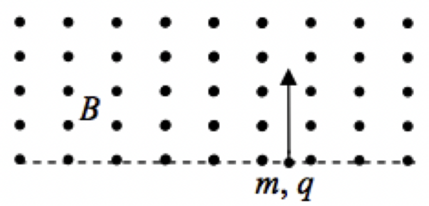
Сила Лоренца

Задачи из mathus

Движение заряда в магнитном поле

Задача 7

Частица массой m, несущая заряд q, влетает со скоростью v в область однородного магнитного поля с индукцией B перпендикулярно линиям индукции и плоской границе области (см. рисунок). Определите максимальное расстояние, на которое удалится от границы области частица в процессе своего движения.



Решение:

Частица движется по дуге окружности, радиус которой R и есть искомое расстояние. Сила Лоренца, действующая на частицу, создаёт центростремительное ускорение:

$$a = \frac{qvB}{m} = \frac{v^2}{R}.$$

Отсюда

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

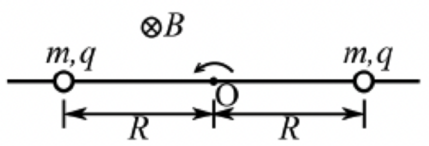
Задача 17

Две бусинки, каждая с положительным зарядом q и массой m, могут скользить без трения по жёсткому непроводящему стержню. Систему помещают в однородное магнитное поле с индукцией B и приводят во вращение с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси O, перпендикулярной стержню и параллельной направлению магнитного поля (см. рис.). Оказалось, что шарики находятся в равновесии (относительно стержня) на одном и том же расстоянии R от оси O при двух значениях угловой скорости ω_1 и ω_2.

1) Найти заряд q, считая известными m, B, ω_1 и ω_2.

2) Найти R, считая известными m, B, ω_1 и ω_2.

Силой тяжести, силами сопротивления, а также магнитным полем, индуцированным бусинками, пренебречь.



Решение:

Составим систему уравнений и найдём q и R:

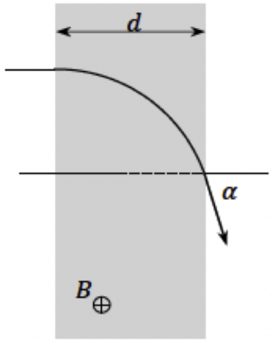
$$q\omega_1 RB - \frac{kq^2}{4R^2} = m\omega_1^2 R\,, \qquad q\omega_2 RB - \frac{kq^2}{4R^2} = m\omega_2^2 R$$

$$q\omega_1 B - \frac{kq^2}{4R^3} = m\omega_1^2\,, \qquad q\omega_2 B - \frac{kq^2}{4R^3} = m\omega_2^2$$

Исключив R из системы двух последних уравнений, находим $q = \frac{m(\omega_1+\omega_2)}{B}$. Подставив выражение для q в любое В уравнение системы, получим $R = \sqrt[3]{\frac{km(\omega_1+\omega_2)^2}{4\omega_1\omega_2 B^2}}$.

Задача 8

Частица массой m и зарядом q влетает со скоростью v в область однородного магнитного поля шириной d. В результате после прохождения магнитного поля направление скорости изменяется на угол α. Траектория частицы лежит в одной плоскости (см. рис.). Определите индукцию магнитного поля B и время пролёта частицы через магнитное поле.



Решение:

Так как начальная скорость частицы $v \perp B$, то движение её будет происходить в перпендикулярной полю плоскости. Действительно, сила Лоренца всегда перпендикулярна полю, а потому продольная её составляющая равна нулю. Не может появиться, следовательно, и продольная составляющая скорости. Далее, так как в магнитном поле всегда $v = const$ и $v \perp B$, то $F_л = qvB = const$.
Таким образом, частица будет двигаться с постоянной по модулю скоростью под действием постоянной по модулю силы, перпендикулярной скорости. Это — движение по дуге окружности. Записывая второй закон Ньютона для этого движения, получим

$$m\frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow B = \frac{mv}{qR} = \frac{mv}{qd}\sin\alpha.$$

Для задания с кратким ответом: время полного оборота частицы с массой m и зарядом q в магнитном поле B определяется формулой $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$, а время движения по дуге с углом α определяется формулой

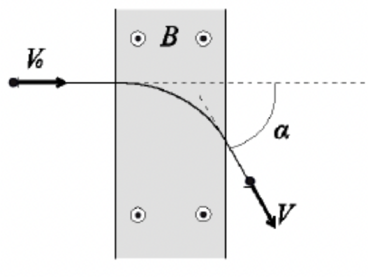
$$\tau = \frac{\alpha}{2\pi}T = \frac{\alpha m}{qB} = \frac{\alpha d}{v\sin\alpha}.$$

Задача 10

Частица массой $m = 6.6 \cdot 10^{-27}$ кг и зарядом $q = 3.2 \cdot 10{-}19$ Кл пролетает область однородного магнитного поля с индукцией $B = 0.03$ Тл, изменив направление своего движения на угол $\alpha = 0.8$ рад (см. рисунок). Начальная скорость частицы перпендикулярна границе поля и силовым линиям поля.

1) Найти отношение скорости v при вылете из поля к скорости v_0 при влёте в поле. Дать объяснение.

2) Найти время пролёта частицы через магнитное поле.



Решение:

1) v/v_0, так как сила Лоренца перпендикулярна скорости и её работа равна нулю.
2) В поле частица движется с постоянной скоростью по дуге окружности радиусом R . При этом, дуге соответствует центральный угол, равный α. Имеем:

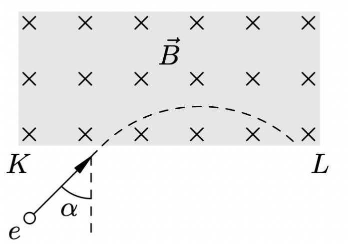
$$\frac{mv^2}{R} = qvB\ , \qquad t = \frac{R\alpha}{V}$$

Итак,

$$t = \frac{m\alpha}{qB} = 5.5 \cdot 10^{-7} \text{ с} = 550 \text{ нс}.$$

Задача 9

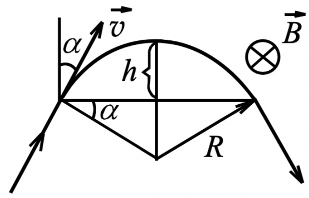
Электрон со скоростью $v = 10^9$ см/с влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 10^{-3}$ Тл (см. рисунок). Направление скорости перпендикулярно линиям индукции поля. Определите максимальную глубину h проникновения электрона в область магнитного поля (то есть наибольшее удаление электрона от прямой KL). Отношение заряда электрона к его массе $\gamma = 1.76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, угол падения $\alpha = 30°$.



Решение:

Электрон будет двигаться в магнитном поле с постоянной скоростью v по дуге окружности радиуса R, который найдётся из условия равенства центростремительной силы и силы Лоренца:

$$\frac{mv^2}{R} = evB.$$



Здесь e – заряд электрона, m – его масса. Глубина проникновения

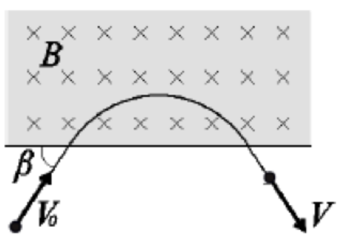
$$h = R - R\sin\alpha = \frac{v}{\gamma B}(1 - \sin\alpha) \approx 28\ mm$$

Задача 11

Электрон влетает в область однородного магнитного поля и через время $t = 0.91$ нс покидает поле (см. рисунок). Начальная скорость электрона перпендикулярна силовым линиям поля и составляет угол $\beta = 0.4$ рад с границей поля. Масса электрона $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг, модуль его заряда $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

1) Найти отношение скорости v при вылете из поля к скорости v_0 при влёте в поле. Дать объяснение.

2) Найти индукцию магнитного поля.



Решение:

1) $v/v_0 = 1$, так как сила Лоренца перпендикулярна скорости и её работа равна нулю.
2) В поле частица движется с постоянной скоростью по дуге окружности радиусом R. При этом, дуге соответствует центральный угол $\alpha = 2\beta$. Имеем:

$$\frac{mv^2}{R} = evB\ , \qquad t = \frac{R\alpha}{v} = \frac{2R\beta}{v}.$$

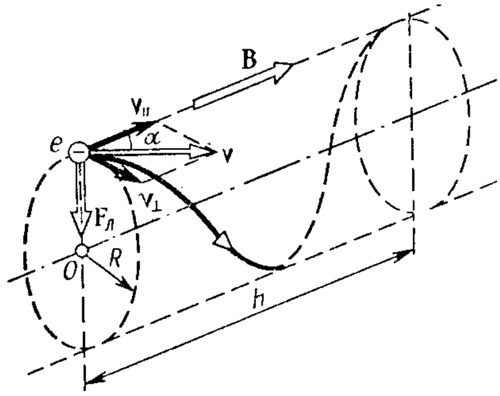
Итак,

$$t = \frac{2m\beta}{et} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл} = 5 \text{ мТл}.$$

Задача 14

(Винтовая линия) В область однородного магнитного поля B влетает заряженная частица, скорость v которой направлена под острым углом α к вектору магнитной индукции. Объясните, почему траекторией частицы будет винтовая линия. Найдите радиус и шаг этой винтовой линии. Масса частицы равна m, заряд равен q.

Решение:



Рассмотрим случай $\alpha = 0$. При этом сила Лоренца равна нулю и на заряд не действует. Следовательно, он будет двигаться прямолинейно с постоянной скоростью v, т.е. по инерции. Легко видеть, что вариант произвольного угла α представляет собой ком-бинацию двух частных случаев: $\alpha_1 = 90°$ и $\alpha_2 = 0$. Разложим вектор $\vec{v}$ на две составляющие $\vec{v_1} \perp \vec{B}$ и $\vec{v_2} \parallel \vec{B}$: $\vec{v} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$. Интуитивно ясно, что частица будет совершать вращательное движение по поверхности цилиндра, равномер-но перемещаясь со скоростью v_2 вдоль его образующей.
Радиус цилиндра R определяется из уравнения $\frac{mv_1^2}{R} = qv_1B$ (сила Лоренца действует на тело только благодаря составляющей скорости v_1):

$$R = \frac{mv_1}{qB} = \frac{mv\sin\alpha}{qB}.$$

Период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi R}{v_1} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

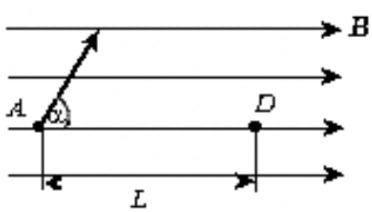
Он не зависит ни от модуля скорости v, ни от её направления, определяемого углом α. Траектория заряда – винтовая линия, «навитая» на цилиндр. Её шаг – расстояние, проходимое вдоль образующей за один оборот:

$$h = v_2 T = \frac{2\pi mv\sin\alpha}{qB}.$$

Задача 15

Электрон влетает в однородное магнитное поле. В точке A он имеет скорость v, которая составляет с напралением поля угол α (см. рисунок). При какой индукции магнитного поля электрон окажется в точке D? Заряд электрона равен e, его масса равна m, расстояние $AD = L$.

Решение:



Очевидно, что на расстоянии L должно уложиться целое число шагов винтовой линии, т.е.

$$L = nh = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{qB} \cdot n$$

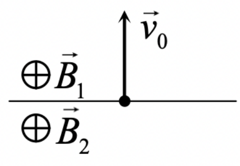
Отсюда получаем неоднозначный ответ:

$$B = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{qL} \cdot n$$

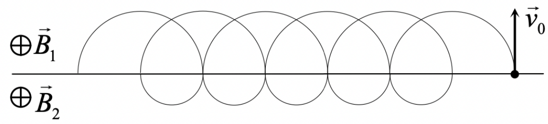
где $n = 1, 2, 3, ...$

Задача 16

В двух полупространствах созданы однородные магнитные поля с индукциями B_1 и B_2 ($B_2 = 2B_1$), векторы которых параллельны. Частица с зарядом q и массой m находится на границе раздела полей и имеет скорость v_0, направленную перпендикулярно границе раздела. Найти среднюю скорость смещения частицы вдоль границы раздела полей за большое время.



Решение:



В верхнем и нижнем полупространствах частица будет двигаться по полуокружности с постоянной скоростью. Однако из-за неодинаковости индукций магнитного поля радиусы этих окружностей

$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

будут различными, причем радиус окружности в верхнем полупространстве R_1 будет вдвое больше радиуса окружности в нижнем R_2 (см. рисунок). Поэтому за период частица сдвинется вдоль границы раздела полупространств на расстояние

$$\Delta x = 2\left(R_1 - R_2\right) = \frac{2mv_0\left(B_2 - B_1\right)}{qB_1B_2}$$

за время

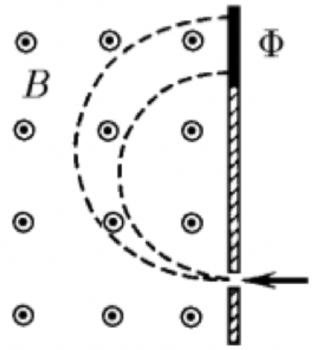
$$t = \frac{\pi R_1}{v_0} + \frac{\pi R_2}{v_0} = \frac{\pi\left(R_1 + R_2\right)}{v_0} = \frac{\pi m\left(B_2 + B_1\right)}{qB_1B_2}$$

Поэтому средняя за время одного прохождения частицы по двум полупространствам скорость частицы (или за большое время, включающее в себя много таких прохождений) будет равна

$$v_{cp} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{2v_0\left(B_2 - B_1\right)}{\pi\left(B_2 + B_1\right)} = \frac{2v_0}{3\pi}.$$

Задача 22

В устройстве для определения изотопного состава ионы калия $^{39}K+$ ($A_1 = 39$) и $^{41}K+$ ($A_2 = 41$) сначала ускоряются в электрическом поле, а затем попадают в однородное магнитное поле индукции B, перпендикулярное направлению их движения. В процессе опыта из-за несовершенства аппаратуры ускоряющее напря-жение меняется около своего среднего значения на величину $\pm\Delta u$. С какой относительной погрешностью $\Delta u/u_0$ нужно поддерживать постоянным значение ускоряющего напряжения, чтобы следы пучков изотопов калия на фотопластинке Ф не перекрывались?



Решение:

На движущийся заряженную частицу в магнитном поле
действует сила Лоренца, перпендикулярная скорости частицы и равная по абсолютной величине qvB. Здесь q — заряд частицы, v — ее скорость, B — индукция магнитного поля. В однородном магнитном поле частица будет двигаться по окружности, радиус R которой можно найти из второго закона Ньютона:

$$m\frac{v^2}{R} = qvB, \text{ и } R = \frac{mv}{qB}$$

где m — масса частиц. Если воспользоваться законом сохранения энергии $\frac{mv^2}{2} = qu$ то радиус траектории можно выразить через ускоряющий потенциал u:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2um}{q}}.$$

Это соотношение показывает, что радиус траекторий зависит от произведения um. При изменении ускоряющего потенциала радиус траектории каждого из пучков калия будет изменяться (см. рис.). Чтобы пучки ионов не перекрывались, необходимо выполнение следующего условия:

$$(u_0 + \Delta u)m_1 < (u_0 - \Delta u)m_2,$$

или

$$m_1 + \frac{\Delta u}{u_0}m_1 < m_2 - \frac{\Delta u}{u_0}m_2,$$

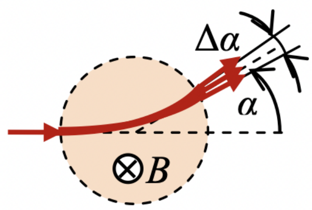
где m_1 и m_2 — массы ионов калия, пропорциональные атомным весам A_1 и A_2 соответственно. Отсюда

$$\frac{\Delta u}{u_0} < \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = \frac{A_2 - A_1}{A_2 + A_1} = 0.025 = 2.5\ \%$$

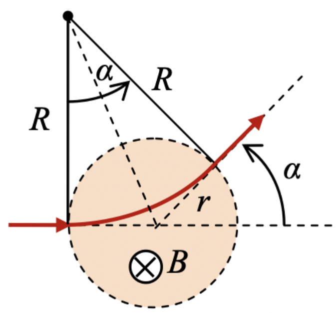
Заметим, что современная экспериментальная техника позволяет фиксировать ускоряющий потенциал с гораздо более высокой точностью (на несколько порядков).

Задача 23

Узкий пучок ионов с одинаковым зарядом, но с немного различающимися массами направляют в область цилиндрической формы, в которой создано однородное магнитное поле, направленное по оси цилиндра. Скорость ионов перпендикулярна этой оси. После прохождения области пучок отклонился от направления первоначального движения на угол $\alpha = 30°$, и у него появилась расходимость с углом $\Delta\alpha \approx 0.6°$ (начальная расходимость была пренебрежимо мала по сравнению с этой). Найти (в процентах) разброс масс ионов пучка ($\Delta m/m =$?).



Решение:



Пусть q-заряд каждого иона. Под действием силы Лоренца ионы двигаются по окружности, радиус которой определяется из уравнения для центростремительной компоненты ускорения:

$$m\frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

(v — скорость ионов) . Из построения видно, что угол отклонения иона при прохождении цилиндрической области радиуса r с магнитным полем определяется из соотношения

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r}{R} = \frac{qBr}{mv}.$$

Изменение этого угла при малом изменении массы:

$$\Delta\left[\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right] \approx \frac{\Delta\alpha}{2\cos^2(\alpha/2)} \approx \frac{qBr}{v}\left(-\frac{1}{m^2}\right)\Delta m.$$

Так как знак изменения нам не важен (знак «минус» здесь просто показывает, что увеличение массы соответствует уменьшению угла), перепишем это соотношение в виде

$$\frac{qBr}{mv}\frac{\Delta m}{m} = \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\frac{\Delta m}{m} \approx \frac{\Delta\alpha}{2\cos^2(\alpha/2)},$$

откуда

$$\frac{\Delta m}{m} \approx \frac{\Delta\alpha}{\sin(\alpha)} \approx 2.1\%.$$

Ответ: $\frac{\Delta m}{m} \approx \frac{\Delta\alpha}{\sin(\alpha)} \approx 2,1\%.$

Задача 24

Сплошной металлический цилиндр радиусом R вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω. Объясните, почему в цилиндре при этом появляется электрическое поле, и найдите разность потенциалов между поверхностью цилиндра и осью вращения. При какой индукции магнитного поля, направленного вдоль оси цилиндра, электрическое поле в цилиндре не возникнет? Отношение заряда электрона к его массе равно e.

Решение:

При вращении цилиндра свободные электроны за счет центробежного эффекта отбрасываются к поверхности цилиндра, образуя вблизи нее избыточный отрицательный заряд. Это разделение зарядов прекращается, когда возникшее электрическое поле способно сообщать свободным электронам центростремительное ускорение $a = \omega^2 r$, т. е. когда $eE = ma$. Отсюда $E = \frac{m\omega^2 r}{e}$. Напряженность электрического поля с ростом r линейно возрастает, поэтому ее среднее значение

$$E_{\text{ср}} = \frac{E_{max}}{2} = \frac{m\omega^2 R}{2e}.$$

Значит,

$$U = E_{\text{ср}}R = \frac{m\omega^2 R^2}{2e}$$

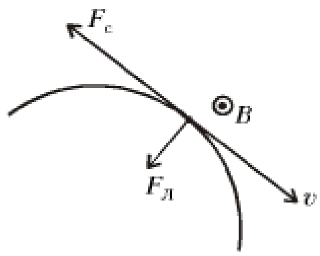
Если магнитное поле направлено вдоль оси цилиндра, сила Лоренца, направленная по радиусу, может сама сообщить электронам необходимое центростремительное ускорение: $F_л = evB$, $v = \omega r$ и $a = \omega^2 r$, получаем $e\omega B r = m\omega^2 r$; значит, $B = \frac{m\omega}{e}$.
Разумеется, направление $\vec{B}$ должно быть согласовано с направлением вращения (чтобы сила Лоренца была направлена к оси вращения).

Задача 25

Частица с удельным зарядом $\alpha = 10^8$ Кл/кг влетает в камеру Вильсона, находящуюся в магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл. Направление её скорости перпендикулярно линиям индукции поля. После поворота вектора скорости на $90°$ (изменение радиуса трека частицы при этом составило $\varepsilon = 5\%$) поле выключают. После этого частица проходит путь $L = 300$ мм до полной остановки. С какой скоростью влетела частица в камеру, если сила сопротивления при её движении пропорциональна скорости?

Решение:

Рассмотрим сначала движение частицы в однородном магнитном поле. На частицу действуют две силы: сила Лоренца $F_л$, которая обеспечивает движение по окружности с центростремительным ускорением, и сила сопротивления F_c со стороны окружающего водяного пара (рис.). Уравнение движения под действием силы Лоренца имеет вид



$$\frac{mv^2}{R} = qvB,$$

где v — скорость, q — заряд, m — масса частицы, R — радиус кривизны ее траектории. Из этого уравнения найдем связь между R и v:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{v}{\alpha B}$$

При малом относительном изменении радиуса кривизны ($\frac{\Delta R}{R} = \frac{\varepsilon}{100} = 0.05$) можно записать

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\Delta v}{v_0},$$

где v_0 — скорость частицы при влете в магнитное поле. Изменение абсолютной величины скорости Δv происходит под действием тормозящей силы $F = kv$, где k — константа. Уравнение движения частицы вдоль траектории имеет вид

$$kvdt = -mdv,$$

или, поскольку $vdt = ds$ (отрезок пути, пройденного частицей).

$$ds = -\frac{m}{k}dv.$$

В конечных приращениях (за время поворота вектора скорости на $90°$)

$$\Delta s \approx \frac{\pi R}{2} = \frac{\pi v_0}{2\alpha B} \qquad \text{и} \qquad \Delta v = -v_0 \frac{\varepsilon}{100},$$

откуда получаем:

$$\frac{\pi}{2\alpha B} = \frac{m}{k}\frac{\varepsilon}{100}. \qquad (1)$$

Теперь рассмотрим прямолинейный участок траектории частицы после выключения магнитного поля. В этом случае на частицу действует только сила сопротивления, поэтому

$$\Delta s = L, \qquad \text{а} \qquad \Delta v = -v_0\left(1 - \frac{\varepsilon}{100}\right).$$

Решение уравнения движения в конечных приращениях будет иметь вид

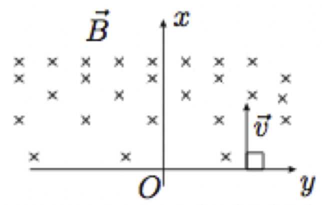
$$L = \frac{m}{k} v_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{100}\right). \qquad (2)$$

Совместное рассмотрение движения на обоих участках траектории позволяет из выражений (1) и (2) найти скорость v_0, с которой частица влетела в магнитное поле:

$$v_0 \approx \frac{2\epsilon\alpha LB}{(100-\epsilon)\pi} \approx 10^4 \text{ м/с}$$

Задача 26

В неоднородном магнитном поле с индукцией $B = \alpha x$ $(x \geqslant 0)$ (рис.) стартует частица массой m и зарядом q с начальной скоростью v, направленной вдоль оси Ox. Определите максимальное смещение x_{max} частицы вдоль оси x.

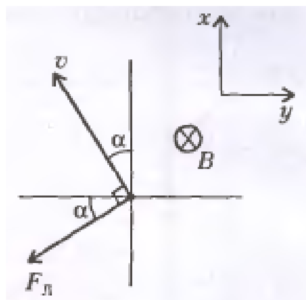


Решение:

Единственная действующая на частицу сила — сила Лоренца $\vec{F}_л$ — направлена перпендикулярно скорости частицы, поэтому она работы не совершает. Следовательно, энергия частицы и ее скорость сохраняются. Отсюда получаем

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2.$$

Уравнение второго закона Ньютона для частицы в проекции на ось Oy в произвольный момент времени имеет вид (рис.)



$$m\frac{dv_y}{dt} = F_л \cos\alpha$$

Сила Лоренца равна $F_л = Bqv$. Тогда

$$m\frac{dv_y}{dt} = Bqv\cos\alpha = Bqv_x = axqv_x$$

Умножим на dt: $m \cdot dv_y = aqx \cdot dx$ и после интегрирования получим

$$m(v_y - v_{0y}) = aq\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x_0^2}{2}\right)$$

Начальная скорость по оси Oy равна 0, начальная координата x_0 тоже равно 0, следовательно

$$mv_y = \frac{aqx^2}{2}.$$

Когда удаление частицы вдоль оси Ox максимально, проекция скорости частицы на ось Ox равна 0. Поскольку величина полной скорости частицы постоянна, при максимальном удалении $|vy| = v$. Если заряд частицы положителен, то $vy = v$, а если отрицателен, то $vy = -v$. Таким образом,

$$mv = \frac{a|q|x_{max}^2}{2}, \qquad \text{и} \qquad x_{max} = \sqrt{\frac{2mv}{a|q|}}.$$

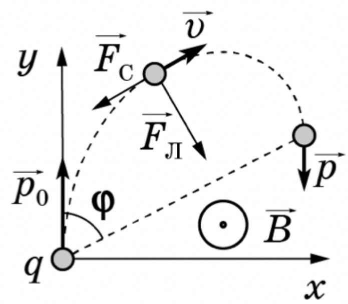
Задача 27

Маленькая частица с положительным зарядом q движется в однородном магнитном поле с индукцией B в вязкой среде. Сила сопротивления среды, действующая на частичку, прямо пропорциональна ее скорости. В начальный момент времени импульс частицы равнялся p_0 и был направлен перпендикулярно линиям индукции. Вектор перемещения частицы к моменту, когда скорость частицы впервые оказалась противонаправлена начальной скорости, составляет острый угол φ с вектором $\vec{p}_0$.

1. Какой путь прошла частица до остановки?
2. Чему равен модуль перемещения частицы до остановки?

Силой тяжести пренебречь.

Решение:



Выберем начало координат в т. A, направим ось y по направлению вектора скорости частицы в т. A, а ось x — перпендикулярно $\vec{v_0}$ и $\vec{B}$ так, чтобы в начальный момент времени сила Лоренца действовала в положительном направлении оси x. Пусть b — коэффициент пропорциональности в зависимости силы сопротивления от скорости частицы $\vec{F_c} = -b\vec{v}$.

Уравнение движения частицы в проекции на координатные оси выглядит так

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}; \qquad a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t}.$$

Тогда

$$\begin{cases} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = kv_y - \alpha v_x \\ \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = -kBv_x - \alpha v_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta v_x = kv_y\Delta t - \alpha v_x\Delta t = k\Delta y - \alpha\Delta x \\ \Delta v_y = -kv_x\Delta t - \alpha v_y\Delta t = -k\Delta x - \alpha\Delta y. \end{cases}$$

Здесь Δx и Δy — изменение координат частицы за малый промежуток времени Δt. Суммируя изменения проекций скорости и координат частицы за произвольное время от начала движения, получим

$$\begin{cases} v_x = ky - \alpha x \\ v_y - v_0 = -kx - \alpha y \end{cases}$$

В точке C вектор скорости частицы антипараллелен $\vec{v_0}$ и $v_x = 0$. Отсюда

$$ky = \alpha x \qquad \text{и} \qquad \frac{x}{y} = \frac{k}{\alpha} = \operatorname{tg}\varphi, \qquad \alpha = k\operatorname{ctg}\varphi.$$

Сила Лоренца действует перпендикулярно скорости и изменение модуля скорости частицы определяется только силой сопротивления. Поэтому

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\alpha v$$

$\Delta v = -\alpha v \Delta t = -\alpha \Delta s$, где Δs — расстояние, пройденное за Δt. Суммируя обе части уравнения за произвольное время движения, получаем

$$v - v_0 = -\alpha s$$

$$v_0 = \alpha S = kSctg\varphi,$$
$$S = \frac{mv_0 \operatorname{tg}\varphi}{qB} = \frac{p_0 \operatorname{tg}\varphi}{qB}.$$

Здесь S — расстояние, пройденное частицей от начала движения до момента остановки. Пусть координаты точки O (точки остановки) x_0, y_0. Так как в этой точке $v_x = 0$, $y_0 = x_0 \operatorname{ctg}\varphi$.

$$v_y - v_0 = -v_0 = -kx_0 - \alpha y_0 = -kx_0 \left(1 + \operatorname{ctg}^2\varphi\right) = -\frac{kx_0}{\sin^2\varphi}$$
$$x_0 = \frac{mv_0}{qB}\sin^2\varphi.$$

Расстояние от начальной точки до точки остановки

$$AO = l = \frac{x_0}{\sin\varphi} = \frac{p_0}{qB}\sin\varphi.$$