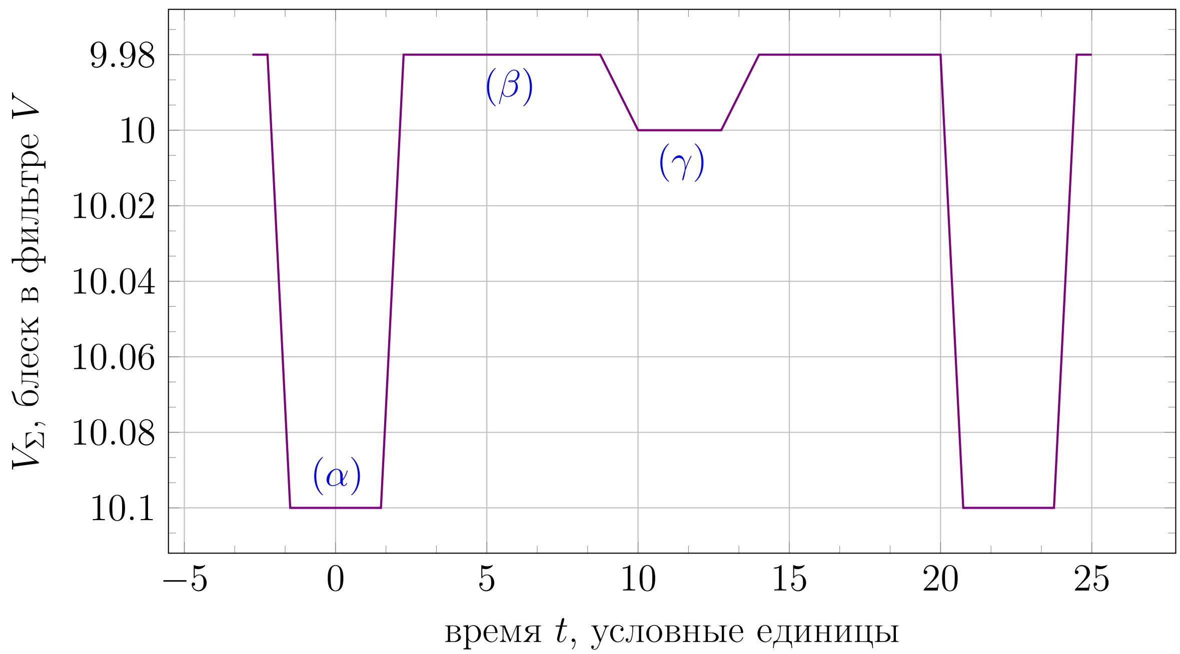
1410. Задача про двойную звезду

Выполнил: Иванов Александр

На рисунке представлена кривая блеска двойной звезды, полученная в фильтре V. Зная, что затмения в системе центральные, один из компонентов двойной имеет спектральный класс $A0$, а второй - $G2$, и оба компонента явля ются звёздами главной последовательности, постройте кривую изменения показателя цвета $B-V$ этой системы. Ось ординат Вашего графика направьте вверх, нанесите деления и поставьте соответствующие значения показателей цвета.



Решение:

В условии дано, что двойная звезда состоит из компонентов, имеющие спектральный класс:

1. A0 – Эта звезда имеет показатель цвета $(B-V)_{A0} = 0^m$. Например, это может быть Вега.
2. G2 – Вторая звезда, поменьше размером, и показатель цвета: $(B-V)_{G2} = 0.65^m$. Например, это может быть Солнце.

Из графика $V_\Sigma(t)$ заметим, что во вторичном минимуме (γ) звезда A0 закрывает звезду G2, причем полностью, т. к. это происходит длительный промежуток времени. Значит, блеск звезды A0 равен блеску этой системы в этом минимуме $V_{A0} = V_{\Sigma\gamma} = 10^m$. Так как $(B-V)_{A0} = B_{A0} - V_{A0} = 0^m$, то $B_{A0} = 10^m$.

Рассмотрим случай (β). Блеск вне затмения системы равен $V_{\Sigma\beta} = 9.98^m$. По формуле Погсона $\left(\frac{E_1}{E_2} = 10^{-0.4\cdot(m_1 - m_2)}\right)$:

$$10^{-0.4\cdot(V_{\Sigma\beta} - V_{A0})} = \frac{E_{\Sigma\beta}}{E_{A0}} = \frac{E_{A0} + E_{G2}}{E_{A0}} = 1 + \frac{E_{G2}}{E_{A0}} \tag{1}$$

$$\frac{E_{G2}}{E_{A0}} = 10^{-0.4\cdot(V_{G2} - V_{A0})} \tag{2}$$

Из (1) и (2) равенств следует:

$$10^{-0.4\cdot(V_{\Sigma\beta} - V_{A0})} = 1 + 10^{-0.4\cdot(V_{G2} - V_{A0})},$$

откуда:

$$V_{G2} = V_{A0} - 2.5\log(10^{-0.4\cdot(V_{\Sigma\beta} - V_{A0})} - 1) \approx 14.33^m$$

Найдем B_{G2} по формуле $(B - V)_{G2} = B_{G2} - V_{G2} = 0.65^m$:

$$B_{G2} = V_{G2} + (B - V)_{G2} = 14.98^m$$

Найдем суммарный блеск $B_{\Sigma\beta}$ двойной звезды в фильтре B в случае (β) по формуле Погсона, когда звезды друг друга не перекрывают, т. е. у обоих полные освещенности:

$$10^{-0.4\cdot(B_{\Sigma\beta} - B_{A0})} = \frac{E_{\Sigma\beta}}{E_{A0}} = \frac{E_{A0} + E_{G2}}{E_{A0}} = 1 + \frac{E_{G2}}{E_{A0}} \tag{3}$$

$$\frac{E_{G2}}{E_{A0}} = 10^{-0.4\cdot(B_{G2} - B_{A0})} \tag{4}$$

Из (3) и (4) равенства следует:

$$10^{-0.4\cdot(B_{\Sigma\beta} - B_{A0})} = 1 + 10^{-0.4\cdot(B_{G2} - B_{A0})},$$

откуда:

$$B_{\Sigma\beta} = B_{A0} - 2.5\log\left(1 + 10^{-0.4\cdot(B_{G2} - B_{A0})}\right) \approx 9.99^m$$

Теперь найдем суммарный блеск $B_{\Sigma\gamma}$ в фильтре B в случае (γ). Звезда A0 большего размера закрывает звезду G2, т. е.:

$$B_{\Sigma\gamma} = B_{A0} = 10^m.$$

Рассмотрим случай (α). В главном минимуме всегда затмевается более горячая звезда. Глубина главного минимума невелика (чуть больше 0,1 звёздной величины или 10% от полного потока), что при полном затмении говорит о том, что более горячая звезда затмевается не полностью, т.е. она имеет больший размер.

Найдем, какое соотношение K от освещенности E_{A0} светит звезда A0 в случае (α) через фотометрию, и отношения радиусов звезд.

Пусть $E_{\Sigma\alpha} = E_{G2} + E_{A0} \cdot K$. Тогда K равно отношению площади открытой части звезды A0 к полной площади звезды A0:

$$K = \frac{S_{A0\,open}}{S_{A0}} = \frac{S_{A0} - S_{G2}}{S_{A0}} = \frac{\pi R_{A0}^2 - \pi R_{G2}^2}{\pi R_{A0}^2} = 1 - \left(\frac{R_{G2}}{R_{A0}}\right)^2$$

По формуле Погсона:

$$\frac{E_{\Sigma\alpha}}{E_{A0}} = \frac{E_{G2} + E_{A0} \cdot K}{E_{A0}} = \frac{E_{G2}}{E_{A0}} + K = 10^{-0.4\cdot(V_{\Sigma\alpha} - V_{A0})}$$

А $\frac{E_{G2}}{E_{A0}}$ возьмём из равенства (2), $V_{\Sigma\alpha}$ из графика – он равен 10.1^m. Найдем K:

$$K = 10^{-0.4\cdot(V_{\Sigma\alpha} - V_{A0})} - \frac{E_{G2}}{E_{A0}} = 10^{-0.4\cdot(V_{\Sigma\alpha} - V_{A0})} - 10^{-0.4\cdot(V_{G2} - V_{A0})} \approx 0.89\,.$$

Отсюда можно найти отношение радиусов звезд:

$$\frac{R_{G2}}{R_{A0}} = \sqrt{1 - K} \approx 0.33$$

Далее ищем суммарный блеск $B_{\Sigma\alpha}$ в фильтре B для случая (α):

$$E_{\Sigma\alpha B} = E_{G2\,B} + E_{A0\,B} \cdot K \tag{5}$$

$$\frac{E_{G2\,B}}{E_{A0\,B}} = 10^{-0.4\cdot(B_{G2} - B_{A0})} \tag{6}$$

Из (5) и (6) следует:

$$\frac{E_{\Sigma\alpha B}}{E_{A0\,B}} = 10^{-0.4\cdot(B_{G2} - B_{A0})} + K \tag{7}$$

А по формуле Погсона:

$$\frac{E_{\Sigma\alpha B}}{E_{A0\,B}} = 10^{-0.4\cdot(B_{\Sigma\alpha} - B_{A0})} \tag{8}$$

Приравниваем (7) и (8) равенства и находим $B_{\Sigma\alpha}$:

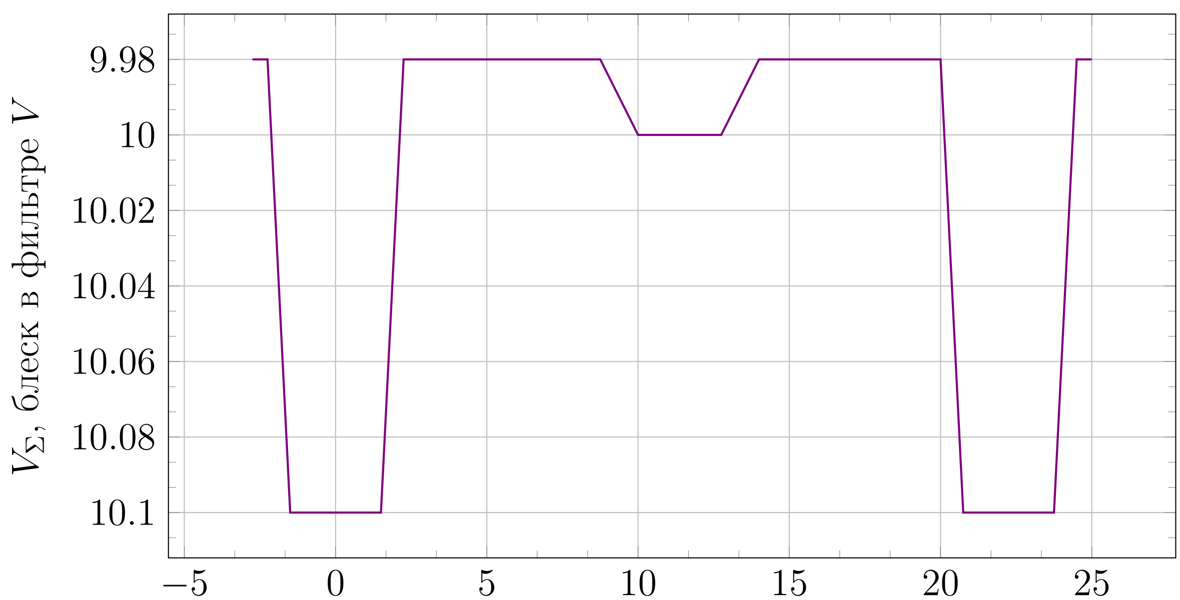
$$10^{-0.4\cdot(B_{G2}-B_{A0})}+K=10^{-0.4\cdot(B_{\Sigma\alpha}-B_{A0})}$$

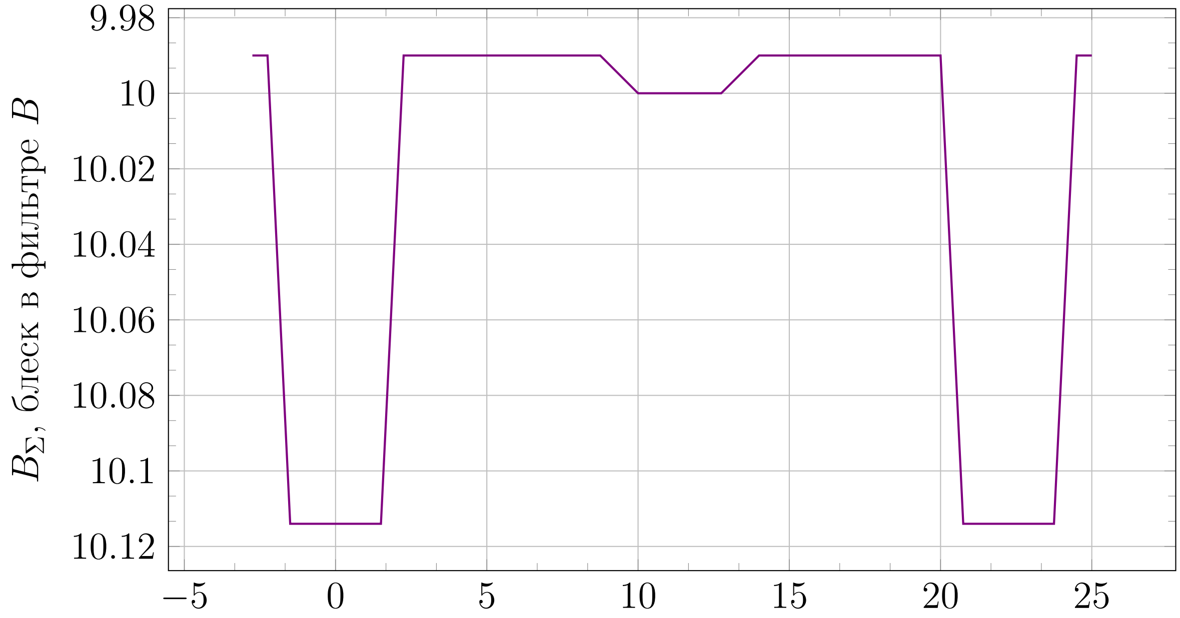
$$B_{\Sigma\alpha}=B_{A0}-2.5\log\left(10^{-0.4\cdot(B_{G2}-B_{A0})}+K\right)\approx 10.114^m$$

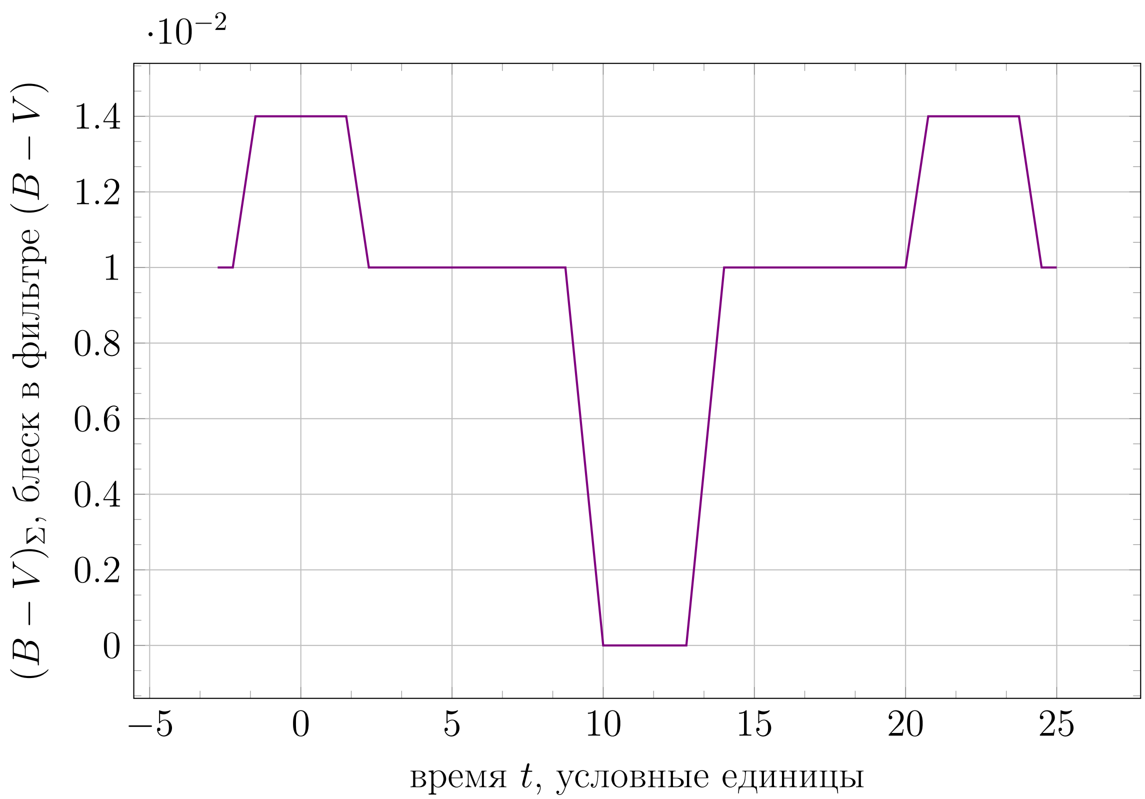
Соберём данные «в кучу» и найдем $(B-V)_\Sigma$ для каждого случая:

$$\alpha: \quad V_{\Sigma\alpha}=10.1^m, \quad B_{\Sigma\alpha}=10.114^m, \quad (B-V)_{\Sigma\alpha}=0.014^m;$$
$$\beta: \quad V_{\Sigma\beta}=9.98^m, \quad B_{\Sigma\beta}=9.99^m, \quad (B-V)_{\Sigma\beta}=0.01^m;$$
$$\gamma: \quad V_{\Sigma\gamma}=10^m, \quad B_{\Sigma\gamma}=10^m, \quad (B-V)_{\Sigma\gamma}=0^m.$$

И, последнее, построим графики $B_\Sigma(t)$ и $(B-V)_\Sigma(t)$. Смотрите следующую страницу.




B_Σ, блеск в фильтре B
9.98
10
10.02
10.04
10.06
10.08
10.1
10.12
−5
0
5
10
15
20
25


$\cdot 10^{-2}$
$(B-V)_\Sigma$, блеск в фильтре $(B-V)$
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
−5
0
5
10
15
20
25
время t, условные единицы