

Вписанные углы.

Вписанный угол, опирающийся на диаметр.

1. Постройте касательную к данной окружности, проходящую через данную точку, расположенную вне окружности.
2. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и высоте, опущенной на гипотенузу.
3. Докажите, что отличная от A точка пересечения окружностей, построенных на сторонах AB и AC треугольника как на диаметрах, лежит на прямой BC .
4. Даны окружность ω и две точки M и K внутри неё. Впишите в окружность прямоугольный треугольник так, чтобы его катеты проходили через данные точки.
5. На катете AC прямоугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность ω , которая пересекает гипотенузу AB в точке D . Через точку D проведена касательная к окружности. Докажите, что она пересекает катет BC в его середине.
6. Пусть точка O – центр вписанной окружности, а точка O_1 – центр вневписанной окружности треугольника ABC , касающейся стороны AB . Докажите, что точки A, B, O и O_1 лежат на одной окружности.
7. Даны две точки A и B . Две окружности касаются прямой AB (одна в точке A , другая в точке B) и касаются друг друга в точке M . Найдите ГМТ M .

Теорема о вписанном угле.

1. Хорды окружности AD и BC пересекаются. Угол ABC равен 50° , угол ADB равен 80° . Найдите угол CAB .
2. Точки A, B и C лежат на окружности. Чему равен угол ABC , если хорда AC равна радиусу окружности?
3. В окружность вписаны два угла: ACB и $A_1C_1B_1$. Докажите, что если они равны, то $AB = A_1B_1$. Верно ли обратное утверждение?
4. В треугольнике ABC точка O – центр описанной окружности, $\angle C = \alpha$. Найдите угол $СВО$.
5. Шестиугольник вписан в окружность. Найдите сумму углов при трёх его не соседних вершинах.
6. С помощью циркуля и линейки впишите в данную окружность треугольник с двумя данными углами.
7. Пусть AB – хорда окружности, C – любая точка этой окружности, M лежит в той же полуплоскости относительно прямой AB , что и C . Докажите, что если точка M лежит внутри окружности, то угол AMB больше угла ACB , а если вне окружности, то меньше.
8. На окружности зафиксированы точки A и B , а точка C движется по одной из дуг AB . По какой траектории движется центр вписанной окружности треугольника ABC ?
9. На хорде AB окружности с центром O взята точка C . Описанная окружность треугольника AOC пересекает данную окружность в точке D . Докажите, что $BC = CD$.
10. Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая пересекает эти окружности последовательно в точках A, B, C и D . Докажите, что $\angle APB = \angle CQD$.