# Разнобой (Муниципальный этап МО 2016-2017)

## 9 класс

9.1. Докажите, что при любых $a$ и $b$ хотя бы одно из уравнений $x^2 - 2ax + ab = 0$ и $x^2 - 2bx + ab = 0$ имеет решение.

9.2. Можно ли расставить все натуральные числа от 1 до 100 по кругу так, чтобы сумма любых трех подряд идущих чисел была простым числом?

9.3. Четырех школьников, которые бегают с разной скоростью, разбили на две команды по два человека, и в первую включили самого быстрого из них. Вначале команды соревновались в том, бегуны какой команды раньше встретятся, если на дистанции в 400 м они побегут навстречу друг другу. Оказалось, что командам потребовалось одинаковое время. А какая команда быстрее пробежит эстафету $2 \times 400$ м? (В эстафете каждый спортсмен пробегает 400 метров. Считается, что скорость бегунов во время забегов постоянна.)

9.4. В остром угле с вершиной $S$ проведены трисектрисы: два луча, выходящих из точки $S$ и делящих данный угол на три равные части. Из точки $A$, лежащей на одной стороне угла, опущены перпендикуляры $AB$ и $AC$ на эти трисектрисы. Докажите, что прямая $BC$ перпендикулярна второй стороне угла.

9.5. Имеется таблица $101 \times 101$, все клетки которой изначально пусты. Двое играют в следующую игру. За один ход можно записать в любую незанятую клетку таблицы любое натуральное число от 1 до $101^2$, если такого числа еще нет в таблице. Игроки записывают числа, пока не заполнят всю таблицу. Пусть $A$ — количество строк, в которых сумма чисел делится на $101^2$, а $B$ — количество столбцов, в которых сумма чисел делится на $101^2$. Первый игрок выигрывает, если $A \geqslant B$, иначе выигрывает второй. Кто из игроков сможет выиграть независимо от игры соперника?