Задача 1

Дано:

$\frac{1}{2}S$ — $v_0 = 15$ м/с

t_1 — $v_1 = 18$ м/с

t_2 — $v_2 = 27$ м/с

Найти: $v_{ср}$ — ?

$v_0 = 15$ м/с | $v_1 = 18$ м/с | $v_2 = 27$ м/с

$\frac{1}{2}S$ | за t_1 | за t_2

$(t_1 = t_2$ по усл.$)$
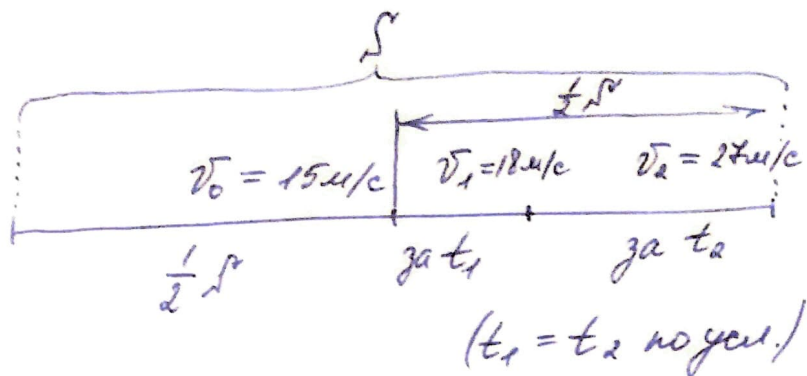
Решение:

1) Первый участок автомобиль проехал $\frac{1}{2}S$, где S — весь путь, со ск-ю v_0

2) Второй и третий за t_1 и t_2 соотв-нно но по усл. $t_1 = t_2$

3) $v_{ср} = \dfrac{S}{t} = \dfrac{S_0 + S_1 + S_2}{t_0 + t_1 + t_2}$ (1)

$\qquad (t_1 = t_2)$
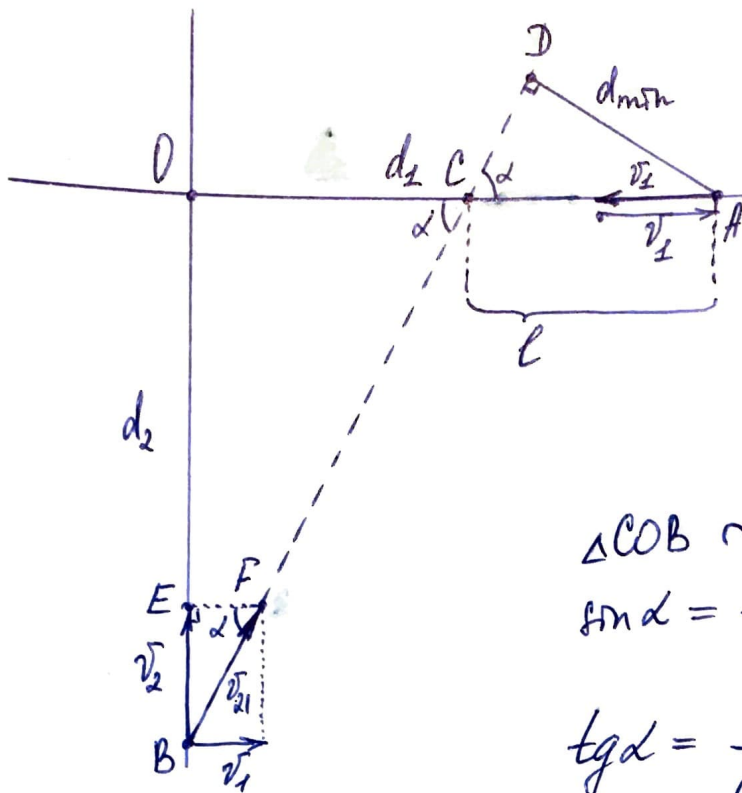
$t_0 = \dfrac{\frac{1}{2}S}{v_0}$ (2)

$\frac{1}{2}S = t_1 v_1 + t_2 v_2 = t_1(v_1 + v_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{S}{v_1 + v_2} (= t_2)$ (3)

4) Из (1), (2) и (3) уравнения следует:

$v_{ср} = \dfrac{S}{t_0 + t_1 + t_2} = \dfrac{S}{\dfrac{S}{2v_0} + \dfrac{1}{2}\dfrac{S}{v_1 + v_2} + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{S}{v_1 + v_2}} =$

$= \dfrac{1}{\dfrac{1}{2v_0} + \dfrac{1}{v_1 + v_2}} = \dfrac{2v_0(v_1 + v_2)}{(v_1 + v_2) + 2v_0} = \dfrac{2v_0(v_1 + v_2)}{2v_0 + v_1 + v_2} =$

$= \dfrac{2\cdot 15(18 + 27)}{2\cdot 15 + 18 + 27}$ (м/с) $= \dfrac{1350}{75}$ (м/с) $= 18$ м/с

Ответ: $v = v_{ср} = 18$ м/с

Задача 2

$v_1 = 15$ м/с

$v_2 = 20$ м/с

$d_1 = 80$ м

$d_2 = 100$ м

Найти: $d_{min} - ?$

В С.О. земли:

Решение:

Для удобства, перейдём из системы отсчёта (С.О.) земли в СО, связанную с частицей 1. Серыми стрелками обозначен переход в СО. 1-ой частицы.

Заметим, что $\triangle COB$, $\triangle FEB$ и $\triangle CDA$ подобны, где $AC = \ell$, $\angle ACD = \angle EFB = \angle OCB = \alpha$, а AD и есть d_{min}.

Тогда:

$$\sin\alpha = \frac{v_2}{v_{21}} = \frac{d_{min}}{\ell}, \text{ т.е. } \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \frac{d_{min}}{\ell} \quad (1)$$

$$tg\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{d_2}{d_1 + \ell} \quad (2)$$

Из (1) $\Rightarrow d_{min} = \ell \cdot \dfrac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$

Из (2) $\Rightarrow \ell = d_2 \cdot \dfrac{v_1}{v_2} - d_1$

$\Biggr\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow d_{min} = \left(d_2 \frac{v_1}{v_2} - d_1\right) \cdot \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \left(100 \cdot \frac{15}{20} - 80\right) \cdot \frac{20}{\sqrt{15^2 + 20^2}} \cdot$$

Заметим, что $d_{min} < 0$, т.е. 2 частица пролетит "перед" 1-ой, а не сзади неё. Переформулируем задачу:

Задача 2 прод-жие

$$\triangle COB \sim \triangle FEB \sim \triangle CDA$$

$$\sin \alpha = \frac{v_2}{v_{21}} = \frac{d_{min}}{\ell}$$

$$tg\,\alpha = \frac{d_2}{d_1 - \ell} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$-\ell = d_2 \frac{v_1}{v_2} - d_1$$

$$\ell = d_1 - d_2 \frac{v_1}{v_2}$$

$$d_{min} = \ell \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \left(d_1 - d_2 \frac{v_1}{v_2}\right) \cdot \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} =$$
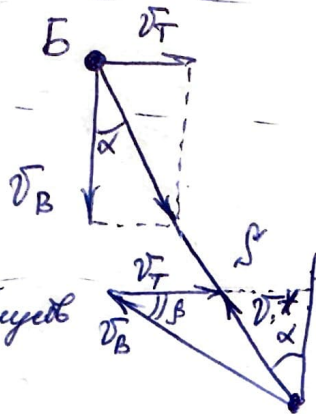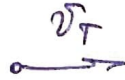
$$= \left(80 - 100 \frac{15}{20}\right) \cdot \frac{20}{\sqrt{15^2 + 20^2}} = 5 \cdot \frac{20}{\sqrt{625}} = \frac{5 \cdot 20}{25} (\text{м}) = 4\,\text{м}$$

Ответ: $d_{min} = 4\,\text{м}$

Задача 3.

Решение:

Дано:
$n = 1,8$
A по теч
B поперёк

Найти: $\dfrac{T_B}{T_A} - ?$

Для B:

$\vec{v}_T$

v^* по теореме косинусов лежуля

1) $T_{B_1} = \dfrac{S}{\sqrt{v_T^2 + v_B^2}}$

$T_{B_2} = \dfrac{S}{v^*}$

$T_B = T_{B_1} + T_{B_2}$

Для A: $\vec{v}_T$
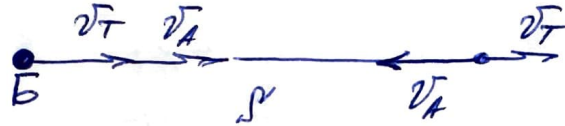
2) $T_{A_1} = \dfrac{S}{v_T + v_A}$

$T_{A_2} = \dfrac{S}{v_A - v_T}$

$T_A = T_{A_1} + T_{A_2}$

(Пусть $v_A = v_B = v \cdot n$
$v_T = v$)

3) $\dfrac{T_B}{T_A} = \dfrac{T_{B_1} + T_{B_2}}{T_{A_1} + T_{A_2}} = \dfrac{\dfrac{S}{\sqrt{v_T^2 + v_B^2}} + \dfrac{S}{v^*}}{\dfrac{S}{v_T + v_A} + \dfrac{S}{v_A - v_T}} =$

$= \dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{v^2 + v^2 n^2}} + \dfrac{1}{v^*}}{\dfrac{1}{v + v \cdot n} + \dfrac{1}{v \cdot n - v}} = \dfrac{\dfrac{1}{v} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1 + n^2}} + \dfrac{1 \cdot v}{v^* \cdot v}}{\dfrac{1}{v}\left(\dfrac{1}{1 + n} + \dfrac{1}{n - 1}\right)} =$

$= \dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{1 + n^2}} + \dfrac{v}{v^*}}{\dfrac{1}{1 + n} + \dfrac{1}{n - 1}}$

Задача 3 прод-ние:

$$(v^*)^2 = v_T^2 + v_B^2 - 2v_T \cdot v_B \cdot \cos\underset{n}{\beta}$$
$$\sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{v_T}{\sqrt{v_T^2 + v_B^2}} = \frac{v}{v\sqrt{1+n^2}}$$

$$\beta + \alpha = 90°$$

$$v^* = \sqrt{v^2 + v^2 \cdot n^2 - 2v^2 \cdot n \cdot \frac{1}{\sqrt{1+n^2}}} =$$

$$= v\sqrt{1 + n^2 - \frac{2n}{\sqrt{1+n^2}}}$$

Ответ:

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{\dfrac{1}{\sqrt{1+n^2}} + \dfrac{1}{\sqrt{1+n^2 - \dfrac{2n}{\sqrt{1+n^2}}}}}{\dfrac{1}{1+n} + \dfrac{1}{n-1}}$$

Задача 4.

Дано:

$h = 2{,}2$ м

$T = 0{,}25$ с

$g = 10$ м/с²

Найти: $H - ?$
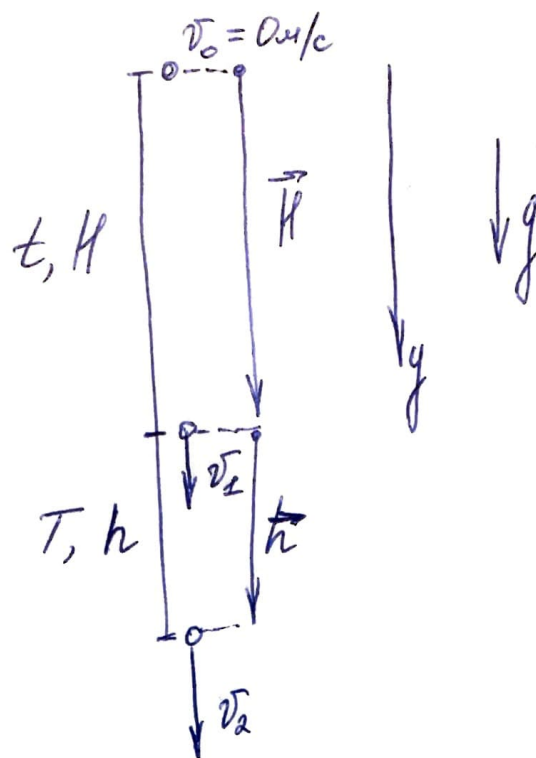
Решение:

1) $v_0 = 0$ м/с

2) Запишем 2 уравнения (векторных) свободного падения:

(1) $\vec{h} = \vec{v_1} \cdot T + \dfrac{\vec{g} \, T^2}{2}$

(2) $\vec{H} = \vec{v_0} \cdot t + \dfrac{\vec{g} \cdot t^2}{2} = \dfrac{\vec{g} \, t^2}{2}$

$\vec{v_1} = \vec{v_0} + \vec{g} t = \vec{g} t \quad (3)$

3) Идем $\vec{v_1}$ скорости:

4) На ось OY:

(1) $h = v_1 \cdot T + \dfrac{g T^2}{2} \Rightarrow v_1 = \dfrac{1}{T}\left(h - \dfrac{g T^2}{2}\right) = \left(\dfrac{h}{T} - \dfrac{gT}{2}\right)$

(2) $H = \dfrac{g t^2}{2}$

(3) $v_1 = g \cdot t \Rightarrow t = \dfrac{v_1}{g}$

5) $H = \dfrac{g}{2} t^2 = \dfrac{g}{2}\left(\dfrac{v_1}{g}\right)^2 = \dfrac{v_1^2}{2g} = \dfrac{\left(\dfrac{h}{T} - \dfrac{gT}{2}\right)^2}{2g} = \dfrac{\left(h - \dfrac{gT^2}{2}\right)^2}{2g T^2} =$

$= \dfrac{\left(2{,}2 - \dfrac{10 \cdot 0{,}25^2}{2}\right)^2}{2 \cdot 10 \cdot 0{,}25^2} = \dfrac{1{,}8875^2}{2 \cdot 10 \cdot 0{,}25^2} \, (м) = 2{,}850125 \text{ м} \approx 2{,}85 \text{ м}$

Ответ: $H = 2{,}85$ м

Задача 5.

Дано:

$H = 8 м$

$T = 2с$

$L = 5м$

$g = 10 м/с^2$

Найти: $\vec{v}_k - ?$
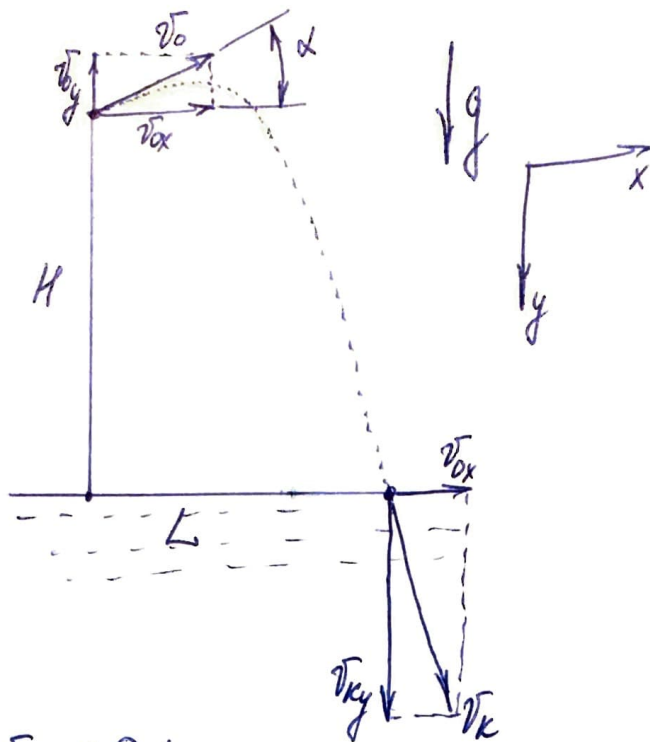
Решение:

1) Т.к. $H < \dfrac{gT^2}{2}$, то $\vec{v}_{0y} < 0$:

$$\vec{v}_{0y} = -\vec{v}_0 \cdot \sin\alpha$$

2) $\begin{cases} L = \vec{v}_{0x} \cdot T = \vec{v}_0 \cdot \cos\alpha \cdot T \\[4pt] H = \vec{v}_{0y} \cdot T + \dfrac{gT^2}{2} = -\vec{v}_0 \cdot \sin\alpha \cdot T + \dfrac{gT^2}{2} \\[4pt] \vec{v}_{kx} = \vec{v}_{0x} = \vec{v}_0 \cdot \cos\alpha \\[4pt] \vec{v}_{ky} = \vec{v}_{0y} + gT = -\vec{v}_0 \cdot \sin\alpha + gT \\[4pt] \vec{v}_k = \sqrt{\vec{v}_{kx}^2 + \vec{v}_{ky}^2} = \sqrt{\vec{v}_0^2 \cdot \cos^2\alpha + \left(-\vec{v}_0 \sin\alpha + gT\right)^2} \end{cases}$

Из системы ур-ний находим $\vec{v}_0$:

$$\vec{v}_0 = \frac{L}{2T} \pm \sqrt{\frac{L^2}{4T^2} - \left(\frac{gT}{2} - \frac{H}{T}\right)^2} = \frac{L}{2T} + \sqrt{\frac{L^2}{4T^2} - \left(\frac{gT}{2} - \frac{H}{T}\right)^2} \Bigg\} \Rightarrow$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{L}{\vec{v}_0 T}}$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(1 - \frac{L}{\vec{v}_0 T}\right) = \frac{L}{\vec{v}_0 T}$$
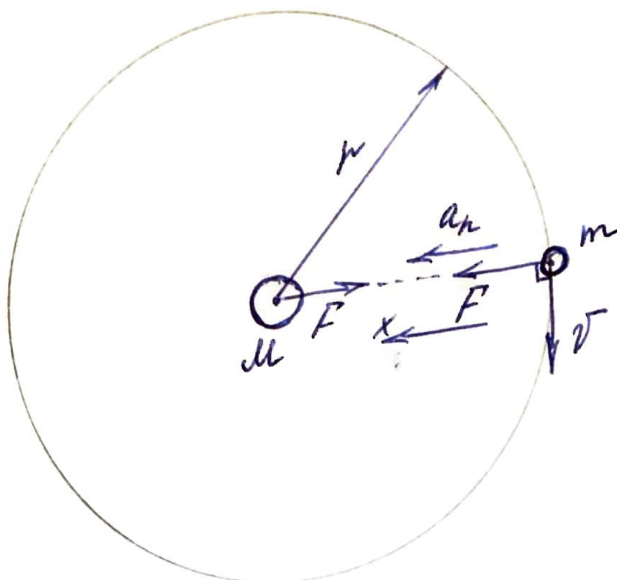
$$\Rightarrow \vec{v}_k$$

Задача 6.

Дано:

$r = 1,7 \cdot 10^5$ км

$M = 5,7 \cdot 10^{26}$ кг

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \dfrac{м^3}{кг \cdot с^2}$

Найти: $\upsilon - ?$

Решение:

Пусть масса глобы равна m.

Тогда запишем II закон Ньютона для глобы:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

На ось ox:

$$F = ma_n$$

$$F = G\frac{M \cdot m}{r^2} , \quad а \quad a_n = \frac{\upsilon^2}{r} \Bigg\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G\frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{\upsilon^2}{r} \cdot m \quad \Big| \cdot \frac{r}{m}$$

$$G\frac{M}{r} = \upsilon^2$$

$$\upsilon = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,7 \cdot 10^{26}}{1,7 \cdot 10^5 \cdot 10^3}} \ (м/с) \approx$$

$$\approx 1000 \cdot \sqrt{225} \ (м/с) = 15000 \ м/с = 15 \ км/с$$

Ответ: $\upsilon = 15 \dfrac{км}{с}$

Задача 8

Дано:

$V_0 = 80 \, см^3$

$H = 25 \, м$

$t_1 = 3°C$

$t_2 = 18°C$

$\rho = 1000 \, кг/м^3$

$p_0 = 10^5 \, Па$

$g = 10 \, м/с^2$

Найти: $V - ?$
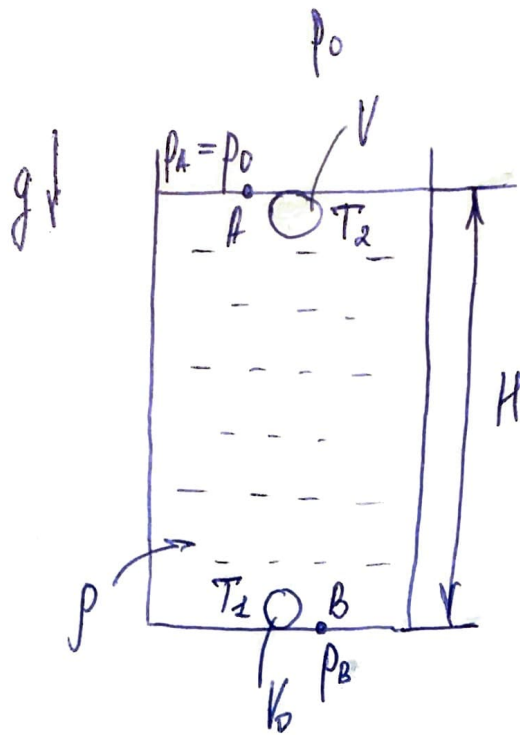
Решение: 1) у поверхности воды давление в т.А также все как и атм., т.е. $p_A = p_0$

2) В т.В: $p_B = p_A + \rho g H = p_0 + \rho g H$

3) $T_1 = t_1 + 273 \, (K)$

$T_2 = t_2 + 273$

4) Запишем закон Менделеева-Клапейрона для случая в т.А и т.В:

т.А: $p_A V = \nu R T_2$

т.В: $p_B V_0 = \nu R T_1$

5) $\dfrac{p_A V}{p_B V_0} = \dfrac{\nu R T_2}{\nu R T_1} \Rightarrow V = V_0 \dfrac{p_B \, \nu R T_2}{p_A \, \nu R T_1} = V_0 \dfrac{(p_0 + \rho g H)}{p_0} \cdot \dfrac{T_2}{T_1} =$

$= V_0 \left(1 + \dfrac{\rho g H}{p_0}\right) \cdot \dfrac{t_2 + 273}{t_1 + 273} = 80 \cdot \left(1 + \dfrac{1000 \cdot 10 \cdot 25}{10^5}\right) \cdot \dfrac{18 + 273}{3 + 273} \, (см^3) =$

$= 80 \cdot 3,5 \cdot \dfrac{291}{276} \, см^3 \approx 295 \, см^3$

Ответ: $V = 295 \, см^3$

Задача 9.

Дано:

$\nu = 2$ моль

$t_1 = 27°C$

1) $V\uparrow$ и $V_2 = 2V_1$ $p = const$

2) $pV^\gamma = const$ $t_2 \to t_1$

$R = 8,31 \dfrac{Дж}{моль\cdot K}$

Найти: $A - ?$
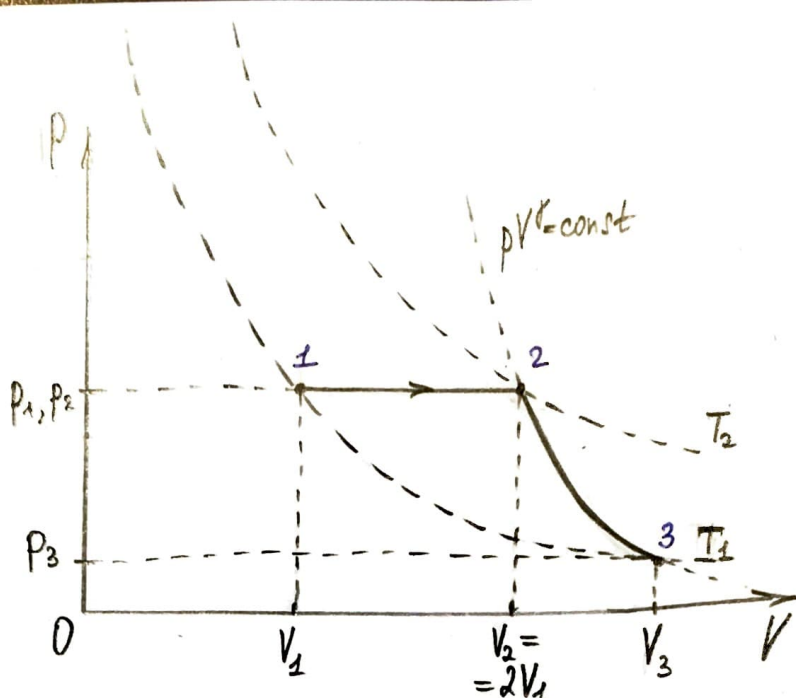
Решение:

1) Первый закон термодинамики:

$$dQ = dU + \delta A \quad или \quad \Delta Q = \Delta U + A$$

2) Для 1-2 процесса

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R \Delta T_{12} = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) \qquad (из\ з.\ Менд-Кл)$$

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = p_1V_2 - p_1V_1 = \underbrace{p_2V_2}_{\nu RT_2} - \underbrace{p_1V_1}_{\nu RT_1} = \nu RT_2 - \nu RT_1 =$$

$$= \nu R(T_2 - T_1)$$

3) Для 2-3 процесса:

$$\Delta Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = 0, \ т.к.\ адиабат.\ процесс!$$

$$\Delta U_{23} = -\Delta U_{12} = -\frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}\nu R(T_1 - T_2)$$

$$A_{23} = -\Delta U_{23} = -(-\Delta U_{12}) = \Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1)$$

4) Т.к. гелий одноатомный, то $i = 3$:

$$A = A_{12} + A_{23} = \nu R(T_2 - T_1) + \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) =$$

$$= \left(\frac{3}{2}T_2 - \frac{3}{2}T_1 + T_2 - T_1\right)\cdot \nu R = \nu R\left(\frac{5}{2}T_2 - \frac{5}{2}T_1\right) =$$

$$= \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1)$$

5) Найдем T_2:

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow p_1V_1 = \nu RT_1$$

$$p_2V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow p_1 \cdot 2V_1 = \nu RT_2$$

Задача 9 прод-ние

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$
$$2 p_1 V_1 = \nu R T_2$$
$$\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T_2 = 2T_1$$

б) $A = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (2T_1 - T_1) =$

$$= \frac{5}{2} \nu R T_1 = \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 8,31 \cdot (27 + 273) \ \text{Дж} =$$

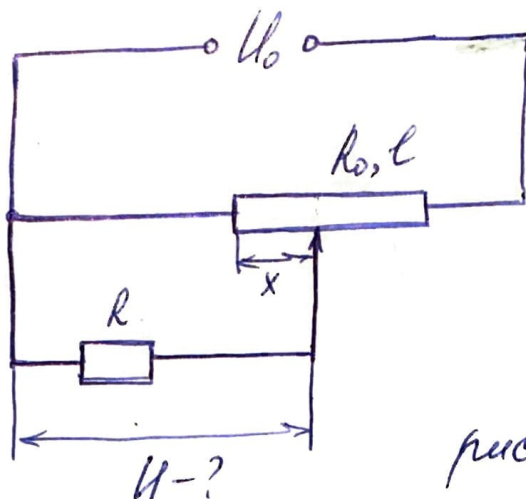$$= 12465 \ \text{Дж} \approx 12,5 \ \text{кДж}$$

Ответ: $A = 12,5$ кДж

Задача 10.

$U_0 = 50$ В

$\dfrac{R_0}{R} = 2$ $(R_0 = 2R)$

$\dfrac{x}{\ell} = 0,45$

Найти: $U - ?$

рис. 1.

Решение:

1) Т.к. $R_0 = \rho \dfrac{\ell}{S}$ и $x \sim R$ (какому-то R другой) $(x\uparrow$ и $R\uparrow)$,
то можно эту цепь (рис.1) перерисовать
в удобную эквивалентную цепь (рис.2):

$R_1 = R_0 \dfrac{x}{\ell}$ $R_п = R_0\left(1 - \dfrac{x}{\ell}\right)$

$U - ?$
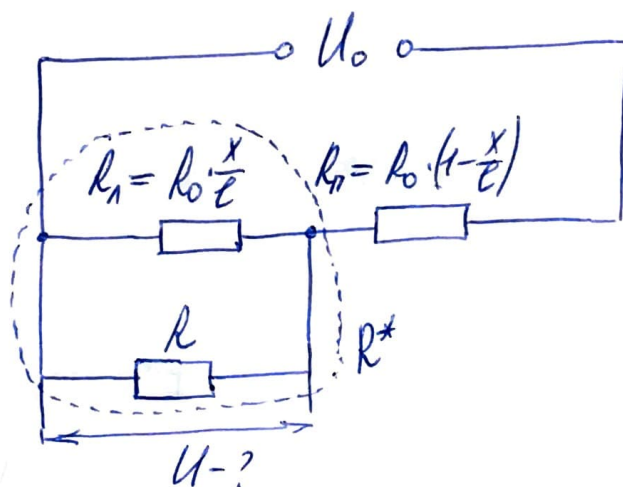
2) Для левой части:

$R_1 = R_0 \dfrac{x}{\ell} = 0,45 R_0$

А для правой части резистора R_0:

$R_п = R_0\left(1 - \dfrac{x}{\ell}\right) = 0,55 \cdot R_0$

3) Найдём R^* (см. рис.2):

$$R^* = \dfrac{R \cdot R_1}{R + R_1} = \dfrac{R \cdot 0,45 R_0}{R + 0,45 R_0} = \dfrac{R \cdot 0,45 \cdot 2R}{R + 2 \cdot 0,45 R} = \dfrac{0,9 R^2}{1,9 R} = \dfrac{9}{19} R$$

4) Т.к. R^* и $R_п$ соединено последовательно,
то ток течь будет по R^* и $R_п$ одинаковой.
Пусть будет ток I.

Тогда: $U_Л = U = I \cdot R^* = I \cdot \frac{9}{19} R$

$U_П = I \cdot R_П = I \cdot 0{,}55 R_0 = I \cdot 2 \cdot 0{,}55 \cdot R$

И $U_Л + U_П = U_0$ (посл. соединение).

$U_0 = (R^* + R_П) I$

$I R^* + I R_П = U_0$

$I = \dfrac{U_0}{R^* + R_П}$

$U = U_Л = I R^* = \dfrac{U_0}{R^* + R_П} \cdot R^* = U_0 \cdot \dfrac{\frac{9}{19} R}{\frac{9}{19} R + 0{,}55 \cdot 2 R} =$

$= U_0 \cdot \dfrac{\frac{9}{19}}{\frac{9}{19} + 1{,}1} = U_0 \cdot \dfrac{\frac{9}{19}}{\frac{9}{19} + \frac{11}{10}} =$

$= U_0 \cdot \dfrac{\frac{9}{19}}{\frac{9 \cdot 10 + 11 \cdot 19}{19 \cdot 10}} = U_0 \cdot \dfrac{9}{19} \cdot \dfrac{19 \cdot 10}{9 \cdot 10 + 11 \cdot 19} = U_0 \dfrac{90}{90 + 209} =$

$= \dfrac{90}{299} U_0 = \dfrac{90}{299} \cdot 50\,B \approx 15{,}1\,B$

Ответ: $U = 15{,}1\,B$