Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)
Заочная физико-техническая школа

ФИЗИКА

Динамика

Решение задания №3 для 9-х классов

(2020 – 2021 учебный год)

г. Долгопрудный, 2020

Составитель: В.М. Курносов, учитель физики Физтех-лицея им. П.Л. Капицы.

Физика: решение задания №3 для 9-х классов (2020 – 2021 учебный год), 2020, 18 с.

Составитель:
Курносов Валерий Михайлович
Подписано 02.12.20. Формат 60×90 1/16.
Бумага типографская. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,12. Уч.-изд. л. 1,00.

Заочная физико-техническая школа
Московского физико-технического института
(национального исследовательского университета)

Институтский пер., 9, г. Долгопрудный, Московская обл., 141700.
ЗФТШ, тел./факс (495) 408-51-45 – **заочное отделение,**
тел./факс (498) 744-63-51 – **очно-заочное отделение,**
тел. (498) 755-55-80 – **очное отделение.**

e-mail: zftsh@mail.mipt.ru

Наш сайт: https://zftsh.online/

Контрольные вопросы

1. Вспомним: инерциальной Системой Отсчёта называется такая с. о., относительно которой тело движется равномерно и прямолинейно или находится в покое, если на него не действуют другие тела, или действия других тел скомпенсированы. Для точного (абсолютного) выполнения определения необходимо, чтобы тело отсчёта двигалось равномерно и прямолинейно. Однако, ни шар, ни кегли не отвечают этому требованию. У обоих тел есть центростремительное ускорение, вызванное 1) вращением Земли вокруг оси, 2) движением Земли на орбите, 3) движением Солнечной системы в Галактике и т. д. Поэтому с. о., являющуюся абсолютно инерциальной, мы не найдём. Если нас устроит некоторое отступление от инерциальности (мы сможем «смириться» с наличием некоторого небольшого ускорения у тела отсчёта), то с. о. «кегль» и с. о. «шар» равноправны, т. к. ускорения, вызванные движением Земли, у обоих с. о. одинаковые. Таким образом Петя не прав в обоих ответах.

2. На велосипед и велосипедиста действуют (рис. 1):

1. Сила тяжести $m\vec{g}$ (гравитационная сила со стороны планеты Земля), направлена вертикально вниз, приложена к центру тяжести системы тел.

2. Силы реакции опоры $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ (силы упругости со стороны поверхности Земли), направлена перпендикулярно опоре, приложена к покрышкам колёс.

3. Сила сопротивления воздуха (при движении) — сила вязкого трения (сила обменного характера), направлена против движения, приложена к лобовой стороне велосипедиста и велосипеда.

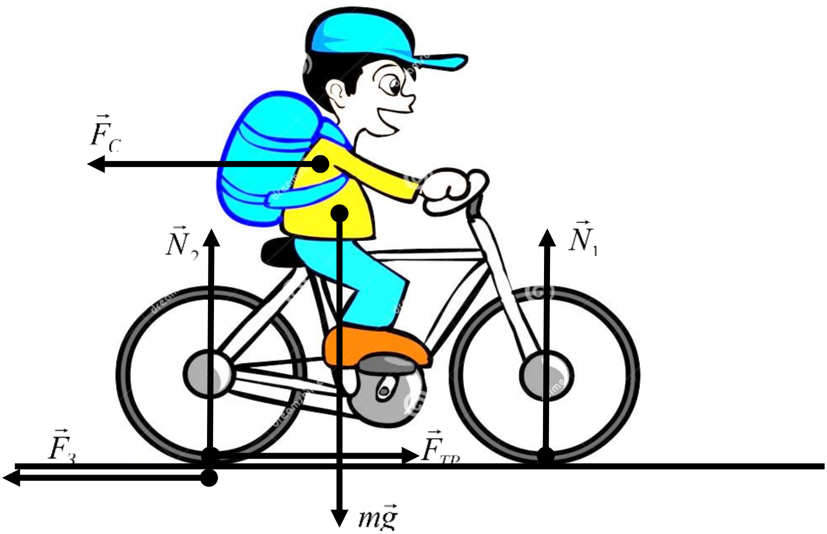

Рис. 1

4. Сила трения покоя (сила тяги), направлена против направления возможного проскальзывания колёс по поверхности дороги (вдоль направления движения велосипеда), приложена к нижней части покрышек колёс, вдоль поверхностей соприкосновения с поверхностью земли.

Мышцы ног человека давят на педаль, момент сил ими созданный передаётся на переднюю зубчатую шестерёнку (звёздочку). Далее цепь передаёт усилие (силу натяжения) на заднюю зубчатую шестерёнку (заднюю звёздочку), создавая там момент сил. Этот момент сил приводит во вращение заднее колесо с резиновой покрышкой. Если бы колесо находилось на гладкой поверхности, то оно бы вращалось по часовой стрелке. В действительности колесо приходит в сцепление с асфальтом. Колесо толкает землю в направлении своего возможного движения с силой $\vec{F}_з$ влево. При этом на колесо со стороны земли действует сила трения покоя $\vec{F}_{тр}$. Эту силу и называют силой тяги велосипеда.

3. Расставим силы, действующие на тело (рис. 2).

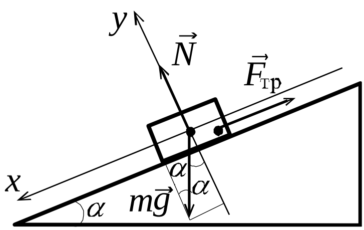

Рис. 2

Будет ли тело в начальном состоянии двигаться? Для ответа на этот вопрос найдём проекцию силы тяжести на ось *OX* и силу трения скольжения.

$$mg\cdot\sin\alpha = 10\text{ Н},$$

$$F_{тр} = \mu\cdot N = \mu mg\cdot\cos\alpha \approx 13{,}86\text{ Н}.$$

Т. к. $F_{тр} > mg\cdot\sin\alpha,$ то скольжения нет, и тело удерживает от скольжения сила трения покоя.

1) Чтобы сдвинуть брусок вниз, к нему нужно приложить силу, удовлетворяющую условию

$$F + mg\cdot\sin\alpha = F_{тр},$$

откуда

$$F = mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha),$$

следовательно, состояние равновесия обеспечит сила, направленная вниз, значения которой находятся в интервале

$$0 \le F < mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha),$$

$$0 \le F < 3{,}86\text{ Н}.$$

2) Чтобы сдвинуть брусок вверх:

$F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)-$ условие скольжения вверх,

$$0 \le F < mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

$$0 \le F < 23{,}86\text{ Н}.$$

3) Если сила, приложенная к телу, параллельна основанию наклонной

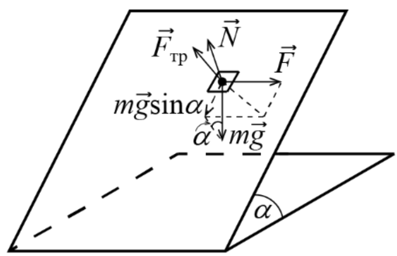

Рис. 3

плоскости (рис. 3), то условие равновесия тела в самой плоскости имеет вид:

$$F_{\text{тр}}^2 \geq F^2 + (mg\sin\alpha)^2, \text{ откуда } F \leq \sqrt{F_{\text{тр}}^2 - (mg\sin\alpha)^2}$$

$$0 \leq F < \sqrt{(\mu mg\cos\alpha)^2 - (mg\sin\alpha)^2}$$

$$0 \leq F < 9{,}6\,\text{Н}.$$

Ответ: 1) $0 \leq F < 3{,}86$ Н; 2) $0 \leq F < 23{,}86$ Н; 3) $0 \leq F < 9{,}6$ Н.

4. Если коэффициент трения будет 0,3, то сила трения не удержит тело в покое.

1) Для удержания бруска от движения вниз, к нему нужно приложить силу, направленную вверх (рис. 5).

$$F + \mu mg \cdot \cos\alpha - mg \cdot \sin\alpha = 0,$$

$$F = mg(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha).$$

2) Для осуществления движения вверх (рис. 5):

$$F - mg \cdot \sin\alpha - \mu mg \cdot \cos\alpha = 0$$

$$F = mg(\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha).$$

Для равновесного состояния вниз силу направлять нельзя. Для силы, направленной вверх, диапазон значений будет таким:

$$mg(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha) \leq F \leq mg(\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha),$$

$$4{,}8\,\text{Н} \leq F \leq 15{,}2\,\text{Н}.$$

3) Горизонтальная сила не может обеспечить равновесия (покоя) тела.

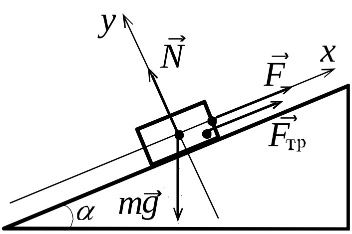

Рис. 4

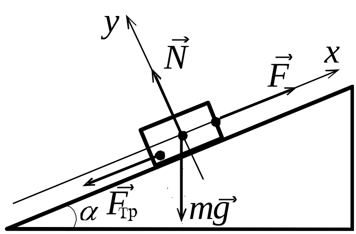

Рис. 5

Ответ: 1) не существует; 2) $4{,}8\,\text{Н} \leq F \leq 15{,}2\,\text{Н}$; 3) не существует.

5. Спутники не падают на поверхность планеты. Однако, всё время находятся в состоянии свободного падения, соответствующего данной высоте орбиты (рис. 6).

Траектория спутника представляет собой окружность. Но каждое мгновенное перемещение можно представить суммой двух векторов

$$d\vec{S} = \vec{v}dt + \frac{\vec{g}\left(dt\right)^2}{2}.$$

Спутник одновременно и улетает от Земли и падает на неё.

Если тело движется под действием единственной силы тяготения, то оно (со всем содержимым) находится в невесомости.

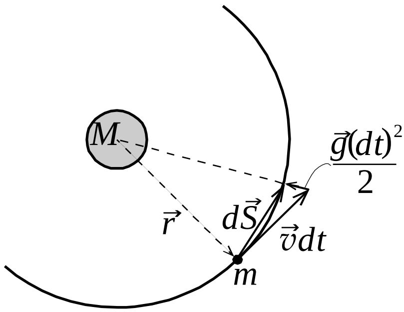

Рис. 6

6. Т. к. $g = G\dfrac{M}{R^2} = G\dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{R^2}$, то

$$\rho = \frac{3g}{4\pi GR},$$

$$\rho = \frac{3\cdot 9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{4\pi\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Н}\,\text{м}^2}{\text{кг}^2}\cdot 6370000\,\text{м}} \approx 5500\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $\rho_{\text{ср.}} \approx 5500\,\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

7. Для равномерного сдвига тела вправо необходимо приложить силу F_1 не меньшую, чем сила трения $F_{\text{тр}} = \mu mg$ (рис. 7).

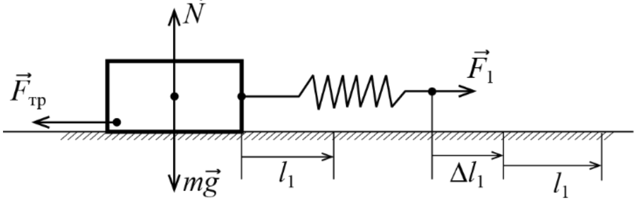

Рис. 7

Для этого нужно растянуть пружину на $\Delta l_1 = \dfrac{F_{\text{тр}}}{k} = \dfrac{\mu mg}{k}$. Для сдвига тела вправо на Δl_1 точка приложения силы совершит перемещение $S_1 = \Delta l_1 + l_1$. $S_1 = 0{,}1\,\text{м} + 0{,}2\,\text{м} = 0{,}3\,\text{м}$. Теперь, чтобы сдвинуть брусок в обратную сторону, нужно сжать пружину на $\Delta l_2 = \Delta l_1 = \dfrac{F_{\text{тр}}}{k}$. Для этого точка приложения силы должна сдвинуться влево на $\Delta l_1 + \Delta l_2 = 2\Delta l_1$. Теперь сдвинем брусок влево на $l_2 = 0{,}3\text{м}$. Итоговое смещение точки приложения силы влево составит $\Delta l_1 + \Delta l_2 + l_2 = S_2$. $S_2 = 0{,}1\text{м} + 0{,}1\text{м} + 0{,}3\text{м} = 0{,}5\text{м}$. Перемещение бруска в итоге

$l_1 - l_2 = S_{\text{бруска}}$. $S_{\text{бруска}} = -10\,\text{см}$ (влево). Путь, пройденный бруском $l_1 + l_2 = l_{\text{бруска}}$; $l_{\text{бруска}} = 50\,\text{см}$. Путь, пройденный точкой приложения силы, $l_{\text{т}} = S_1 + S_2$; $l_{\text{т}} = 0{,}3\,\text{м} + 0{,}5\,\text{м} = 0{,}8\,\text{м}$.

Ответ: $S_{\text{бруска}} = -10\,\text{см}$ (влево); $l_{\text{бруска}} = 50\,\text{см}$; $l_{\text{т}} = 80\,\text{см}$.

8. Изобразим пружины в растянутом состоянии (рис. 8).

Т. к. пружины неподвижны, то

$$F = F_1 = F_2.$$

Для первой пружины: $F = F_1 = k_1 x_1$.

$$x_2 = x - x_1,$$

Тогда $k_2 = \dfrac{k_1 x_1}{x - x_1}$,

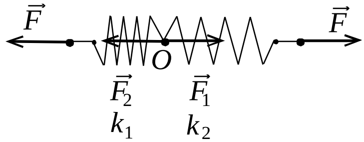

Рис. 8

$$k_2 = \frac{40\frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 0{,}05\,\text{м}}{0{,}4\,\text{м}} = 5\frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Пусть сдвигается левая точка пружины на $\dfrac{\Delta l_{\text{об}}}{2} = 22{,}5\,\text{см}$. Тогда

$$\frac{F_{01}}{k_1} + \frac{F_{02}}{k_2} = \frac{\Delta l_{\text{об}}}{2}, \text{ но } F_{01} = F_{02}, \Rightarrow F_{01} = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \cdot \frac{\Delta l_{\text{об}}}{2};$$

$\Delta l_{\text{об.левой}} = \dfrac{F_{01}}{k_1} = 2{,}5\,\text{см}$ – удлинение левой пружины. Левая точка (край) пружины сместился влево на $\dfrac{\Delta l_{\text{об}}}{2} = 22{,}5\,\text{см}$, а удлинилась левая пружина на $\Delta l_{\text{об.левой}} = 2{,}5\,\text{см}$. Правый край левой пружины сместился влево на $\dfrac{\Delta l_{\text{об}}}{2} - \Delta l_{\text{об.левой}}$, что составляет 20 см. Теперь сдвигаем правую точку (край) пружин. Левая пружина удлиняется ещё на 2,5 см, но её левый край неподвижен. Значит правый край левой пружины сместится вправо на 2,5 см. В итоге, правый край левой пружины (место соединения пружин) сместиться влево на $S = 20\,\text{см} - 2{,}5\,\text{см} = 17{,}5\,\text{см}$.

Ответ: $5\dfrac{\text{Н}}{\text{м}}$; 17,5 см.

9. Расположим верёвку перпендикулярно к краю стола. Перемещая верёвку к краю стола, добьёмся критического состояния, когда небольшого сдвига к краю достаточно для нарушения равновесия. Для этого состояния делаем рисунок (рис. 9), расставим силы.

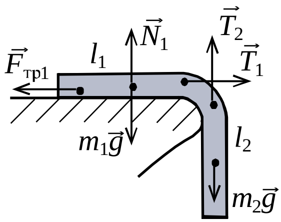

Рис. 9

Удобнее (проще) рассматривать модель этого состояния (рис. 10).

Пусть $l-$ длина всей верёвки, $m-$ её масса. Тогда пусть $\lambda = \frac{m}{l}-$ линейная плотность. Следовательно, $m_1 = \lambda l_1$, $m_2 = \lambda l_2$.

Условие равновесия первого фрагмента:

$$T_1 - \mu m_1 g = 0 \text{ или } T_1 = \mu \cdot \lambda l_1 g.$$

Для второго фрагмента:

$$T_2 - m_2 g = 0 \text{ или } T_2 = \lambda l_2 g.$$

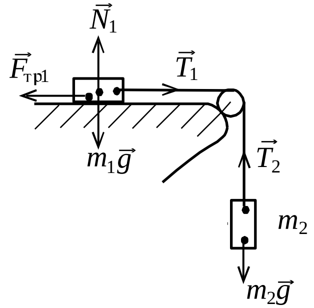

Рис. 10

Т. к. $T_1 = T_2$, то $\mu l_1 = l_2$ или $\frac{l_2}{l_1} = \mu$. Становится понятным, что линейкой измеряем длины l_1 лежащего на столе и l_2 висящего участков верёвки, и находим их отношения. Этот метод очень приблизительный, т. к. на краю стола, имеющая упругие свойства на изгиб верёвка, будет вести себя не так, как в рассмотренной модели.

Ответ: $\mu = \frac{l_2}{l_1}$.

10. Рассмотрим рисунок 11 и запишем второй закон Ньютона:

$$OX: \quad F\cos\alpha - F_{тр} = 0,$$

$$OY: \quad F\sin\alpha + N - mg = 0,$$

$$F_{тр} = \mu \cdot N.$$

Решая систему уравнений, получили

$$\mu = \frac{F\cos\alpha}{mg - F\sin\alpha}.$$

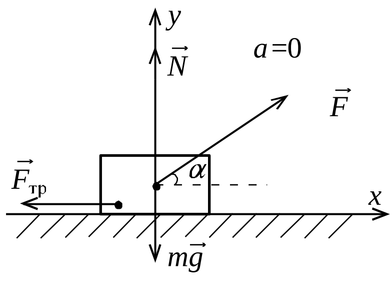

Рис. 11

Если сила остаётся неизменной, а угол уменьшился до $\beta = 30^\circ$, то тело приобретёт ускорение.

$$OX: \quad F\cos\beta - F_{тр2} = ma,$$

$$OY: \quad F\sin\beta + N_2 - mg = 0,$$

$$F_{тр} = \mu \cdot N_2,$$

$$a = \frac{F}{m}\cos\beta - \frac{\mu}{m}\left(mg - F\sin\beta\right) \text{ или}$$

$$a = \frac{F}{m}\left(\cos\beta - \cos\alpha\,\frac{mg - F\sin\beta}{mg - F\sin\alpha}\right),$$

$$a \approx 1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: $a \approx 1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

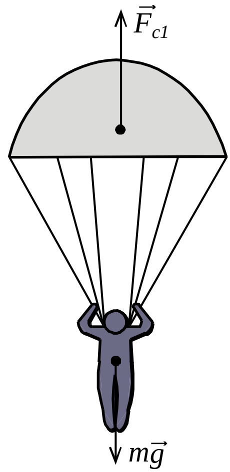

Рис. 12

11. При установившемся режиме спуска сила тяжести равна силе сопротивления (рис. 12):

$$F_{\text{c}1} = m_1 g,$$

$$F_{\text{c}1} = \beta v_1^2 = m_1 g.$$

Для второго тела можем записать:

$$F_{\text{c}2} = m_2 g,$$

$$\beta v_2^2 = m_2 g.$$

Поделив уравнения, получим:

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2},$$

откуда

$$v_2 = v_1\sqrt{\frac{m_2}{m_1}},$$

$$v_2 = 5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\sqrt{\frac{60\text{ кг}}{120\text{ кг}}} \approx 3{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $v_2 \approx 3{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$

Задачи

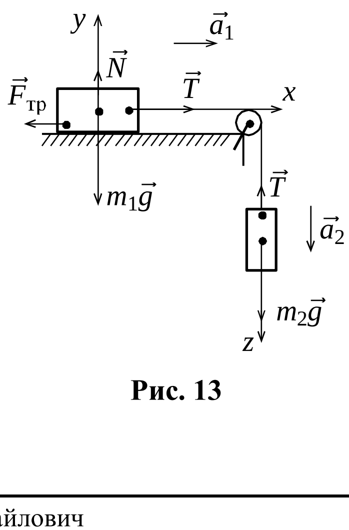

Рис. 13

1. Для первого тела (рис. 13):

$$OX: \quad T - F_{\text{тр}} = m_1 a_1,$$
$$OY: \quad N - m_1 g = 0,$$
$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N$$

откуда: $T - \mu \cdot m_1 g = m_1 a_1$.

Для второго тела: $OZ: \; m_2 g - T = m_2 a_2$. Решая полученную систему уравнений, получим

$$a_1 = a_2 = a = g\frac{m_2 - \mu \cdot m_1}{m_1 + m_2}; \; a = 3{,}57\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$
$$T = m_2\left(g - a\right) \qquad T = 51{,}4\text{Н}$$
$$N_Б = T \cdot \sqrt{2} \qquad N_Б = 72{,}7\text{Н}$$ (см. рис. 13а)

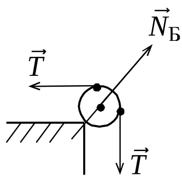

Рис. 13а

Ответ: $a = 3{,}57\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad T = 51{,}4\text{Н}; \quad N_Б = 72{,}7\text{Н}.$

2. Запишем второй закон Ньютона в проекциях (рис. 14):

$$OX: \quad N = ma,$$
$$OY: \quad F_{\text{тр}} - mg = 0,$$
$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N$$

Решая систему, получим:

$$\mu \cdot ma = mg \text{ или } a = \frac{g}{\mu}.$$

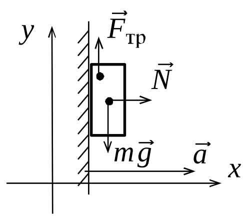

Рис. 14

Ответ. $a = \frac{g}{\mu}$.

3. Проверим возможность равновесия магнита без трения (рис. 15):

$$OY: \quad F_2 \cos\alpha - mg = 0$$

Проверка показывает, что $mg > F_2 \cos\alpha$, следовательно, сила трения мешает телу падать и будет

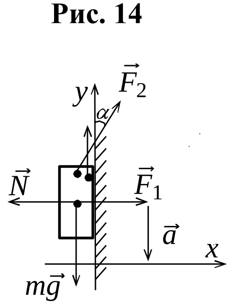

Рис. 15

направлена вверх.

Для этого случая составим систему уравнений:

$$OX: \quad F_1 + F_2 \sin\alpha - N = 0,$$
$$OY: \quad F_2 \cos\alpha + F_{\text{тр}} - mg = -ma,$$
$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N$$

откуда: $a = g - \dfrac{F_2\left(\cos\alpha + \mu \cdot \sin\alpha\right) + \mu \cdot F_1}{m}$

$$a = 5{,}96\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2};\ a \approx 6\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Для состояния покоя $(a = 0, v = 0)$ необходимо, чтобы $\mu \geq \dfrac{mg - F_2\cos\alpha}{F_1 + F_2\sin\alpha} = 2{,}18$. Это означает, что тело движется с ускорением вниз при любом коэффициенте трения, если брать подручные материалы.

Примечание: в природе встречаются материалы с коэффициентом трения $\mu = 100$!

Ответ: $a \approx 6\ \text{м/с}^2$; $\mu \geq 2{,}18$.

4. Ускорение тела не зависит от выбора системы отсчёта, поэтому у каждого тела ускорение будет складываться из двух ускорений

$$\vec{a}_{общ1} = \vec{a}_1 + \vec{a}_0;\ \vec{a}_{общ2} = \vec{a}_2 + \vec{a}_0.$$

Составим систему уравнений для двух тел (рис. 16):

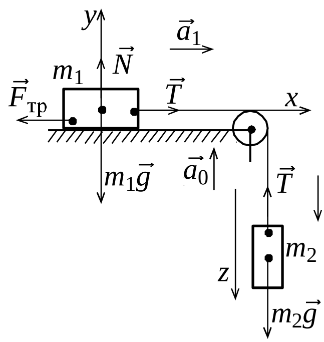

Рис. 16

1 тело: $OX: \quad T - F_{\text{тр}} = m_1 a_1,$

$OY: \quad N - m_1 g = m_1 a_0,$

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N$$

Решая систему 1 тела получим: $T - \mu\left(m_1 a_0 + m_1 g\right) = m_1 a_1$

2 тело: $OZ: \quad m_2 g - T = m_2\left(a_2 - a_0\right).$

Решая совместно два последних уравнения получим:

$m_2 g - \mu m_1 a_0 - \mu m_1 g = m_1 a_1 + m_2 a_2 - m_2 a_0,$

т. к. $a_1 = a_2$ (нить нерастяжима), то

$$a_{12} = a_1 = a_2 = \left(\frac{m_2 - \mu \cdot m_1}{m_1 + m_2}\right)\left(g + a_0\right).$$

Ответ: $a_{12} = 7{,}2\ \text{м/с}^2$.

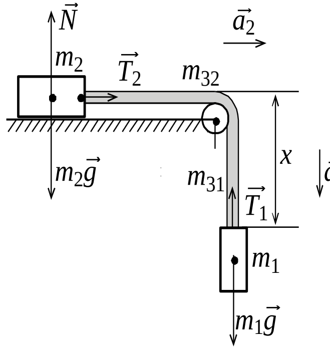

Рис. 17

5. Так как нить нерастяжима, но весома, то силы на рисунке указаны не все (рис. 17). Удобно заменить нить на два груза соответствующих масс (рис. 18). Пусть $\lambda = \frac{m_3}{l}$ – линейная плотность нити, тогда

$m_{31} = \lambda \cdot x = m_3 \frac{x}{l}$, $m_{32} = \lambda(l - x) = m_3 \frac{(l-x)}{l}$, нить же стала невесомой.

Нить нерастяжима, следовательно, $a_1 = a_2$ для всех тел. Найдём ускорение, исключая две внутренние силы T_1 и T_2:

$$OX: \quad T_3 = (m_2 + m_{32})a_2$$
$$OZ: \quad (m_1 + m_{31})g - T_3 = (m_1 + m_{31})a_1$$

откуда $a_1 = a_2 = a_{12} = \frac{m_1 + m_{31}}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot g.$

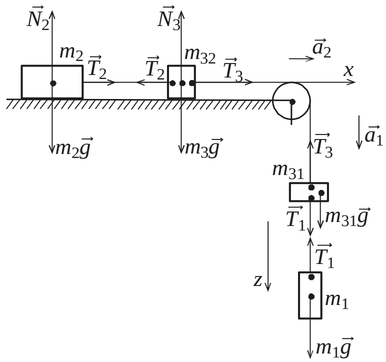

Рис. 18

Теперь рассмотрим движение грузов m_1 и m_2:

$$OZ: \quad m_1 g - T_1 = m_1 a_{12} \text{ или}$$
$$T_1 = m_1(g - a_{12})$$
$$OX: \quad T_2 = m_2 a_{12}$$

По условию задачи $T_1 = T_2$, тогда $a_{12} = g\frac{m_1}{m_1 + m_2}$; $a_{12} = 0,6g$. Подставляя полученное ранее a_{12} получим: $x = 0,6l$

$$T_2 = \frac{2}{3}m \cdot 0,6g = 0,4mg$$

Ответ: $a_{12} = 0,6g$; $x = 0,6l$; $T_2 = T_1 = 0,4mg$.

6.

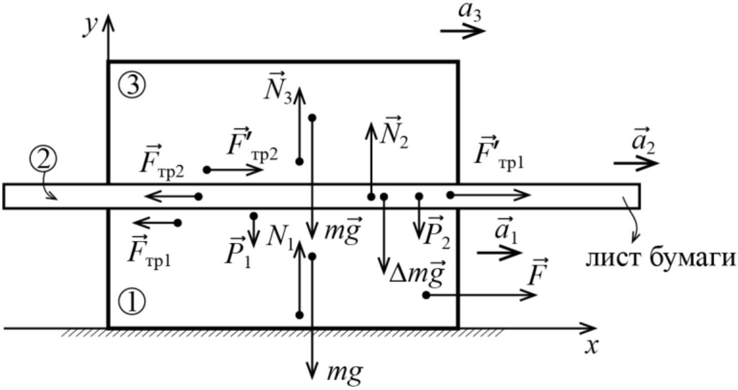

Рис. 19

Для верхнего тела:

$$OY: \quad N_3 - mg = 0$$

$$OX: \quad F'_{тр2} = ma_3$$

$$F'_{тр2} = \mu N_3$$

Решая систему, получим $a_3 = \mu g$. Это максимальное ускорение верхнего тела. Если нижнее не выскальзывает, а движется тоже с ускорением $a_1 = a_3$, то система трёх тел движется как целое:

$$F = 2ma_1 = 2m\mu g \text{ (массой } \Delta m \text{ пренебрегаем).}$$

Получаем: если $0 < F \le 2\mu mg$; $a_{общ} = a_1 = a_3 = \dfrac{F}{2m}$.

Если $F > 2\mu mg,$ то появится скольжение верхнего тела по бумаге. Бумага движется вместе с нижним телом, т. к. $\mu < 3\mu,$ сила трения между бумагой и нижним телом больше, чем между бумагой и верхним телом. Тогда для нижнего тела:

$$OY: \quad N_1 - P_1 - mg = 0$$

$$OX: \quad F - F_{тр1} = (m + \Delta m)a_1 \text{ (массой } \Delta m \text{ потом пренебрегаем).}$$

$$F_{тр1} = F'_{тр1} \approx F_{тр2} = F'_{тр2} = \mu mg;$$

$$F - \mu mg = ma_1$$

$$a_1 = \frac{F}{m} - \mu g.$$

Получаем: если $F > 2\mu mg,$ то $a_1 = \frac{F}{m} - \mu g -$ ускорение нижнего тела и бумаги, $a_3 = \mu g -$ ускорение верхнего тела.

Ответ: если $0 < F \le 2\mu g,$ то $a_1 = a_2 = a_3 = \frac{F}{2m}$; если $F > 2\mu g,$ то $a_1 = a_2 = \frac{F}{m} - \mu g$, $a_3 = \mu g$.

7. Изобразим расположение звёзд и силы (рис. 20), действующие на них (изображены силы, действующие на вторую звезду). Запишем второй закон Ньютона:

$$OX: \quad F_{21}\cos\frac{\alpha}{2} + F_{23}\cos\frac{\alpha}{2} = ma = m\omega^2 R$$

Но $F_{21} = F_{23} = G\frac{M^2}{l^2}$

$$R = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3}l\cos\frac{\alpha}{2}, \text{ тогда}$$

$$2G\frac{M^2}{l^2}\cdot\cos 30^\circ = M\omega^2\frac{2}{3}l\cos 30^\circ, \text{ откуда}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3GM}{l^3}}.$$

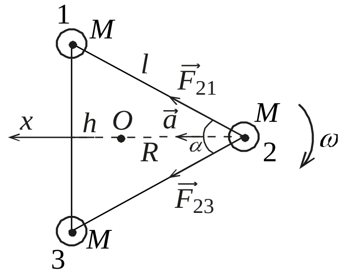

Рис. 20

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{3GM}{l^3}}.$

8. Для большой капли (рис 21): $F_c - m_1 g = 0$

$$kRv_1 = m_1 g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g$$

$$kv_1 = \frac{4}{3}\pi R^2 \rho g$$

$$kv_2 = \frac{4}{3}\pi r^2 \rho g.$$

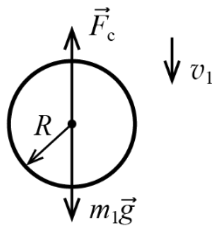

Рис. 21

Для малых капель: $kv_2 = \frac{4}{3}\pi r^2 \rho g,$ откуда $r = R\sqrt{\frac{v_2}{v_1}}$; $r = 0{,}1R$;

$$m_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = \frac{4}{3}\pi\left(0{,}1R\right)^3 \rho;\ m_2 \approx 4{,}2\cdot 10^{-12}\,\text{кг} = 4{,}2\cdot 10^{-9}\,\text{г}.$$

Если рассматривать массу каплями тумана, полученную в первой части задачи, то количество капель в 1 м^3 получим, разделив водность тумана на массу капли. Следовательно,

$$n = \frac{1\text{г/м}^3}{4,2\cdot 10^{-9}\text{г}} \approx 2,4\cdot 10^8\ \text{м}^{-3}.$$

Для плотного тумана, в действительности, капли ещё мельче, и их концентрация составляет от 500 до 1000 капель в 1 см^3! Т. е. в 1 м^3 содержится до 10^9 капель, а размер такой капли около 6 мкм. При таком тумане видимость около 1м.

Ответ: $m_2 \approx 4,2\cdot 10^{-9}$ г; $n \approx 2,4\cdot 10^8$ м$^{-3}$.

9. Сделаем рисунок 22, расставим силы:

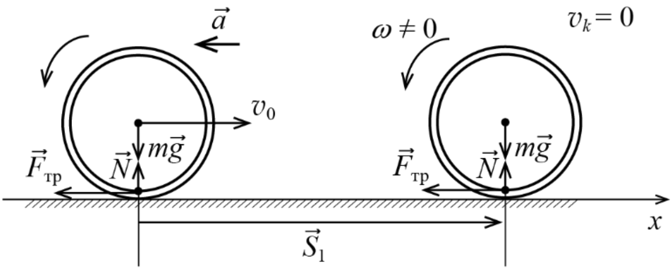

Рис. 22

$$\left.\begin{aligned} OY:&\quad N - mg = 0\\ OX:&\quad F_{тр} = ma\\ &\quad F_{тр} = \mu N \end{aligned}\right\}\quad a = \mu g,\ \text{тогда}$$

$S_1 = \dfrac{v_k^2 - v_0^2}{-2\mu g} = \dfrac{v_0^2}{2\mu g}; t_1 = \dfrac{v_0}{\mu g}$. В этой точке колесо (обруч) продолжает вращаться, сообщая ускорение силой трения. Проскальзывание прекратиться, когда скорость обратного движения окажется равной $\dfrac{v_0}{3} = v_{k2}$.

$$v_{k2} = \frac{v_0}{3} = \mu g t_2,\ \text{откуда}\ t_2 = \frac{v_0}{3\mu g}.$$

$$S_2 = \frac{v_{k2}^2}{2\mu g} = \frac{v_0^2}{18\mu g} -\ \text{длина участка обратного разгона.}$$

На равномерное качение потратиться $t_3 = \dfrac{S_3}{v_{k2}}$.

$$t_3 = \frac{S_1 - S_2}{\left(\dfrac{v_0}{3}\right)} = \frac{4 \cdot v_0}{3 \cdot \mu g}. \text{ Тогда } \frac{t_2 + t_3}{t_1} = \frac{\dfrac{v_0}{3\mu g} + \dfrac{4v_0}{3\mu g}}{\dfrac{v_0}{\mu g}} = \frac{5}{3}.$$

Ответ: 1) $S_1 = \dfrac{v_0^2}{2\mu g}$; 2) $\dfrac{t_2 + t_3}{t_1} = \dfrac{5}{3}$.

10. Расставим силы на рисунке 23:

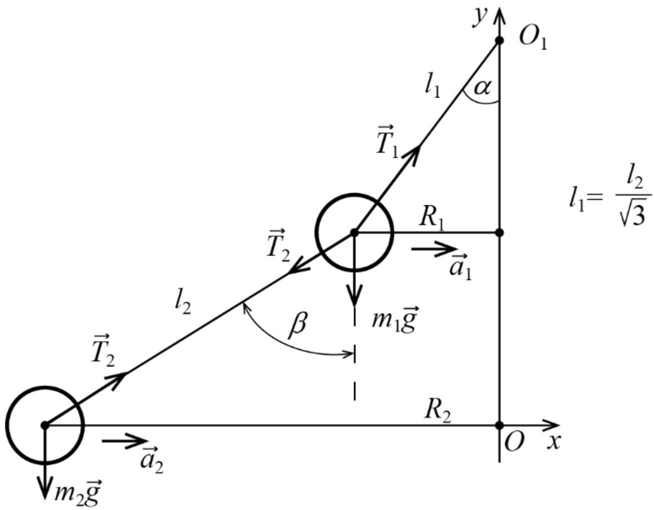

Рис. 23

Для верхнего тела: $OY: \quad T_1 \cos\alpha - T_2 \cos\beta - m_1 g = 0$

$$OX: \quad T_1 \sin\alpha - T_2 \sin\beta = m_1 \omega^2 R_1$$

$$R_1 = l_1 \sin\alpha = \frac{l_2}{\sqrt{3}} \sin\alpha$$

Для нижнего тела: $OY: \quad T_2 \cos\beta - m_2 g = 0$

$$OX: \quad T_2 \sin\beta = m_2 \omega^2 \left(l_2 \sin\beta + \frac{l_2}{\sqrt{3}} \sin\alpha \right).$$

Поделим проекции на *OX* друг на друга:

$$\frac{T_1\sin\alpha - T_2\sin\beta}{T_2\sin\beta} = \frac{m_1\omega^2\dfrac{l_2}{\sqrt{3}}\sin\alpha}{m_2\omega^2 l_2\left(\sin\beta + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\sin\alpha\right)};\ \text{откуда}$$

$$\frac{T_1\sin\alpha}{T_2\sin\beta} = \frac{m_1\sin\alpha}{m_2\left(\sqrt{3}\cdot\sin\beta + \sin\alpha\right)} + 1.$$

В проекциях на *OY* перенесём $m_1 g$ и $m_2 g$ вправо, и также поделим уравнения:

$$\frac{T_1\cos\alpha}{T_2\cos\beta} = \frac{m_1}{m_2} + 1.$$

Делим полученные уравнения, подставляя углы;

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{\frac{1}{2}m_1 + 2m_2}{2(m_1 + m_2)},\ \text{откуда}\ \frac{m_1}{m_2} = 8.$$

Ответ: $\dfrac{m_1}{m_2} = 8$.

11. См. рис. 24.

1) Брусок:

$$OX:\quad F_{\text{тр}2} = 5ma_2$$
$$OY:\quad N_2 - 5mg = 0$$
$$F_{\text{тр}2} = \mu_1 N_2;$$

Решая систему получим:

$$a_2 = \mu_1 g$$
$$a_2 = 0{,}98\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

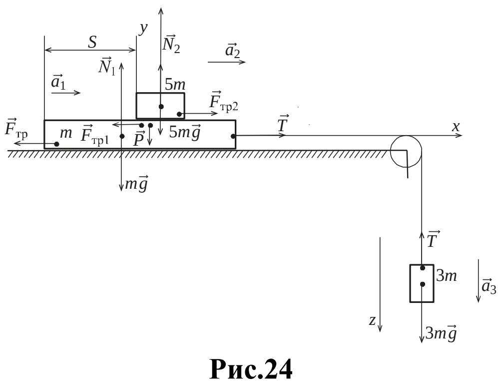

Рис.24

2) Доска

$$OX:\ T - F_{\text{тр}1} - F_{\text{тр}} = ma_1$$
$$OY:\ N_1 - mg - P = 0$$
$$P = N_2$$

$$F_{\text{тр}} = \mu_2 N_1;\quad F_{\text{тр}1} = F_{\text{тр}2},\ \text{тогда}\ T - mg(5\mu_1 + 6\mu_2) = ma_1.$$

3) Брусок $m_3 = 3m$

$$OZ:\ 3mg - T = 3ma_3$$

$$a_3 = a_1$$

Решая совместно, получим: $a_1 = \frac{1}{4} g\left(3 - 5\mu_1 - 6\mu_2\right)$

$$a_{\text{отн}} = a_1 - a_2$$
$$a_{\text{отн}} = \frac{3}{4} g\left(1 - 3\mu_1 - 2\mu_2\right)$$
$$S = \frac{a_{\text{отн}} t^2}{2} = \frac{3g}{8}\left(1 - 3\mu_1 - 2\mu_2\right)\cdot t^2 \approx 0{,}72 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $a_2 = 0{,}98 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; 2) $S \approx 0{,}72$ м.