

### В этой задаче нужно оценивать погрешности

#### Теоретическое введение

Когда световой поток  $I_0$  падает на полупрозрачную пластинку (т.е. пластинку, которая частично поглощает проходящий через нее свет), он отражается  $I_{\text{отр}}$  и преломляется  $I_{\text{вх}}$  на верхней границе (рис. 1а,б). Далее происходит частичное поглощение света материалом пластинки, и до нижней границы доходит световой поток  $I_{\text{вых}}$  (рис. 1в). Световым потоком называют количество световой энергии, переносимой излучением через некоторую поверхность за единицу времени. На нижней границе также происходит отражение и преломление (рис. 1г), световые потоки отраженного и преломленного света составляют  $I'_{\text{отр}}$  и  $I_{\text{пр}}$  соответственно. Отраженный от нижней границы свет снова проходит пластинку, частично поглощаясь, далее отражается и преломляется на верхней границе, затем снова на нижней и т.д. (рис. 1д).

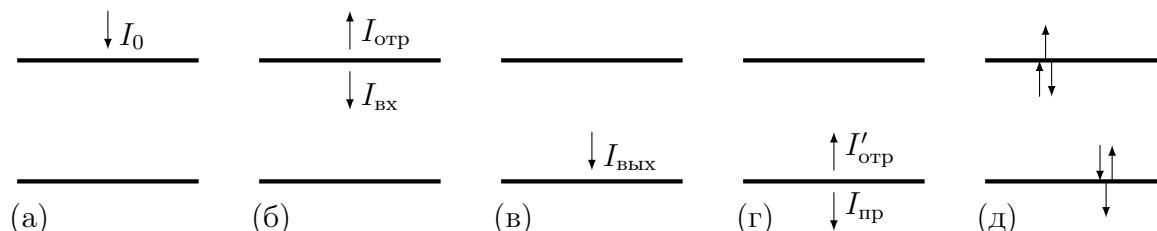


Рис. 1. Отражение и преломление световых лучей в полупрозрачной пластинке.

*Коэффициентом отражения* называется отношение потока излучения  $I_{\text{отр}}$ , отраженного от границы раздела двух сред, к потоку падающего излучения  $I_0$ :

$$R = \frac{I_{\text{отр}}}{I_0}.$$

При отражении от границы раздела двух сред с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  в случае нормального падения (угол падения равен нулю) коэффициент отражения  $R$  определяется по формуле Френеля:

$$R = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2.$$

Для небольших углов падения (порядка  $5^\circ$ ) коэффициент отражения, например, от поверхности воды всего в 1.012 раза больше, чем при нормальном падении.

*Коэффициентом внутреннего пропускания* называется отношение потока излучения  $I_{\text{вых}}$ , дошедшего до нижней границы, к потоку излучения  $I_{\text{вх}}$ , прошедшего через верхнюю границу:

$$T_{\text{вн}} = \frac{I_{\text{вых}}}{I_{\text{вх}}}.$$

*Коэффициентом пропускания* называется отношение потока излучения  $I_{\text{пр}}$ , прошедшего через образец, к потоку падающего излучения  $I_0$ . В пренебрежении многократными

отражениями, коэффициент пропускания равен:

$$T = \frac{I_{\text{пр}}}{I_0}.$$

Соотношение потоков отраженных и преломленных лучей для пластинки, помещенной в однородную среду, показано на рис. 2.

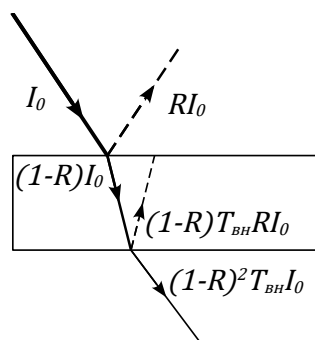


Рис. 2. Прохождение света через полупрозрачную пластинку.

В данной задаче в качестве измерительного прибора используется люксметр, показывающий световой поток, попадающий на его датчик, в условных единицах. При этом измерения можно проводить на 3-х шкалах, обозначенных на корпусе прибора как «x1», «x10» и «x100». Это означает, что при использовании первой шкалы, показания люксметра следует умножать на 1, показания по второй шкале — на 10, а показания по третьей шкале — на 100. Обратите внимание, что каждая шкала имеет диапазон измеряемых значений, указанный на корпусе люксметра. На датчике люксметра расположена кнопка «HOLD», которая фиксирует текущее показание прибора.

### Задание

1. Качественно изучите, как зависит чувствительность датчика люксметра от области падения луча лазера на датчик. Это поможет вам определить, как следует использовать датчик, чтобы провести дальнейшие измерения с наибольшей точностью. Каким образом с помощью подручных средств можно увеличить отношение сигнала от лазерной указки к сигналу от внешнего освещения?
2. Определите коэффициент отражения  $R_1$  света от поверхности воды для случая, когда угол падения света близок к нулю. Вычислите показатель преломления  $n_1$  воды. Если полученное вами значение показателя преломления заметно отличается от ожидаемого, то скорректируйте вашу экспериментальную установку или методику измерений. Проведите аналогичные измерения для глицерина и определите коэффициент отражения  $R_2$  света от его поверхности и показатель преломления  $n_2$  глицерина.
3. Придумайте и опишите способ, как с максимальной точностью измерить коэффициент внутреннего пропускания света  $T_{\text{вн}}$  одной пластинкой для случая, когда угол падения света близок к нулю. В эксперименте используйте стопку из нескольких

пластинок. Известно, что пластинки изготовлены из пластика, но неизвестно, какого. Однако для справки в таблице 1 указаны значения показателей преломления некоторых из видов пластика.

Учтите, что при соприкосновении пластинок вплотную друг к другу между ними, ввиду небольшой кривизны и шероховатости поверхностей, всегда есть зазор. Поэтому методика эксперимента должна обеспечивать минимальное отражение света от поверхности пластинок, расположенных внутри стопки.

Название	$n$	Название	$n$
Полиметилметакрилат	1.48	Полиамид	1.54
Полипропилен	1.49	Поливинилхлорид (ПВХ)	1.55
Полиэтилен	1.51	Полистирол	1.59

Таблица 1. Значения показателей преломления различных пластиков.

- Определите показатель преломления  $n_3$  материала полупрозрачных пластинок (по оптическим свойствам пластинки одинаковые). Поскольку поверхность пластинок не является столь же гладкой, как и поверхность жидкости, то для определения показателя преломления используйте явление преломления света.

**Оборудование.** Люксметр, 50 мл глицерина (в баночке с красной крышкой), стакан 250 мл с водой, чашка Петри с крышкой, шприц 5 мл, игла, 10 одинаковых пластинок из полупрозрачного пластика, штатив с 2-мя лапками, лазерная указка, лист миллиметровки, транспортир с линейкой, чёрная изолента, малярный скотч, ножницы, канцелярский зажим, полоска картона чёрного цвета, лист бумаги А3 в качестве клеенки, стакан 1 л с водой для промывки оборудования, бумажное полотенце по требованию для поддержания чистоты.

### Примечания

- Ширина пучка лазерной указки составляет несколько миллиметров. Если вам требуется уменьшить ширину пучка, то выходное окно лазерной указки следует заклеить малярным скотчем и сделать в нем по центру небольшое отверстие иглой.
- Ни в коем случае не пейте глицерин! Все действия с жидкостями проводите над выданном большим листе бумаги.
- Для поддержания включенного режима работы лазерной указки зажмите кнопку включения с помощью канцелярского зажима и закрепите его в лапке штатива.
- Не оставляйте надолго включенными лазерную указку и люксметр. Лазерная указка при продолжительной непрерывной работе начинает светить слабее. Поэтому при измерении отраженного или прошедшего светового потока также фиксируйте световой поток непосредственно от лазерной указки.
- Если при непосредственном освещении лазерной указкой центра датчика люксметра его показания меньше 1000 единиц по шкале «x1», то обратитесь к дежурному по аудитории, и вам заменят батарейки в лазерной указке.

**Решение**

**Задание 1.** Попробуем направлять луч лазера в разные области датчика и следить за показаниями. Измерения показывают, что при попадании луча в центр датчика, люксметр выдаёт максимальные показания. Следовательно, для проведения измерений следует стремиться, чтобы излучение попадало в центр датчика.

При проведении измерений на датчик всегда попадает естественный свет, которым освещено рабочее место. Для того, чтобы минимизировать воздействие внешнего освещения на датчик, используя чёрную изоленту, следует изготовить диафрагму: заклеить изолентой датчик по краям, оставив незаклеенной область в центре размерами примерно  $2 \times 2$  см.

**Задание 2.**

Соберём экспериментальную установку (рис. 3). В одной лапке штатива закрепим лазер, а в другой — люксметр. На основание штатива установим чашку Петри. На дно обеих половин чашки положим по кусочку картона. Наполним одну из них водой, а другую — глицерином. Луч лазера направим на образец (воду или глицерин) таким образом, чтобы угол падения луча на поверхность жидкости был близок к нулю, но отражённый луч не попадал в корпус лазера. Об этом будет свидетельствовать световое пятно на потолке над установкой. Перемещая в пространстве датчик люксметра, поймает отражённый от поверхности жидкости луч лазера. Снимем показания люксметра  $I_{\text{отр}}$ . Далее немного отведём в сторону датчик люксметра так, чтобы луч не попадал на датчик и зафиксируем новые показания люксметра — фоновое значение  $F$ , которое имеет место благодаря естественному освещению в аудитории. Следом подставим датчик непосредственно под луч лазера и определим поток излучения лазера  $I_0$ . Снова немного отведём датчик в сторону и измерим фоновое значение  $F_0$  (так как при измерении значений  $I_{\text{отр}}$  и  $I_0$  датчик был ориентирован в пространстве по-разному, фоновые значения будут отличаться). Повторим измерения несколько раз. Результаты контрольных измерений приведены в таблице 2.

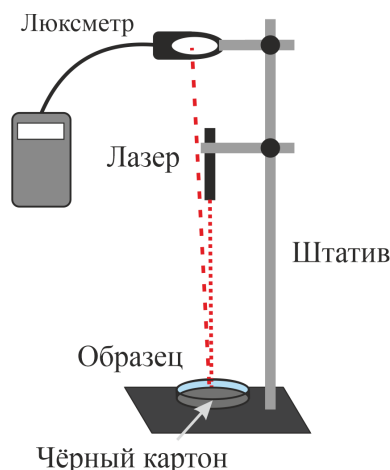


Рис. 3. Экспериментальная установка для определения показателей преломления воды и глицерина.

Таблица 2. Результаты измерений и вычислений коэффициентов отражения от поверхности воды и глицерина.

Вода					Глицерин				
$I_0$ , ед.	$F_0$ , ед.	$I_{\text{отр}}$ , ед.	$F$ , ед.	$R_1$	$I_0$ , ед.	$F_0$ , ед.	$I_{\text{отр}}$ , ед.	$F$ , ед.	$R_2$
1950	190	94	56	0.0216	2080	240	122	58	0.0348
2100	230	103	66	0.0198	1860	220	127	66	0.0372
2000	240	103	67	0.0205	1750	190	120	64	0.0359

Коэффициент отражения рассчитаем по формуле:

$$R = \frac{I_{\text{отр}} - F}{I_0 - F_0}.$$

Средние значения коэффициентов отражения:

$$R_1 = 0.0207 \pm 0.0007, \quad R_2 = 0.0352 \pm 0.0005.$$

Вычислим показатели преломления. Для этого воспользуемся формулой Френеля (показатель преломления воздуха равен 1):

$$n = \frac{1 + \sqrt{R}}{1 - \sqrt{R}}.$$

Показатели преломления воды  $n_1$  и глицерина  $n_2$  на основе проведенных измерений составят:

$$n_1 = 1.335 \pm 0.007, \quad n_2 = 1.462 \pm 0.004.$$

### Задание 3.

Так как поверхность пластинок имеет небольшую шероховатость, в стопке между пластинками всегда присутствуют прослойки воздуха. Отражение света происходит на каждой из границ. Для того, чтобы при прохождении света через стопку не происходило отражения света, требуется сделать так, чтобы показатель преломления вещества в промежутках между слоями совпадал с показателем преломления самих пластинок. На эту роль хорошо подходит глицерин, поскольку его показатель преломления более близок к характерным значениям показателей преломления пластиков, из которых может быть сделана линейка, чем показатель преломления воды или воздуха.

Тогда, если пренебречь отражением и поглощением света глицерином, заполняющим промежутки между пластинками (см. рис. 4), после прохождения света через  $k$  пластинок световой поток прошедшего света составит:

$$I_{\text{пр}} = (1 - R_3)^2 T_{\text{вн}}^k I_0,$$

где  $R_3$  — коэффициент отражения от границы воздух-пластинка при нормальном падении лазерного луча.

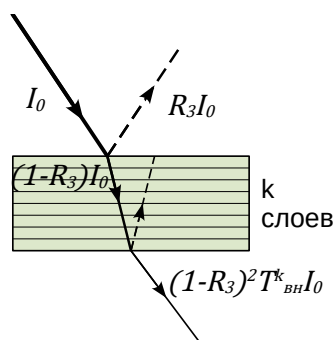


Рис. 4. Прохождение света через стопку из полупрозрачных пластинок.

Линеаризуем зависимость проходящего светового потока от числа слоёв:

$$\ln \frac{I_{\text{пр}}}{I_0} = k \ln T_{\text{вн}} + 2 \ln (1 - R_3).$$

Определив значение углового коэффициента  $\ln T_{\text{вн}}$  графика этой зависимости, мы сможем вычислить коэффициент  $T_{\text{вн}}$ .

Для проведения эксперимента соберём экспериментальную установку, изображённую на рис. 5. С помощью изоленды на основании штатива закрепим датчик люксметра. В стопке из пластинок каждый из слоёв отделён от предыдущего очень тонким слоем глицерина. Глицерин удобно наносить с помощью шприца.

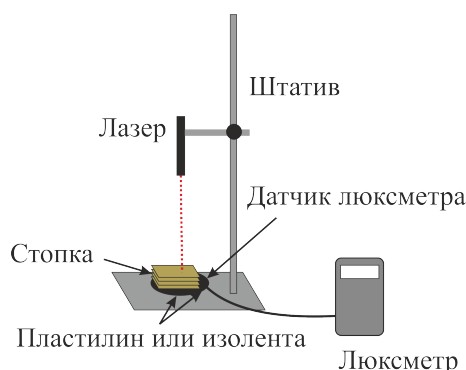


Рис. 5. Экспериментальная установка для определения коэффициента внутреннего пропускания.

Проведём измерения зависимости потока излучения, прошедшего через стопку пластинок, от числа слоёв. Вначале измерим фоновое значение  $F_0$  света в отсутствие пластинок и поток излучения от лазерной указки  $I_0$ . Далее поместим пластинки на датчик люксметра и измерим поток излучения, прошедшего через стопку  $I_{\text{пр}}$  и фон  $F$ . Следует отметить, что со временем лазер меняет свою яркость. Кроме того, изменяется фоновая освещённость. Учитывая это, для каждого числа слоёв  $k$  требуется провести измерения всех четырёх вышеуказанных величин. Причём интервал времени между измерениями величин  $I_{\text{пр}}$  и  $I_0$  желательно свести до минимума (измерять непосредственно друг за другом, последовательность не важна).

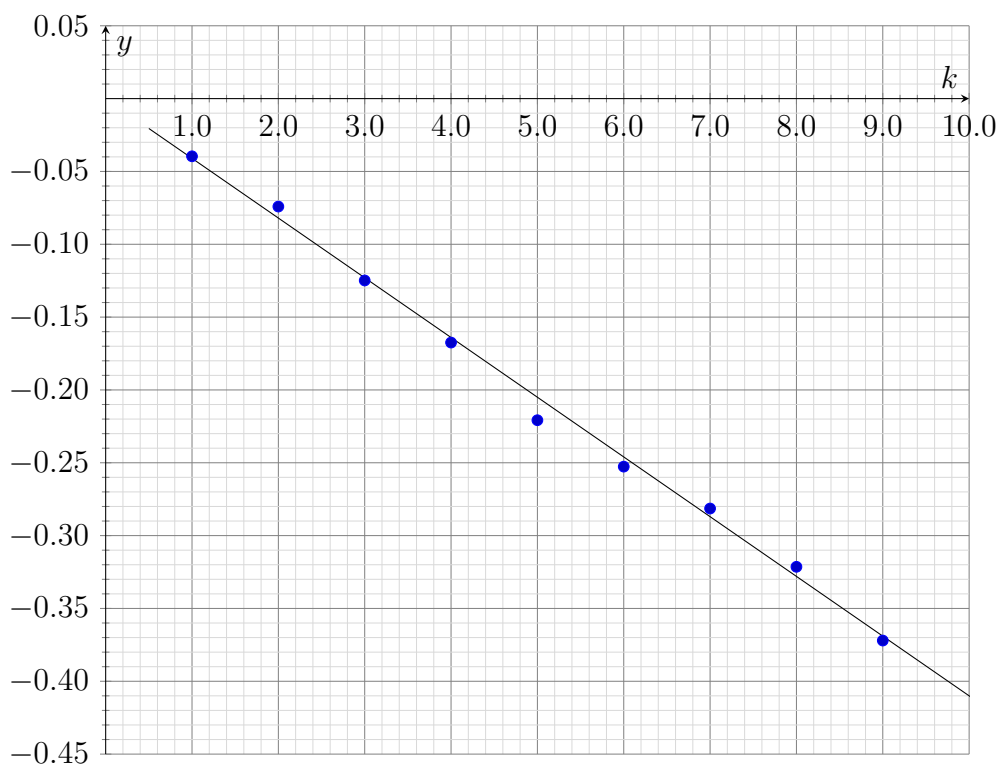
Для каждого  $k$  вычислим значение  $y = \ln \frac{I_{\text{пр}} - F}{I_0 - F_0}$ . Результаты контрольных измерений

приведены в таблице 3. Далее построим график зависимости  $y(k)$ .

Таблица 3. Результаты измерений и вычислений для определения коэффициента внутреннего пропускания

$k$	$I_0$ , ед	$F_0$ , ед	$I_{\text{пр}}$ , ед	$F$ , ед	$y$
1	2340	280	2170	190	-0.0396
2	2380	280	2110	160	-0.0741
3	2350	220	2040	160	-0.1249
4	2340	200	1950	140	-0.1675
5	2320	200	1830	130	-0.2208
6	2350	200	1790	120	-0.2526
7	2320	200	1720	120	-0.2814
8	2310	200	1650	120	-0.3214
9	2260	200	1530	110	-0.3720

График зависимости  $y$  от  $k$  для иглы



Угловой коэффициент наклона графика  $\alpha = \ln T_{\text{вн}} = -0.041 \pm 0.001$  используем для вычисления коэффициента внутреннего пропускания:

$$T_{\text{вн}} = e^{\alpha} = 0.96.$$

**Задание 4.**

Перейдем к определению показателя преломления материала пластинок  $n_3$ . С помощью изолянтной ленты закрепим на столе лист миллиметровки (рис. 6). Заклеим выходное окно лазерной указки малярным скотчем и сделаем иглой небольшое отверстие посередине луча. Таким образом, пятно от лазерной указки получится маленьким. Закрепим лазерную указку в канцелярском зажиме (чтобы можно было поддерживать лазер во включенном состоянии), а сам зажим — в лапке штатива. Штатив установим на лист миллиметровки таким образом, чтобы при повороте лазерной указки в вертикальной плоскости (изменении угла наклона лазерного луча) пятно перемещалось вдоль линий сетки на миллиметровке.

Сложим из пластинок стопку, «склеив» их между собой прослойкой из глицерина. Поскольку показатели преломления глицерина и пластика, из которых могут быть изготовлены пластинки, близки друг к другу по значению, то преломления на границах пластинка-глицерин практически не происходит, и лазерный луч проходит через стопку, лишь преломляясь на границе воздуха и пластинки. Также стоит отметить, что в стопке пластинок, склеенных глицерином, практически отсутствует рассеяние света на шероховатостях поверхностей пластинок. Из-за чего лазерный пучок доходит до миллиметровой бумаги узким, и становится возможным измерение смещения центра пятна на миллиметровке при прохождении пучка через стопку пластинок.

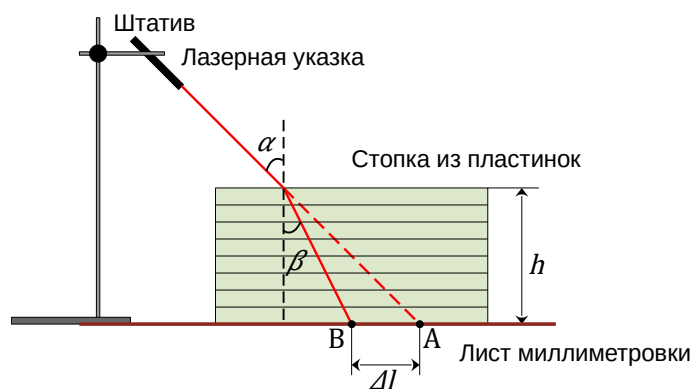


Рис. 6. Экспериментальная установка для определения показателя преломления материала пластинок.

Направим лазерную указку под произвольным углом, так чтобы пятно лазерного луча оказалось на миллиметровке. Отметим это положение как А (см. рис. 6). С помощью транспортира определим угол падения лазерного луча  $\alpha$ . Теперь расположим на пути лазерного луча стопку из пластинок, высоту  $h$  которой измерим линейкой на транспортире. Проходя через границу воздух-пластинка, лазерный луч преломляется, и положение пятна смещается в новое положение В. Определим длину, на которую сместилось пятно:  $\Delta l = AB$ .

Из определения тангенсов углов  $\alpha$  и  $\beta$  несложно получить их связь:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha - \frac{\Delta l}{h}.$$



Из закона преломления следует выражение для показателя преломления материала пластинок:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Результаты контрольных измерений приведены в таблице 3.

Таблица 3. Результаты измерений и вычислений показателя преломления материала пластинок.

$h$ (мм)	$\Delta l$ (мм)	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \beta$	$\sin \alpha$	$\sin \beta$	$n$
21.5	3.5	0.4203	0.2576	0.3875	0.2494	1.554
21.5	5	0.5764	0.3439	0.4994	0.3252	1.546
21.5	11.5	1.0824	0.5476	0.7345	0.4803	1.529
21.5	18.5	1.4772	0.6168	0.8281	0.5250	1.577
21.5	22.5	1.7318	0.6752	0.8660	0.5596	1.5476

Среднее значение показателя преломления материала пластинок составляет:

$$n_3 = 1.549 \pm 0.017.$$

### Замечание 1.

Оценим, насколько изменится ответ в **Задании 3** (коэффициент внутреннего пропускания), если принять во внимание отражения на границах пластинок и глицерина. При этом будем учитывать только однократные отражения. Тогда при прохождении света через стопку из  $k$  пластинок лазерный луч дополнительно ослабится в  $(1 - R_{23})^{2k-1}$  раз, поскольку в стопке из  $k$  пластинок расположено  $2k-1$  границ раздела пластинка-глицерин. Здесь  $R_{23} = \left(\frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}\right)^2 \approx 0.0008$  — коэффициент отражения на границе пластинка-глицерин.

Тогда выражение для интенсивности прошедшего через стопку излучения запишется в виде:

$$I_{\text{пр}} = (1 - R_3)^2 T_{\text{вн}}^k (1 - R_{23})^{2k-1} I_0.$$

После приведения к линейному виду:

$$\ln \frac{I_{\text{пр}}}{I_0} = k \ln ((1 - R_{23})^2 T_{\text{вн}}) + \ln \frac{(1 - R_3)^2}{1 - R_{23}}.$$

Поскольку величина  $R_{23}$  малая, то  $(1 - R_{23})^2 T_{\text{вн}} \approx (1 - 2R_{23}) T_{\text{вн}}$ . Таким образом, учет отражения от границ раздела пластинки и глицерина изменяет значение коэффициента внутреннего пропускания лишь на  $2R_{23} \cdot 100\% = 0.16\%$ .

Заметим, что если вместо глицерина взять воду, то эта поправка составит  $2R_{13} \cdot 100\% = 2 \left(\frac{n_1 - n_3}{n_1 + n_3}\right)^2 \cdot 100\% \approx 1.16\%$ . Аналогично для воздуха:  $2 \left(\frac{n_3 - 1}{n_3 + 1}\right)^2 \cdot 100\% \approx 9.3\%$ . Однако в этих случаях на измеренном значении проходящего светового потока сильнее будет сказываться рассеяние на шероховатостях пластинки.

***Замечание 2.***

Значения световых потоков, измеренные участниками, могут отличаться от значений, представленных в таблицах с контрольными измерениями.