

Олимпиада Ломоносов. Космонавтика. 2021-2022

1 Задача

В следующий раз коротышки отправились на Марс. Во время экспедиции Знайка решил провести следующий опыт. Он выдул два мыльных пузыря диаметрами $d_1 = 5$ см и $d_2 = 6$ см, осторожно проткнул мыльную пленку, образующую стенки пузырей, тонкой стеклянной трубкой и соединил пузыри между собой. После этого весь воздух из одного пузыря полностью перетек в другой пузырь, который в результате увеличился в диаметре до $d_3 = 7.10$ см. Какое значение атмосферного давления p получил космонавт по результатам своего опыта? Ускорение свободного падения у поверхности Марса составляет $g = 3.7 \text{ М/с}^2$. Поверхностное натяжение мыльного раствора $\sigma = 0.04$ Н/м, плотность ртути $\rho = 13.6$ г/см³. Объемом трубки можно пренебречь. Ответ приведите в миллиметрах марсианского ртутного столба, округлив до сотых.

2 Задача

Лунатики построили твердотельный космический аппарат (не имеющий подвижных частей), способный выдерживать 100-кратную перегрузку (перегрузкой считайте ускорение свободного падения внутри снаряда, отнесенное к $g = 9.8 \text{ м/с}^2$). Его предполагается запустить как артиллерийский снаряд с поверхности Луны по параболической траектории. Ствол орудия уложен горизонтально на горное плато. Вычислите необходимую длину ствола.

3 Задача

В квадрате $ABCD$ со стороной 3 отметили середины всех сторон (точка E - на стороне AB , точка F - на стороне BC , точка G - на стороне CD и точка H - на стороне DA). Затем провели ломаную $AFDECHBGA$. Найдите площадь той части квадрата, в которую попал его центр.

4 Задача

Помогите Знайке завершить расчеты: найдите минимальное значение выражения

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

если a, b и c — различные натуральные числа, причем $ab + ac + bc \geq 62$.

5 Задача

Предположим, что модель Луны такова, как описана в книге. А именно, внешняя поверхность Луны есть шаровой слой толщиной 17,4 км, затем идет слой воздуха толщиной 120 км, а затем находится твердое шарообразное однородное ядро. В попытке зафиксировать появление ракеты землян на внутренней стороне внешней поверхности Луны лунные коротышки используют телескопы с 40-кратным увеличением и полем зрения окуляра - 60 градусов. Предположив, что наблюдение непрерывно ведут 200 телескопов (области наблюдения не перекрываются), а появление можно равновероятно ожидать в любой точке, какова вероятность обнаружения?

6 Задача

Дом Спрутса имеет форму прямоугольника, поделенного на квадратные комнаты. Жулио составил план дома на бумаге, разбив его, соответственно, на клетки (всего M строк, N столбцов). Однажды он отметил на плане захламленные комнаты, а потом вырезал отмеченные клетки. На сколько кусков распадется оставшаяся часть плана? Две клетки не распадаются, если они имеют общую сторону. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая решает эту задачу.

Входные данные

На вход подаются три натуральных числа - количество строк M , количество столбцов N карты и число K - количество вырезанных клеток. Затем последовательность K пар чисел - номер строки и номер столбца вырезанной клетки.

Выходные данные

Необходимо вывести одно число – количество кусков, на которые распался план.

Пример

Входные данные

```
4 4 5
1 2
2 1
2 3
3 2
4 2
```

Выходные данные

```
4
```

Пояснение – смотри рисунок, где черным обозначены вырезанные клетки, а номера показывают части, на которые распалась бумага.

1			
	3		2
4			

7 Задача

Необходимо вывести одно число - количество кусков, на которые распался план. После такой рекламы фабрика «Заря» получила огромный заказ на коврижки и распределила его на 100 пекарей (каждый из них выпек свою часть заказа, причем эти части могли быть различны). Каждый пекарь работал время $t_j, j = 1, 2, \dots, 100$, за которое 99 остальных пекарей, работая вместе, выполнили бы 1.07 всего заказа. Суммарное время работы $T = t_1 + t_2 + \dots + t_{100}$ показалось пекарям слишком большим и в следующий раз они для выполнения такого же заказа собрались вместе и управились с ним за 8 часов, работая без перерывов (производительность каждого осталась прежней). Найдите T (ответ запишите в часах).

8 Задача

Предположим, что модель Луны такова, как описана в книге. А именно, внешняя поверхность Луны есть шаровой слой толщиной 17,4 км, затем идет слой воздуха толщиной 120 км, а затем находится твердое шарообразное однородное ядро (считаем плотность ядра и внешнего шарового слоя одинаковыми). Каково тогда ускорение м/с^2 свободного падения на поверхности этого внутреннего ядра? Масса Луны равна $7.3477 \cdot 10^{22}$ кг, радиус Луны 1737.4 км, гравитационная постоянная $6.6741 \cdot 10^{-11} \text{м}^3 \text{кг}^{-1} \text{с}^{-2}$. Ответ округлите до сотых.