Кубок ЛФИ

9.s03.e04

Что может дать один человек другому, кроме капли тепла?
И что может быть больше этого?
Эрих Мария Ремарк

Опыты в Шестерочке

Часть 1. Термическое сопротивление

В этой задаче речь пойдет про Пашу Шишкина и его опыты в шестерочке.

Рассмотрим узкий слой вещества толщиной Δx и площадью S такой, что с одной стороны он нагрет до температуры T_1, а с другой – до температуры T_2. Мощность, равная количеству теплоты, которое передается за небольшой интервал времени Δt от одной поверхности другой, равна:

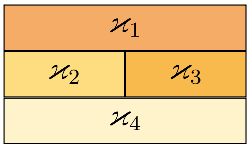
$$P = \frac{\varkappa}{\Delta x} S(T_2 - T_1),$$

где $\varkappa$ – **коэффициент теплопроводности**. Разность температур называют **температурным напором**, а величину $\Delta x/\varkappa S$ – **термическим сопротивлением**.

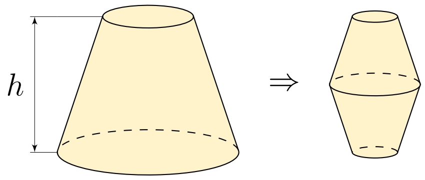
В первой части задачи нам надо найти различные параметры деталей, которые сделал Паша Шишкин.

1. *(0,5 балла)* Три слоя одинаковой толщины b и площадью основания S лежат друг на друге так, как показано на рисунке. Коэффициенты теплопроводности слоев известны и равны $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ и $\varkappa_3$. Найдите общее термическое сопротивление такой системы.

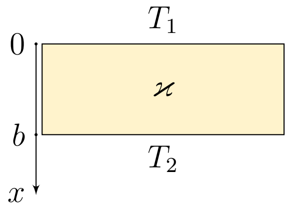
2. *(0,5 балла)* Две пары слоев площадью S и $S/2$ соответственно соединили так, как показано на рисунке. У всех слоев одинаковая толщина b. Найдите, чему равно термическое сопротивление такой системы, если коэффициенты теплопроводности $\varkappa_i$ этих слоев известны.



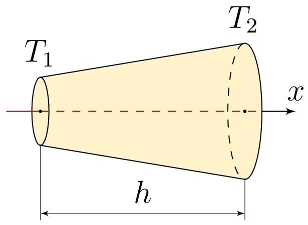
3. *(1 балл)* Деталь из чугуна в форме правильного усеченного конуса высоты h имеет термическое сопротивление теплопередачи R_0. Деталь заменяют двумя подобными усеченными конусами размерами в два раза меньше, соединенными одинаковыми основаниями друг с другом так, как показано на рисунке. Помогите найти Паше Шишкину значение термического сопротивления такой системы.



4. *(1 балл)* Одна поверхность плоского чугунного слоя толщиной 10 мм имеет температуру $T_1 = 50°C$, а другая $T_2 = 40°C$. Считая, что температуры поверхностей поддерживаются постоянными, найдите распределение температуры внутри слоя чугуна.



5. *(1 балл)* Деталь из чугуна с известным коэффициентом теплопроводности $\varkappa$ имеет форму усеченного конуса с известными радиусами оснований R_1 и R_2 и высотой h. Основания поддерживаются при постоянной температуре T_1 и T_2. Найдите зависимость $T(x)$. считайте что температура во всем сечении с постоянным х одинакова.



Примечание. Вам и Паше может помочь тот факт, что для силы гравитационного взаимодействия двух точечных тел массами m_1 и m_2, можно ввести потенциальную энергию их взаимодействия, определяемую соотношением $U = -G(m_1 m_2)/r_{12}$, где r_{12} – расстояние между телами.

Часть 2. Потоки жидкости и/или газов

Паша решил собрать разные виды охладительных (или нагревательных) систем вида слой жидкости – стенка – слой жидкости. В этой части задачи нас будут интересовать свойства таких систем.

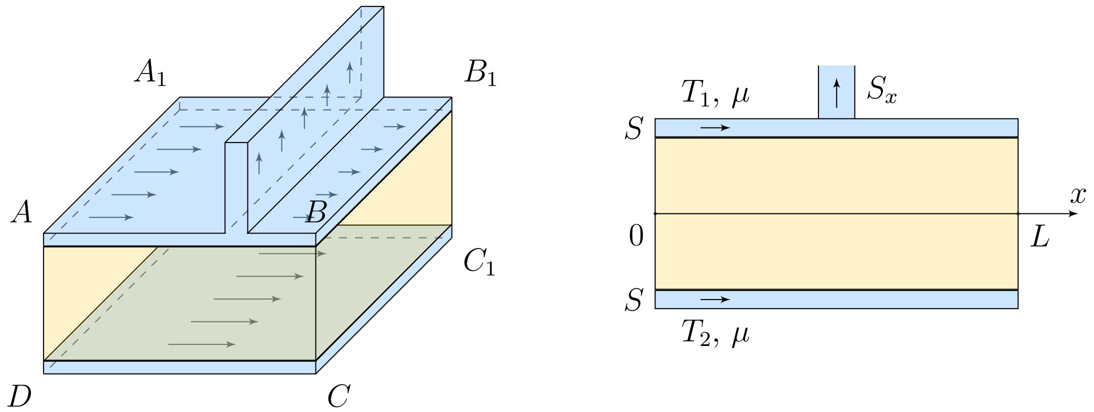
6. Слой чугуна, поверхность которого имеет форму квадрата со стороной L, омывается с двух сторон одинаковыми жидкостями так, что они текут в одну сторону по трубкам с одинаковой площадью сечения. Массовый расход жидкости на входе в систему в каждой трубке одинаковый.

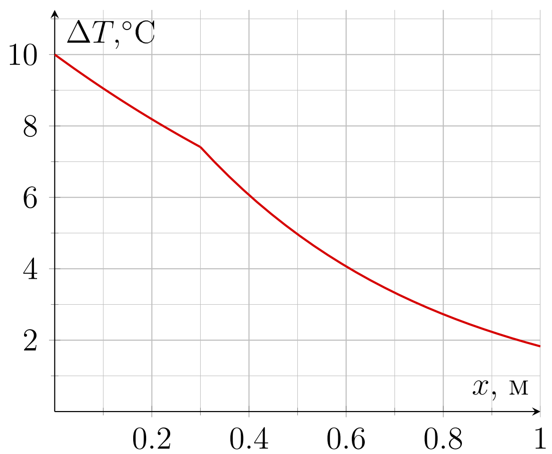
   Температуры жидкостей на входе в систему равны T_1 и $T_2 < T_1$. Считайте, что температура жидкости в вертикальном сечении отдельной трубки постоянна, а основной поток тепла направлен в плоскости рисунка перпендикулярно оси x. Потоком тепла в других направлениях можно пренебречь.

   С одной стороны от чугунной стенки жидкость отводится по трубке с неизвестной площадью сечения. Скорость движения жидкости во всех трубках одинаковая. Зависимость разности температур жидкостей от координаты x представлена на рисунке. Найдите:

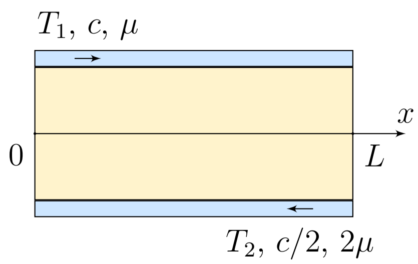
(a) *(1 балл)* Где располагается трубка, по которой отводят жидкость.

(b) *(2 балла)* Отношение площади сечения трубки, по которой отводится жидкость, к площади сечения трубки, прилегающей к чугуну.





7. *(3 балла)* Слой чугуна, поверхность которого имеет форму квадрата со стороной L, омывается с двух сторон одинаковыми жидкостями так, что они текут навстречу друг другу. Температуры жидкостей на входе в систему равны T_1 и $T_2 < T_1$. Температуру жидкости в вертикальном сечении трубки считайте постоянной, а основной поток тепла направлен в плоскости рисунка перпендикулярно оси x. Потоком тепла в других направлениях можно пренебречь. Массовый расход первой жидкости известен и в два раза меньше массового расхода второй, в то время как удельная теплоемкость первой жидкости в два раза больше. Считая, что коэффициент теплопроводности равен $\varkappa$, найдите зависимость $T(x)$ порции первой жидкости, которая поступает в систему за интервал времени Δt.



Автор задачи: Л. Колдунов

Решение

Часть 1

1. Обозначим термическое сопротивление буквой R. Выразим его из формулы в условии

$$R = \frac{\Delta x}{\varkappa S} = \frac{S(T_2 - T_1)}{P}.$$

Термическое сопротивление первого слоя будет равно

$$R_1 = \frac{b}{\varkappa_1 S} = \frac{S\Delta T_1}{P},$$

где ΔT_1 — разница температур между верхней и нижней границей первого слоя.

Общее термическое сопротивление

$$R = \frac{S\Delta T}{P},$$

где ΔT — разница температур между верхней частью первого слоя и нижней частью третьего слоя, которая выражается через разницу температур на границах каждого из слоев

$$\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3.$$

Общее сопротивление будет равно:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{b}{S}\left(\frac{1}{\varkappa_1} + \frac{1}{\varkappa_2} + \frac{1}{\varkappa_3}\right).$$

Отметим общее правило, что при последовательном соединении термические сопротивления складываются.

2. Рассмотрим 2 случая.

а) Теплота в синих плоскостях (Рис. 1) не успевает перераспределиться, поэтому красные половинки можно рассматривать как параллельные (Рис. 2). При параллельном соединении общая тепловая мощность будет равняться сумме тепловых мощностей, прошедших через каждый слой, а разница температур на границах будет одинаковой

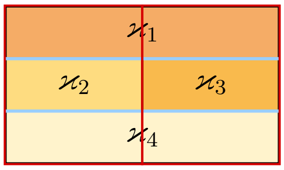


Рис. 1

$$P = P_1 + P_2, \quad \Delta T = \Delta T_1 = \Delta T_2.$$

Тогда при параллельном соединении суммарное сопротивление будет равно

$$\frac{1}{R} = \frac{P}{S\Delta T} = \frac{P_1}{S\Delta T} + \frac{P_2}{S\Delta T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Рассчитаем сопротивления R_1, R_2 красных половинок, которые соединены последовательно

$$R_1 = \frac{2b}{S}\left(\frac{1}{\varkappa_1} + \frac{1}{\varkappa_2} + \frac{1}{\varkappa_4}\right), \quad R_2 = \frac{2b}{S}\left(\frac{1}{\varkappa_1} + \frac{1}{\varkappa_3} + \frac{1}{\varkappa_4}\right)$$

Общее сопротивление будет равно

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

$$R = \frac{2b}{S}\frac{[\varkappa_2\varkappa_4 + \varkappa_1(\varkappa_2 + \varkappa_4)][\varkappa_3\varkappa_4 + \varkappa_1(\varkappa_3 + \varkappa_4)]}{\varkappa_1\varkappa_4[2\varkappa_1\varkappa_2\varkappa_3 + 2\varkappa_2\varkappa_3\varkappa_4 + \varkappa_1(\varkappa_2 + \varkappa_3)\varkappa_4]}$$

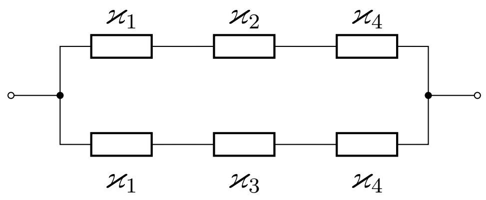


Рис. 2

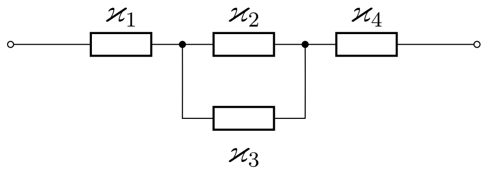


Рис. 3

б) Если в синих плоскостях вещество хорошо проводит тепло (Рис. 1), тогда поток теплоты после первого слоя успевает перераспределиться во второй и третий слой (Рис. 3).

Общее сопротивление будет равно

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4$$

$$R = \frac{b}{\varkappa_1 S} + \frac{2b}{S(\varkappa_2 + \varkappa_3)} + \frac{b}{\varkappa_4 S} = \frac{b}{S} \frac{(\varkappa_1 + \varkappa_4)(\varkappa_2 + \varkappa_3) + 2\varkappa_1\varkappa_4}{\varkappa_1\varkappa_4(\varkappa_2 + \varkappa_3)}$$

3. Как было показано в предыдущих пунктах

$$R \propto \frac{b}{S}.$$

Воспользуемся подобием

$$h \to h/2 \Rightarrow b \to b_0/2, \quad S \to S_0/4$$

Тогда термическое сопротивление системы из двух конусов будет равно

$$R = R_0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4R_0.$$

(Двойка в предыдущем выражении учитывает, что изначально был один конус, а затем конусов стало два).

4. Введём поток тепла j:

$$j = \frac{P}{S}.$$

Рассмотрим два тонких слоя (Рис. 4). Рассчитаем поток тепла в первом и во втором слоях:

$$j_1 = \varkappa \frac{\Delta T_1}{\Delta x_1}, \quad j_2 = \varkappa \frac{\Delta T_2}{\Delta x_2}.$$

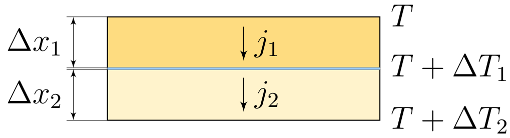


Рис. 4

Граница между первым и вторым слоем в установившемся режиме не должна нагреваться, тогда $j_1 = j_2$,

$$\frac{\Delta T_1}{\Delta x_1} = \frac{\Delta T_2}{\Delta x_2} = \text{const}.$$

Это позволяет сказать, что температура меняется линейно. Необходимо построить прямую, проходящую через 2 точки — $T(0) = T_1, T(b) = T_2$

$$T(x) = T_1 + (T_2 - T_1)\frac{x}{b}$$

5. Разобьём конус на маленькие кусочки толщиной Δx_i, где i указывает номер кусочка.

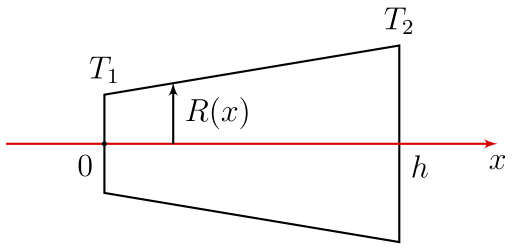


Рис. 5

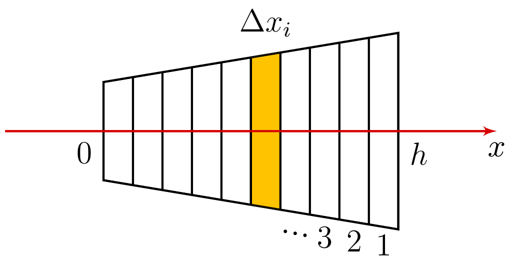


Рис. 6

Поток тепла, проходящий через каждый кусочек, будет определяться разницей температур на концах кусочка и его толщиной:

$$j = \varkappa \frac{\Delta T_i}{\Delta x_i}.$$

Рассмотрим как меняется радиус сечения цилиндра R с координатой x. Функция — линейная, этой функции должны принадлежать точки $R(0) = R_1$, $R(h) = R_2$

$$R(x) = R_1 + \frac{x}{h}(R_2 - R_1).$$

Сечение является окружностью, площадь которой равна

$$S(x) = \pi \left(R(x)\right)^2.$$

В установившимся режиме мощность в сечении должна являться константой, так как в противном случае происходил бы нагрев

$$j(x)S(x) = \mathrm{const}.$$

Обозначим константу буквой k и выразим её через x и Δx_i:

$$k = \left(R_1 + \frac{x}{h}(R_2 - R_1)\right)^2 \frac{\Delta T_i}{\Delta x_i}.$$

Введем ещё одну константу C

$$C = k\frac{h^2}{(R_2 - R_1)^2}$$

и выразим ΔT_i

$$\Delta T_i = \frac{C \cdot \Delta x_i}{\left(\frac{R_1}{R_2 - R_1}h + x\right)^2}.$$

Здесь можно увидеть аналогию с гравитационным взаимодействием. T — аналог энергии, $\Delta T_i / \Delta x_i$ — аналог силы.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad U = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

Оказывается, любую потенциальную силу можно определить как производную от энергии, а потенциальную энергию можно вычислить, интегрируя силу по координате (в одномерном случае)

$$F = -\frac{dU}{dx}, \quad U = -\int F dx$$

Проведём суммирование ΔT_i

$$\Delta T = \sum_{i=0}^{N} \Delta T_i = \sum_{i=0}^{N} \frac{C{\cdot}\Delta x_i}{\left(\frac{R_1 h}{R_2 - R_1} + x\right)^2}.$$

Если толщина кусочка стремится к нулю $\Delta x_i \to 0$, то суммирование можно заменить на интеграл

$$\Delta T = \int\limits_0^{x_0} \frac{C dx}{\left(\frac{R_1 h}{R_2 - R_1} + x\right)^2} = \frac{C}{\left(\frac{R_1 h}{R_2 - R_1}\right)} - \frac{C}{\left(\frac{R_1 h}{R_2 - R_1} + x_0\right)}.$$

Необязательно знать строгое математическое определение производной и интеграла, чтобы вычислить сумму ΔT_i, достаточно было воспользоваться гравитационной аналогией.

Разница температур ΔT между температурой в точке x и температурой в начале будет равна:

$$\Delta T = T(x) - T_1$$

Зная температуру на концах усечённого конуса, можно найти константу C

$$\Delta T = T(h) - T_1 = T_2 - T_1 = C\left(\frac{1}{\frac{R_1 h}{R_2 - R_1}} - \frac{1}{\frac{R_2 h}{R_2 - R_1}}\right)$$

$$T_2 - T_1 = C(R_2 - R_1)\left(\frac{1}{R_1 h} - \frac{1}{R_2 h}\right)$$

$$T_2 - T_1 = C(R_2 - R_1)\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2 h}\right)$$

$$C = \frac{(T_2 - T_1) R_1 R_2 h}{(R_2 - R_1)^2}$$

Найдём зависимость $T(x)$

$$T(x) = \frac{R_1 h T_1 - (R_1 T_1 - R_2 T_2) x}{R_1 h - (R_1 - R_2) x}.$$

Часть 2

6. Рассмотрим как два слоя толщиной Δx обмениваются теплом:

$$\Delta Q = P{\cdot}\Delta t,$$

$$P = \frac{\varkappa}{b} La\big(T_2(x) - T_1(x)\big)$$

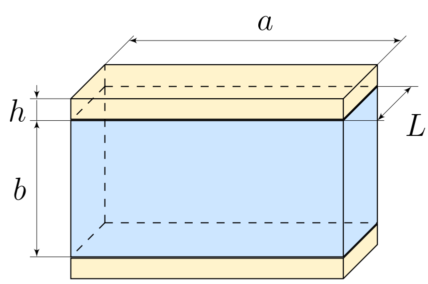


Рис. 7

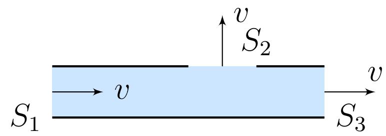


Рис. 8

Распишем ΔQ
$$\Delta Q = cm\Delta T = c\cdot\rho\cdot hLa\cdot\Delta T,$$
где c — удельная теплоёмкость жидкости. Δx можно выразить через скорость течения жидкости
$$\Delta x = v\Delta t.$$
Обозначим массовый расход жидкости буквой μ:
$$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho Lh\Delta x}{\Delta t} = \rho Lhv,$$
тогда
$$\mu\Delta T = \frac{\varkappa L}{bc}\big(T_2(x) - T_1(x)\big)\Delta x.$$
Введём очередную константу
$$A = \frac{\varkappa L}{bc} = \text{const}.$$
Таким образом, проходя расстояние Δx, жидкость меняет температуру на ΔT. Константа A зависит лишь от геометрических параметров. Запишем уравнение на $\Delta T, \Delta x$ для разных ситуаций

1. До отводящей трубы:
$$\begin{aligned} \mu_1\Delta T_1 &= A\Delta x\big(T_2(x) - T_1(x)\big) \\ \mu_2\Delta T_2 &= A\Delta x\big(T_2(x) - T_1(x)\big) \\ \mu_1 &= \mu_2 = \mu, \end{aligned}$$
где μ_1, μ_2 — массовый расход в верхний и нижней трубе соответственно.

   Пусть $T(x) = T_2(x) - T_1(x)$, тогда $\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2$. Вторая жидкость нагревается на ΔT_1, первая остывает на ΔT_2, поэтому при нахождении общей разницы ΔT нужно сложить $\Delta T_1, \Delta T_2$
$$\Delta T = \frac{2A}{\mu}\Delta x T.$$

2. Когда жидкость дойдёт до отводящий трубы, $\mu_1 \neq \mu_2$. Пусть $\mu_2 = \mu$, $\mu_1 = \alpha\mu$. По условию v одинаковы (Рис. 8), тогда
$$\begin{cases} \mu = \rho v S_1 \text{ (исходный поток)} \\ \mu = \rho(vS_2 + vS_3) \text{ (сохранение потока)} \\ \mu_1 = \rho v S_3 \end{cases}$$
Выразим S_1/S_2
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\mu}{\mu - \mu_1}, \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{1-\alpha}$$
Для ответа на вопрос задачи необходимо найти α. Свяжем $\Delta T_1, \Delta T_2$ после отводящей трубы
$$\Delta T_1 = \frac{A}{\mu_1}\Delta x\big(T_2(x) - T_1(x)\big)$$
$$\Delta T_2 = \frac{A}{\mu_2}\Delta x\big(T_2(x) - T_1(x)\big)$$

Выразим суммарное ΔT:

$$\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2$$

$$\mu_2 = \mu, \quad \mu_1 = \alpha\mu$$

$$\Delta T = \frac{\Delta x A T}{\mu}\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$$

Итого до трубы получаем

$$\frac{\Delta T_{\text{до}}}{\Delta x} = 2\frac{AT}{\mu},$$

после —

$$\frac{\Delta T_{\text{после}}}{\Delta x} = \frac{AT}{\mu}\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$$

Сразу можно сделать вывод, что труба там, где изменился наклон графика $\Delta T(x)$, данного в условии

$$\boxed{x_{\text{тр}} = 0{,}3\ \text{м}}$$

Осталось найти коэффициенты наклона

$$\frac{\Delta T_{\text{до}}}{\Delta x} = k_1 = -7{,}41\ {}^\circ\text{C/м}, \quad \frac{\Delta T_{\text{после}}}{\Delta x} = k_2 = -14{,}81\ {}^\circ\text{C/м}$$

По этим коэффициентам можно найти α

$$\frac{k_1}{k_2} \approx \frac{1}{2}, \quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{2}{1 + 1/\alpha}$$

Выразим коэффициент α и найдём отношение площадей

$$\alpha = \frac{1}{2k_2/k_1 - 1} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = 1{,}5$$

7. Пункт сходен с предыдущим. Разница лишь в направлении течения жидкостей.

$$\Delta T_1 = \frac{A}{\mu}\Delta x\big(T_2(x) - T_1(x)\big)$$

$$\Delta T_2 = -\frac{A}{\mu}\Delta x\big(T_2(x) - T_1(x)\big)$$

Минус в предыдущем выражении означает, что жидкость течёт в другую сторону $\Delta x < 0$.

Вторая жидкость нагревается на ΔT_1, а первая остывает на ΔT_2. Найдём общее изменение температуры

$$\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 = 0.$$

То есть разность температур постоянна вдоль всей трубы

$$\delta T = T_1(x) - T_2(x) = \text{const}.$$

Выразим $T_1(x)$

$$T_1(x) = x\frac{\varkappa L}{\mu b c}\delta T,$$

$$T_1(L) = -\frac{\varkappa L^2}{\mu c b}\delta T + T_1.$$

С другой стороны

$$T_1(L) - T_2(0) = \delta T,$$

$$-\frac{\varkappa L^2}{\mu c b}\delta T + T_1 - T_2 = \delta T,$$

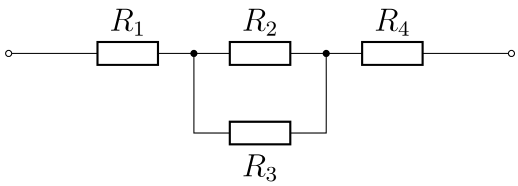
$$\delta T = \frac{T_1 - T_2}{1 + \dfrac{\varkappa L^2}{\mu c b}}.$$

Получим окончательный ответ:

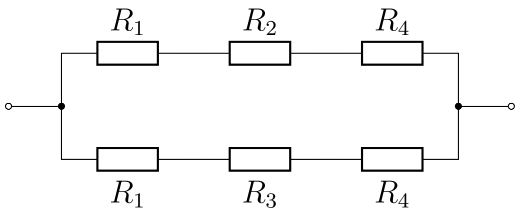
$$T_1(x) = T_1 - x(T_1 - T_2)\frac{1}{\dfrac{\mu c b}{\varkappa L} + L}$$

Альтернативная задача

1. Найдите эквивалентное сопротивление цепочек.

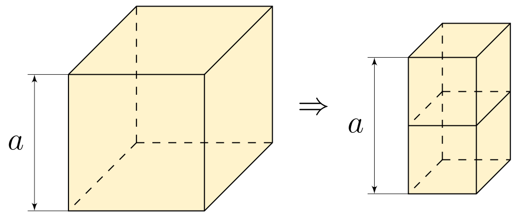


a) *(0,5 балла)*



b) *(0,5 балла)*

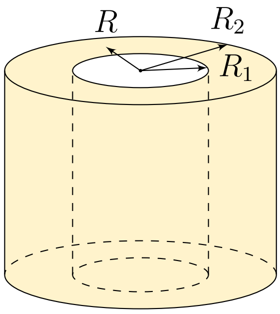
2. *(1 балл)* Деталь из чугуна с термическим сопротивлением R_0 имеет форму куба со стороной a. Деталь заменяют двумя чугунными кубиками со стороной $a/2$. Найдите термическое сопротивление новой системы.



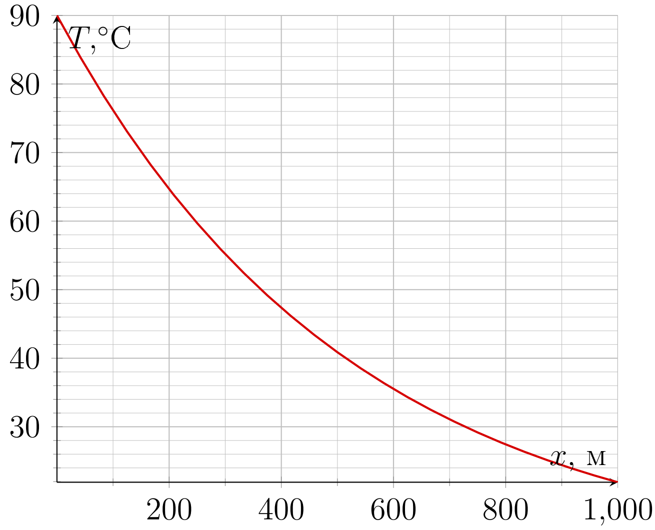
3. *(4 балла)* Деталь из материала с переменной теплопроводностью имеет форму цилиндра радиусом R_2 и высотой H с вырезанным из него цилиндром радиусом R_1. Теплопроводность зависит от радиуса как

$$\varkappa(R) = \varkappa_1 \cdot \frac{R^2}{R_1^2}.$$

Цилиндры R_1 и R_2 поддерживаются при температурах T_1 и T_2 соответственно. Найдите распределение $T(R)$ и полную мощность, передаваемую от внутреннего цилиндра внешнему.



4. *(4 балла)* Температура на улице равна $T_{ул} = 10°C$. Паша Шишкин подает по трубе воду в шестерку. Труба круглая, радиусом $R = 1$ м. Труба имеет теплоизоляцию на поверхности толщиной h с $\varkappa = 200$ Вт/(м·К). Вода в трубе движется со скоростью $v = 1$ м/с. Зависимость температуры от координаты дана на графике. Постройте график зависимости $\Delta T/\Delta x$ от температуры T и из него определите толщину стенок h. Начальная температура воды в трубе $T_1 = 90°C$.


T,°C
90
80
70
60
50
40
30
x, м
200
400
600
800
1,000

Решение альтернативной задачи

1. a) Эквивалентное сопротивление цепи равно

$$R_a = R_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} + R_4.$$

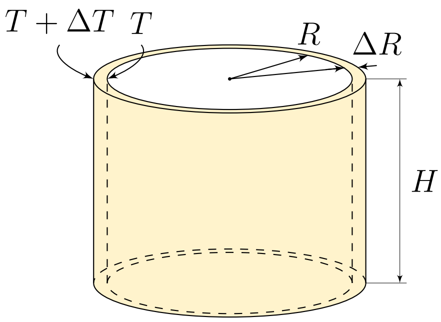
b) Аналогично для второй цепи:

$$R_b = \left(\frac{1}{R_1 + R_2 + R_4} + \frac{1}{R_1 + R_3 + R_4}\right)^{-1}$$

2. Пункт аналогичен номеру 3 основной задачи. Более общее решение есть там. В данном случае достаточно будет заметить, что новая деталь — фактически четвертинка исходной, т.е. в формуле $R = \Delta\varkappa/\varkappa S$ изменилась лишь S (уменьшилась в 4 раза). Тогда

$$R = 4R_0.$$

3. Рассмотрим тонкостенный цилиндр высотой H, радиусом R, толщиной ΔR. Пусть на его внутренней поверхности температура T, на внешней $T + \Delta T$. Тогда поток тепла через него:



$$P = \frac{\Delta T}{\Delta R}\varkappa S.$$

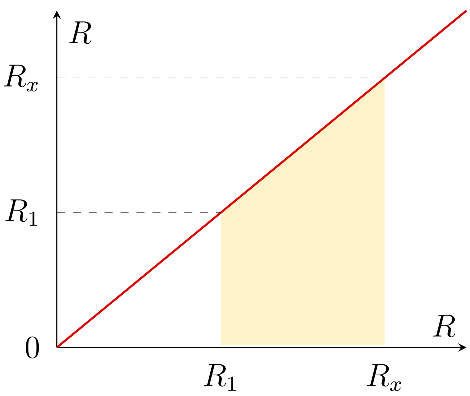
Площадь поверхности цилиндра равна $S = 2\pi RH$. Тогда:

$$P = \frac{\Delta T}{\Delta R}\varkappa \cdot 2\pi RH = \frac{\Delta T}{\Delta R}\varkappa_1 \frac{R_1^2}{R^2} \cdot 2\pi RH.$$

С другой стороны, в стационарном состоянии $P = \text{const}$. Тогда:

$$P\Delta R \cdot R = R_1^2 \varkappa_1 2\pi H \cdot \Delta T.$$

Просуммируем данное выражение от R_1, T_1 до R_x, T_x. Сумма ΔT очевидно равна $T_x - T_1$. Для $\Sigma R\Delta R$ можно заметить, что это площадь под графиком. Тогда



$$\Sigma R\Delta R = \frac{R_1 + R_x}{2} \cdot (R_x - R_1).$$

Таким образом:

$$P(R_x^2 - R_1^2) \cdot \frac{1}{2} = R_1^2 \cdot \varkappa_1 2\pi H(T_x - T_1),$$

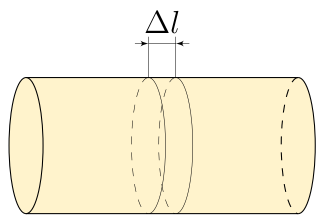
откуда, подставив R_2, T_2:

$$P = \frac{4\varkappa_1 \pi H(T_2 - T_1)}{(R_2/R_1)^2 - 1}$$

Если $P > 0$, то тепло передается от T_2 к T_1. Если $P < 0$ — от T_1 к T_2. Отсюда легко получить $T(R)$:

$$T(r) = T_1 + \frac{P(R^2 - R_1^2)}{4R_1^2 \varkappa_1 \pi H} = T_1 + (T_2 - T_1)\frac{R^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}.$$

4. До того как строить график $\frac{\Delta T}{\Delta x}(T)$, поймем, что он нам даст. Запишем ΔQ для кусочка длины Δx:



$$\Delta t \cdot (T_0 - T) \cdot \frac{\varkappa}{h} \cdot 2\pi R \cdot \Delta l = \Delta m \cdot \Delta T \cdot c,$$

где $\Delta m = \pi R^2 \Delta l \rho$. Тогда:

$$\Delta t \cdot (T_0 - T) \cdot \frac{\varkappa}{h} \cdot 2\pi R \cdot \Delta l = \pi R^2 \Delta l \rho \cdot \Delta T \cdot c,$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{(T_0 - T)\varkappa \cdot 2}{h\rho R c}.$$

За Δt этот кусочек сдвинется на

$$\Delta x = v\Delta t, \quad \Longrightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta x}{v}.$$

Тогда:

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{(T_0 - T) \cdot 2\varkappa}{\rho h R c v}.$$

Таким образом, коэффициент наклона $\frac{\Delta T}{\Delta x}(T)$,

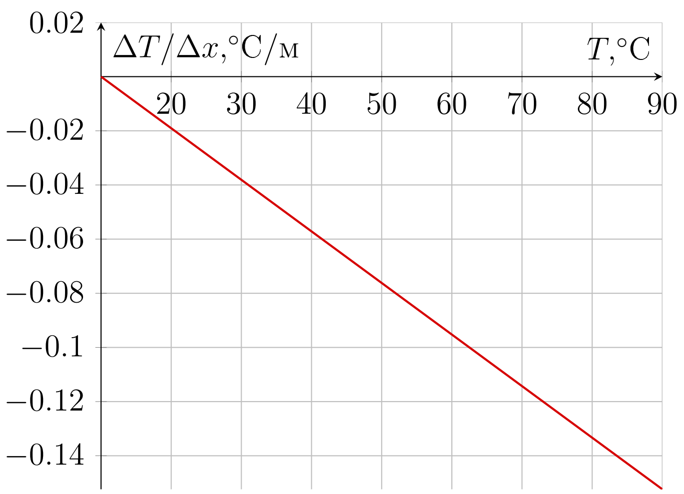
$$k = \frac{2\varkappa}{\rho h R c v}.$$

Более того, у нас есть 1 «бесплатная» точка (которой, кстати, нет в исходных данных)

$$\frac{\Delta T}{\Delta x}(T_0) = 0.$$

Построим график, посчитав коэффициент наклона.

x, м	T, $^\circ C$	$\Delta T/\Delta x$, $^\circ C$/м
∞	10	0
0	90	-0,152
200	65	-0,104
400	47	-0,071
600	36	-0,049
1000	22	-0,023



Отсюда коэффициент наклона:

$$k = \frac{2\varkappa}{\rho h R c v} \approx 0{,}002\ \frac{1}{\text{м}}.$$

Тогда $h = 5$ см.