

Задача 34.

Рабочее вещество тепловой машины совершает цикл Карно между изотермами T и T_1 ($T_1 > T$) (рис. 2). Холодильником является резервуар, температура которого постоянна и равна $T_2 = 200$ К ($T_2 < T$). Теплообмен между рабочим веществом и холодильником осуществляется посредством теплопроводности. Количество теплоты, отдаваемое в единицу времени холодильнику, $q = \alpha(T - T_2)$, где $\alpha = 1 \text{ кВт/К}$. Теплообмен рабочего вещества с нагревателем происходит непосредственно при $T_1 = 800$ К. Полагая, что продолжительность изотермических процессов одинакова, а адиабатических - весьма мала, найдите температуру "холодной" изотермы T , при которой мощность тепловой машины наибольшая. Определите наибольшую мощность тепловой машины.

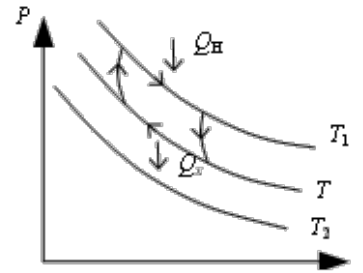


Рис.2

Решение:

За время τ холодильник получает количество теплоты

$$Q_x = \alpha(T - T_2)\tau \quad (1)$$

К.п.д. цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = \frac{T_1 - T}{T_1} \quad (2)$$

Полезная работа тепловой машины за цикл равна

$$A = Q_H - Q_x = Q_H \left(1 - \frac{T}{T_1} \right) \quad (3)$$

Преобразуем (3), выразив Q_H через Q_x , используя (2):

$$A = Q_x \left(1 - \frac{T}{T_1} \right) \frac{T_1}{T} \quad (4)$$

Подставив в (4) Q_x из (1), получаем

$$A = \alpha(T - T_2)\tau \left(\frac{T_1}{T} - 1 \right) \quad (5)$$

Полное время цикла, за которое совершается эта работа, равно 2τ , следовательно, мощность равна

$$N = \frac{A}{2\tau} = \frac{\alpha\tau(T - T_2) \left(\frac{T_1}{T} - 1 \right)}{2\tau} = \frac{\alpha}{2} \left(T_1 - \frac{T_2 T_1}{T} - T + T_2 \right) \quad (6)$$

$$N = N_{\max} \text{ при } \frac{dN}{dT} = 0 \text{ и } \frac{d^2 N}{dT^2} < 0$$

$$\frac{dN}{dT} = \frac{T_2 T_1}{T^2} - 1 = 0 \quad (7)$$

Из (7) видно, что $N = N_{\max}$ при $T = \sqrt{T_2 T_1} = 400$ К.

$N_{\max} = \frac{\alpha}{2} (T_1 - 2\sqrt{T_1 T_2} + T_2) = 100$ кВт. **Ответ:** наибольшая мощность машины равна 100 кВт.