

1447. Сфера Дайсона (IAO-2016)

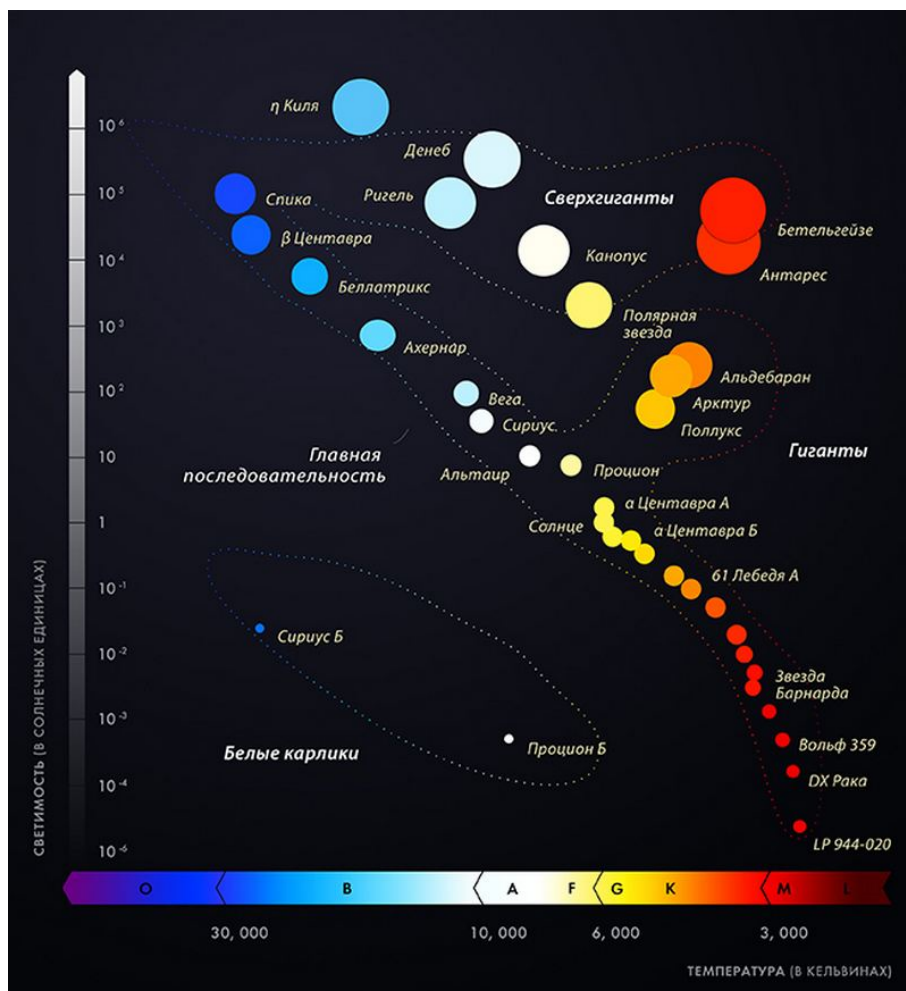
Выполнил: Иванов Александр

Существует фантастическая гипотеза, что Бетельгейзе — это не красный сверхгигант, а искусственная конструкция, сфера Дайсона, сооруженная вокруг своей звезды сверхвысокотемпературной цивилизацией. Естественно, радиус построенной сферы стал таким, каким ранее был радиус орбиты их прежней планеты. Оцените орбитальный период их прежней планеты.

Решение:

Что мы знаем про Бетельгейзе? Это красный сверхгигант (из условий), спектральный класс — M2I (I — класс светимости сверхгигантов).

Из этих данных можно узнать, что температура Бетельгейзе $T_B \approx 3600$ К (в решении будет обозначение B в переменных). Эти данные можно получить из диаграммы Герцшпрунга-Рассела:



По условию задачи следует, что радиус Бетельгейзе равен радиусу их прежней планеты. Для начала, найдем абсолютную звездную величину M_B у Бетельгейзе:

$$M_B - m_B = 5 - 5 \lg r_B$$

Из справочных данных из ИАО (см. отдельный файл) найдем расстояние до звезды через параллакс $p = 0.005''$:

$$r_B = \frac{1}{p''} = \frac{1}{0.005''} \text{ пк} = 200 \text{ пк}$$

Так же воспользуемся видимой звездной величиной $m_B = 0.5^m$:

$$M_B = m_B + 5 - 5 \lg r_B = 0.5^m + 5 - 5 \lg 200 \approx -6.0^m$$

Найдем светимость Бетельгейзе L_B , сравнив ее с Солнцем по формуле Погсона:

$$\frac{L_B}{L_\odot} = 10^{-0.4(M_B - M_\odot)},$$

Из справочных данных есть только солнечная постоянная, равная $A = 1367 \text{ Вт/м}^2$ и видимая звездная величина $m_\odot = -26.74^m$. Найдем L_\odot и M_\odot :

$$L_\odot = 4\pi a_\oplus^2 \cdot A \approx 3.87 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$$

$$M_\odot = m_\odot + 5 - 5 \lg a_\oplus = -26.74^m + 5 - 5 \lg(1/206265) \approx 4.83^m$$

Зная уже L_\odot и M_\odot , ищем L_B :

$$L_B = L_\odot \cdot 10^{-0.4(M_B - M_\odot)} = 3.87 \cdot 10^{26} \cdot 10^{-0.4(-6.0^m - 4.83^m)} \approx 8.31 \cdot 10^{30} \text{ Вт.}$$

Найдем радиус Бетельгейзе R_B по формуле Стефана-Больцмана:

$$L_B = 4\pi R_B^2 \sigma T_B^4$$

$$R_B = \sqrt{\frac{L_B}{4\pi\sigma T_B^4}} = \sqrt{\frac{8.31 \cdot 10^{30}}{4 \cdot \pi \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 3600^4}} \approx 2.64 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

$$R_B \approx 1.76 \text{ а.е.}$$

Опять обращаемся к справочным данным — масса звезды: $\mathfrak{M}_B = 11.6 \mathfrak{M}_\odot$. По третьему закону Кеплера найдем орбитальный период T прежней планеты, сравнивая с Солнцем и Землей:

$$\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2 \cdot \frac{\mathfrak{M}_B}{\mathfrak{M}_\odot} = \left(\frac{R_B}{a_\oplus}\right)^3$$

$$T = T_\oplus \sqrt{\frac{\mathfrak{M}_\odot}{\mathfrak{M}_B} \cdot \left(\frac{R_B}{a_\oplus}\right)^3} = 1 \cdot \sqrt{\frac{\mathfrak{M}_\odot}{11.6 \mathfrak{M}_\odot} \cdot \left(\frac{1.76}{1}\right)^3} \text{ year} \approx 0.686 \text{ year}$$

Ответ: $T = 0.686 \text{ year}$