Две звезды (решение)

Пусть кинетическую энергию сообщили более легкой звезде. Запишем ЗСЭ и ЗСИ:

$$-G\frac{\alpha m^2}{L}+\frac{mV^2}{2}=\frac{mV_1^2}{2}+\frac{\alpha m V_2^2}{2};$$
$$mV=mV_1+\alpha m V_2.$$

Начальная энергия будет минимальна при минимальной конечной энергии. Найдем оптимальное соотношение скоростей V_1 и V_2 :

$$V_1=V-\alpha V_2;$$

$$E_к=\frac{m}{2}\left(V^2-2\alpha V V_2+\alpha^2V_2^2+\alpha V_2^2\right);$$

Графиком функции является парабола. Значит минимум достигается в вершине параболы.

$$V_2=\frac{V}{\alpha+1};$$
$$V_1=\frac{V}{\alpha+1}.$$

Таким образом, при любом соотношении масс минимум кинетической энергии достигается при равенстве конечных скоростей. Найдем начальную кинетическую энергию:

$$-G\frac{\alpha m^2}{L}+\frac{mV^2}{2}=\frac{mV^2}{2(1+\alpha)^2}+\frac{\alpha m V^2}{2(1+\alpha)^2};$$

$$G\frac{\alpha m^2}{L}=\frac{m\alpha V^2}{2(1+\alpha)};$$

$$E_{min1}=G\frac{(\alpha+1)m^2}{L}.$$

Если начальную энергию сообщить более тяжелому телу, то конечные скорости будут $V_1=V_2=\alpha V/(1+\alpha)$:

$$-G\frac{\alpha m^2}{L}+\frac{\alpha m V^2}{2}=\frac{m\alpha^2V^2}{2(1+\alpha)^2}+\frac{\alpha^3 m V^2}{2(1+\alpha)^2};$$

$$G\frac{\alpha m^2}{L}=\frac{m\alpha V^2}{2(1+\alpha)};$$

$$E_{min2}=G\frac{\alpha(\alpha+1)m^2}{L}.$$

Значит выгоднее придавать скорость меньшей звезде.