

Задачи на пару (0 усл. балл)

1. Рассчитайте массу топлива, необходимую для того, чтобы вывести спутник массой 100 кг на круговую орбиту. Скорость истечения газов принять равной 2000 м/с.
2. Насколько может разогнать 10 тонн топлива ракету с полной массой 11 т? Скорость истечения газов 1000 м/с, расход топлива 500 кг/с. Ускорение свободного падения принять постоянным и равным 10 м/с^2 .
3. На ракете установлены два двигателя с различным топливом. Один дает газовую струю со скоростью u_1 относительно ракеты, другой со скоростью u_2 . Сначала работает один двигатель, пока не израсходует весь запас топлива. Затем включается другой, пока также не будет израсходован весь запас его топлива. Что выгоднее: сначала включить двигатель с большей скоростью газовой струи, а затем с меньшей или поступить наоборот? Скорости u_1 и u_2 считать постоянными. (Игнатьев 1205)
4. Двухступенчатая ракета состоит из двух одинаковых ракет с одним и тем же отношением массы топлива M_t к массе конструкции M_k , равном $a_0 = M_t/M_k = 10$. При каком отношении a одноступенчатая ракета достигнет той же конечной скорости, что и двухступенчатая? Скорости истечения газов считать постоянными и равными u двух ракет. (Овчинкин, 1 том, 3.36)
5. Ракета начинает двигаться в облаке пыли. Пылинки неподвижны и прилипают к ракете при ударе. Начальная скорость ракеты равна 0, скорость истечения газов относительно ракеты равна u , массой корпуса ракеты по сравнению со стартовой массой топлива можно пренебречь. Кроме того, известно, что в любой момент времени масса израсходованного топлива равна массе налипшей пыли. Найти в таком облаке максимальную скорость ракеты. (3,41)

Задачи 1 уровня (1 усл. балл)

1. Двигатель метеорологической ракеты дважды запускается на одно и то же короткое время: при взлете и при возвращении на Землю для обеспечения мягкой посадки. Масса ракеты перед стартом M , после посадки m . Какова масса ракеты сразу после старта? Сопротивлением воздуха во время полёта пренебречь. (Овчинкин, 1 том, 3.29)
2. На сколько максимальная скорость, достижимая в свободном космическом пространстве с помощью двухступенчатой ракеты, больше, чем в случае одноступенчатой ракеты? Масса второй ступени двухступенчатой ракеты составляет $M_2/M_1 = \alpha = 0.1$ от массы первой ступени, а отношение массы горючего к полной массе ступени во всех случаях равно $M_g/M = k = 0.9$. Скорость истечения газов $u = 2000 \text{ м/с}$ (Овчинкин, 1 том, 3.37)
3. Астероид имеет ту же плотность, что и Земля, а его радиус меньше земного в 100 раз. Сколько потребуется топлива, выбрасываемого из сопла ракеты со скоростью 3 км/с, чтобы космический аппарат массой 1000 кг (без учёта топлива) смог покинуть астероид? (Игнатьев 1207)
4. Две ракеты массой m_0 каждая стартуют одновременно в свободном пространстве, где силой тяжести можно пренебречь. Первая ракета движется с постоянным расходом топлива μ , вторая - с постоянным ускорением a . Определить отношение их масс и скоростей в момент, когда масса первой ракеты уменьшится в два раза. Относительные скорости истечения газов у обеих ракет одинаковы, постоянны и равны u . (Овчинкин, 1 том, 3.19)

5. Ракета совершает движение в однородном магнитном поле силы тяжести Земли. Масса ракеты меняется по закону $M = M_0 \cdot e^{-\alpha t}$. Определите максимальную высоту подъема ракеты для заданного числа Циолковского z . Предположите, что начальная скорость у поверхности Земли равна нулю. Сопротивлением атмосферы пренебречь. Скорость истечения газов считать постоянной. (Игнатьев 1208)
6. Каким должно быть отношение стартовой массы одноступенчатой ракеты к массе ее конструкции m_0/m_k при вертикальном разгоне ракеты с поверхности Земли до первой космической скорости $v_1=7.8$ км/с? Какова при этом масса конструкции ракеты? Время работы двигателя $T=12$ мин, относительная скорость истечения газов $u=3$ км/с, а расход топлива $\mu=300$ кг/с. Считать ускорение свободного падения равным 10 м/с^2 и не зависящим от высоты над поверхностью Земли. Сопротивление воздуха не учитывать. (Овчинкин, 1 том, 3.39)

Задачи 2 уровня (2 усл. балл)

1. По какому закону должна меняться во времени масса M ракеты (вместе с топливом), чтобы во время работы оставалась неподвижной в поле тяжести Земли, если скорость газовой струи относительно ракеты постоянна и равна $u=2$ км/с. Определить время t_1 , через которое полная масса системы уменьшится вдвое, а также время t_2 , по истечении которого ракета израсходует весь запас топлива. Масса ракеты без топлива равна $m_1=1000$ кг, а масса топлива $m_2 = 9000$ кг. (Игнатьев 1206)
2. При вертикальном взлете космического космонавт испытывает перегрузку $k_0=(g+a_0)/g=1.25$, которая во время полёта всё время возрастает и в некоторый момент времени становится равной $k=8$. Во сколько раз в этот момент скорость космического корабля относительно Земли больше скорости газов относительно ракеты? Расход горючего считать постоянным. (Овчинкин, 1 том, 3.77)
3. Определить коэффициент полезного действия ракеты, т.е. отношение кинетической энергии K , приобретенной ракетой, к энергии сгоревшего топлива Q . Скорость, достигнутая ракетой, $v=9$ км/с. Теплота сгорания топлива $q=4000$ ккал/кг, скорость выбрасываемых продуктов сгорания относительно ракеты $u=3$ км/с. (Овчинкин, 1 том, 3.47)
4. Ракета запускается с небольшой высоты и летит все время горизонтально с ускорением a . Под каким углом к горизонтالي направлена реактивная струя? Сопротивлением воздуха пренебречь. (Овчинкин, 1 том, 3.45)
5. Космический корабль, движущийся в пространстве свободном от поля тяготения, должен изменить направление своего движения на противоположное, сохранив скорость по величине. Для этого предлагаются два способа: 1) сначала затормозить корабля, а затем разогнать его до прежней скорости; 2) повернуть, заставив корабль двигаться по дуге окружности, сообщая ему ускорение в поперечном направлении. В каком из этих двух способов потребуется меньшая затрата топлива? Скорость истечения газов относительно корабля считать постоянной и одинаковой в обоих случаях. (Овчинкин, 1 том, 3.43)

Задачи 3 уровня (3 усл. балл)

1. При движении ракеты в атмосфере с большой скоростью сила аэродинамического сопротивления во много раз превышает вес ракеты, в связи с чем последним можно пренебречь. Определите зависимость изменения скорости ракеты со временем. Считайте траекторию ракеты прямолинейной, а зависимость массы от скорости $M=M_0(1-at)$. Силу аэродинамического сопротивления Q принять равной kV^2 , где k -константа. Считайте, что начальная скорость отлична от нуля, а скорость истечения газов постоянна. (Игнатъев 1214)
2. Между полюсами Земли прорыли прямую шахту, из которой был откачан газ. Аппарат, оснащенный надежной термозащитой, был сброшен в эту шахту с поверхности Земли без начальной скорости. Во время пролета через центр Земли аппарат на короткое время включил импульсный двигатель, выбросивший $1/10$ полной массы аппарата с относительной скоростью 10 м/с назад вдоль линии движения аппарата. С какой скоростью аппарат вылетит из шахты на противоположном полюсе Земли? Считать Землю однородным по плотности шаром. (Всерос-2019)
3. Ракета с начальной массой m_0 стартует в космосе с массивной платформы перпендикулярно ее поверхности. Секундный расход топлива остается постоянным в течение всего времени полета, скорость струи сгоревшего топлива относительно ракеты также постоянна и равна u . Струя, упруго ударяясь о платформу, передает ей некоторый импульс. Найти полный импульс, переданный платформе за время разгона ракеты, если платформа является настолько массивной, что изменение ее скорости в пространстве пренебрежимо мало. Силами гравитации тоже можно пренебречь. (Для взятия интегралов можно использовать Wolfram)(Овчинкин, 1 том, 3.77) *Попробуйте учитывать то что платформа приобретает скорость, масса платформы M)*
4. Ракета запускается с небольшой высоты и летит все время горизонтально с постоянной скоростью v . Выведите закон, связывающий угла направления струи от времени, а также массового расхода топлива от времени. Сопротивлением воздуха пренебречь. Скорость истечения газа принять постоянной.