Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)
Заочная физико-техническая школа

ФИЗИКА

Электростатика

Задание №4 для 10-х классов

(2021 – 2022 учебный год)

Долгопрудный, 2021

Составитель: Чудновский А.В., преподаватель ЗФТШ МФТИ

Физика. Задание № 4 для 10-х классов (2021 – 2022 учебный год), 2021, 31 с.

Дата отправления заданий по физике и математике – 20 января 2022 г.

Составитель:
Чудновский Александр Витальевич
Подписано в печать 29.11.21.Формат 60×90 1/16
Бумага типографская. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,93. Уч.-изд. л. 1,72.

Заочная физико-техническая школа
Московского физико-технического института
(национального исследовательского университета)

Институтский пер., д. 9, г. Долгопрудный, Московская обл., 141700,
ЗФТШ, тел. (495) 408-51-45 – **заочное отделение,**
тел. (498) 744-63-51 – **очно-заочное отделение,**
тел. (498) 744-65-83 – **очное отделение.**

e-mail: zftsh@mail.mipt.ru

Наш сайт: https://zftsh.online/

Обратим внимание: *настоящее Задание по Электростатике с кратким изложением её теоретических основ не претендует на то, чтобы заменить учебник по физике* (см., например, [1] в списке Литературы) или обстоятельные учебные пособия [2 – 3]. Изложение теоретических вопросов в нём направлено лишь на то, чтобы нужным образом расставить ударения, отметить тонкие места в курсе, а главное – облегчить Читателю решение предлагаемых задач.

Обратим внимание также на то, что в дальнейшем нас будут интересовать электрические поля, создаваемые неподвижными зарядами – так называемые **электростатические** поля. **Любое электрическое поле в дальнейшем следует понимать как электростатическое!**

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА В ВАКУУМЕ

1.1. Электрические заряды. Закон сохранения заряда

Всю совокупность электромагнитных явлений (не только электростатических!) удаётся объяснить существованием в природе только *двух* (не большего, но и не меньшего числа) *типов электрических зарядов*, одни из которых выражаются *положительными числами*, другие – *отрицательными*.

В Международной системе СИ за единицу измерения заряда принят кулон (Кл).

Точечными зарядами называют такие заряженные тела, размеры которых много меньше, чем характерные расстояния между ними.

Разноимённые *точечные* заряды притягиваются, а одноимённые отталкиваются друг от друга. Для тел *конечных размеров* это свойство может не выполняться (сильно наэлектризованное тело может притягивать тело, имеющее небольшой заряд того же знака).

Аддитивность электрического заряда: электрический заряд любой системы тел (частиц) равен алгебраической сумме зарядов, входящих в систему.

Дискретность заряда и существование элементарного заряда. Заряд любого тела можно представить в виде целого числа элементарных зарядов: $q = Ze$, где Z – целое число, e – так называемый *элементарный заряд,* $e \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, численно равный заряду протона (или заряду электрона с противоположным знаком).

Ещё одно важное свойство заряда – *независимость величины заряда от скорости движения*, или *инвариантность заряда*. Если бы это свойство не имело места, то нельзя было бы вообще говорить о величине заряда, например, электрона, без указания системы отсчёта и задания его скорости в ней.

Закон сохранения заряда. В замкнутой (изолированной) системе тел, которая не обменивается зарядами с другими телами, алгебраическая сумма зарядов отдельных тел остаётся неизменной, какие бы изменения внутри системы ни происходили – превращения одних заряженных частиц в другие, рождение или уничтожение заряженных частиц:

$$q_1 + q_2 + q_3 + ... = q'_1 + q'_2 + q'_3 + ... = \text{const}. \qquad (1.1.1)$$

1.2. Закон Кулона

Если два неподвижных точечных заряда q_1 и q_2 расположены в вакууме на расстоянии r друг от друга, то сила, действующая на 2-й заряд со стороны 1-го, равна по модулю силе, действующей со стороны 2-го заряда на 1-й заряд, и противоположно ей направлена; величина силы равна

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \qquad (1.2.1)$$

где $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9\cdot 10^9\,\dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$, ε_0 – так называемая *электрическая постоянная*. (Заметьте, что легче запомнить не само её значение $\varepsilon_0 \approx 0{,}885\cdot 10^{-11}\,\dfrac{\Phi}{\text{м}}$, а комбинацию $1/4\pi\varepsilon_0$).

В форме (1.2.1) закон Кулона справедлив для зарядов, взаимодействующих в вакууме. С хорошей точностью он справедлив и для зарядов в воздухе при нормальных условиях: сила взаимодействия зарядов в этом случае будет лишь примерно в $\varepsilon = 1{,}0006$ раз меньше.

Опыт показывает, что силы кулоновского взаимодействия подчиняются *принципу суперпозиции*: если заряженная частица взаимодействует одновременно с несколькими заряженными частицами, то результирующая сила, действующая на данную частицу, равна векторной сумме сил, действующих на неё со стороны всех других заряженных частиц.

Пример 1. Во сколько раз сила электростатического отталкивания между двумя электронами больше силы их гравитационного притяжения? Масса электрона $m \approx 0{,}91\cdot 10^{-30}$ кг.

Решение. Ответ не зависит от расстояния между электронами, т. к. обе силы – и гравитационная $F_{\text{гр}}^{\text{ee}} = G\dfrac{m^2}{r^2}$, и электростатическая $F_{\text{эл}}^{\text{ee}} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{r^2}$ – одинаковым образом убывают с расстоянием (как $1/r^2$). В итоге

$$\frac{F_{\text{эл}}^{\text{ee}}}{F_{\text{гр}}^{\text{ee}}} = \frac{e^2/4\pi\varepsilon_0 r^2}{Gm^2/r^2} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 Gm^2} = \frac{9\cdot 10^9\cdot(1{,}6\cdot 10^{-19})^2}{6{,}67\cdot 10^{-11}(0{,}91\cdot 10^{-30})^2} \approx 4{,}2\cdot 10^{42}.$$

Аналогичные оценки можно сделать для других пар заряженных элементарных частиц – протона и протона, а также протона и электрона. Эти оценки призваны показать ничтожно малую роль гравитационного взаимодействия между элементарными частицами вещества по сравнению с электростатическим взаимодействием между ними.

Пример 2. Предположим, что модули зарядов протона и электрона отличались бы друг от друга на одну миллионную долю элементарного заряда. Оцените, какая сила отталкивания возникла бы вследствие этого между двумя железными шариками массой в $m = 1$ г, находящимися на расстоянии $R = 1$ м друг от друга. Молярную массу железа принять равной $\mu = 56$ г/моль.

Решение. В рассматриваемом гипотетическом случае суммарный положительный заряд всех протонов вещества не компенсируется отрицательным зарядом всех электронов. Каждая из масс $m = 1$ г железа $^{26}_{56}\mathrm{Fe}$ содержит $\nu = m/\mu = 1/56$ моль железа, а значит, в каждом грамме имеется $26 \cdot N_\mathrm{A}/56$ зарядов каждого знака, где $N_\mathrm{A} \approx 6{,}02 \cdot 10^{23}$ – число Авогадро. Тогда при нарушении равенства e_+ и $|e_-|$ всего на $10^{-6}e$ на каждом шарике появился бы избыточный заряд $|q| = 10^{-6} e \cdot (26/56) \cdot N_\mathrm{A} \approx 4{,}5 \cdot 10^{-2}$ Кл. Сила отталкивания между шариками при этом оказалась бы не просто легко наблюдаемой величиной, но очень большой:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{R^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot (4{,}5 \cdot 10^{-2})^2 \approx 1{,}8 \cdot 10^7 \text{ Н}.$$

Пример 3. Два одинаковых маленьких металлических шарика, имеющих разные заряды одного знака, привели в соприкосновение, а затем разнесли на прежнее расстояние. Увеличится или уменьшится сила взаимодействия шариков?

Решение. В этой задаче воспользуемся сразу двумя законами – законом сохранения заряда и законом Кулона. Пусть q_1 и q_2 – начальные заряды шариков. Для определённости будем считать, что заряды положительные. После приведения шариков в контакт заряды на шариках (в силу их одинаковости) будут равны друг другу и равны $q = (q_1 + q_2)/2$. Сила взаимодействия шариков до соприкосновения f была пропорциональна произведению зарядов $q_1 q_2$; после соприкосновения и разнесения на прежнее расстояние новая сила взаимодействия F будет пропорциональна квадрату заряда q. Отношение сил

$$\frac{F}{f} = \frac{[(q_1 + q_2)/2]^2}{q_1 q_2} = \frac{q_1^2 + 2q_1 q_2 + q_2^2}{4q_1 q_2}.$$

Эта величина больше или (в крайнем случае) равна единице в силу следующей цепочки тождественных преобразований:

$$\frac{q_1^2 + 2q_1 q_2 + q_2^2}{4q_1 q_2} \ge 1 \Leftrightarrow q_1^2 + 2q_1 q_2 + q_2^2 \ge 4q_1 q_2 \Leftrightarrow q_1^2 - 2q_1 q_2 + q_2^2 \ge 0 \Leftrightarrow (q_1 - q_2)^2 \ge 0,$$

причём равенство имеет место, только если $q_1 = q_2$. Итак, сила взаимодействия шаров увеличится.

1.3. Концепция поля. Электростатическое поле и его напряжённость

В XIX веке английский учёный Майкл Фарадей выдвинул гипотезу, что электрическое и магнитное взаимодействия осуществляются посредством особой среды между ними, *поля.* Любой заряд q изменяет свойства пространства вокруг себя – создаёт вокруг себя *поле*, а уже это поле действует на другие заряды. Развитие науки и техники показало чрезвычайную плодотворность концепции *поля*. Вся теория электромагнитных явлений со всеми её приложениями существенным образом основывается на концепции *поля*. По мнению Эйнштейна, идея *поля* была самым важным открытием со времён Ньютона.

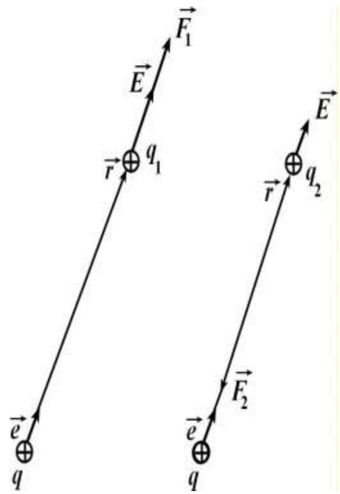

Рис. 1

Идея электрического поля большинству людей кажется некоей абстрактной теоретической концепцией, поскольку электрическое поле (в отличие от поля магнитов) в обыденной жизни, в быту невозможно «почувствовать рукой». К вопросу о том, почему это так, мы вернёмся позже. Пока же обратимся к количественному описанию электростатического поля.

Если в поле точечного заряда q поместить на расстоянии r пробный точечный заряд q_1, то на этот заряд будет действовать сила $\left|\vec{F}_1\right| = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q||q_1|}{r^2}$. Если в ту же точку поместить другой пробный заряд q_2, то на него заряд со стороны заряда q будет действовать другая сила $\left|\vec{F}_2\right| = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q||q_2|}{r^2}$. Существенно, однако, что отношение силы, действующей на пробный заряд, к его заряду, $\dfrac{\vec{F}_1}{q_1} = \dfrac{\vec{F}_2}{q_2}$, останется одним и тем же и будет характеристикой не пробных зарядов, но исходного заряда q и местоположения $\vec{r}$ точки A, в которую мы помещали пробные заряды (см. рис. 1). Эта характеристика называется напряжённостью электрического поля точечного заряда q в точке A. Напряжённость поля есть векторная величина. Её модуль равен

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2}. \qquad (1.3.1)$$

Если заряд q положительный, то вектор $\vec{E}$ в точке A направлен в сторону *от* заряда вдоль прямой, соединяющей точечный заряд q и точку A; если же заряд q отрицательный, то вектор $\vec{E}$ в точке A направлен в сторону к заряду вдоль той же прямой.

Удобным способом учёта векторного характера величины $\vec{E}$ и знака заряда q является следующий. Пусть $\vec{r}$ − вектор, проведённый из точки, в которой расположен заряд q, в точку A, $|\vec{r}|=r$ − длина этого вектора (расстояние между точечным зарядом q и точкой A). Введём формальный единичный вектор вдоль направления $\vec{r}$, $\vec{e}=\frac{\vec{r}}{r}$, так что $|\vec{e}|=\frac{|\vec{r}|}{r}=1$ (это не 1 метр!). Тогда вектор напряжённости электрического поля точечного заряда q в точке, характеризуемой вектором $\vec{r}$, можно представить в виде

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}. \qquad (1.3.1')$$

Формулу (1.3.1.) иногда записывают в виде $|\vec{E}|=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|\cdot(+1)}{r^2}$; при этом о напряжённости говорят как о силе, действующей со стороны заряда q на некий условный единичный положительный точечный заряд (+1) (не заряд в +1 Кл!). Нужно, впрочем, помнить, что сила и напряжённость электрического поля имеют разную размерность. В системе СИ напряжённость электрического поля измеряется в вольтах на метр (В/м): 1В/м = 1Н/1Кл.

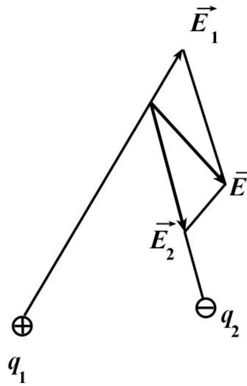

Рис. 2

Принцип суперпозиции. Напряжённость есть *векторная величина*. Это означает, что если имеются два заряда q_1 и q_2 и каждый из них в некоторой точке создаёт свои напряжённости поля $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, то результирующая напряжённость (результирующая сила, действующая на единичный положительный заряд, со стороны обоих зарядов) будет равна векторной сумме

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2, \qquad (1.3.2)$$

получаемой по правилу параллелограмма (рис. 2) или треугольника.

Аналогично, в случае N зарядов:

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\ldots+\vec{E}_N=\sum_{k=1}^{N}\vec{E}_k, \qquad (1.3.3)$$

причём векторная сумма вычисляется по правилу многоугольника (либо последовательно несколько раз по правилу параллелограмма).

Введя понятие напряжённости электрического поля, мы каждой точке пространства около заряда q (или около системы зарядов) приписываем некоторый вектор $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}$ (в случае системы зарядов нужно ещё вычислить сумму (1.3.3.)), который, в конце концов, позволяет вычислять по формуле $\vec{F} = q'\vec{E}$ силу, действующую на любой другой заряд q'.

Пример 4. Расстояние между точечными зарядами $q_1 = +1$ нКл и $q_2 = -2$ нКл равно $d = 13$ см. Определить напряжённость результирующего электрического поля обоих зарядов в точке, расположенной на расстоянии $r_1 = 5$ см от первого и $r_2 = 12$ см от второго заряда.

Решение. Легко заметить, что $r_1^2 + r_2^2 = d^2$, т. е. треугольник, образованный зарядами и интересующей нас точкой, прямоугольный. Поэтому напряжённости, создаваемые в этой точке отдельными зарядами, перпендикулярны друг другу (рис. 3). Далее, по теореме Пифагора

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}, \text{ где } E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2} = 3600 \text{ В/м и } E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2|}{r_2^2} = 1250 \text{ В/м}.$$

В итоге $E \approx 3811$ В/м.

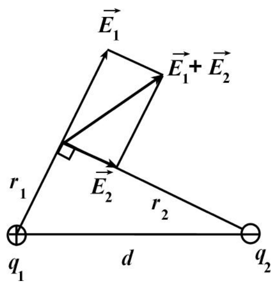

Рис. 3

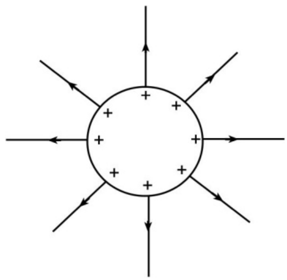

Рис. 4а

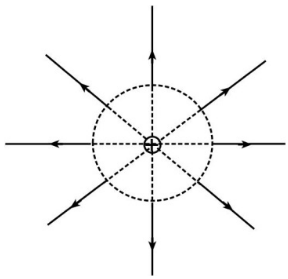

Рис. 4б

Электрическое поле равномерно заряженной сферы. *Вне* равномерно заряженной сферы электрическое поле точно такое же, какое создавал бы помещённый в центр сферы точечный заряд, равный по величине суммарному заряду сферы (рис. 4, а – б). Нетривиальный факт состоит в том, что *внутри* равномерно заряженной сферы напряжённость электрического поля равна нулю (см. [2 – 3]).

Если имеются две концентрические равномерно заряженные сферы, то за пределами обеих сфер поле такое же, какое создавали бы два точечных заряда, равные зарядам сфер и помещённые в их общий центр. В области между сферами внешняя сфера не вносит вклада в напряжённость поля.

Вне равномерно заряженного по объёму *шара* электрическое поле точно такое же, какое создавал бы помещённый в центр шара точечный заряд, равный по величине суммарному заряду шара. Последнее легко понять: поле шара можно представить как результирующее поле множества тонких шаровых слоёв («сфер»). О том, каким будет поле *внутри* шара, см. Пример 8.

Пример 5. Оценить заряд Земли Q, если известно, что в среднем вблизи поверхности Земли существует статическое электрическое поле, направленное вниз перпендикулярно поверхности Земли в каждой её точке, напряжённость которого равна $E \approx 130$ В/м. Радиус Земли $R \approx 6370$ км.

Решение. Напряжённость электрического поля направлена вниз перпендикулярно поверхности Земли, т. е., к центру Земли. Отсюда можно сделать вывод, что заряд Земли отрицателен. По формуле (1.3.1).

$$|Q| = 4\pi\varepsilon_0 ER^2 = \frac{130\cdot(6{,}37\cdot10^6)^2}{9\cdot10^9} \approx 5{,}9\cdot10^5\,\text{Кл, т. е.} \approx 600 \text{ тысяч кулон.}$$

Замечание. Хотя атмосфера Земли обладает положительным электрическим зарядом, она не вносит вклада в напряжённость электрического поля на поверхности Земли (каждый из её сферических слоёв даёт нулевой вклад в напряжённость поля). Напряжённость поля порядка 130 В/м есть *среднее* поле вблизи поверхности Земли. При приближении, например, грозовой тучи поле может возрасти в тысячи раз.

Пример 6. Какой максимальный заряд можно сообщить металлическому шарику радиусом $r = 1$ см, чтобы ещё не происходило пробоя воздуха. Пробойное поле сухого воздуха $E_{\text{пр}} \approx 3\cdot10^6$ В/м. (Если напряжённость электрического поля больше этого значения, происходит пробой воздуха – воздух начинает проводить электричество (возникает электрический ток) – и заряд стекает с заряженных тел на другие тела.)

Решение. По формуле (1.3.1) получаем $q_{\max} = 4\pi\varepsilon_0 E_{\text{пр}} r^2 \approx 0{,}37\cdot10^{-7}$ Кл.

Пример 7. Оценить силу взаимодействия двух шариков радиусом $r = 1$ см, заряженных до максимально возможного заряда (чтобы ещё не происходило пробоя воздуха вблизи шариков) при расстоянии между центрами шариков $d = 10$ см. Пробойное поле сухого воздуха $E_{\text{пр}} \approx 3\cdot10^6$ В/м.

Решение. $$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{\max}^2}{d^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(4\pi\varepsilon_0 E_{\text{пр}} r^2)^2}{d^2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 E_{\text{пр}}^2 r^4}{d^2} \approx 10^{-3}\,\text{Н}.$$

Мы получили весьма малую силу (сила тяжести, действующая на льдинку массой 1 г объёмом примерно в 1 см^3, почти в 10 раз больше). Вот почему, хотя электрические силы обычно считаются большими, заметить их не всегда легко. Реально мы видим лишь электрическое притяжение друг к другу очень лёгких тел (например, листочков бумаги к наэлектризованной расчёске).

*__Пример 8.__ Пользуясь тем свойством, что внутри равномерно заряженной *сферы* напряжённость электрического поля равна нулю, найти напряжённость поля *внутри* равномерно *по объёму* заряженного *шара* радиусом R и зарядом Q. (К таким практически равномерно *по объёму* заряженным шарам можно с хорошей точностью отнести, например, атомные ядра.)

Решение. Найдём напряжённость поля в какой-нибудь точке A на расстоянии $r < R$ от центра шара (рис. 5). Область *вне* малого шара радиуса r не вносит вклада в напряжённость электрического поля в точке A.

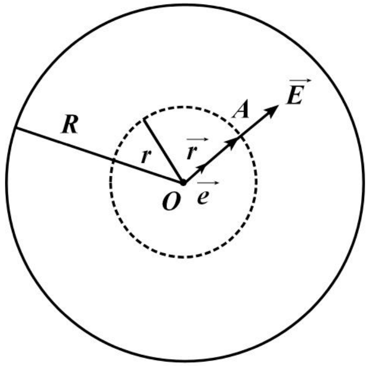

Рис. 5

Внутренняя область шара радиуса r создаёт в точке A электрическое поле точно такое же, какое создавал бы помещённый в центр шара точечный заряд, равный по величине суммарному заряду этого шара радиуса r. Этот заряд вычислим по формуле $q = \dfrac{4\pi}{3} r^3 \rho$, где $\rho -$ объёмная плотность заряда, равная $\rho = Q \Big/ \left(\dfrac{4\pi}{3} R^3 \right)$, поэтому $q = Q \dfrac{r^3}{R^3}$. Напряжённость поля, создаваемая точечным зарядом q на расстоянии r, найдём по формуле (1.3.1). В итоге получаем $\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q}{r^2} \vec{e} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{Q}{R^3} r \cdot \vec{e} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{Q}{R^3} \vec{r}$, т. е. $\left| \vec{E}(\vec{r}) \right| = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{Q}{R^3} r$ при $r < R$ – напряжённость поля растёт при удалении от центра шара. Вне шара, при $r > R$, разумеется, $\left| \vec{E}(\vec{r}) \right| = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{Q}{r^2}$ – напряжённость поля шара такая же, как от точечного заряда Q.

Электрический диполь. Так называется система, состоящая из двух точечных зарядов равных по величине, но противоположных по знаку. Пусть заряды $q_1 = -q$ *и* $q_2 = +q$ в некоторой системе координат характеризуются радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ (см. рис. 6). *Дипольным моментом* диполя называется векторная величина $\vec{p} = q_1\vec{r}_1 + q_2\vec{r}_2 = q(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = q\vec{l}$, а величина $l = \left| \vec{l} \right| = \left| \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \right|$ называется плечом диполя.

Пример 9. Два точечных заряда диполя $q_1 = e$ и $q_2 = -e$, где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, расположены на расстоянии $l = 10^{-10}$ м друг от друга. Определить напряжённость электрического поля на расстоянии $R = 10l >> l$ от центра диполя в направлении оси диполя. Ответ выразить через дипольный момент диполя $p = el$.

Решение. См. рис. 6.

$$E = |E_1| - |E_2| = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 (R - l/2)^2} - \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 (R + l/2)^2} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2 \cdot 2R\dfrac{l}{2}}{\left(R^2 - \dfrac{l^2}{4}\right)^2} \approx$$

$$\approx \frac{e}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2Rl}{R^4} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2el}{R^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2p}{R^3} \approx 2{,}88 \cdot 10^8 \text{ В/м}.$$

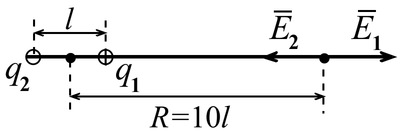

Рис. 6

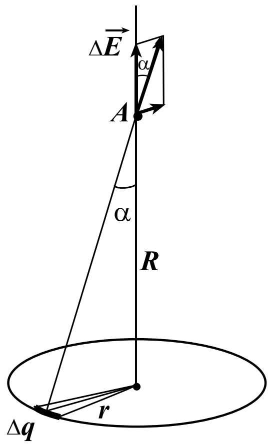

Рис. 7

Рассмотрим более сложный пример использования принципа суперпозиции.

Пример 10. По тонкому кольцу радиусом r равномерно распределён заряд q. Найти напряжённость электрического поля на оси кольца в точке A, расположенной на расстоянии R от центра (рис. 7).

Решение. Напряжённость поля направлена, очевидно, вдоль линии, соединяющей точку A и центр кольца, т. е. перпендикулярна плоскости кольца. Рассмотрим малый элемент кольца с зарядом Δq, который будем рассматривать как точечный. Вклад от него в искомую напряжённость поля есть $\Delta E = k\dfrac{\Delta q}{R^2 + r^2}\cos\alpha$, где $k = 1/4\pi\varepsilon_0$, $\alpha -$ угол, под которым из точки A виден радиус кольца, $\cos\alpha = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + r^2}}$. Тогда $\Delta E = k\dfrac{\Delta q}{(R^2 + r^2)^{3/2}}R$. Все различные элементы кольца Δq находятся на одинаковом расстоянии от точки A, поэтому вносят одинаковый вклад в результирующую напряжённость электрического поля в этой точке. Сумма вкладов от всех элементов кольца будет равна $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R\cdot q}{(R^2+r^2)^{3/2}}$. Заметим, что в предельном случае больших расстояний до точки A (или малого радиуса кольца), когда выполняется сильное неравенство $R>>r$, наша формула переходит в формулу $E\approx\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$ для точечного заряда.

Электрическое поле бесконечной равномерно заряженной плоскости

Вычисление поля в данном случае требует привлечения знаний высшей математики. Без сложных вычислений можно, однако, сделать два следующих утверждения, основываясь лишь на *соображениях симметрии*, а также на том факте, что густота линий напряжённости пропорциональна величине $\vec{E}$ (см. Учебник):

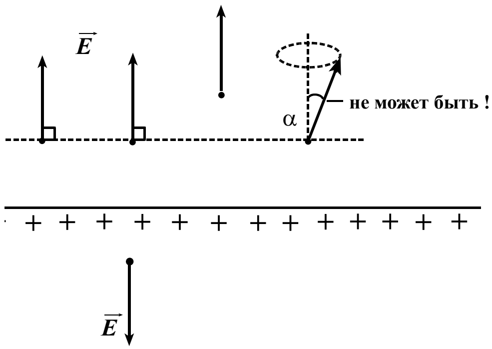

Рис. 8

1) Электрическое поле бесконечной равномерно заряженной плоскости перпендикулярно плоскости (рис. 8). Дело в том, что перпендикуляр к плоскости – единственное выделенное направление в задаче. Если бы вектор $\vec{E}$ был направлен под некоторым углом α к плоскости, мы бы ещё спросили себя: «Чем это направление лучше, чем все другие прямые, имеющие тот же угол α с плоскостью, и направленные вдоль образующих конуса с углом α при вершине?» Ясно, что ничем не лучше: если плоскость бесконечная и заряжена одинаково во всех точках, то и любые направления вдоль неё эквивалентны друг другу.

2) Величина электрического поля бесконечной равномерно заряженной плоскости одинакова во всех точках пространства. В самом деле, все точки на плоскости, параллельной нашей заряженной плоскости, эквивалентны друг другу (снова вспоминаем, что наша плоскость бесконечная и заряжена одинаково во всех точках). Это означает, что при движении в плоскости, параллельной нашей равномерно заряженной плоскости, густота линий напряжённости электрического поля не изменяется. Но в силу перпендикулярности вектора $\vec{E}$ к плоскости во всех точках, эта густота линий не будет изменяться и при удалении от заряженной плоскости (вне плоскости нет зарядов, на которых могли бы закончиться «силовые» линии). Таким образом, густота линий напряжённости электрического поля будет одинаковой во всех точках пространства, независимо от расстояния до нашей

заряженной плоскости. Это эквивалентно тому, что электрическое поле по обе стороны от бесконечной равномерно заряженной плоскости однородно, т. е. одинаково во всех точках обоих полупространств. Разумеется, по разные стороны от заряженной плоскости напряжённости поля направлены в противоположные стороны. В случае положительно заряженной плоскости вектор $\vec{E}$ в обоих полупространствах направлен *от* плоскости, а в случае отрицательно заряженной – к плоскости.

Величина вектора напряжённости $\vec{E}$ может быть вычислена по формуле

$$E = \left|\vec{E}\right| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \qquad (1.3.4)$$

которую мы приведём без вывода, где $\sigma = \Delta q / \Delta S -$ поверхностная плотность заряда, $\Delta q -$ заряд элемента поверхности площадью ΔS.

Хотя в природе не существует бесконечных равномерно заряженных плоскостей, формула (1.3.4) с успехом используется для расчётов электрических полей заряженных тел в виде больших пластин или просто плоских объектов при небольшом удалении от центральной их части.

Пример 11. Электростатическое поле создаётся двумя бесконечными параллельными плоскостями, заряженными с поверхностными плотностями заряда $\sigma_1 = -\,1$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = +\,1$ нКл/м^2. Определить напряжённость электрического поля между плоскостями и снаружи.

Решение.
$|\sigma_1| = \sigma_2 \equiv \sigma$, $|E_1| = |E_2| \equiv E = \sigma/2\varepsilon_0$. Далее воспользуемся принципом суперпозиции полей. Между плоскостями напряжённости полей отдельных пластин направлены в одну и ту же сторону (рис. 9), поэтому результирующая напряжённость $E_{\text{in}} = 2E = \sigma/\varepsilon_0 = 113$ В/м и направлена от положительной плоскости к отрицательной. Снаружи поля разных плоскостей направлены в противоположные стороны, поэтому результирующая напряжённость поля там $E_{ex} = 0$.

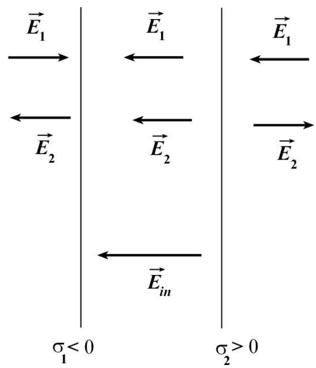

Рис. 9

*__Пример 12__. Пользуясь принципом суперпозиции, доказать, что напряжённость электрического поля равномерно заряженной полусферической чаши *во всех точках* плоскости, стягивающей края чаши (как кожа на барабане), перпендикулярна этой плоскости.

Решение. Мысленно дополним полусферу ещё одной такой же полусферой так, чтобы по-

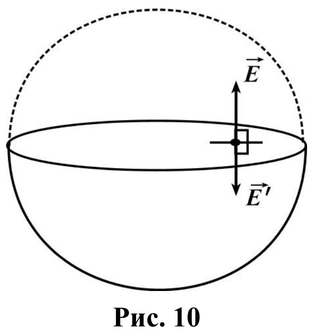

Рис. 10

лучилась целая сфера. Напряжённость поля внутри равномерно заряженной сферы равна нулю. С другой стороны, эта напряжённость складывается из двух напряжённостей – исходной полусферы $\vec{E}$ и мысленно добавленной $\vec{E}\,'$. Таким образом, имеем равенство $\vec{E}+\vec{E}\,'=0$, или $\vec{E}=-\vec{E}\,'$. Последнее возможно только в том случае, если углы наклона векторов $\vec{E}$ и $\vec{E}\,'$ к плоскости одинаковы, т. е. равны 90° (рис. 10).

1.4. Работа сил электростатического поля и потенциальная энергия заряженных частиц. Потенциал, разность потенциалов

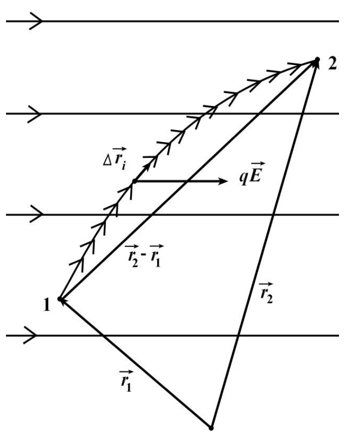

Рис. 11

Пусть точечный заряд q находится в *однородном* электрическом поле с напряжённостью $\vec{E}$. (Обобщение на случай *неоднородного* поля см. ниже.) Тогда со стороны поля на него действует сила $\vec{F}=q\vec{E}$. Рассмотрим перемещение этого заряда из точки 1, характеризуемой радиус – вектором $\vec{r}_1$, в точку 2 – с радиус – вектором $\vec{r}_2$ по, вообще говоря, криволинейной траектории (рис. 11). Мысленно разобьём всю траекторию на большое число малых перемещений $\Delta\vec{r}_i$, так что $\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=\sum\limits_i \Delta\vec{r}_i$, где все векторы $\Delta\vec{r}_i$ считаем сложенными по правилу многоугольника.

Работой силы со стороны электрического поля при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2 называют величину (сумму работ на отдельных участках)

$$A_{12}=\sum_i \vec{F}_i\Delta\vec{r}_i, \qquad (1.4.1.)$$

где $\vec{F}_i$ – сила, действующая на заряд на малом участке $\Delta\vec{r}_i$, $\vec{F}_i\Delta\vec{r}_i$ – скалярное произведение векторов. В нашем случае (однородного электрического поля) сила на всех участках одна и та же, $\vec{F}=q\vec{E}$, поэтому получаем

$$A_{12}=\sum_i \vec{F}_i\Delta\vec{r}_i=q\vec{E}\sum_i \Delta\vec{r}_i=q\vec{E}(\vec{r}_2-\vec{r}_1). \qquad (1.4.2)$$

Заметим, что работа силы электростатического поля (1.4.2) определяется лишь начальной и конечной точками (двумя радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$) и не зависит от конкретной траектории, по которой двигался заряд (в ответ вошла лишь разность этих векторов). Силы, обладающие тем свойством, что работа этих сил не зависит от траектории, называют *консервативными* силами, а соответствующие поля – *потенциальными* полями. Не все силы обладают этим свойством; пример неконсервативной силы – сила трения. Другой важный пример не потенциального поля (и неконсервативной силы) – изменяющееся со временем электрическое поле.

По общей теореме механики изменение кинетической энергии заряда равно сумме работ *всех сил:*

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A_{12}^{\text{всех сил}}. \tag{1.4.3}$$

Если заряд двигался *только под действием сил электрического поля* (не было никаких ниточек, за которые бы мы тянули заряд, не было силы трения и др.), то вместо (1.4.3) (и согласно (1.4.2)) имеем:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = q\vec{E}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1). \tag{1.4.4}$$

Последнее равенство перепишем ещё в форме

$$\frac{mv_2^2}{2} - q\vec{E}\vec{r}_2 = \frac{mv_1^2}{2} - q\vec{E}\vec{r}_1, \tag{1.4.4'}$$

которая допускает следующую важную трактовку. Скажем, что заряд q в однородном электростатическом поле обладает потенциальной энергией

$$\Pi(\vec{r}) = -q\vec{E}\vec{r} + \Pi_0, \tag{1.4.5}$$

где Π_0 – произвольная константа. Тогда с учётом того, что $K = \frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия заряда, равенство (1.4.4’) – это просто ***закон сохранения энергии***:

$$K_2 + \Pi_2 = K_1 + \Pi_1, \tag{1.4.6}$$

т. е. в процессе движения сумма кинетической и потенциальной энергий не изменяется (сохраняет своё значение).

Если приписать точке A с радиус-вектором $\vec{r}_0$ потенциальную энергию, равную нулю, то это эквивалентно выбору константы $\Pi_0 = +q\vec{E}\vec{r}_0$. Выбрав в качестве точки A начало координат $(\vec{r}_0 = 0)$, получаем $\Pi_0 = 0$ и $\Pi(\vec{r}) = -q\vec{E}\vec{r}$.

Важнейшим понятием в учении об электричестве является ***потенциал***. Перепишем выражение для работы сил электростатического поля в виде

$$A_{12} = q\vec{E}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = \Pi_1 - \Pi_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2), \tag{1.4.7}$$

введя *потенциал* однородного электростатического поля по формуле

$$\varphi(\vec{r}) = -\vec{E}\vec{r} + \varphi_0, \tag{1.4.8}$$

φ_0 – произвольная постоянная.

Записав (1.4.8) в виде $\varphi(\vec{r}) = -(+1)\vec{E}\vec{r} + \varphi_0$, можно чисто формально (в согласии с (1.4.5)) трактовать потенциал как потенциальную энергию единичного положительного заряда (+1) в электрическом поле. Важно, однако, помнить, что потенциал и потенциальная энергия имеют разные размерности. В силу равенства (1.4.7) и, соответственно,

$$\varphi = \Pi / q, \tag{1.4.9}$$

потенциал измеряется в единицах Дж/Кл = В (вольт).

По формуле (1.4.8) найдём ещё изменение потенциала при переходе от одной точки поля к другой – с радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \varphi(\vec{r}_2) - \varphi(\vec{r}_1) = -\vec{E}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = -\vec{E}\Delta\vec{r}. \tag{1.4.10}$$

Заметим, что если перемещение перпендикулярно электрическому полю, $\Delta\vec{r} \perp \vec{E},$ то скалярное произведение $\vec{E}\Delta\vec{r} = 0,$ т. е. $\Delta\varphi = 0$: перемещаясь в плоскости перпендикулярно вектору напряжённости электрического поля $\vec{E}$, мы переходим от одной точки к другой с таким же потенциалом. О таких плоскостях (в общем случае – о поверхностях) говорят как об *эквипотенциальных поверхностях*.

А как будет изменяться потенциал при переходе от одной эквипотенциальной плоскости к другой? Рассмотрим перемещение вдоль электрического поля $\Delta\vec{r} \parallel \vec{E}.$ Направим ось X параллельно электрическому полю (не обязательно *по* полю, м. б., и *против* поля, так что проекция E_x вектора $\vec{E}$ на ось X может иметь любой знак). Согласно основным свойствам скалярного произведения векторов $\left(\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\alpha = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z\right)$ имеем

$$\varphi(x) = -E_x x + \varphi_0, \tag{1.4.8'}$$

а для приращения потенциала

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \varphi(x_2) - \varphi(x_1) = -E_x(x_2 - x_1) = -E_x \Delta x. \tag{1.4.10'}$$

Формуле (1.4.10’) можно придать ещё следующий вид. Пусть ось X направлена по полю $\left(E = E_x > 0\right)$ и пусть $d = x_2 - x_1$. Введём разность потенциалов (напряжение) по формуле $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Тогда согласно (1.4.10’) получаем $U = Ed$.

Пример 13. Определить разность потенциалов между двумя параллельными друг другу равномерно заряженными плоскостями, одна из которых заряжена положительно с поверхностной плотностью $\sigma_1 = +\sigma,$ а вторая отрицательно $\sigma_2 = -\sigma.$ Расстояние между плоскостями равно d. Определить также: 1) чему будет равен потенциал 2-ой плоскости, если потенциал 1-ой принять равным нулю? 2) Каким будет потенциал 1-ой плоскости, если за нуль потенциала принять потенциал 2-ой плоскости?

Решение. Направим ось X от 1-й плоскости ко 2-й перпендикулярно им обоим и совместим начало координат с 1-й плоскостью. Тогда

$$U = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d.$$

1) Полагая в формуле $\varphi(x) = -E_x x + \varphi_0$, (1.4.8') $\varphi(0) = 0$, получаем $\varphi_0 = 0$ и $\varphi(d) = -U$.

2) В этом случае положим в (1.4.8') $\varphi(d) = 0$, тогда $\varphi_0 = U$ и $\varphi(0) = +U$.

Пример 14. Ускоряющее напряжение в электронно-лучевой трубке кинескопа телевизора U = 30 кВ. До какой скорости разгоняются в ней электроны? Какой процент она составляет от скорости света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Начальная скорость электрона равна нулю. Масса электрона $m = 0{,}91 \cdot 10^{-30}$ кг.

Решение. Воспользуемся законом сохранения энергии:

$$\Delta\left(mv^2/2\right) = \left|\Delta\Pi\right| = eU,$$

откуда получаем $v = \sqrt{\dfrac{2eU}{m}} \approx 103000$ км/с $\approx 0{,}34c$ (т. е. составляет 34% от скорости света).

До сих пор мы рассматривали лишь *однородное* электростатическое поле. Простейшим примером *неоднородного* поля является ***поле точечного заряда***. К сожалению, нахождение работы сил даже этого сравнительно простого поля без привлечения высшей математики весьма затруднительно. Поэтому формулу для неё приведём без вывода.

Пусть имеется *неподвижный* точечный заряд q и пусть другой заряд q_0 перемещается в поле этого заряда. Пусть он переместился из точки 1, характеризуемой радиус-вектором $\vec{r}_1$, в точку 2 – с радиус-вектором $\vec{r}_2$ по, вообще говоря, криволинейной траектории. Можно показать (вывод можно найти в книге [3]), что в этом случае работа сил электростатического поля будет равна

$$A_{12} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}, \tag{1.4.11}$$

где $r_1 = \left|\vec{r}_1\right|$, $r_2 = \left|\vec{r}_2\right|$. Далее действуем, как и в случае однородного поля. Если в процессе движения заряда q_0 никаких других сил, кроме кулоновской силы со стороны заряда q не действовало, то по теореме об изменении кинетической энергии имеем:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}, \text{ или иначе}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} + \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}. \tag{1.4.12}$$

Определяя ***потенциальную энергию взаимодействия точечных зарядов*** q и q_0, находящихся на расстоянии r друг от друга, формулой

$$\Pi(r) = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \Pi_0, \tag{1.4.13}$$

где $\Pi_0 -$ произвольная постоянная, мы можем придать равенству (1.4.12) вид закона сохранения энергии $K_2 + \Pi_2 = K_1 + \Pi_1$.

В случае точечных зарядов весьма часто константу Π_0 выбирают равной нулю так, чтобы потенциальная энергия взаимодействия двух зарядов стремилась к нулю при разнесении зарядов на бесконечно большое расстояние друг от друга (когда они перестанут «чувствовать» друг друга). В этом случае

$$\Pi(r) = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{1.4.13'}$$

Пусть в одну и ту же точку поля точечного заряда q на расстоянии r от него поочерёдно помещаются разные пробные заряды $q_1, q_2, \ldots$. Энергии этих зарядов будут разными $\Pi_1, \Pi_2, \ldots$. Существенно, однако, что отношение этих энергий в величинам пробных зарядов будет одним и тем же

$$\frac{\Pi_1(r)}{q_1} = \frac{\Pi_2(r)}{q_2} = \ldots = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \equiv \varphi(r). \tag{1.4.14}$$

Последним равенством определяется потенциал $\varphi(r)$ точечного заряда q на расстоянии r от него. Заметим, что согласно (1.4.11) потенциал $\varphi(r) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ равен работе сил электростатического поля заряда q при перемещении единичного положительного точечного заряда из точки на расстоянии r от заряда q на бесконечность. Потенциал, как и потенциальная энергия, определён, вообще говоря, неоднозначно – с точностью до произвольной константы

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \varphi_0, \tag{1.4.14'}$$

которую весьма часто выбирают равной нулю с тем, чтобы при удалении от заряда на бесконечно большое расстояние потенциал заряда в этих (бесконечно удалённых точках) стремился к нулю.

Согласно формуле (1.4.14') потенциал точечного заряда одинаков во всех точках, равноудалённых от него. Это означает, что эквипотенциальными поверхностями в данном случае будут концентрические сферы. Как и в случае однородного поля, в каждой точке поля напряжённость перпендикулярна эквипотенциальной поверхности.

Если электростатическое поле создаётся несколькими зарядами $q_1, q_2, \ldots,$ потенциал в произвольной точке поля равен сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в той точке:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots, \tag{1.4.15}$$

что, как и в случае напряжённостей полей, называют принципом суперпозиции. Важно, что напряжённости полей надо складывать *векторно*, а потенциалы – *алгебраически* (т. е. все же с учётом знаков).

Пример 15. Если воздушный шарик радиусом $R = 10$ см потереть о шерсть, о мех или о волосы, то он приобретёт довольно большой отрицательный заряд – порядка $q = 0{,}1$ мкКл. Каким будет при этом потенциал шарика?

Решение. Поле вне шара совпадает с полем точечного заряда. Потенциал шара будет равен $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{R} = 9000$ В, т. е. почти 10 киловольт (!). Возникает естественный вопрос: не слишком много вольт мы здесь получили? Нет ли ошибки в нашей оценке? Нет, мы не ошибаемся. Несмотря на столь внушительный потенциал, шар будет обладать весьма незначительной энергией. Оценить энергию воздушного шарика можно по формуле $W = (1/2)q\varphi,$ которую мы приведём без вывода, что даёт $W \approx 10{,}5\cdot 10^{-3}$ Дж, поэтому все эти 9 тысяч вольт реальной опасности не представляют.

Пример 16. В случае движения отдельных элементарных частиц (электронов, протонов) удобной единицей измерения энергии является электрон-вольт (эВ). Так называют энергию, которую приобретает частица с зарядом, равным элементарному электрическому заряду, пройдя разность потенциалов в 1 вольт. Энергия электрона в атоме водорода равна $W = -\,13{,}6$ эВ. Считая, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите, найти радиус этой орбиты.

Решение. Энергия электрона складывается из кинетической и потенциальной: $W = \dfrac{mv^2}{2} - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Запишем ещё 2-й закон Ньютона для движения электрона в поле протона: $\dfrac{mv^2}{r} = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, откуда получаем $\dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ и $W = -\dfrac{1}{2}\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Решая это уравнение относительно r, после подстановки числовых значений находим $r = 0{,}53\cdot 10^{-10}$ м.

Два основных объекта нашего дальнейшего изучения это – ***проводники*** и ***диэлектрики*** в электрическом поле, а также электрические поля в вакууме в их присутствии. Считается, что в проводниках имеется большое число подвижных носителей заряда (способных свободно перемещаться в пределах проводника). В диэлектриках, напротив, считается, что таких подвижных зарядов практически нет (их число пренебрежимо мало).

2. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

2.1. Основные свойства

Явление электростатической индукции. Поместим проводящую пластину во внешнее электрическое поле, перпендикулярное её поверхности, направленное, например, слева направо и равное E_0 (рис. 12). Тогда «в первое мгновение» на электроны проводника начнёт действовать со стороны этого поля сила, численно равная $F = eE_0$ и направленная против поля (электроны заряжены отрицательно). Это вызовет смещение электронов к левой границе и на этой границе появится избыточный отрицательный заряд, а на правой границе образуется недостаток электронов, – появится положительный заряд. Разделённые заряды наведут собственное электрическое поле $-E'$, направленное навстречу внешнему (что учтено здесь знаком «минус» при E'). В результате на электроны в проводнике начнёт уже действовать сила, равная $F = e(E_0 - E')$ – меньшая, чем первоначальная. Однако электроны всё ещё будут продолжать смещаться влево, увеличивая наведённое поле E'. Движение электронов влево будет продолжаться до тех пор, пока поле E' не вырастет настолько, что сравняется по величине с внешним полем (наведённое поле пропорционально поверхностной плотности зарядов; см. Пример 11). Суммарное поле в результате обратится в нуль: $E = E_0 - E' = 0$, а с ним обратится в нуль и действующая на электроны сила, и дальнейшее разделение заряда прекратится. В проводнике (реально – на его поверхностях в слоях толщиной порядка 10^{-10} м) возникнет некоторое *статическое* распределение заряда с некоторой статической плотностью поверхностных зарядов.

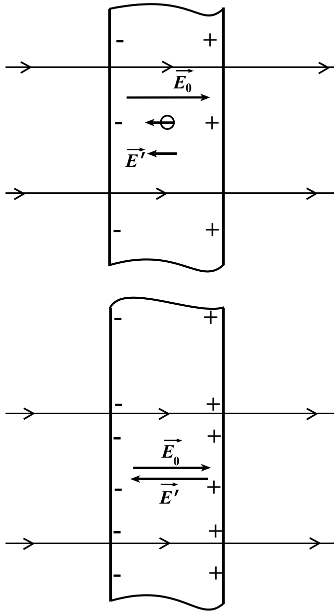

Рис. 12

Основное свойство проводников произвольной формы состоит в том, что если проводник (несущий заряд или не заряженный) поместить в поле сторонних (внешних) неподвижных электрических зарядов, то собственные подвижные («свободные») носители заряда проводника распределятся в нём таким образом и создадут такое собственное поле, что напряжённость результирующего поля (внешнего плюс наведённого) *во всех точках внутри проводника* окажется в точности равной нулю. Это, в частности, справедливо и в том случае, когда проводник заряжен, но нет сторонних зарядов и нет стороннего электрического поля. (*Вне* проводника электрическое поле, также являясь суммой внешнего и наведённого полей, не обязано быть равным нулю.)

Строго говоря, то, что было сказано, есть *определение идеального* проводника. Экспериментальный факт состоит в том, что существуют *реальные* материалы – металлы, которые ведут себя практически так же, как идеальный проводник. Количество свободных носителей заряда в них огромно – порядка $10^{22}-10^{23}\ 1/\text{см}^3$ (для сравнения: число звёзд в Галактике порядка 10^{11}).

Пример 17. Две проводящие пластины большого размера и равной площади с зарядами Q_1 и Q_2 расположены параллельно друг другу. Найти заряды q_1, q_2, q_3 и q_4 на поверхностях пластин (рис. 13). Рассмотреть случаи: а) $Q_1 = Q_2 = +Q$ и б) $Q_1 = -Q_2 = +Q$.

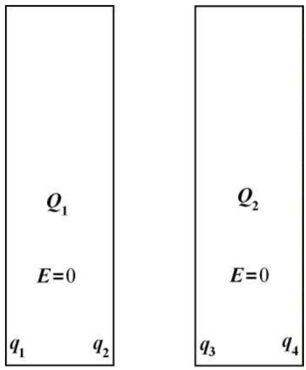

Рис. 13

Решение. Заряды пластин Q_1 и Q_2 распределятся по своим поверхностям, так что

$$q_1 + q_2 = Q_1 \qquad (1)$$

и

$$q_3 + q_4 = Q_2 \qquad (2).$$

Напряжённости поля внутри 1-й и 2-ой пластин равны нулю, поэтому имеем ещё два равенства:

$$\frac{q_1/S}{2\varepsilon_0} - \frac{q_2/S}{2\varepsilon_0} - \frac{q_3/S}{2\varepsilon_0} - \frac{q_4/S}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad (3)$$

и

$$\frac{q_1/S}{2\varepsilon_0} + \frac{q_2/S}{2\varepsilon_0} + \frac{q_3/S}{2\varepsilon_0} - \frac{q_4/S}{2\varepsilon_0} = 0. \qquad (4)$$

Решая систему уравнений (1 – 4), получаем $q_1 = q_4 = (Q_1 + Q_2)/2$ и $q_3 = -q_2 = (Q_2 - Q_1)/2$.

Ответы: а) $q_1 = q_4 = +Q$ и $q_3 = -q_2 = 0$; б) $q_1 = q_4 = 0$ и $q_3 = -q_2 = -Q$.

Пример 18. Имеются две изолированные друг от друга концентрические проводящие сферы радиусами R_1 и $R_2 > R_1$. Заряды сфер равны $+Q$ и $-Q$. Определить потенциалы сфер.

Решение. Напряжённость электрического поля в области $r > R_2$ совпадает с полем 2-х точечных зарядов $+Q$ и $-Q$, расположенных в центре обеих сфер, а значит, равна нулю. Поэтому работа сил электростатического поля при перемещении единичного точечного заряда от поверхности 2-ой сферы до бесконечности равна нулю, т. е. потенциал 2-ой сферы равен нулю, $\varphi_2 = 0$. Потенциал 1-ой сферы удобно вычислить в её центре. Все заряды 1-ой сферы (суммарный их заряд равен $+Q$) удалены от него на расстояние R_1, поэтому создают в этой точке потенциал равный $Q/4\pi\varepsilon_0 R_1$. Аналогично все заряды 2-ой сферы (их суммарный заряд равен $-Q$) создают в этой точке потенциал равный $-Q/4\pi\varepsilon_0 R_2$. Окончательно потенциал 1-ой сферы равен $\varphi_1 = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$.

Пример 19. Точечный заряд Q поднесли к заряженному металлическому шару радиуса r на расстояние $R > r$ от центра шара. Заряд шара равен q. Определить потенциал шара.

Решение. Потенциал шара одинаков во всех его точках. Удобно вычислить потенциал в центре шара. При поднесении к шару заряда q в нём произойдёт перераспределение заряда, причём, – только на его поверхности и так, что суммарный заряд шара останется равным q. Все отдельные порции $\Delta q_{\text{шара}}$ этого заряда $\sum \Delta q_{\text{шара}} = q$ будут находиться на одинаковом расстоянии r от центра шара, поэтому суммарный потенциал, создаваемый ими в этой точке, будет равен: $(\sum \Delta q_{\text{шара}}) / 4\pi\varepsilon_0 r = q / 4\pi\varepsilon_0 r.$ Потенциал, создаваемый точечным зарядом Q в центре шара равен $Q / 4\pi\varepsilon_0 R.$ В результате потенциал шара будет равен $\varphi = q / 4\pi\varepsilon_0 r + Q / 4\pi\varepsilon_0 R.$

Пример 20. Точечный заряд Q поднесли к незаряженному металлическому шару радиуса r на расстояние $R > r$ от центра шара. Затем шар заземлили. Определить заряд q', который при этом «натечёт с Земли» на шар. Потенциал земли принять равным нулю.

Решение. Весь «натёкший с Земли» заряд распределится на поверхности шара, поэтому отдельные его порции $\Delta q_{\text{шара}}$ будут находиться на одинаковом расстоянии r от центра шара, и суммарный потенциал, создаваемый ими в этой точке, будет равен $(\sum \Delta q_{\text{шара}}) / 4\pi\varepsilon_0 r = q' / 4\pi\varepsilon_0 r.$ Потенциал, создаваемый точечным зарядом q в центре шара равен $\varphi = Q / 4\pi\varepsilon_0 R.$ Суммарный потенциал зарядов Q и q' равен нулю, т. е. $q' / 4\pi\varepsilon_0 r + Q / 4\pi\varepsilon_0 R = 0,$ откуда получаем $q' = -rQ/R$.

Пример 21. Точечный положительный заряд поднесли к бесконечной проводящей плоскости. Нарисовать качественно картину линий напряжённости электрического поля и эквипотенциальных поверхностей.

Решение. См. рис. 14.

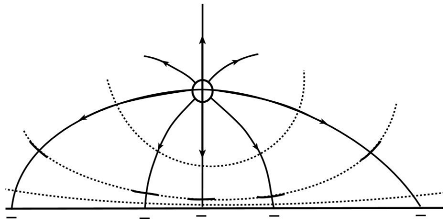

Рис. 14

2.2 Электроёмкость уединённого проводника и конденсатора

Наличие *единого* (в электростатике!) потенциала во всём проводнике – одно из важнейших его свойств, и именно оно позволяет строго ввести определение электрической ёмкости уединённого проводника по формуле

$$C = Q/\varphi, \tag{2.2.1}$$

где $Q-$ заряд на проводнике, φ – его потенциал, и ёмкость конденсатора (пары проводников) – по формуле

$$C = Q/(\varphi_1 - \varphi_2), \tag{2.2.2}$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы отдельных проводников с зарядами Q и $-Q$. Не будь этого свойства, было бы непонятно, что именно понимать под φ, φ_1 и φ_2. Почему мы, например, не спрашиваем себя, какова ёмкость двух деревяшек? Да потому, что мы не можем говорить о едином потенциале даже одной деревяшки (в разных точках её потенциал будет, вообще говоря, разным).

Электроёмкость измеряется в фарадах: 1 фарад = 1 Ф = 1 Кл/1В.

В определение ёмкости конденсатора, т. е. пары проводников, входит один заряд. Дело в том, что наибольший практический интерес представляет случай, когда заряды проводников одинаковы по модулю и противоположны по знаку: $Q_1 = -Q_2 = Q$.

Хотя в определение электроёмкости входят заряд и потенциал $C = Q/\varphi$ (или разность потенциалов – для конденсатора $C = Q/(\varphi_1 - \varphi_2)$), фактически ни от заряда, ни от потенциала (разности потенциалов) ёмкость не зависит, а определяется только геометрией проводника (да ещё диэлектрической проницаемостью среды, см. раздел, посвящённый диэлектрикам). Например, ёмкость уединённого проводящего шара радиуса R в вакууме равна

$$C_{\text{шара}} = 4\pi\varepsilon_0 R \qquad (2.2.3)$$

(последняя формула получается непосредственно из формулы для потенциала уединённого шара $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}$), а ёмкость плоского конденсатора (Пример 24)

$$C = \varepsilon_0 S/d\,. \qquad (2.2.4)$$

Последнее связано с тем, что потенциал уединённого проводника всегда пропорционален его заряду (а в конденсаторе разность потенциалов пропорциональна заряду); ёмкость же есть как раз коэффициент пропорциональности $Q = C\varphi$ (или $Q = C(\varphi_1 - \varphi_2)$).

Нетрудно вычислить (воспользовавшись результатом Примера 18) ёмкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \qquad (2.2.5)$$

где R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней сфер.

Пример 22. Определить ёмкость шара размером с Землю. Радиус Земли R=6370 км. Каким должен быть радиус металлического шара, чтобы его электроёмкость была равна 1 фараду?

Решение. По формуле (2.2.3) $C = 4\pi\varepsilon_0 R \approx 0{,}71$ мФ. Чтобы ответить на 2-ой вопрос, снова воспользуемся формулой (2.2.3), выразив из неё $R = 1/4\pi\varepsilon_0 C =\ 9\cdot 10^6$ км, что почти в 13 раз больше радиуса Солнца.

Пример 23. Оценить, какого размера должны быть пластины плоского воздушного конденсатора в форме квадратов, расстояние между которыми d = 1 мм, чтобы его электроёмкость равнялась 1 фараду?

Решение. По формуле (2.2.4) имеем $C = \varepsilon_0 L^2/d$, откуда $L \approx 10{,}6$ км.

Пример 24. Как изменится электроёмкость плоского конденсатора с воздушным зазором между пластинами площади S *каждая* и с расстоянием между пластинами d, если между обкладками конденсатора вставить параллельно обкладкам металлическую пластину толщиной $\delta < d$? Зависит ли результат от того, в какое именно место между обкладками конденсатора вставить пластинку?

Решение. Внутри металлической пластинки напряжённость электрического поля равна нулю, поэтому эта область не вносит вклада в разность потенциалов между обкладками конденсатора. Напряжённость в воздушном промежутке между обкладками конденсатора останется такой же, какой была до внесения пластинки (в целом электрически не заряженная пластинка не изменяет напряжённости поля вне её). Ёмкость конденсатора без пластинки вычислялась бы так:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{(\sigma/\varepsilon_0)d} = \frac{\sigma S}{(\sigma/\varepsilon_0)d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

После внесения пластинки уменьшится ширина области пространства между обкладками конденсатора, занятая полем (от d до $d-\delta$); в итоге $C'=\dfrac{Q}{U'}=\dfrac{Q}{E(d-\delta)}=\dfrac{Q}{(\sigma/\varepsilon_0)(d-\delta)}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d-\delta}>C.$ Результат не зависит от месторасположения пластинки.

2.3 Энергия электрического поля

Энергия, запасённая в заряженном конденсаторе, может быть вычислена по одной из формул (см. Учебник):

$$W=CU^2/2=QU/2=Q^2/2C. \qquad (2.2.1)$$

Рассмотрим плоский конденсатор с площадью пластин S и расстоянием между ними d. Ёмкость такого конденсатора равна $C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$. Придадим формуле (2.3.1) несколько иной – «полевой» – вид, а именно:

$$W=\frac{d}{\varepsilon_0 S}\frac{Q^2}{2}=\frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0 S}\right)^2 Sd=\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}V=wV, \qquad (2.2.2)$$

где $E-$ напряжённость электрического поля между пластинами конденсатора, $V=Sd-$ объём области между пластинами конденсатора, занимаемый полем (снаружи конденсатора электрическим полем пренебрегаем). Это наводит на мысль трактовать эту формулу следующим образом: ***вся энергия сосредоточена именно в поле***, причём,

$$w=\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \qquad (2.3.3)$$

где w – плотность энергии электростатического поля, т. е. количество энергии, приходящееся на единицу объёма пространства, в котором сосредоточено поле.

Формула (2.3.3) справедлива не только в случае плоского конденсатора, но и в общем случае произвольного неоднородного поля.

3. ДИЭЛЕКТРИКИ

3.1 Дипольный момент системы зарядов, поляризация диэлектриков

Рассмотрим систему произвольного числа зарядов, притом такую, что суммарный алгебраический заряд её равен нулю $\sum\limits_i q_i=0$. Пусть система состоит из N точечных зарядов произвольной величины $q_i (i=\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots N)$ и пусть в некоторой системе координат каждый из зарядов характеризуется своим радиус-вектором $\vec{r}_i$. По определению *электрическим дипольным моментом системы* называют вектор

$$\vec{p}=\sum_i q_i\,\vec{r}_i. \qquad (3.1.1)$$

Электрические свойства диэлектриков обусловлены реакцией на внешнее поле не свободных электронов, как в металлах (в диэлектриках свободных электронов чрезвычайно мало), а так называемых *связанных электронов* – связанных с отдельными диполями молекул диэлектрика. Надо сразу сказать, что молекулы (атомы) разных веществ бывают двух сортов. Первые из них уже без всякого внешнего поля имеют дипольные моменты (например, молекулы воды); такие молекулы называют *полярными*, а вместе с ними и сами диэлектрики называют полярными. У другого сорта диэлектриков дипольный момент молекул в отсутствие внешнего поля равен нулю (например, в симметричных молекулах O_2, N_2, CO_2); такие молекулы называют *неполярными*; соответственно и диэлектрики, состоящие из таких молекул называют неполярными.

В отсутствие внешнего электрического поля даже вещества с полярными молекулами, как правило, никак себя электрически не проявляют. Это связано с тем, что диполи различных молекул в них направлены совершенно хаотически и, «действуя не согласованно», не создают никакого суммарного макроскопического электрического поля.

При помещении во внешнее электрическое поле (везде далее будем считать это поле однородным) вещества двух указанных сортов ведут себя в чём-то по-разному, но в чём-то и схоже. В полярных диэлектриках в расположении (ориентации) диполей появляется упорядоченность – диполи молекул стремятся выстроиться преимущественно по полю. В неполярных диэлектриках электронные облака молекул деформируются так, что у них появляются индивидуальные дипольные моменты, которые также стремятся выстроиться преимущественно по полю – говорят, что происходит *поляризация* диэлектриков. В результате в обоих случаях на границах диэлектрика появляются, как и в металлах, избыточные поверхностные заряды той же полярности, что и в металлах. Наведённое ими электрическое поле $-E'$ также направлено навстречу внешнему полю E_0, а суммарное поле $E = E_0 - E'$ меньше внешнего (рис. 15). В проводниках в статических условиях это поле не просто меньше внешнего, но в точности равно нулю. В диэлектриках оно до нуля не ослабляется, оставаясь конечным и равным $E = E_0 / \varepsilon$. Где $\varepsilon -$ так называемая диэлектрическая проницаемость среды, показывающая во сколько раз диэлектрик ослабляет внешнее электрическое поле.

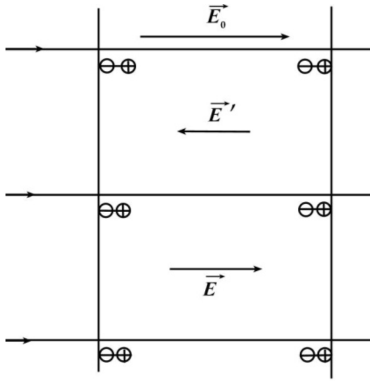

Рис. 15

Замечание. Простое ослабление внешнего поля в диэлектрике в ε раз относится лишь к простейшей геометрии опыта, когда внешнее электрическое поле перпендикулярно поверхности диэлектрика. Рассмотрение случаев, когда поле направлено под другими углами к поверхности, выходит за рамки настоящего Задания.

Какие порядки величин ε встречаются? Для воздуха (и вообще, для газов, т. е. довольно разреженных систем с неполярными молекулами) эта величина лишь ненамного превосходит единицу: $\varepsilon \approx 1{,}00058$. А вот для воды эта величина значительно больше: $\varepsilon \approx 81$. Последнее связано с тем, что, во-первых, молекулы воды H_2O суть полярные молекулы (электроны в них смещены от атомов водорода к атому кислороду), а во-вторых, концентрация молекул в воде значительно больше, чем в воздухе.

Пример 25. Заряды $+q, +q, -q$ и $-q$ расположены последовательно в вершинах квадрата, если обходить его по часовой стрелке. Сторона квадрата равна l. Определить дипольный момент системы.

Решение. Рассмотрим две пары разноимённо заряженных зарядов (рис. 16). В каждой паре дипольный момент будет равен по модулю величине ql, и для разных пар дипольные моменты направлены в одну и ту же сторону, поэтому их сумма равна $2ql$.

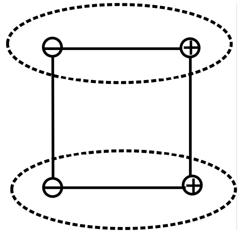

Рис. 16

Пример 26. Металлический шар радиусом R с зарядом Q находится в среде с диэлектрической проницаемостью ε. Определить суммарный заряд Q' связанных зарядов на поверхности шара.

Решение. Ослабление в ε раз поля шара с зарядом Q обусловлено тем, что не его поверхности появляется заряд Q': $\dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \dfrac{Q+Q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, откуда $Q' = -\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}Q$.

3.2 Конденсатор с диэлектрической прослойкой

Ёмкость конденсатора с диэлектриком всегда больше, чем без него. Причина состоит в том, что диэлектрик ослабляет поле. Рассмотрим сначала плоский конденсатор с *воздушным промежутком* между пластинами (для воздуха $\varepsilon \approx 1$). Поместим на одну из обкладок заряд Q, а на другую обкладку заряд $-Q$. Если площадь пластин равна S, то между пластинами будет существовать электрическое поле $E_0 = \sigma/\varepsilon_0 = Q/(S\varepsilon_0)$, а между пластинами будет существовать разность потенциалов $U_0 = E_0 d = Qd/(S\varepsilon_0)$. Ёмкость конденсатора есть $C_0 = Q/U = \varepsilon_0 S/d$. Не изменяя зарядов на пластинах, заполним теперь промежуток между обкладками конденсатора диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε. В результате напряжённость электрического поля уменьшится в ε раз, $E = E_0/\varepsilon$; как следствие, в ε раз уменьшится напряжение между пластинами $U = U_0/\varepsilon$ – и в ε же раз увеличится ёмкость $C = Q/U = \varepsilon C_0$, т. е.

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (3.2.1)$$

В веществах, которые часто используются в конденсаторах, диэлектрические проницаемости таковы: для парафина $\varepsilon \approx 2$, а для слюды $\varepsilon \approx 7{,}5$. В современных конденсаторах часто используют диэлектрические слои из титаната бария ($TiBaO_3$) с добавлением небольшого количества других окислов. Обычно это – керамики, получаемые из тонкодисперсного порошка, размеры частиц которого порядка микрона (10^{-6} м). Толщины диэлектрических слоёв в таких конденсаторах порядка 10 мкм, а ε порядка нескольких тысяч (до 20 000). В другом типе конденсаторов, так называемых электролитических конденсаторах толщины диэлектрических слоёв можно сделать в сотни раз меньше, чем в керамических конденсаторах, правда, изоляционные материалы, используемые в них, имеют меньшую, чем в керамических конденсаторах, диэлектрическую проницаемость ε – от 8 до 27.

Пример 27. Оценить, какого размера должны быть пластины плоского конденсатора в форме квадратов, расстояние между которыми d = 10 мкм, с диэлектрической прослойкой на основе титаната бария, чтобы его электроёмкость равнялась: а) 1 Ф, б) 1 мФ, в) 1 мкФ? Диэлектрическая прослойка на основе титаната бария ($TiBaO_3$) имеет ε = 20 000.

Решение. По формуле (3.2.1) $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 L^2}{d}$: а) $L \approx 7{,}5$ м, б) $L \approx 23$ см, в) $L \approx 7{,}5$ мм. В конденсаторе без диэлектрика (когда $\varepsilon = 1$) эти размеры равнялись бы, соответственно, а) больше 1 км, б) ≈ 33 м, в) больше 1 м.

Пример 28. Как изменится электроёмкость плоского конденсатора с воздушным зазором между пластинами площади S каждая и с расстоянием между пластинами d, если между обкладками конденсатора вставить параллельно обкладкам диэлектрическую пластинку толщиной $\delta < d$ с диэлектрической проницаемостью ε? Зависит ли результат от того, в какое именно место между обкладками конденсатора вставить пластинку? Рассмотреть предельный случай $\varepsilon \to \infty$ и сравнить его с Примером 24.

Решение. Решение аналогично Примеру 24, только теперь внутри пластинки поле не равно нулю, а равно $E' = E/\varepsilon$. Поэтому с пластинкой: $C' = \dfrac{Q}{U'} = \dfrac{Q}{E(d-\delta) + \dfrac{E}{\varepsilon}\delta}$; в итоге $C' = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d - \left(1 - \dfrac{1}{\varepsilon}\right)\delta}$ (*), причём результат не зависит от месторасположения пластинки. Без пластинки $C = \varepsilon_0 S / d < C'$. В предельном случае $\varepsilon \to \infty$ формула (*) для C' переходит в формулу для C' Примера 24.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мякишев Г.Я, Буховцев Б.Б., Сотский Н.Н.* ФИЗИКА: учебник для 10 кл. общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровень. – 16 изд. – М.: Просвещение, 2007. – 336 с.

2. *Бутиков Е.И., Кондратьев А.С.* ФИЗИКА: Учеб. Пособие: в 3 кн. Кн. 3. Электродинамика. Оптика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 336 с.

3. *Павленко Ю.Г.* Начала физики: Учебник. – 2-е изд. – М.: 2005. –864 с.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение потенциала, напряжения и напряжённости. Какие из этих величин являются характеристиками поля, зависящими от рассматриваемой точки?

2. Что такое силовые линии и эквипотенциальные поверхности? Как они связаны между собой?

3. Какая физическая величина может измеряться в единицах Кл^2/Дж?

4. Посередине между двумя одинаковыми точечными зарядами поместили третий такой же заряд. Во сколько раз изменился модуль результирующей силы, действующей на один из крайних зарядов.

5. В плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого равно d, внесли $n = 50$ пластин диэлектрической проницаемостью $e = 5$ и толщиной $0{,}01d$ каждая и расположили их параллельно обкладкам на равном расстоянии друг от друга. Во сколько раз изменится ёмкость конденсатора?

6. Во сколько раз изменится ёмкость вакуумного плоского конденсатора, если его пластины разместить на вдвое большем расстоянии друг от друга, заполнить пространство между ними диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $e = 3$ и уменьшить площадь самих пластин в 5 раз?

7. Имеются две изолированные друг от друга концентрические проводящие сферы радиусами R и $2R$ с зарядами $+Q$ и $(-2Q)$ соответственно. Определите потенциалы сфер, считая потенциал на бесконечности равным нулю.

8. Сферический конденсатор заряжен зарядом q, а его обкладки имеют радиусы r и R, причём $r < R$. Определите напряжённость электрического поля внутри конденсатора на расстоянии х от его центра. Вычислите плотности энергии поля внутри конденсатора вблизи каждой из обкладок. Сравните их с величиной W/V, где W – полная энергия конденсатора, а V – объём пространства между обкладками.

9*. Точечный заряд Q поднесли к незаряженному проводящему шару радиусом r на расстояние R от его центра $(R > r)$. Какой заряд q надо сообщить шару, чтобы уменьшить потенциал шара вдвое, считая потенциал на бесконечности равным нулю?

10. Средняя напряжённость электрического поля на поверхности земли $E = 130$ В/м. Каково напряжение между макушкой и пятками стоящего человека ростом $H = 170$ см? Почему это напряжение безопасно в отличие от напряжения $U = 220$ В в бытовой электрической сети?

11. Могут ли за счёт электростатических сил притягиваться два одноимённо заряженных тела?

Задачи

1. Три точечных заряда располагаются на одной прямой так, что средний делит расстояние между крайними в пропорции 2:1. Заряды находятся в состоянии неустойчивого равновесия, а суммарный заряд системы $Q = 41$ мкКл. Найдите величины каждого из трёх зарядов.

2. Пылинка массой m находится в состоянии безразличного равновесия в промежутке между горизонтальными пластинами плоского конденсатора, заряженного до напряжения U. Расстояние между пластинами равно h. Найдите заряд q пылинки.

3. Четыре точечных заряда q, $2q$, $3q$ и $4q$ расположены в указанном порядке вдоль одной прямой. Соседние заряды связаны нерастяжимыми непроводящими нитями одинаковой длины. Сила натяжения средней нити равна T. Найдите натяжения крайних нитей. Внешние силы на систему не действуют.

4. Два точечных заряда q массой m каждый подвешены на непроводящих нитях одинаковой длины к одной точке на потолке. Определите расстояние S между зарядами в положении равновесия, если в этом положении заряды оказались на расстоянии H от потолка.

5. Предположим, что в результате фантастического эксперимента на Солнце остались только протоны, а на Земле – только электроны. Во сколько раз возникшая сила электростатического взаимодействия будет больше силы их гравитационного взаимодействия до исчезновения других частиц? Все необходимые численные данные возьмите из справочников. Задача является оценочной, поэтому можете считать, что количества протонов и нейтронов в среднем одинаковы, а другие элементарные частицы можете вообще не учитывать.

6. Оцените какой должна быть толщина металлической пластины, чтобы находящихся в пластине свободных электронов, концентрация которых $n = 10^{22}$ см$^{-3}$, не хватило для компенсации внешнего поля напряжённостью $E = 300$ В/м, направленного перпендикулярно поверхности пластины? Можно ли изготовить такую пластину?

7. Плоский конденсатор, обкладки которого имеют площадь S и расположены на расстоянии $5d$ друг от друга, зарядили и отключили от источника. После внесения в конденсатор трёх одинаковых металлических пластин площадью S и толщиной d каждая, расположенных параллельно обкладкам, энергия конденсатора стала равна W. Какую минимальную работу A надо совершить, чтобы извлечь из конденсатора одну из внесённых пластин? Пластины не соприкасаются друг с другом и с обкладками.

8. Частица массой m и зарядом q влетает со скоростью v в однородное электрическое поле под углом 45° в силовым линиям поля. Оказалось, что через время t частица изменила направление скорости на 90°, сохранив прежней величину скорости. Какова напряжённость E поля?

9. Шесть одинаковых точечных зарядов q массой m каждый расположены в вершинах правильного шестиугольника со стороной L. Заряды одновременно отпускают. Найдите скорости зарядов, которые они приобретут на большом расстоянии друг от друга.

10*. Четыре металлические пластины площадью S каждая разместили на небольшом расстоянии d друг от друга и подключили к двум источникам с ЭДС $4U$ и $5U$ (см. рис. 17). Определите заряды на внешних обкладках системы.

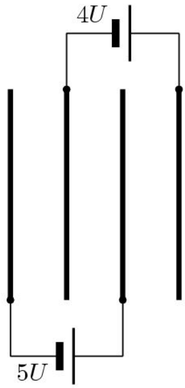

Рис. 17

11. На концах отрезка AB длиной $2r$ расположены неподвижные заряды $-q$, а в его середине C – заряд $+q$. Материальная точка массой m движется с постоянной скоростью v под действием только электростатических сил со стороны указанных зарядов в плоскости, перпендикулярной отрезку AB, по окружности радиусом r с центром в точке C. Найдите заряд материальной точки.