рассмотрим подробнее каждое слагаемое в этом уравнении.

Количество теплоты, получаемое газом от нагревателя за время Δt, можно записать так:

$$\Delta Q = N \cdot \Delta t.$$

Изменение внутренней энергии для $\Delta\nu$ молей воздуха, прошедших через выделенную область за время Δt, определяется выражением

$$\Delta U = \frac{i}{2}\Delta\nu R(T_2 - T_1).$$

Работа A' газа над окружающими телами складывается из работы A_1' газа при перемещении его левой границы (сечение 1, перемещение 1–1”) и работы A_2' газа при перемещении его правой границы (сечение 2, перемещение 2–2”):

$$A' = A_1' + A_2'.$$

Заметим, что $A_1' < 0$ (газ в этой области сжимается), а $A_2' > 0$ (газ в области расширяется).

Процесс совершения работы слева идёт при постоянной температуре T_1 и постоянном внешнем давлении p_1. Совершение этой работы приводит к введению в рассматриваемую область дополнительно $\Delta\nu_1$ моль газа (показан как закрашенный участок справа от сечения 1), занимающих объём ΔV_1. Для A_1' получаем

$$A_1' = -p_1\Delta V_1 = -\Delta\nu_1 \cdot R \cdot T_1.$$

Процесс совершения работы справа идёт при постоянной температуре T_2 и постоянном внешнем давлении p_1. Совершение этой работы приводит к выведению из рассматриваемой области объёма газа $\Delta\nu_2$ моль газа (показан на рисунке выделенным объёмом справа от сечения 2), занимающих объём ΔV_2. Для A_2' получаем:

$$A_2' = p_2\Delta V_2 = \Delta\nu_2 \cdot R \cdot T_2.$$

При стационарном процессе нагрева воздуха количество вошедшего воздуха равно количеству вышедшего: $\Delta\nu_1 = \Delta\nu_2 = \Delta\nu$. Тогда работа A' равна

$$A' = A_1' + A_2' = -\Delta\nu RT_1 + \Delta\nu RT_2 = \Delta\nu R(T_2 - T_1).$$

С учётом вышеизложенного перепишем первый закон термодинамики для рассматриваемой ситуации:

$$N \cdot \Delta t = \frac{i}{2}\Delta\nu R(T_2 - T_1) + \Delta\nu R(T_2 - T_1) = (\frac{i}{2}+1)\Delta\nu R(T_2 - T_1).$$

Любопытно заметить, что процесс нагрева воздуха проходит так, что его описание совпадает с процессом изобарного нагрева.

Теперь подробнее остановимся на массовом расходе воздуха m_τ.

$$m_\tau = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta\nu \cdot M}{\Delta t}, \text{ тогда } \Delta\nu = m_\tau \frac{\Delta t}{M},$$

$$N \cdot \Delta t = (\frac{i}{2}+1)\Delta\nu R(T_2 - T_1) = (\frac{i}{2}+1)m_\tau \frac{\Delta t}{M} R(T_2 - T_1).$$

Откуда получаем ответ:

$$N = (\frac{i}{2}+1)\frac{m_\tau}{M}R(T_2 - T_1) = (3{,}5)\frac{720\text{кг}}{3600\text{с}\cdot 0{,}029\frac{\text{кг}}{\text{моль}}}\cdot 8{,}31\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}\cdot 5\text{К} \approx 1000 \text{ Вт}.$$

Задача 8. С идеальным одноатомным газом проводят циклический процесс 1 – 2 – 3 – 1, состоящий из адиабатического расширения 1 – 2, расширения в процессе 2 – 3, в котором теплоёмкость газа оставалась постоянной, и сжатия в процессе 3 – 1 с линейной зависимостью давления от объёма (см. рис. 27). Известно, что связь между температурами и объёмами в промежуточных состояниях 1, 2 и 3 выражается соотношениями: $T_1 = 2T_2 = T_3$, $V_3 = 4V_1$. Найдите молярную теплоёмкость газа в процессе 2 – 3, если работа, совершённая над газом в цикле, составляет 7/15 от работы, совершённой над газом в процессе 3 – 1.

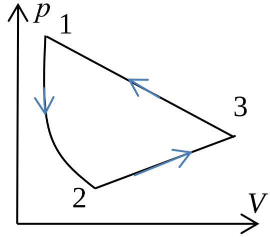

Рис. 27

Решение. Первый закон термодинамики для процесса 1 – 2 можем записать так:

$$\Delta Q_{12} = 0 \text{ (адиабатическое расширение).}$$

Для процесса 2 – 3 первый закон термодинамики можно записать так:

$$\Delta Q_{23} = c_{23} \cdot \nu (T_3 - T_2).$$

И, наконец, для процесса 3 – 1 имеем:

$$\Delta Q_{31} = \Delta U_{31} + A'_{31} = 0 + \left(\frac{p_1 + p_3}{2}\right)(V_1 - V_3) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{15}{4} p_3 V_3 = -\frac{15}{8} \nu R T_1.$$

Работа газа за весь цикл равна сумме количеств теплоты:

$$A_{1-2-3-1} = \Delta Q_{1-2} + \Delta Q_{2-3} + \Delta Q_{3-1} = 0 + c_{23} \nu (T_3 - T_2) - \frac{15}{8} \nu R T_1.$$

$$A_{1-2-3-1} = \frac{7}{15} A_{31} = -\frac{7}{15} \cdot \frac{15}{8} \nu R T_1.$$

Приравняем:

$$-\frac{7}{15} \cdot \frac{15}{8} \nu R T_1 = c_{23} \nu (T_3 - T_2) - \frac{15}{8} \nu R T_1.$$

Откуда, с учётом соотношений температур $T_1 = 2T_2 = T_3$,

искомая теплоёмкость будет равна $c_{23} = 2R$.

Задача 9. Газообразный гелий совершает цикл, состоящий из изобарического расширения 1 – 2, адиабатического процесса 2 – 3 и изотермического сжатия 3 – 1 (см. рис. 28). Отношение работы газа в адиабатическом процессе к работе над газом при его сжатии равно β.

1) Найти отношение работы газа в процессе 1 – 2 к работе над газом при его сжатии.

2) Найти КПД цикла.

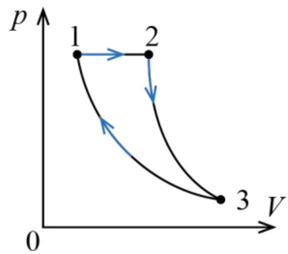

Рис. 28

Решение. 1) $A'_{12} = \delta R(T_2 - T_1) = \delta R(T_2 - T_3)$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A'_{12} = \frac{5}{2} \delta R(T_2 - T_3)$$

Q_{12} – затраченная энергия.

2) $O = \Delta U_{23} + A'_{23} \Rightarrow$

$$\Rightarrow A'_{23} = -\frac{3}{2} \delta R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \delta R(T_2 - T_3).$$

3) $A'_{31} = -\dfrac{A'_{23}}{\beta} = \dfrac{-\frac{3}{2}\delta R(T_2 - T_3)}{\beta}$;

$$A'_{13} = \frac{3\delta R(T_2 - T_3)}{2\beta};$$

$$\frac{A'_{12}}{A_{13}} = \frac{\delta R(T_2 - T_3) 2\beta}{3\delta R(T_2 - T_3)} = \frac{2}{3}\beta$$

$$\eta = \frac{A'_{123}}{Q_{12}} = \frac{A'_{12} + A'_{23} + A'_{31}}{\Delta U_{12} + A'_{12}} = 1 - \frac{3}{5\beta}.$$

Задача 10. Горизонтальный цилиндр длины $L=0{,}5$ м вначале открыт в атмосферу и заполнен воздухом при температуре $T_0=300$ К. Цилиндр плотно закрывают тонким поршнем и охлождают. Поршень смещается и останавливается на расстоянии $h=0{,}4$ м от дна. Далее щилиндр нагревают до температуры T_0, при которой поршень останавливается на расстоянии $H=0{,}46$ м от дна. Атмосферное давление $p_0=100$ кПа, площадь поперечного сечения цилиндра $S=0{,}1$ м^2. Внутренняя энергия воздуха $U=\frac{5}{2}pV$, где p – давление, V – объём. Считать силу трения, действующую на поршень, постоянной в процессе движения поршня.

1) До какой температуры T_1 был охлаждён воздух в цилиндре?

2) Найдите силу трения $F_{\text{тр}}$, действующую на поршень в процессе движения поршня.

3) Какое количество Q теплоты подвели к воздуху в цилиндре в процессе нагревания к тому моменту, когда поршень начал смещаться?

Решение. 1) $p_0SL=\delta RT_0$.

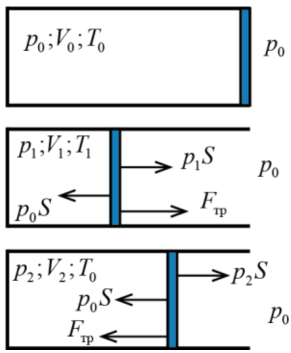

Рис. 29

$$2)\quad p_1V_1=\left(p_0-\frac{F_{\text{тр}}}{S}\right)Sh=\delta RT_1.$$

$$3)\quad p_2V_2=\left(p_0+\frac{F_{\text{тр}}}{S}\right)SH=\delta RT_0.$$

Из 2) и 3) следует, что $2p_0=\dfrac{\delta RT_1}{Sh}+\dfrac{\delta RT_0}{SH}$;

т. к. из 1) $\dfrac{\delta R}{S}=\dfrac{p_0L}{T_0}$, то $\dfrac{2T_0}{L}=\dfrac{T_1}{h}+\dfrac{T_0}{H}$, откуда $T_1=T_0h\dfrac{2H-L}{HL}=219$ К;

т. к. $p_0S=p_1S+F_{\text{тр}}$, то $F_{\text{тр}}=S(p_0-p_1)$.

Из 1) и 2) следует, что $\dfrac{p_0L}{p_1h}=\dfrac{T_0}{T_1}$, тогда $F_{\text{тр}}=Sp_0\left(1-\dfrac{T_1L}{T_0h}\right)=875$ Н, $Q=\Delta U$;

т. к. $A'=0$ (поршень неподвижен)

$$Q=\frac{5}{2}\delta R(T_0-T_1)=\frac{5}{2}\frac{p_0SL}{T_0}(T_0-T_1)=3375\text{ Дж}.$$

Контрольные вопросы

1. Температура воздуха в городе, как утверждают метеорологи, на 3 – 5 градусов выше, чем в пригороде (даже цветы весной на улице зацветают на несколько дней раньше, чем за городом). Температура воздуха в городе тоже не везде одинакова. Какова особенность наиболее теплой части города (острова тепла), где в городе она расположена? Перечислите, по возможности, основные причины, приводящие к повышению температуры. Какую роль в этих процессах играют законы термодинамики?

2. Совершив выход в открытый космос, космонавты перемещаются и выполняют все движения удивительно медленно. Чем обусловлена эта медлительность?

3. Почему для изобарного нагревания одной и той же порции газа на одну и ту же температуру потребуется бо́льшее количество теплоты, чем для изохорного процесса? На сколько больше энергии потребуется для проведения изобарного процесса для 1 моль газа, чем для изохорного, если газ нагрелся на 1 К?

4. В цилиндре под поршнем находится идеальный газ в количестве 3 моль. Газ нужно нагреть на 1 К. Есть две возможности:

а) закрепить поршень и нагреть;

б) нагреть не закрепляя поршень.

В каком случае потратить придётся больше тепла, на сколько, и почему?

5. Над некоторой порцией идеального газа совершают процесс, показанный на рисунке 30. На каких участках цикла, порция газа получала тепло, а на каких отдавала? На каких участках цикла, работа газа была положительной, а на каких отрицательной?

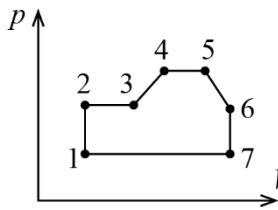

Рис. 30

6. Двухатомный идеальный газ занимает объём 1 л при давлении 110 кПа. Найти суммарную кинетическую энергию поступательного движения всех молекул газа.

7. Сосуд с гелием движется по прямой со скоростью $v = 100$ м/с. На сколько возрастёт температура газа, если сосуд остановить? Объём сосуда V. Сосуд с газом теплоизолирован. Теплоёмкостью сосуда пренебречь.

8. Один моль гелия находится при температуре $T = 273$ К. Далее газ расширяется так, что объём и давление увеличиваются на 2%. Изменения параметров газа считать малыми.

1) Вычислите приращение ΔT температуры газа.

2) Какую работу ΔA совершил газ в процессе расширения?

3) Найдите молярную теплоёмкость C газа в этом процессе.

9. Кипятильник мощностью 800 Вт нагрел тонкое ведро с водой лишь до $95^\circ C$. За какое время после выключения кипятильника ведро остынет до $94^\circ C$? Масса воды 10 кг.

10. В палатке, покрытой сверху шерстяными одеялами, пол застелен теплонепроницаемым войлоком. Одинокий спящий индеец начинает мёрзнуть в палатке при уличной температуре воздуха $12^\circ C$, а два спящих индейца начинают мёрзнуть в этой палатке при уличной температуре воздуха $8^\circ C$. При какой температуре воздуха индейцы начинают пользоваться палатками? При какой температуре воздуха в палатке станет холодно трём индейцам? Считайте, что количество теплоты, теряемой палаткой в единицу времени, пропорционально разности температур воздуха внутри и снаружи.

11. Почему металл кажется холоднее дерева? Всегда ли верно это утверждение?

Задачи

1. Горизонтальный цилиндр длины $L = 1{,}2$ м вначале открыт в атмосферу и заполнен воздухом. Цилиндр плотно закрывают тонким поршнем и охлаждают до температуры $T_1 = 300$ К. Поршень смещается и остававливается на расстоянии $h = 0{,}6$ м от дна. Далее цилиндр нагревают до начальной трепмературы, при которой поршень останавливается на расстоянии $H = 1$ м от дна. Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа, площадь поперечного сечения цилиндра $S = 0{,}1\,\text{м}^2$. Внутренняя энергия воздуха $U = \left(\frac{5}{2}\right)pV$, где p – давление, V – объём. Считать силу трения, действующую на поршень, постоянной в процессе движения поршня.

1) Найдите начальную температуру T_0 воздуха.

2) Найдите силу трения $F_{\text{тр}}$, действующую на поршень в процессе движения поршня.

3) Какое количество Q теплоты отвели от воздуха в цилиндре в процессе охлаждения к тому моменту, когда поршень начал смещаться?

2. Газообразный гелий нагревается (непрерывно повышается температура) от тремпературы T_0 в процессе, в котором молярная теплоёмкость газа зависит от температуры T по закону $c = \alpha R \frac{T}{T_0}$, где α – неизвестная численная константа.

1) Найти α, если известно, что при нагревании до температуры $T_1 = \frac{5T_0}{4}$ газ совершил работу, равную нулю.

2) Найти температуру T_2, при достижении которой газ занимал минимальный объём в процессе нагревания.

3. Газообразный гелий совершает цикл, состоящий из изобарического расширения $1-2$, адиабатического процесса $2-3$ и изотермического сжатия $3-1$ (см. рис. 31). КПД цикла равен η.

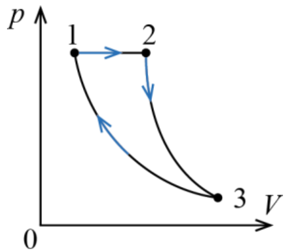

Рис. 31

1) Найти отношение работы газа за цикл к работе газа в процессе $2-3$.

2) Найти отношение работы газа в процессе $2-3$ к работе над газом при его сжатии.

4. В расположенном горизонтально цилиндре, слева от закреплённого поршня находится идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 1$ моль. В правой части цилиндра вакуум, а пружина, расположеная между поршнем и стенкой, недеформирована (рис. 32). Цилиндр теплоизолирован от окружающей среды. Когда поршень освободили, объём, занимаемый газом, увеличился вдвое. Найти конечную температуру и давление, если первоначальная температура T, а давление p. Теплоёмкости цилиндра, поршня и пружины пренебрежимо малы.

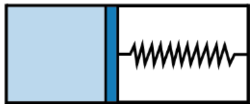

Рис. 32

5. Теплоёмкость некоторых материалов может зависеть от температуры. Рассмотрим брусок массы $m_1 = 1$ кг, изготовленный из материала, удельная теплоёмкость которого зависит от температуры t по закону $c = c_1(1+\alpha t)$, где $c_1 = 1{,}4 \cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot ^\circ$C) и $\alpha = 0{,}014\,^\circ\text{C}^{-1}$. Такой брусок, нагретый до температуры $t_1 = 100^\circ$C, опускают в калориметр, в котором находится некоторая масса m_2 воды при температуре $t_2 = 20^\circ$C. После установления теплового равновесия температура в калориметре оказалась равной $t_0 = 60^\circ$C. Пренебрегая теплоёмкостью калориметра и тепловыми потерями, определите массу m_2 воды в калориметре. Известо, что удельная теплоёмкость воды $c_2 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot ^\circ$C).

6. В длинный вертикальный цилиндрический сосуд наливают воду, температура которой $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Высота уровня воды в сосуде $H = 20$ м. На сколько изменится высота содержимого сосуда, если температура воды внутри сосуда понизится до $t_1 = -0{,}01^\circ\text{C}$? Удельная теплота плавления льда $q = 335$ кДж/кг, плотность льда $\rho_л = 920\ \text{кг}/\text{м}^3$. Изменение температуры ΔT плавления льда можно считать связанным с изменением внешнего давления Δp соотношением

$$\Delta T = \frac{T}{q}\left(\frac{1}{\rho_в} - \frac{1}{\rho_л}\right)\Delta p,$$

где T – температура смеси «лёд-вода», а $\rho_в$ – плотность воды.

Указание. Считайте, что лёд к стенкам сосуда не примерзает.

7. С ν молями идеального газа проводится циклический процесс, состоящий из двух изохор 1 – 2 и 3 – 4 и двух процессов 2 – 3 и 4 – 1 с линейной зависимостью давления от объёма. Температура газа в состояниях 1 и 4 равна T, а в состоянии 2 и 3 равна $2T$ (рис. 33). Найдите работу, совершаемую газом в цикле 1 – 2 – 3 – 4 – 1, если давление в состояниях 1 и 3 равны.

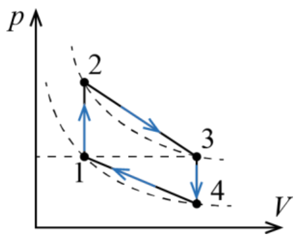

Рис. 33

8. Теплоизолированный горизонтальный цилиндр с гладкими стенками делится не проводящим теплоту поршнем на два объёма, в которых находятся по одному молю гелия при температуре $T_0 = 300$ К. В левой части цилиндра на некоторое время включается нагреватель. В результате поршень перемещается, и объём правой части цилиндра уменьшается в 2 раза. Найти количество теплоты Q, переданной газу нагревателем. Известно, что давление p и объём V газа в правой части цилиндра связаны соотношением $p^3V^5 = \text{const}$ (адиабатический процесс).

9. Один моль идеального многоатомного газа переводят из состояния B, в котором температура равна $t_B = 217^\circ\text{C}$ в состояние D так, что давление линейно зависит от объёма, температура монотонно убывает, а к газу на протяжении всего процесса подводят тепло (рис. 34).

Найдите максимально возможную работу A_m, которую может совершить этот газ в таком процессе.

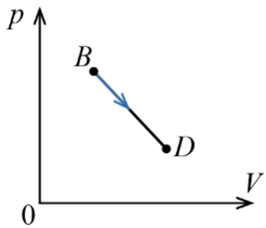

Рис. 34

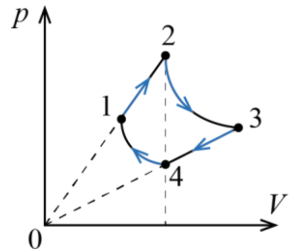

Рис. 35

10. Идеальный одноатомный газ из состояния 1 с температурой T_1 расширяется в процессе $1-2$ прямо пропорциональной зависимости давления p от объёма V. В процессе $1-2$ давление увеличивается в $k=2$ раза. Затем газ расширяется в изотермическом процессе $2-3$, сжимается в процессе $3-4$ прямо пропорциональной зависимости давления от объёма и сжимается в изотермическом процессе 4 – 1. Объёмы газа в состояниях 2 и 4 равны (рис. 35).

1) Найти температуру газа в процессе 2 – 3.

2) Найти отношение давлений в состояниях 1 и 3.

3) Найти молярную теплоёмкость газа в процессе 1 – 2.