

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Trabalho Final de Sistemas Lineares I

Alunos	Igor Abreu da Silva
DRE	112053874
Curso	Engenharia Eletrônica
Turma	2016/1
Professor	Natanael Nunes de Moura Junior

Rio de Janeiro, 15 de Julho de 2016

Conteúdo

1	Questão 1	1
1.1	Circuito 1	1
1.1.1	Determinar a função do circuito	1
1.1.2	Resposta ao degrau unitário	4
1.1.3	Resposta a rampa unitário	4
1.1.4	Resposta a onda quadrada	5
1.2	Circuito 2	7
1.2.1	Determinar a função do circuito	7
1.2.2	Resposta ao degrau unitário	10
1.2.3	Resposta a rampa unitário	10
1.2.4	Resposta a onda quadrada	11
1.3	Circuito 3	13
1.3.1	Determinar a função do circuito	13
1.3.2	Resposta ao degrau unitário	16
1.3.3	Resposta a rampa unitário	16
1.3.4	Resposta a onda quadrada	17
1.4	Circuito 4	19
1.4.1	Determinar a função do circuito	19
1.4.2	Resposta ao degrau unitário	20
1.4.3	Resposta a rampa unitário	21
1.4.4	Resposta a onda quadrada	21
1.5	Circuito 5	24
1.5.1	Determinar a função do circuito	24
1.5.2	Resposta ao degrau unitário	26
1.5.3	Resposta a rampa unitária	26
1.5.4	Resposta a onda quadrada	27
2	Questão 2	30
2.1	Equações do diagrama	30
2.2	Resposta ao degrau unitário	33
2.3	Resposta a rampa unitária	33
2.4	Resposta a onda quadrada	34
3	Questão 3	37
3.1	E.D.O dos sistemas	37
3.1.1	Sistema 1	37
3.1.2	Sistema 2	37
3.2	Polos e zeros	38
3.2.1	Variando em α	38

3.2.2	Variando em β	38
3.3	Diagrama de Bode	39
3.3.1	Variando em α	39
3.3.2	Variando em β	39
3.4	Resposta ao Degrau Unitário	40
3.4.1	Variando em α	40
3.4.2	Variando em β	40
3.5	Resposta a Rampa Unitária	41
3.5.1	Variando em α	41
3.5.2	Variando em β	41
3.6	Resposta a onda quadrada	42
3.6.1	Variando em α	42
3.6.2	Variando em β	45
3.7	Resposta a cossenoides	47
3.7.1	Variando frequências nos valores de α	47
3.7.2	Variando frequências nos valores de β	51
4	Conclusão	53
5	Referências	55

Lista de Figuras

1	Circuito 1	1
2	Circuito 1 - Polos e Zeros	2
3	Circuito 1 - Diagrama de Bode	3
4	Circuito 1 - Resposta ao degrau unitário	4
5	Circuito 1 - Resposta a rampa unitária	4
6	Circuito 1 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	5
7	Circuito 1 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	5
8	Circuito 1 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	6
9	Circuito 1 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	6
10	Circuito 1 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	7
11	Circuito 2	7
12	Circuito 2 - Polos e Zeros	9
13	Circuito 2 - Diagrama de Bode	9

14	Circuito 2 - Resposta ao degrau unitário	10
15	Circuito 2 - Resposta a rampa unitária	10
16	Circuito 2 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	11
17	Circuito 2 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	11
18	Circuito 2 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	12
19	Circuito 2 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	12
20	Circuito 2 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	13
21	Circuito 3	13
22	Circuito 3 - Polos e Zeros	15
23	Circuito 3 - Diagrama de Bode	15
24	Circuito 3 - Resposta ao degrau unitário	16
25	Circuito 3 - Resposta a rampa unitária	16
26	Circuito 3 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	17
27	Circuito 3 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	17
28	Circuito 3 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	18
29	Circuito 3 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	18
30	Circuito 3 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	19
31	Circuito 4	19
32	Circuito 4 - Diagrama de Bode	20
33	Circuito 4 - Resposta ao degrau unitário	20
34	Circuito 4 - Resposta a rampa unitária	21
35	Circuito 4 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	21
36	Circuito 4 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	22
37	Circuito 4 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	22
38	Circuito 4 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	23
39	Circuito 4 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	23
40	Circuito 5	24
41	Circuito 5 - Polos e Zeros	25
42	Circuito 5 - Diagrama de Bode	25

43	Circuito 5 - Resposta ao degrau unitário	26
44	Circuito 5 - Resposta a rampa unitária	26
45	Circuito 5 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	27
46	Circuito 5 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	27
47	Circuito 5 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	28
48	Circuito 5 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	28
49	Circuito 5 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	29
50	Diagrama de Blocos	30
51	Polos e Zeros	31
52	Diagrama de Bode	32
53	Resposta ao degrau unitário	33
54	Resposta a rampa unitária	33
55	Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	34
56	Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$	34
57	Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$	35
58	Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$	35
59	Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$	36
60	Polos e Zeros variando em α	38
61	Polos e Zeros variando em β	38
62	Diagrama de Bode variando em α	39
63	Diagrama de Bode variando em β	39
64	Resposta ao Degrau Unitário variando em α	40
65	Resposta ao Degrau Unitário variando em β	40
66	Resposta a rampa Unitária variando em α	41
67	Resposta a rampa Unitária variando em β	41
68	Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	42
69	Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	42
70	Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	43
71	Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	43

72	Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	44
73	Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	45
74	Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	45
75	Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	46
76	Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	46
77	Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	47
78	Resposta para $\alpha = 0.001$ em frequências variantes	47
79	Resposta para $\alpha = 0.01$ em frequências variantes	48
80	Resposta para $\alpha = 0.1$ em frequências variantes	48
81	Resposta para $\alpha = 1$ em frequências variantes	49
82	Resposta para $\alpha = 10$ em frequências variantes	49
83	Resposta para $\alpha = 100$ em frequências variantes	50
84	Resposta para $\alpha = 1000$ em frequências variantes	50
85	Resposta para $\beta = 0.001$ em frequências variantes	51
86	Resposta para $\beta = 0.01$ em frequências variantes	51
87	Resposta para $\beta = 0.1$ em frequências variantes	52
88	Resposta para $\beta = 1$ em frequências variantes	52
89	Resposta para $\beta = 10$ em frequências variantes	53

1 Questão 1

1.1 Circuito 1

Nesta sessão será resolvida toda a parte necessária para encontrar a função/utilidade de cada um dos circuitos. Analisaremos todos os pontos correspondentes aos itens (a), (b), (c), (d), (e) e (f) do trabalho final.

Serão assumidos aqui que os sistemas encontram-se zerados no instante $t = 0^-$.

1.1.1 Determinar a função do circuito

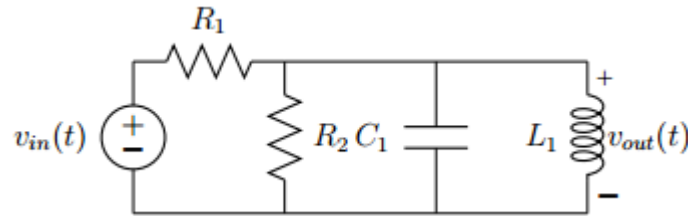


Figura 1: Circuito 1

Podemos modelar o circuito 1 em relação ao nó após R_1 . Teríamos a seguinte equação:

$$\frac{V_{in} - V_{out}}{R_1} - \frac{V_{out}}{R_2} - \frac{C \partial V_{out}}{\partial t} - \frac{1}{L} \int V_{out} \partial t = 0$$

Para encontrarmos a E.D.O do circuito, vamos derivar toda esta expressão e separar V_{out} e V_{in} , encontrando a seguinte relação:

$$\frac{\partial V_{in}}{\partial t} \left(\frac{1}{R_1} \right) = \frac{C \partial^2 V_{out}}{\partial t^2} + \frac{\partial V_{out}}{\partial t} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{V_{out}}{L}$$

Em posse da E.D.O, utilizaremos Laplace para encontrar a função de Transferência do Circuito.

$$X(S) \left(\frac{1}{R_1} \right) = Y(S) \left(S^2 C + S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{1}{L} \right) \Rightarrow$$

$$H(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{S R_2 L}{S^2 (R_1 R_2 L C) + S (R_1 L + R_2 L) + R_1 R_2}$$

Afim de facilitar os cálculos, tomaremos os seguintes valores para cada elemento do circuito:

- $R_1 = 10\Omega$;
- $R_2 = 100\Omega$;
- $C = 1F$;
- $L = 1H$;

Apos aplicar os valores comerciais em $H(S)$, temos:

$$H(S) = \frac{100S}{1000S^2 + 110S + 110}$$

Utilizando essa função no MatLab para encontrar os polos (quando se zera o denominador), zeros (quando se zera o numerador) e o diagrama de Bode, obtemos o seguintes gráficos:

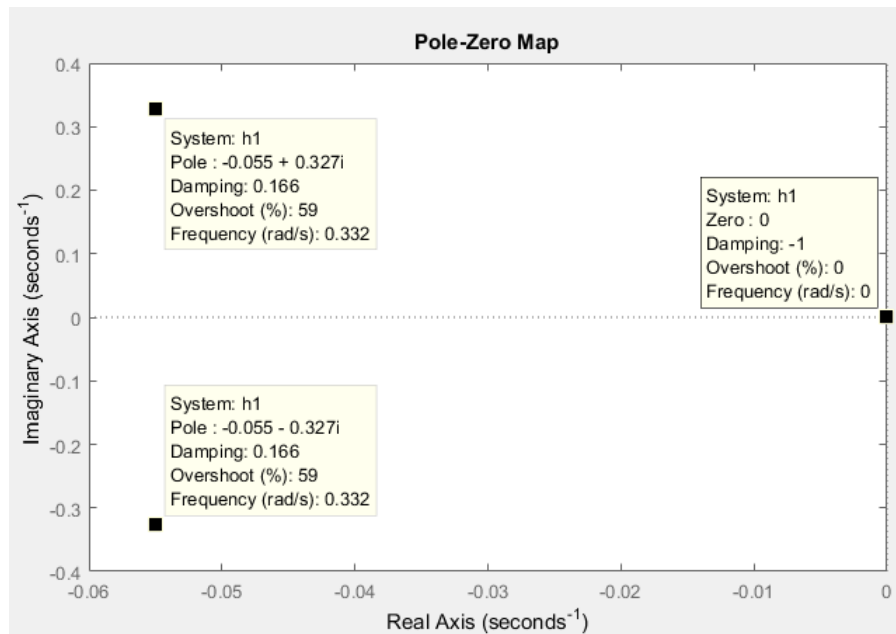


Figura 2: Circuito 1 - Polos e Zeros

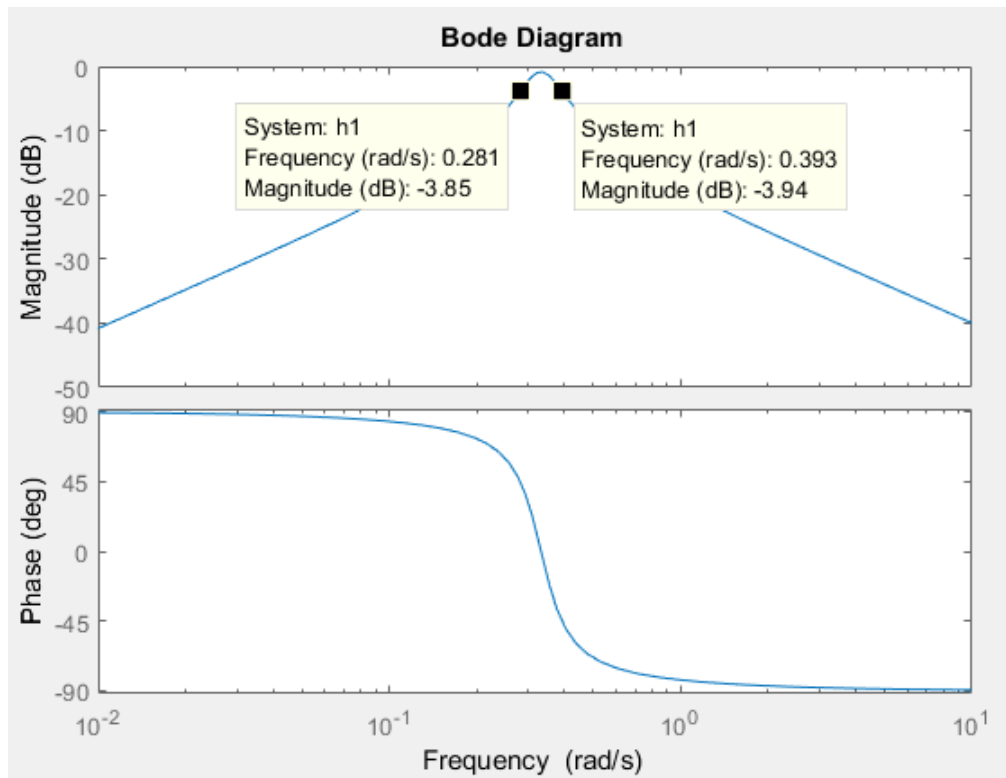


Figura 3: Circuito 1 - Diagrama de Bode

Analisando-se este circuito, pode-se afirmar que o mesmo é um filtro passa faixa operando na largura de banda de aproximadamente 0.11 rad/sec em um intervalo $[0.28, 0.39]$ rad/sec.

1.1.2 Resposta ao degrau unitário

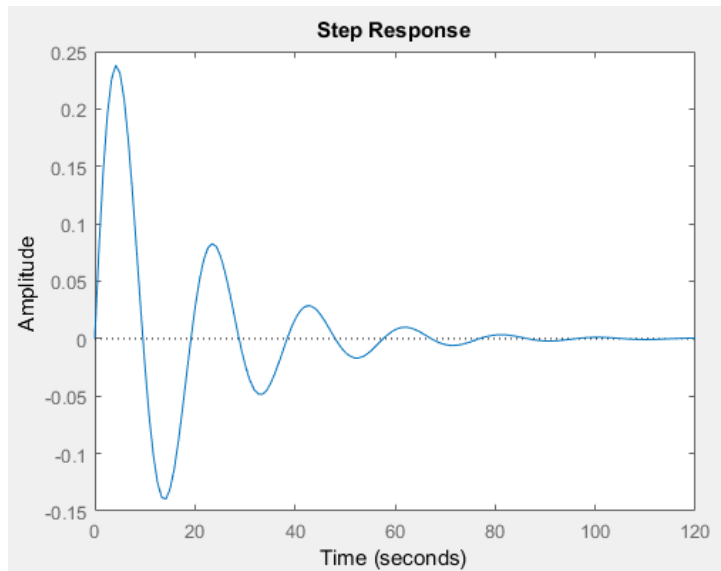


Figura 4: Circuito 1 - Resposta ao degrau unitário

1.1.3 Resposta a rampa unitário

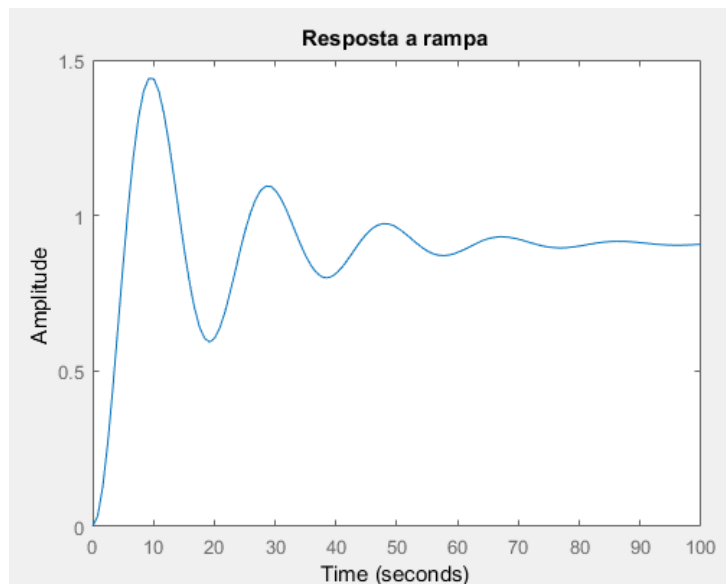


Figura 5: Circuito 1 - Resposta a rampa unitária

1.1.4 Resposta a onda quadrada

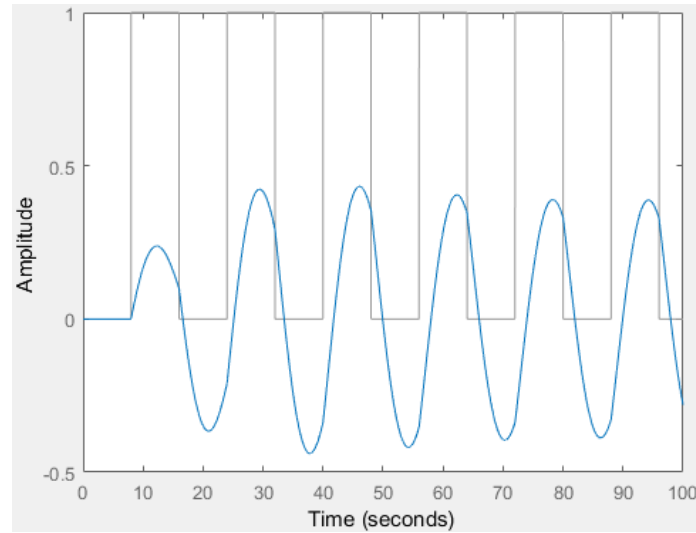


Figura 6: Circuito 1 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

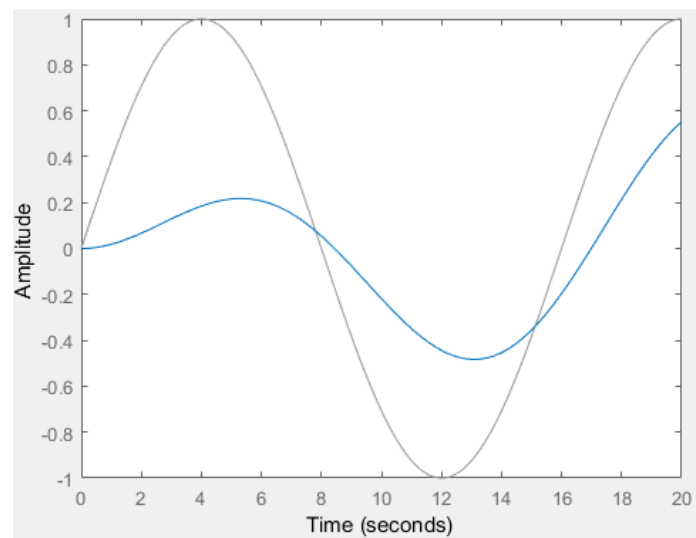


Figura 7: Circuito 1 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

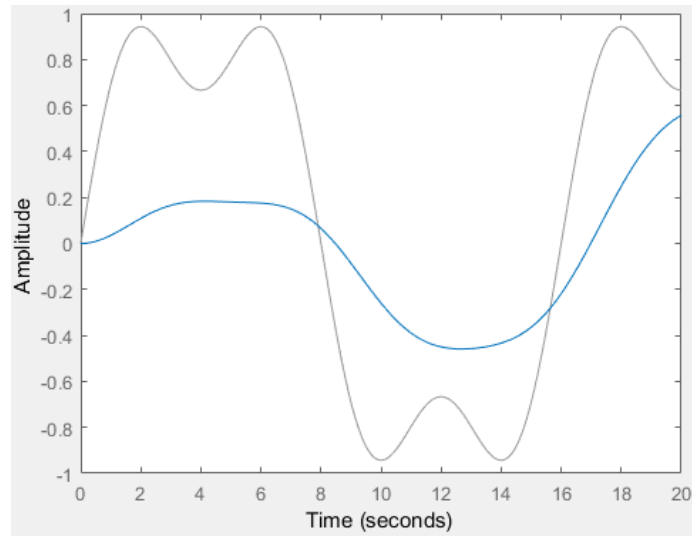


Figura 8: Circuito 1 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

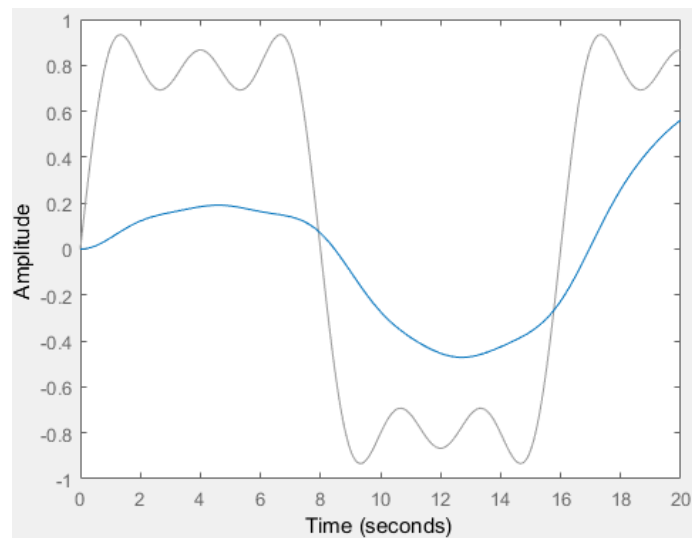


Figura 9: Circuito 1 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

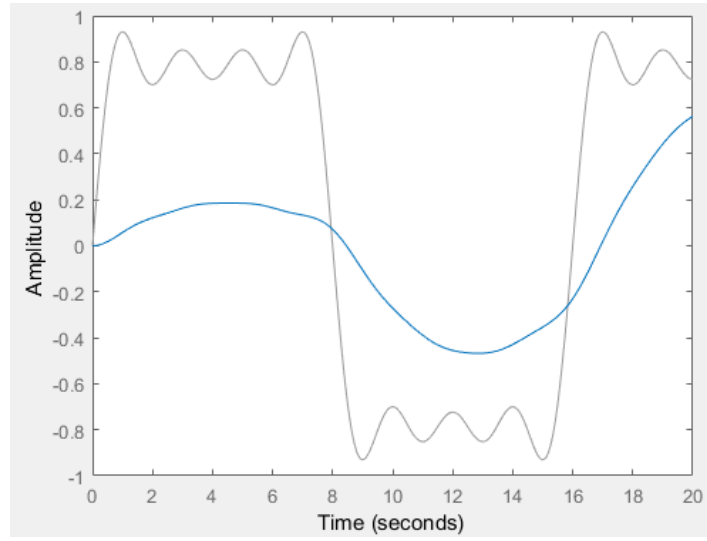


Figura 10: Circuito 1 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

1.2 Circuito 2

1.2.1 Determinar a função do circuito

Para modelarmos utilizaremos as seguintes equações:

$$I_1 = I_{in} - I_{out}$$

$$R_2 I_{out} + \frac{L \partial I_{out}}{\partial t} - R_1 I_1 + \frac{1}{C} \int I_{out} \partial t = 0$$

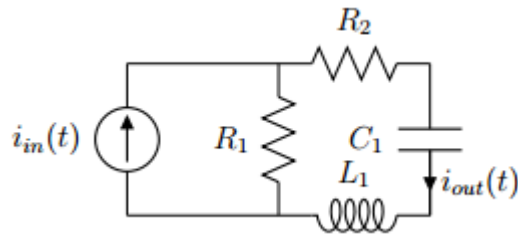


Figura 11: Circuito 2

Substituindo I_1 para colocarmos a equação em função de I_{in} e I_{out} e derivando-a para removermos a Integral, temos a E.D.O:

$$\frac{\partial I_{in}}{\partial t}(R_1) = \frac{\partial^2 I_{out}}{\partial t^2}(L) + \frac{\partial I_{out}}{\partial t}(R_1 + R_2) + \frac{I_{out}}{C}$$

Transformando essa E.D.O em Laplace, obtemos:

$$X(S)(SR_1) = Y(S)\left(S^2 + S(R_1 + R_2) + \frac{1}{C}\right) \Rightarrow$$

$$H(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{S(R_1 C)}{S^2(LC) + S(R_1 C + R_2 C) + 1}$$

Escolhendo os seguintes valores para cada elemento do circuito:

- $R_1 = 10\Omega$;
- $R_2 = 100\Omega$;
- $C = 1F$;
- $L = 1H$;

Encontramos a seguinte função de transferência:

$$H(S) = \frac{10S}{S^2 + 110S + 1}$$

A partir dessa função obtemos os seguintes polos, zeros e diagrama de Bode:

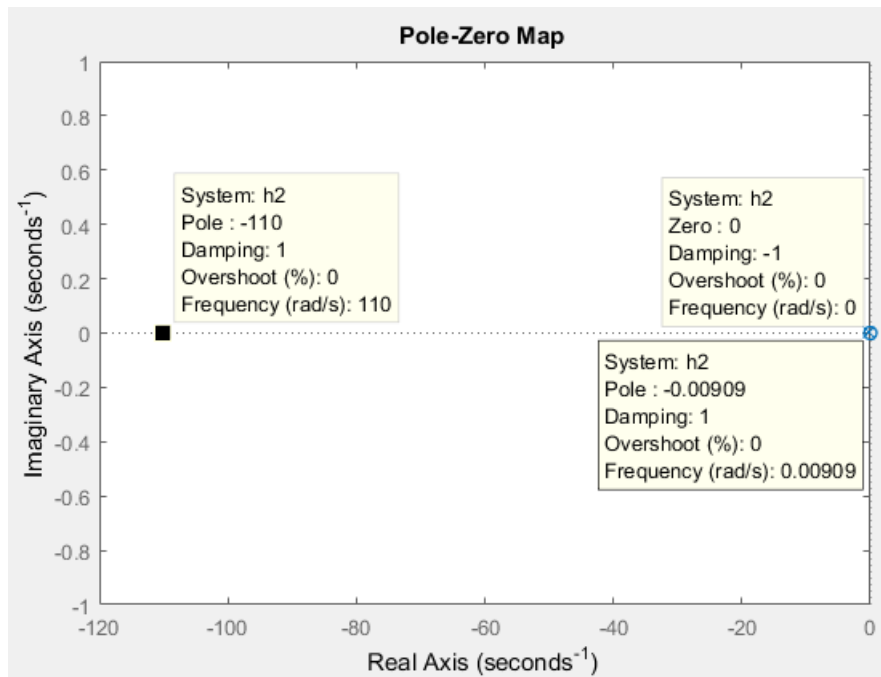


Figura 12: Circuito 2 - Polos e Zeros

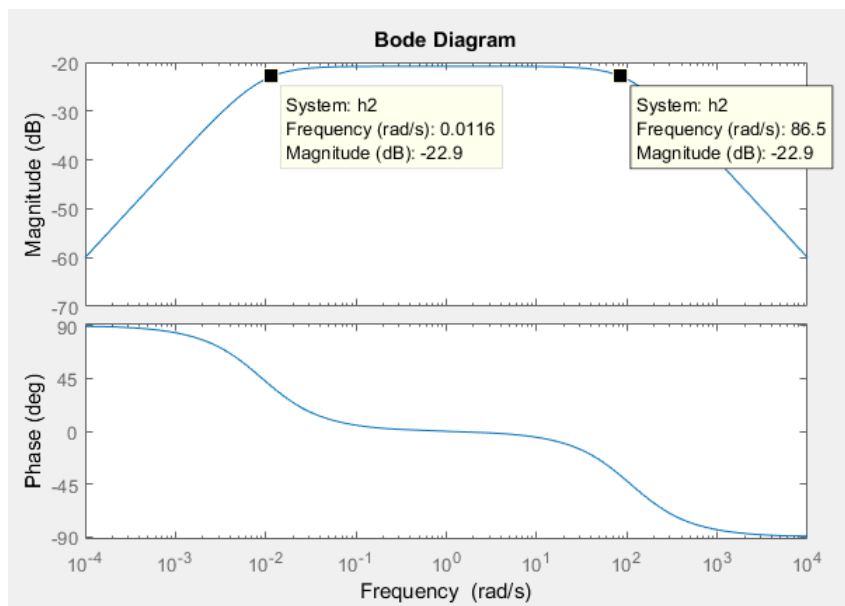


Figura 13: Circuito 2 - Diagrama de Bode

Assim como o circuito da figura 1, temos também um filtro passa faixa que opera nas faixas entre 0.01 rad/seg e 86.5 rad/seg

1.2.2 Resposta ao degrau unitário

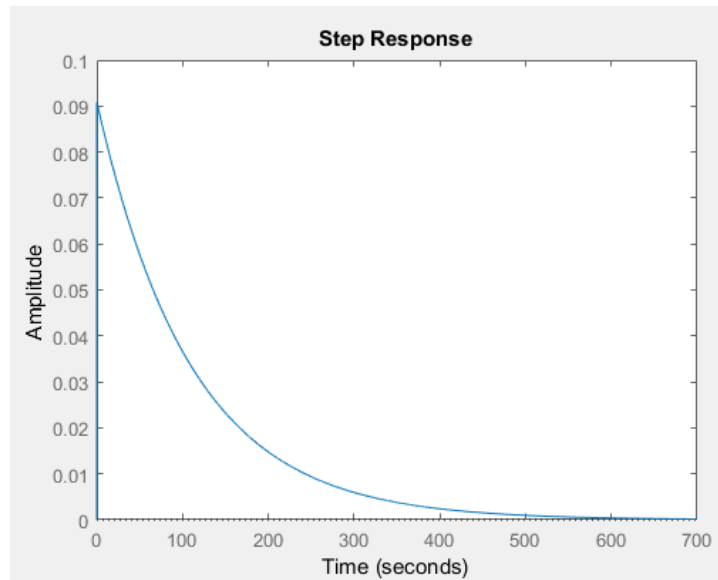


Figura 14: Circuito 2 - Resposta ao degrau unitário

1.2.3 Resposta a rampa unitário

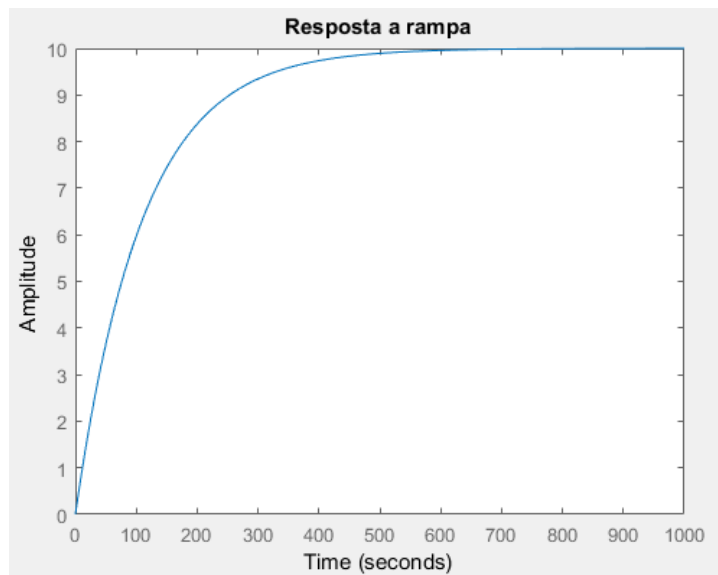


Figura 15: Circuito 2 - Resposta a rampa unitária

1.2.4 Resposta a onda quadrada

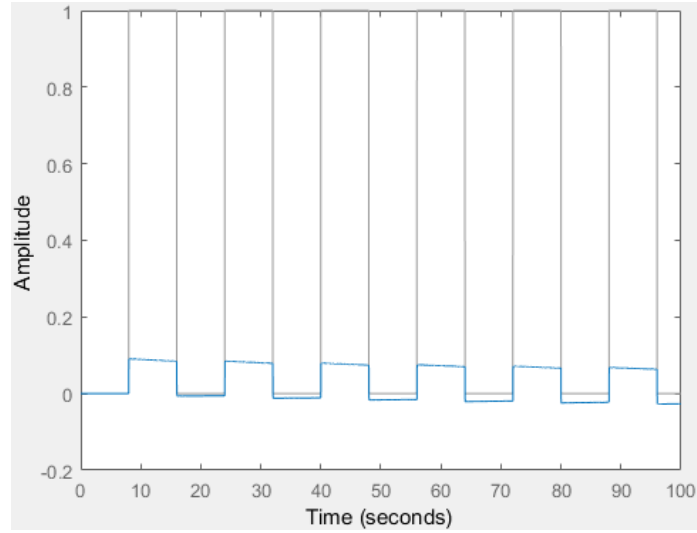


Figura 16: Circuito 2 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

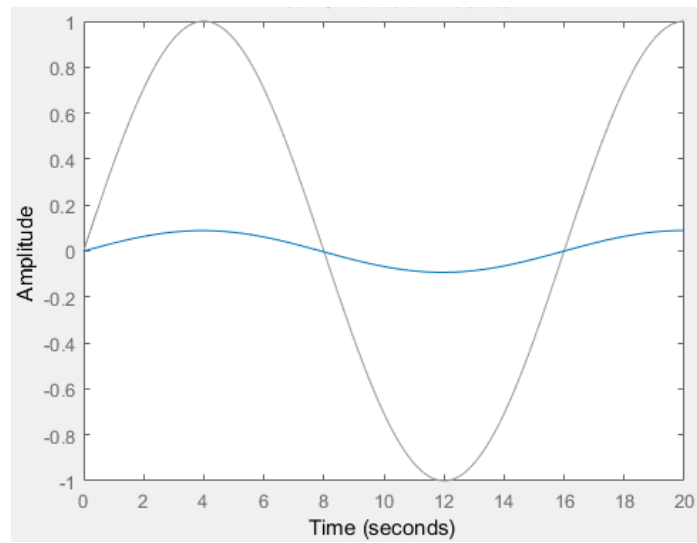


Figura 17: Circuito 2 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

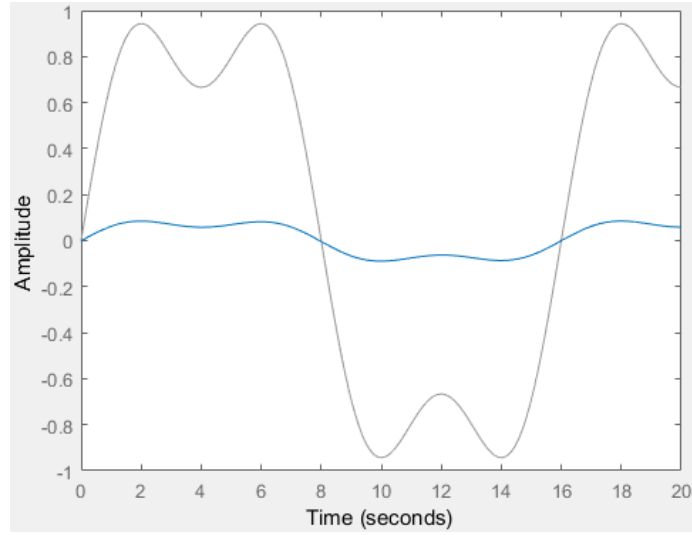


Figura 18: Circuito 2 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

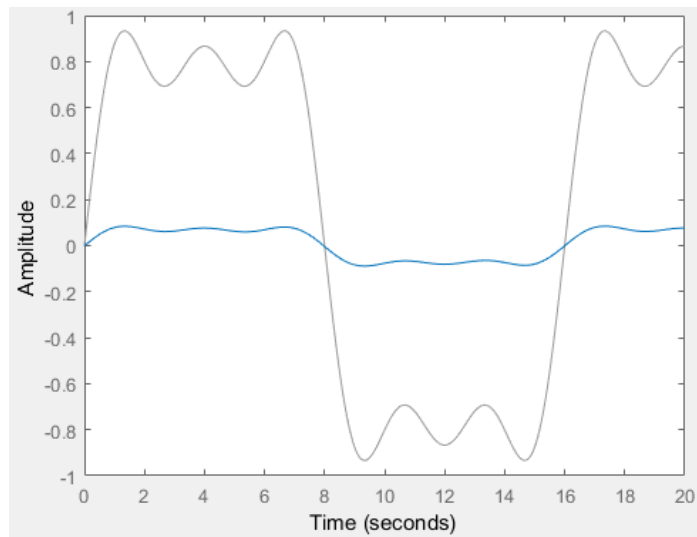


Figura 19: Circuito 2 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

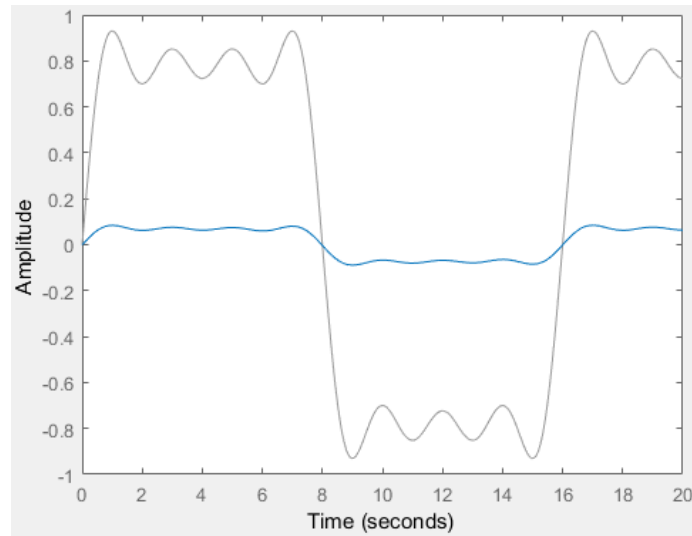


Figura 20: Circuito 2 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

1.3 Circuito 3

1.3.1 Determinar a função do circuito

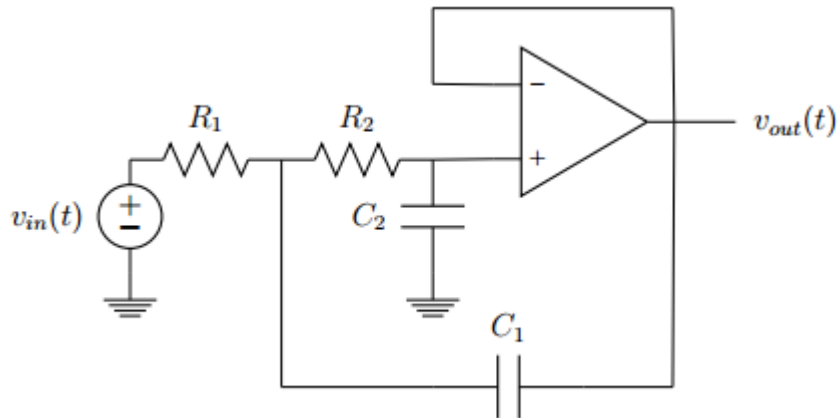


Figura 21: Circuito 3

Este circuito, também conhecido como topologia de Sallen-Key, sabendo que o AmpOp possui impedância infinita em sua entrada, que $V^- = V^+$, que $V^- = V_{out}$ e chamando V_a da tensão que passa por C_1 , obtemos:

$$V_a = V_{out} + R_2 C_2 \frac{\partial V_{out}}{\partial t}$$

Utilizando a lei dos nós entre R_1 e R_2 e já substituindo V_a por V_{out} temos:

$$\frac{V_{in}}{R_1} = R_2 C_1 C_2 \frac{\partial^2 V_{out}}{\partial t^2} + \left(C_2 + \frac{R_2 C_2}{R_1} \right) \frac{\partial V_{out}}{\partial t} + \frac{V_{out}}{R_1}$$

Com esta E.D.O, podemos encontrar a seguinte função de transferência utilizando o mesmo método empregado nos circuitos anteriores, com isso temos:

$$H(S) = \frac{1}{S^2 (R_1 R_2 C_1 C_2) + S (R_1 C_2 + R_2 C_2) + 1}$$

Utilizando os valores para cada elemento do circuito:

- $R_1 = 10\Omega$;
- $R_2 = 100\Omega$;
- $C_1 = 2F$;
- $C_2 = 1F$;

Encontramos a seguinte função de transferência:

$$H(S) = \frac{1}{2000S^2 + 110S + 1}$$

Que nos gera os seguintes polos, zeros e diagrama de Bode:

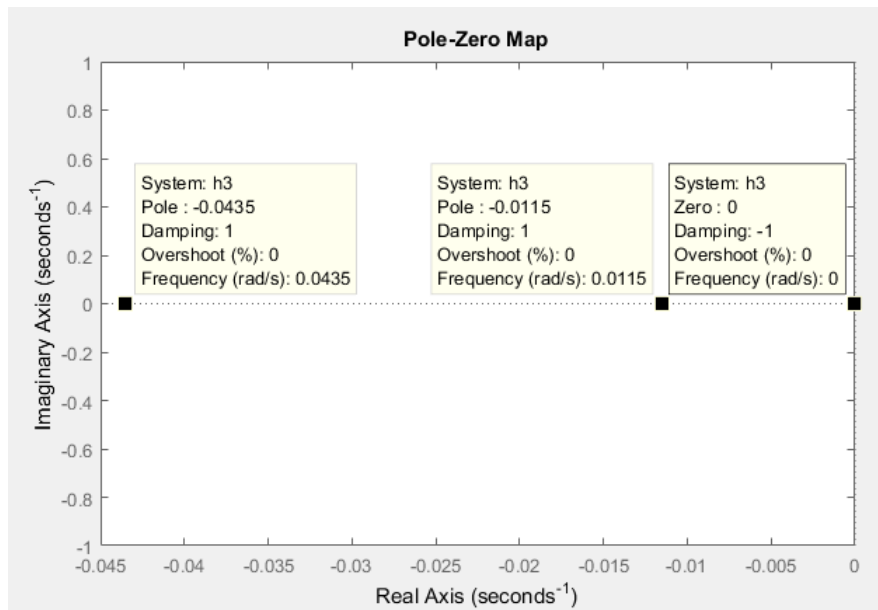


Figura 22: Circuito 3 - Polos e Zeros

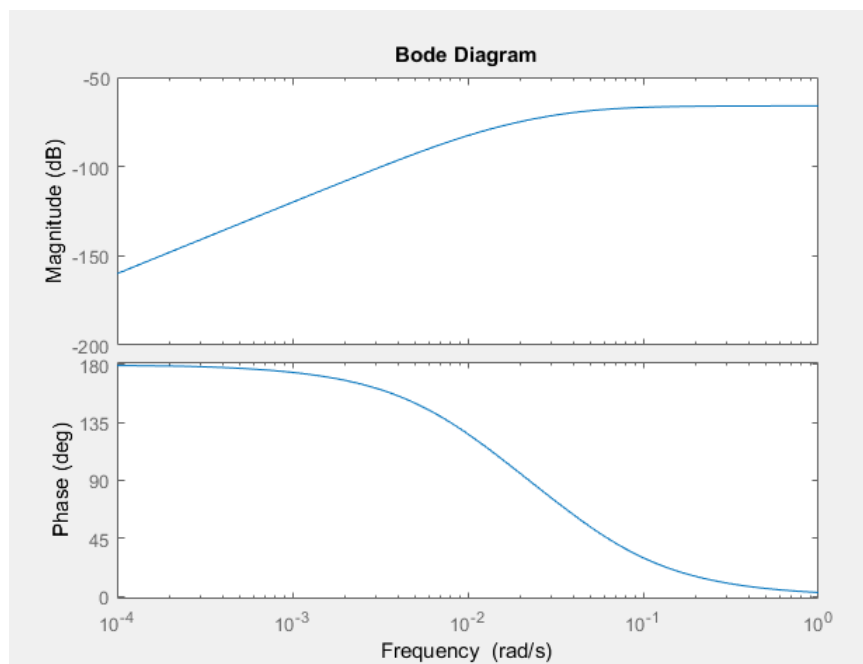


Figura 23: Circuito 3 - Diagrama de Bode

Pela análise do diagrama de Bode, pode-se afirmar que esse circuito é um filtro passa alta com frequência no seu menor polo de 0.01 rad/sec.

1.3.2 Resposta ao degrau unitário

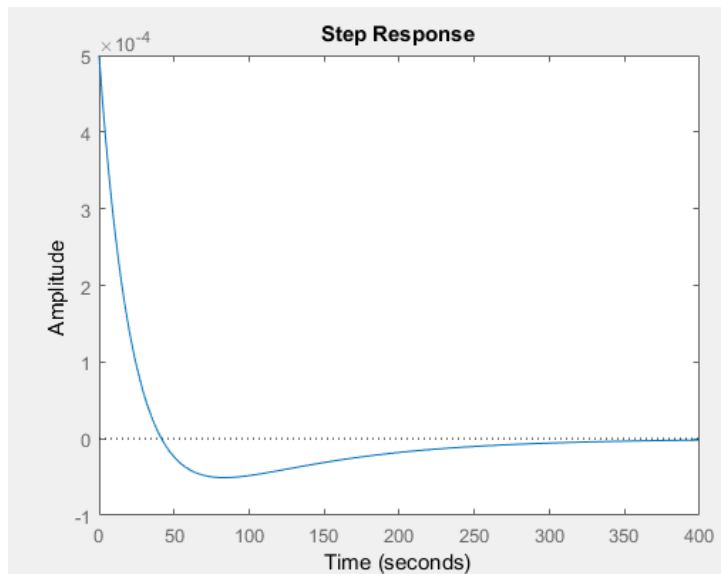


Figura 24: Circuito 3 - Resposta ao degrau unitário

1.3.3 Resposta a rampa unitário

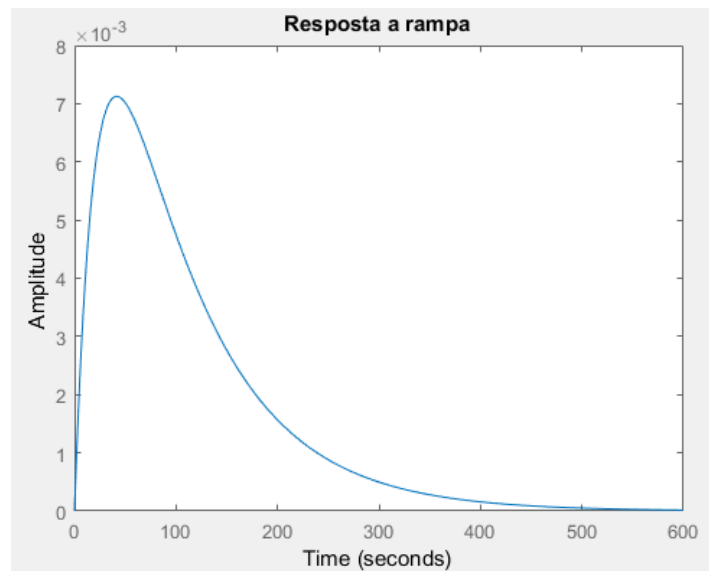


Figura 25: Circuito 3 - Resposta a rampa unitária

1.3.4 Resposta a onda quadrada

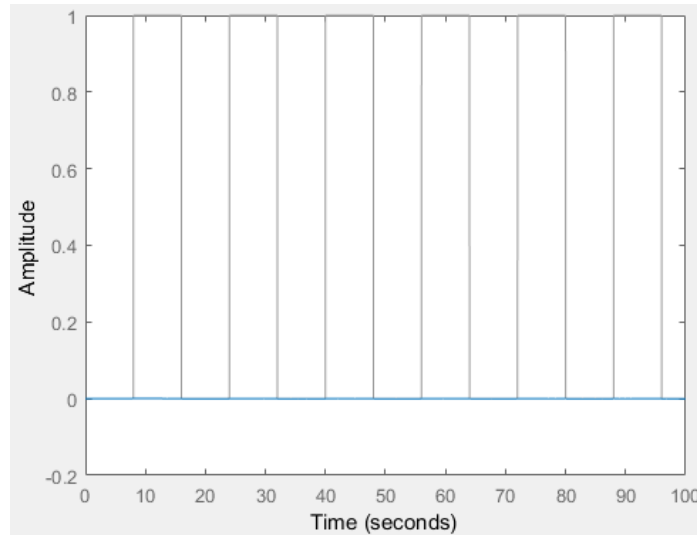


Figura 26: Circuito 3 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

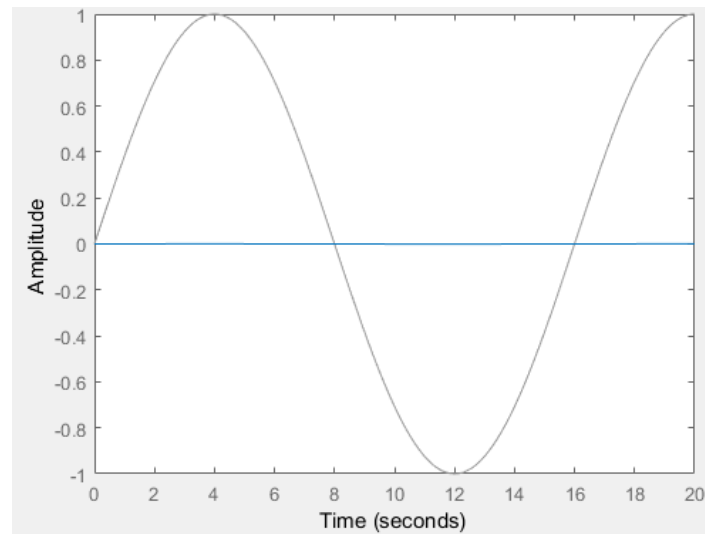


Figura 27: Circuito 3 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

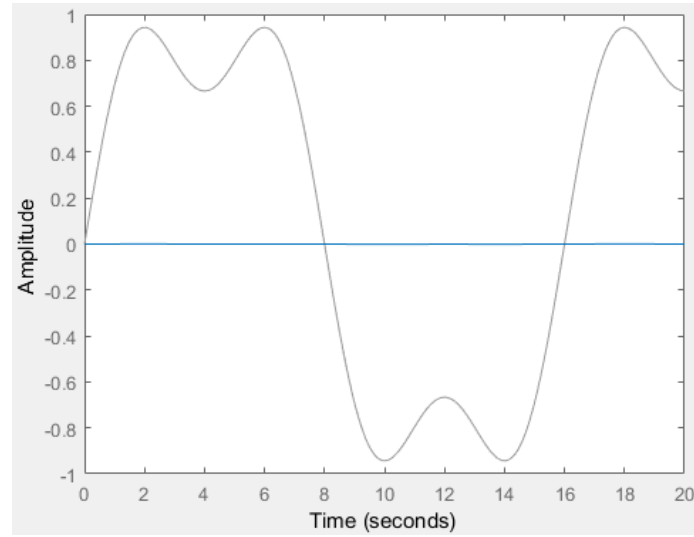


Figura 28: Circuito 3 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

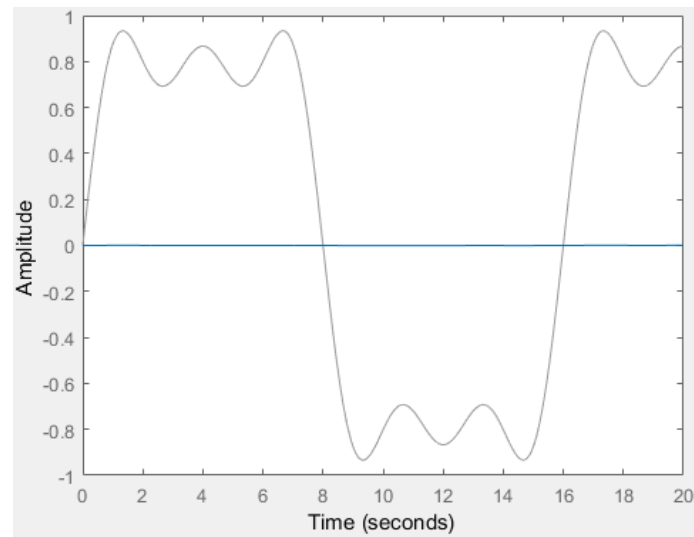


Figura 29: Circuito 3 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

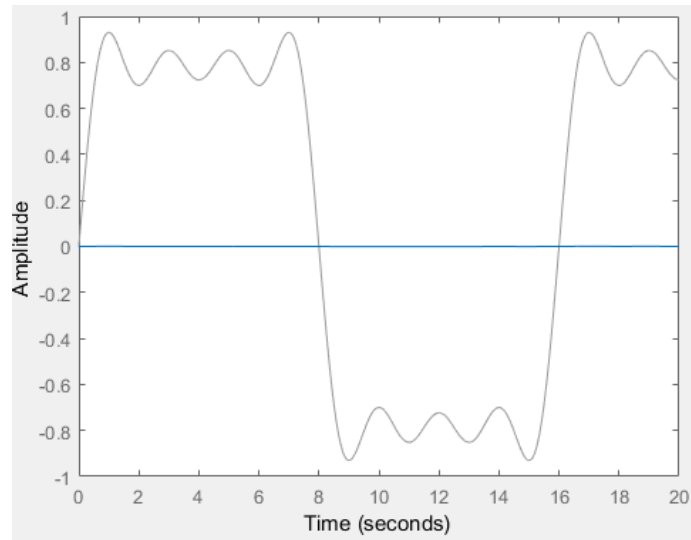


Figura 30: Circuito 3 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

1.4 Circuito 4

1.4.1 Determinar a função do circuito

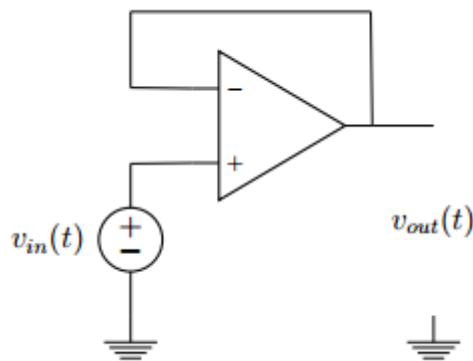


Figura 31: Circuito 4

Esse circuito, conhecido como buffer, é utilizado como um isolador. Como V_{in} é igual a V_{out} , sua função de transferência $H(S) = 1$. Não existem polos nem zeros para esse circuito e seu diagrama de Bode permanece em 0.

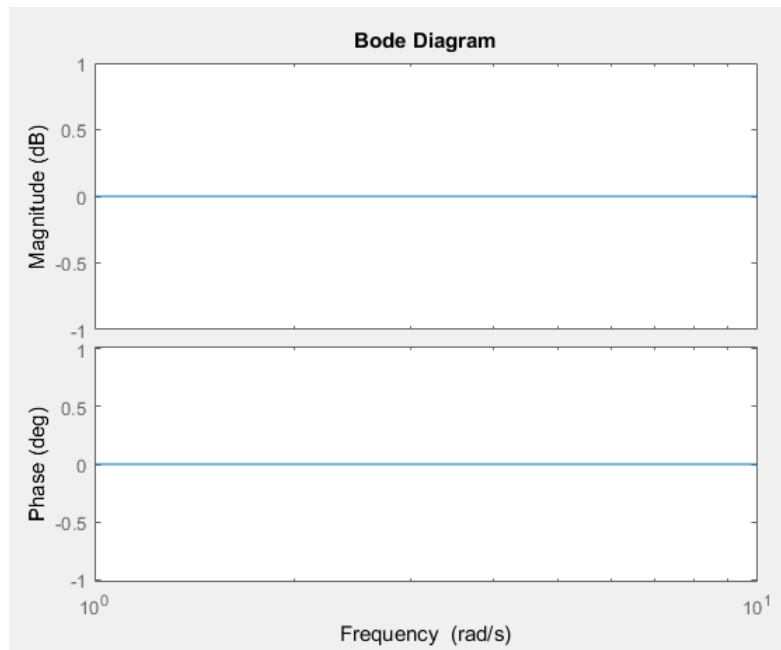


Figura 32: Circuito 4 - Diagrama de Bode

1.4.2 Resposta ao degrau unitário

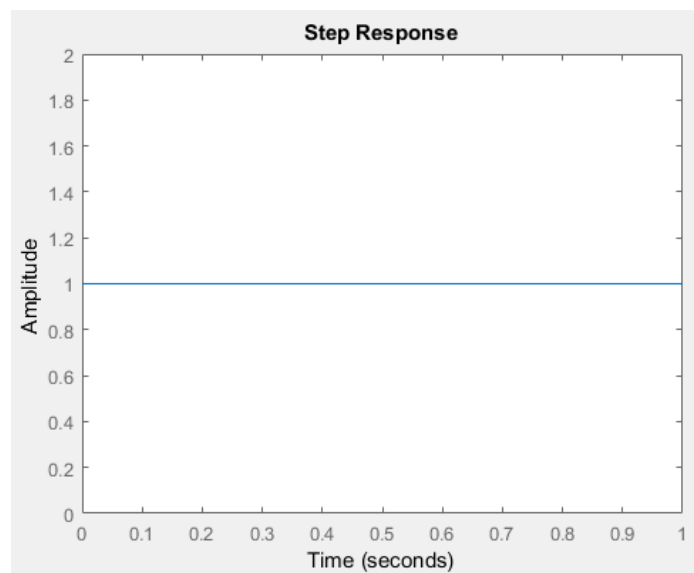


Figura 33: Circuito 4 - Resposta ao degrau unitário

1.4.3 Resposta a rampa unitário

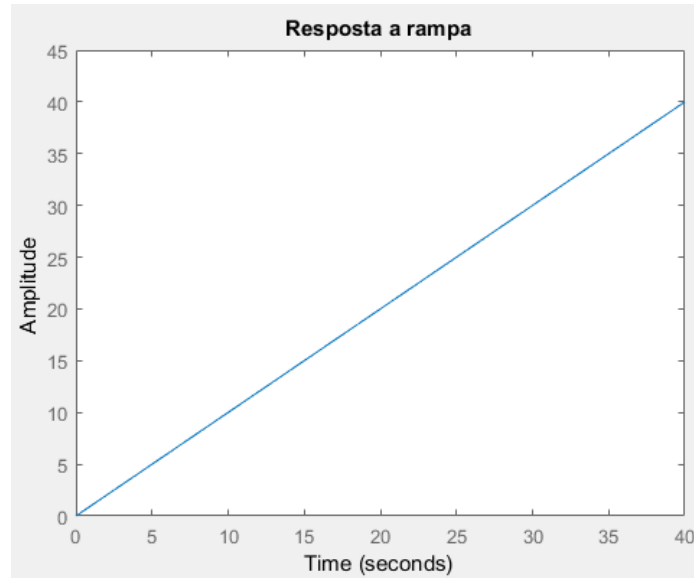


Figura 34: Circuito 4 - Resposta a rampa unitária

1.4.4 Resposta a onda quadrada

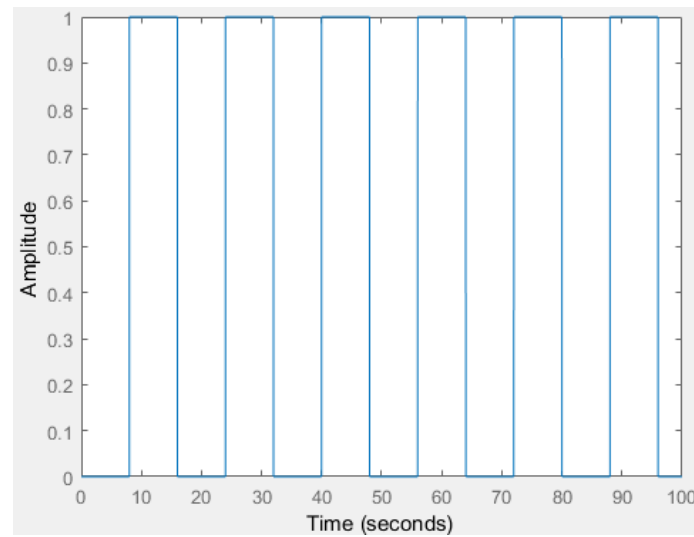


Figura 35: Circuito 4 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

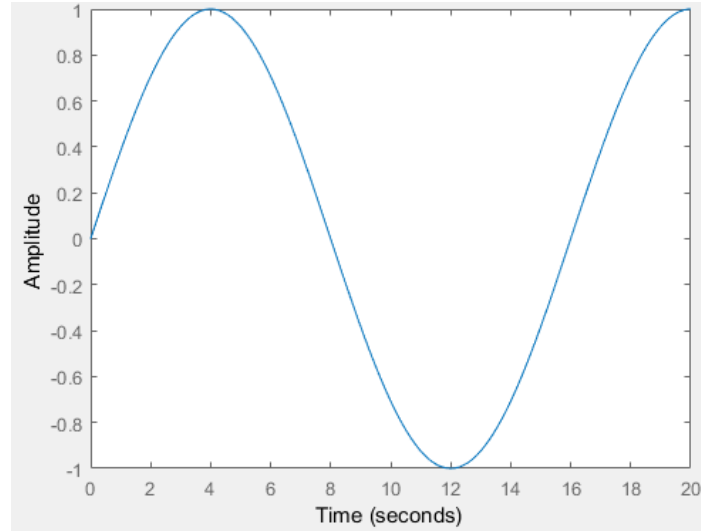


Figura 36: Circuito 4 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

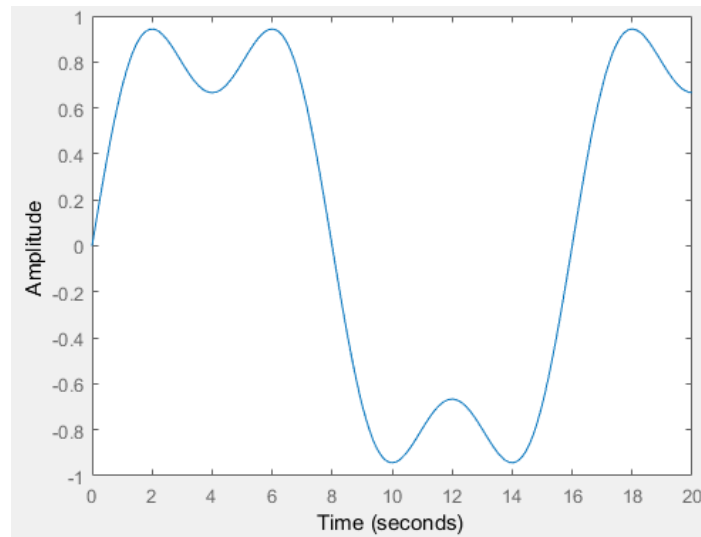


Figura 37: Circuito 4 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

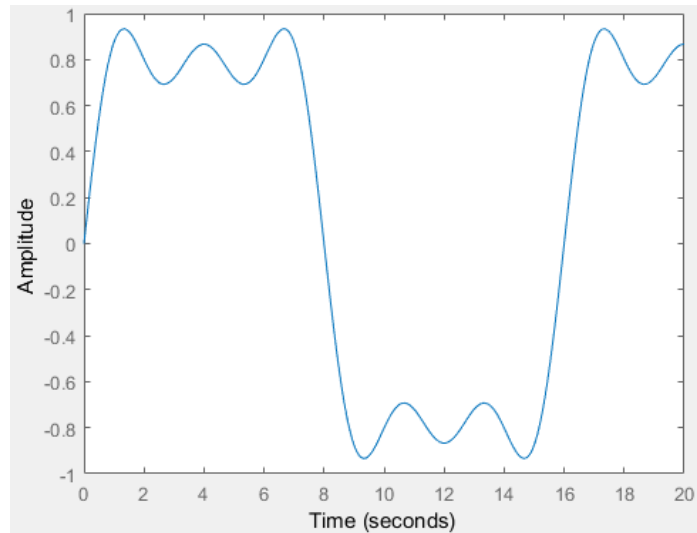


Figura 38: Circuito 4 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

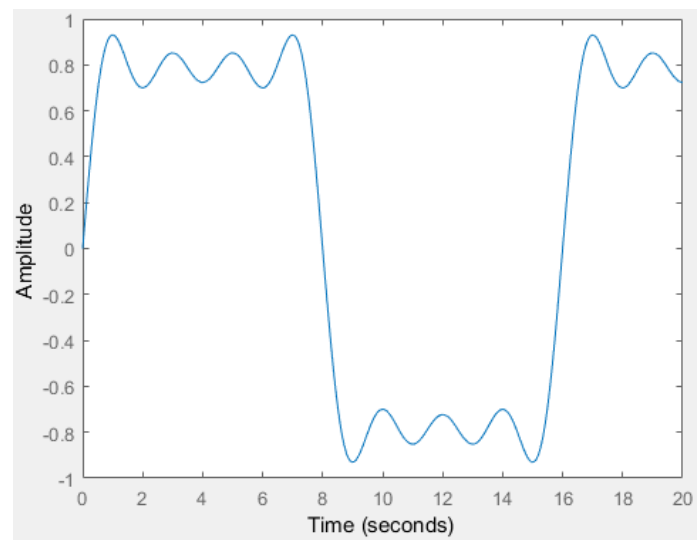


Figura 39: Circuito 4 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

1.5 Circuito 5

1.5.1 Determinar a função do circuito

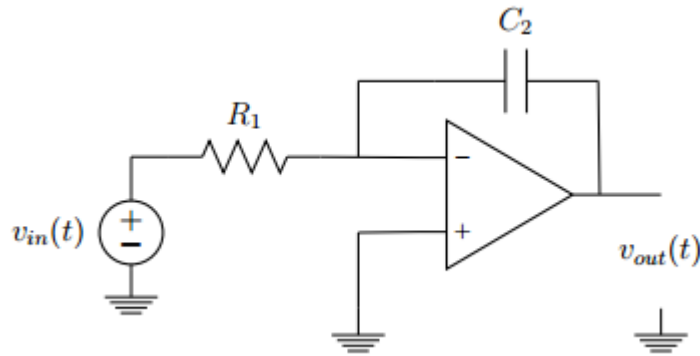


Figura 40: Circuito 5

Esse circuito pode ser escrito como:

$$\frac{V_{in}}{R} + C \frac{\partial V_{out}}{\partial t} = 0$$

Transformando esta E.D.O com Laplace utilizando o mesmo método dos circuitos passados, obtemos:

$$H(S) = \frac{-1}{RCS}$$

Tomando os seguintes valores para os elementos do circuito:

- $R = 10\Omega$;
- $C = 1F$;

Temos a seguinte equação de transferência:

$$H(S) = \frac{-1}{10S}$$

A partir dessa equação, obtemos os seguintes polos, zeros e diagrama de Bode:

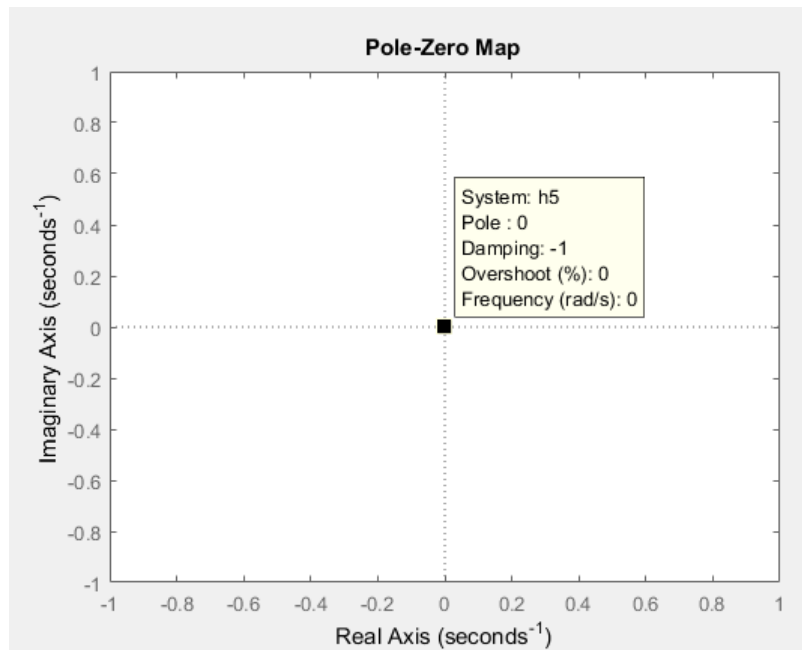


Figura 41: Circuito 5 - Polos e Zeros

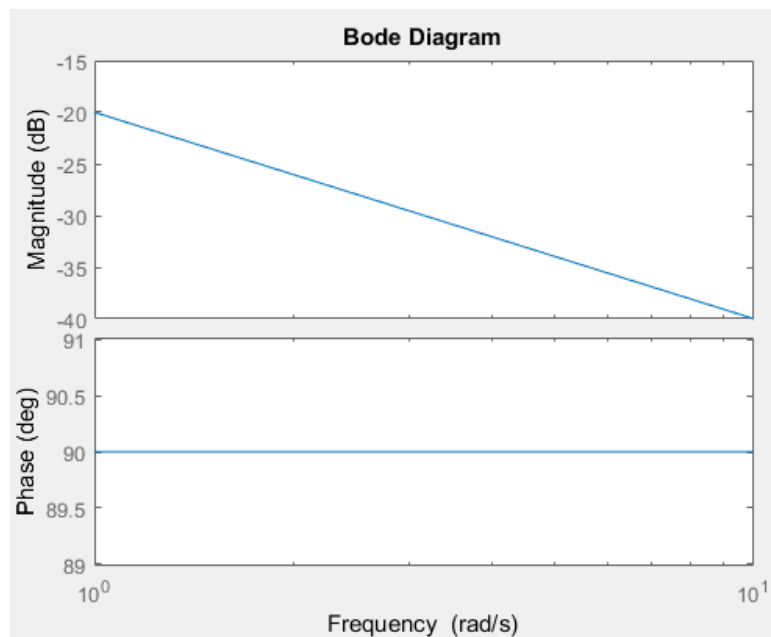


Figura 42: Circuito 5 - Diagrama de Bode

Este circuito corresponde a um filtro passa baixa integrador de apenas um polo.

1.5.2 Resposta ao degrau unitário

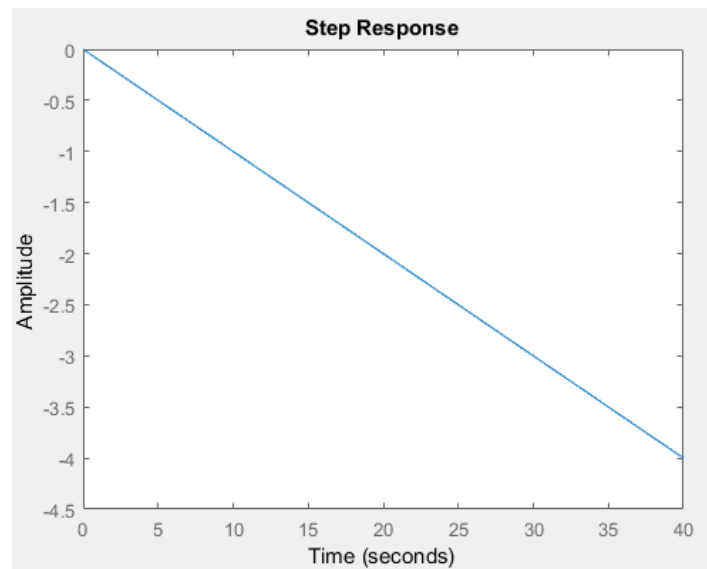


Figura 43: Circuito 5 - Resposta ao degrau unitário

1.5.3 Resposta a rampa unitária

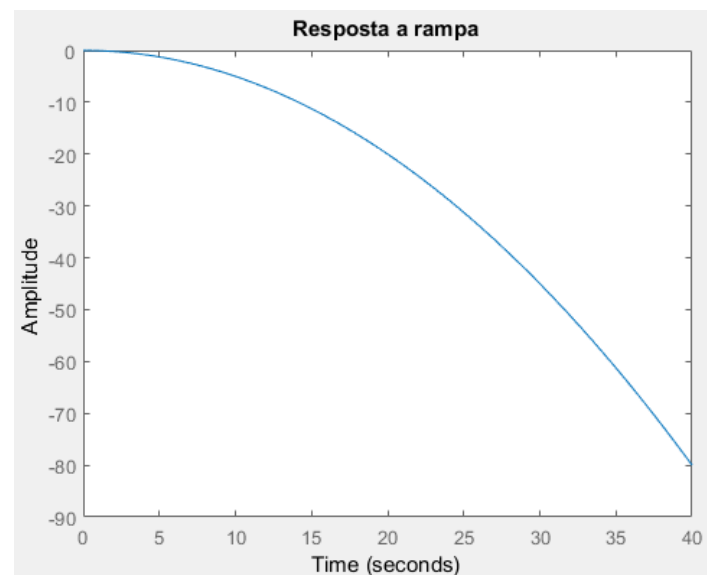


Figura 44: Circuito 5 - Resposta a rampa unitária

1.5.4 Resposta a onda quadrada

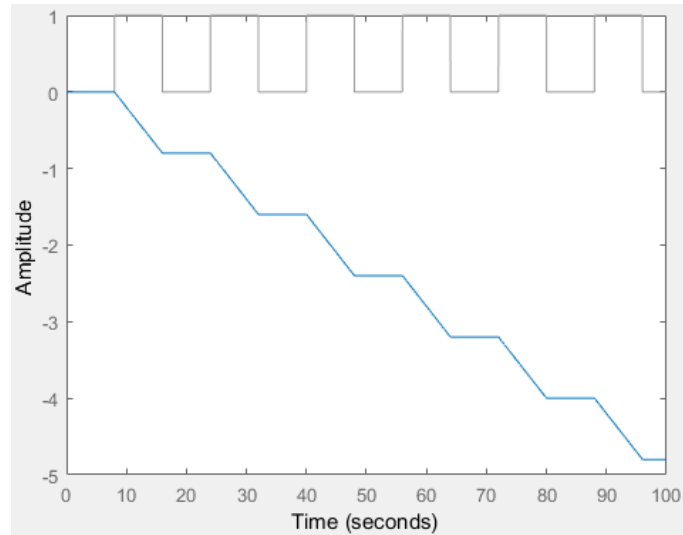


Figura 45: Circuito 5 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

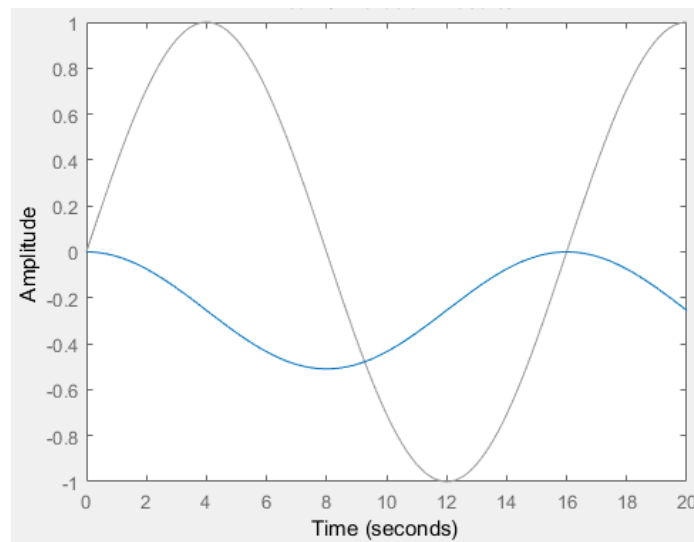


Figura 46: Circuito 5 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

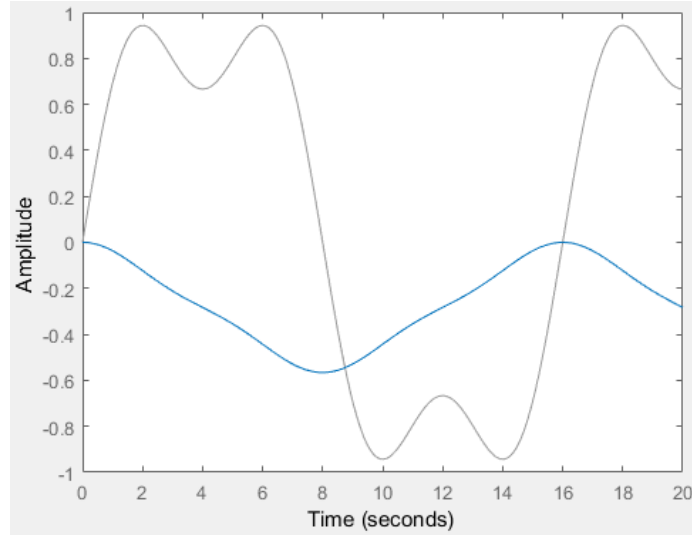


Figura 47: Circuito 5 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

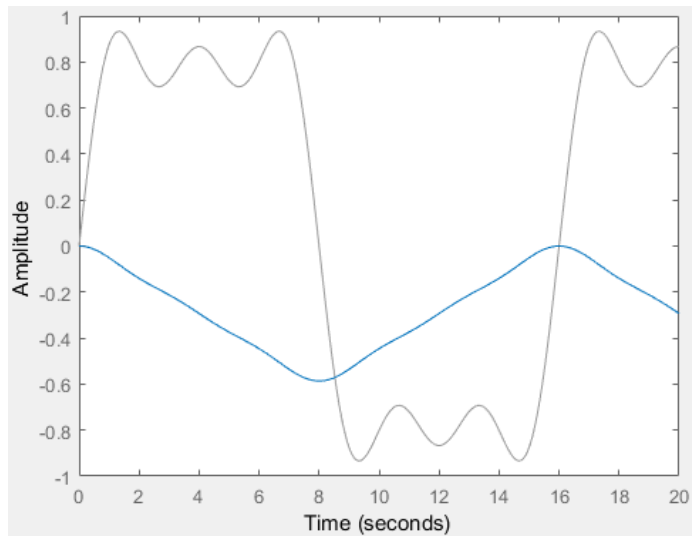


Figura 48: Circuito 5 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

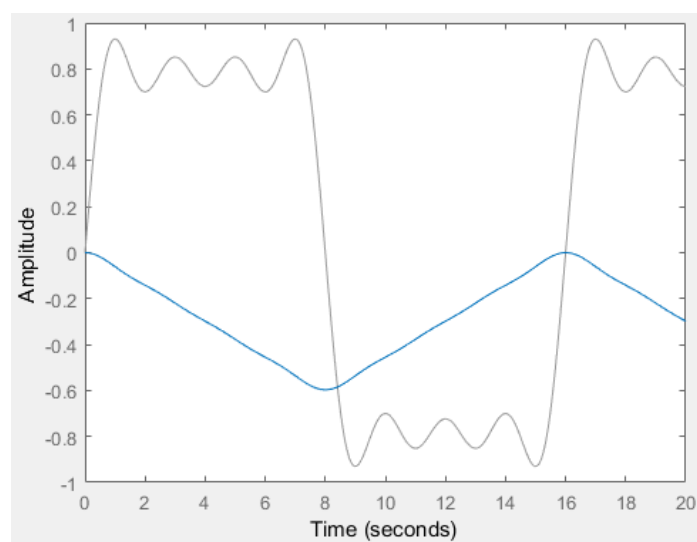


Figura 49: Circuito 5 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

2 Questão 2

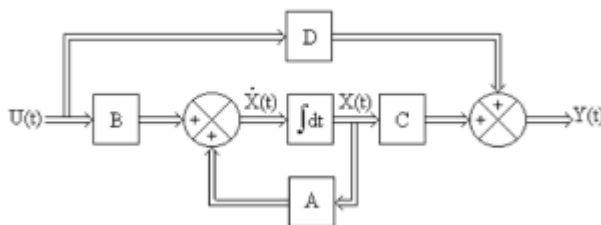


Figura 50: Diagrama de Blocos

2.1 Equações do diagrama

Seguindo as regras definidas no trabalho em relação aos valores de A, B, C e D para o diagrama de blocos, temos:

- $a = -22$;
- $b = 7$;
- $c = 3$;
- $d = 4$;

Pare que o circuito possua estabilidade BIBO, precisamos que o valor de A seja negativo, caso contrario, o circuito é instável.

Com esses valores obtemos as seguintes equações para o diagrama de blocos abaixo:

- $y(t) = 4u(t) + 3x(t)$ (Item (e) da questão 2);
- $B = 7u(t)$;
- $C = 3x(t)$;
- $D = 4u(t)$;
- $x'(t) = 7u(t) - 22x(t)$ (Item (d) da questão 2);

Sabendo que $x(t) = \frac{y(t)-4u(t)}{3}$ e $x' = \frac{y'(t)-4u'(t)}{3}$, obtemos a seguinte E.D.O:

$$\frac{\partial y(t)}{\partial t} + 22y(t) = 4\frac{\partial y(t)}{\partial t} + 109u(t)$$

Aplicando Laplace, obtemos a seguinte função de transferência:

$$H(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{4S + 109}{S + 22}$$

De posse da função de transferência, podemos encontrar os seguintes polos e zeros e o diagrama de Bode:

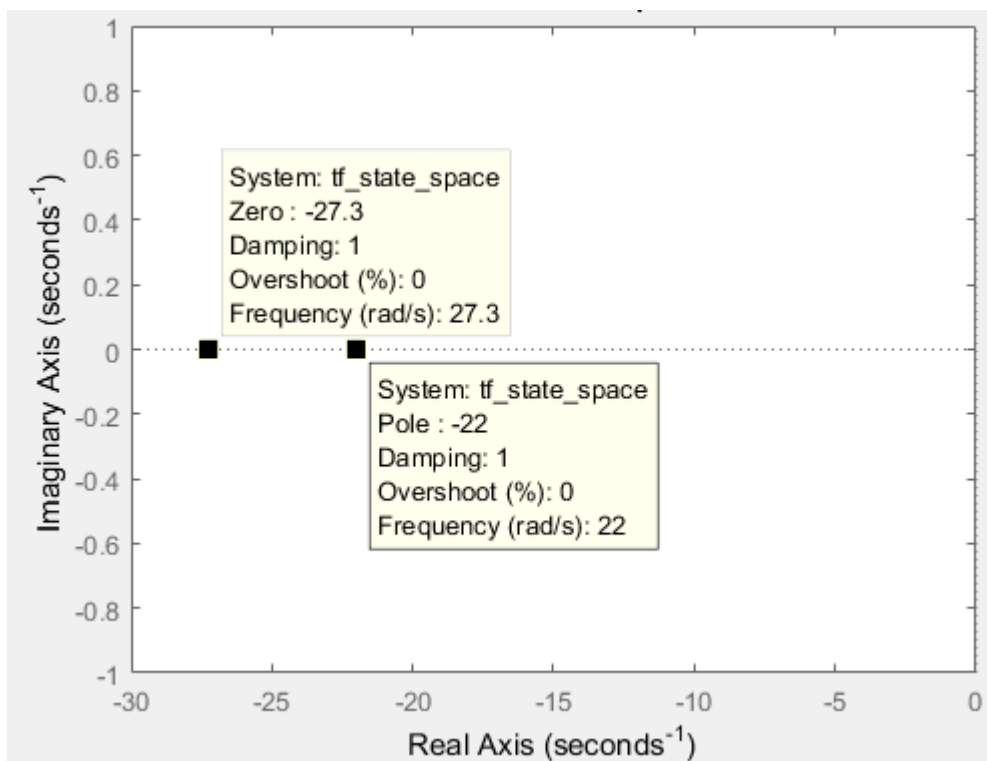


Figura 51: Polos e Zeros

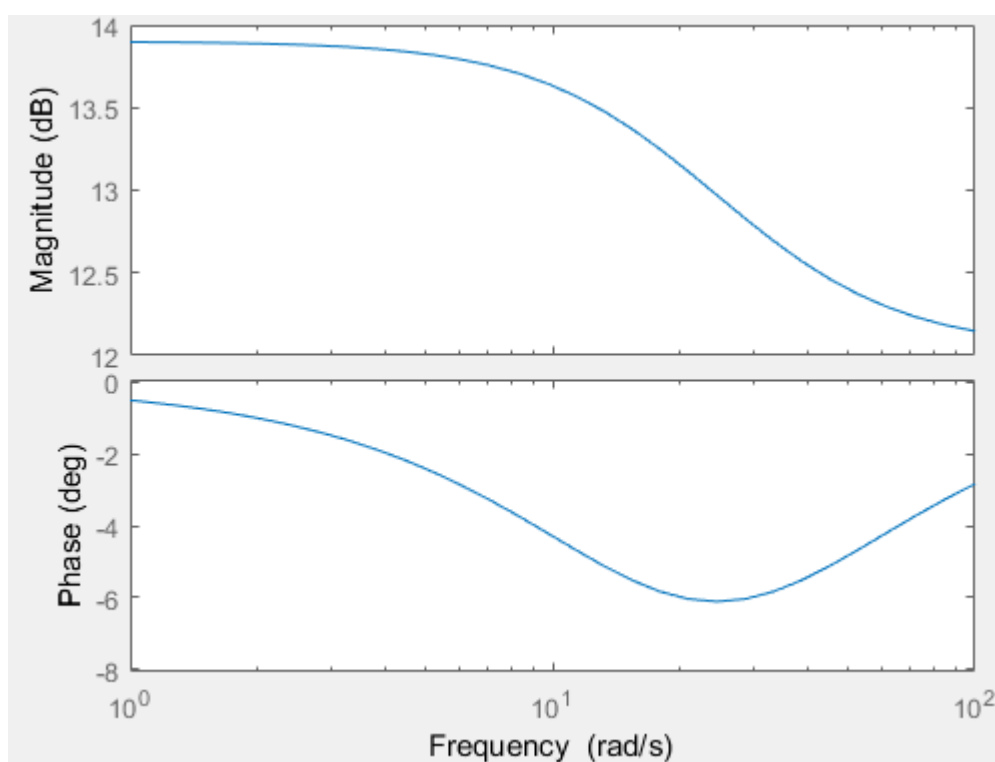


Figura 52: Diagrama de Bode

2.2 Resposta ao degrau unitário

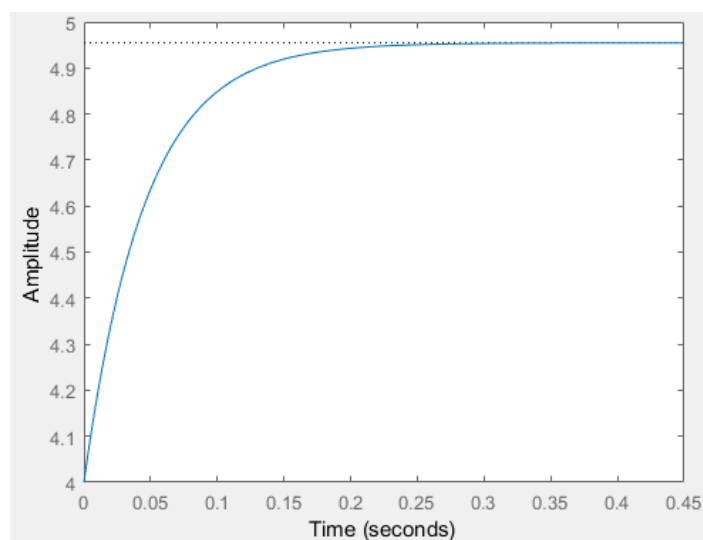


Figura 53: Resposta ao degrau unitário

2.3 Resposta a rampa unitária

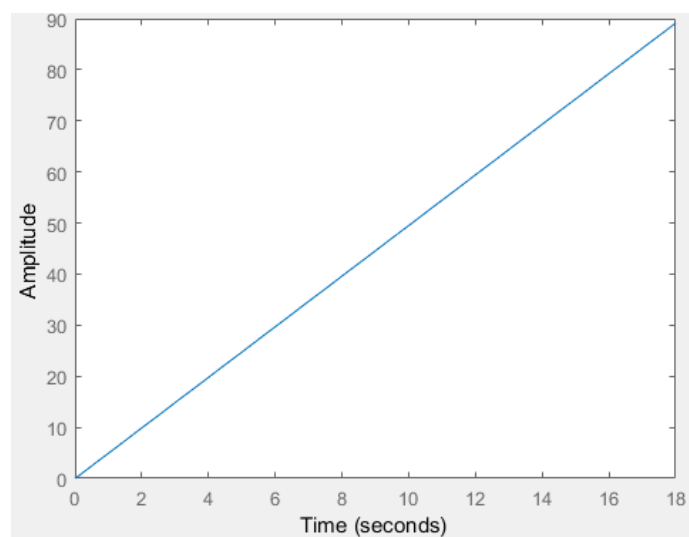


Figura 54: Resposta a rampa unitária

2.4 Resposta a onda quadrada

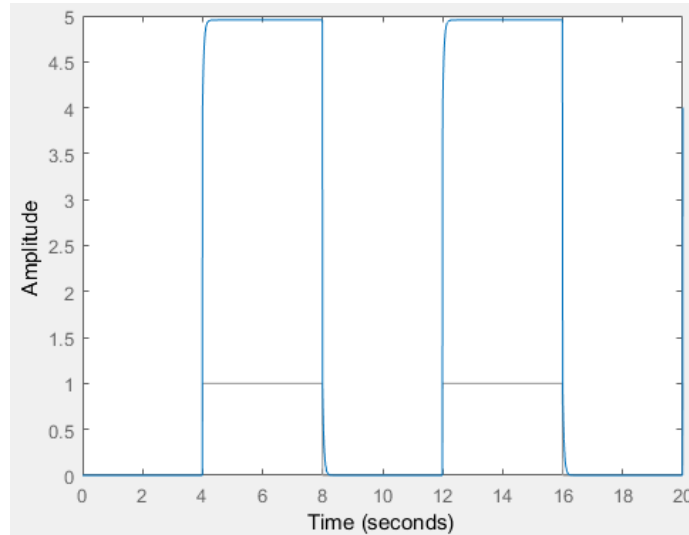


Figura 55: Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

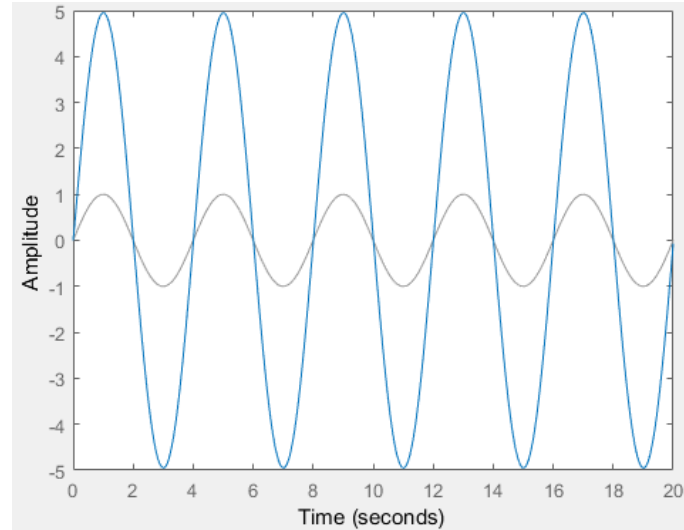


Figura 56: Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$

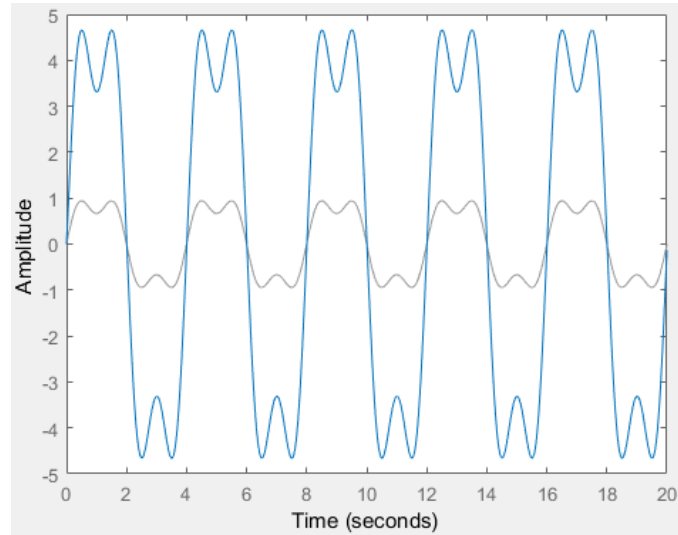


Figura 57: Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$

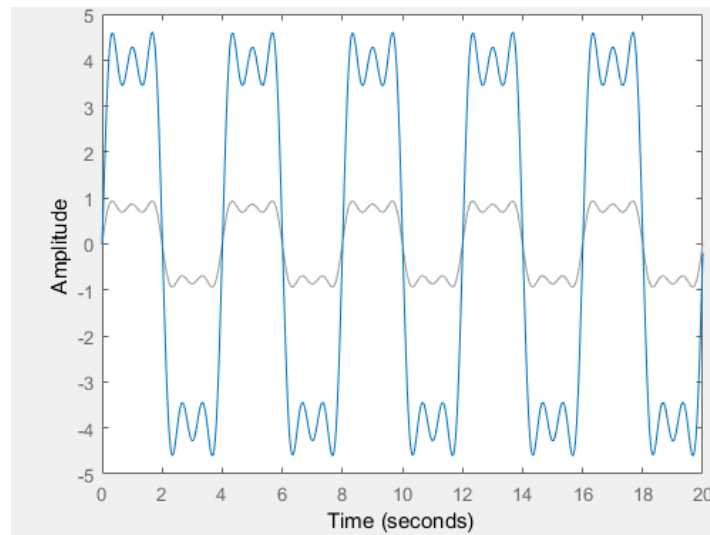


Figura 58: Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$

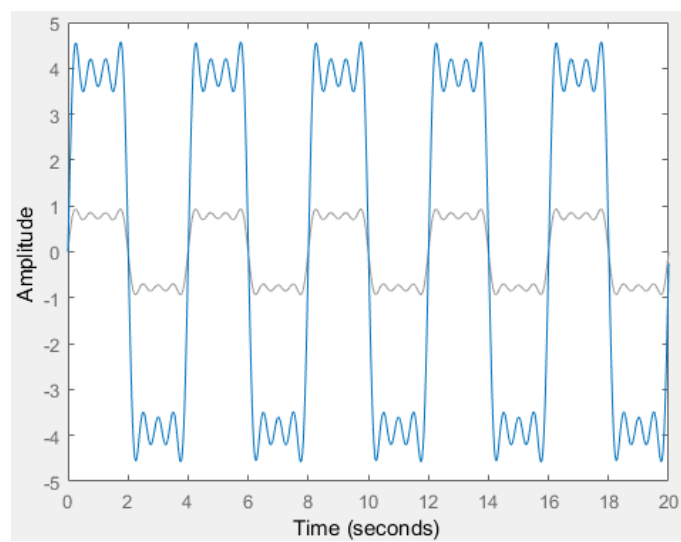


Figura 59: Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$

3 Questão 3

Resolva as questões para os sistemas descritos pelas seguintes funções de transferência:

$$H(S) = \frac{1 + \alpha S}{S^2 + 2S + 2}$$

$$H(S) = \frac{S + 10^4}{S^2 + 2\beta S + 100}$$

3.1 E.D.O dos sistemas

3.1.1 Sistema 1

$$X(S)[1 + \alpha S] = Y(S)[S^2 + 2S + 2] \Rightarrow$$

$$\alpha \frac{\partial x(t)}{\partial t} + x(t) = \frac{\partial^2 y(t)}{\partial^2 t} + 2 \frac{\partial y(t)}{\partial t} + 2y(t)$$

3.1.2 Sistema 2

$$X(S)[S + 10^4] = Y(S)[S^2 + 2\beta S + 100] \Rightarrow$$

$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} + 10^4 x(t) = \frac{\partial^2 y(t)}{\partial^2 t} + 2\beta \frac{\partial y(t)}{\partial t} + 100y(t)$$

3.2 Polos e zeros

3.2.1 Variando em α

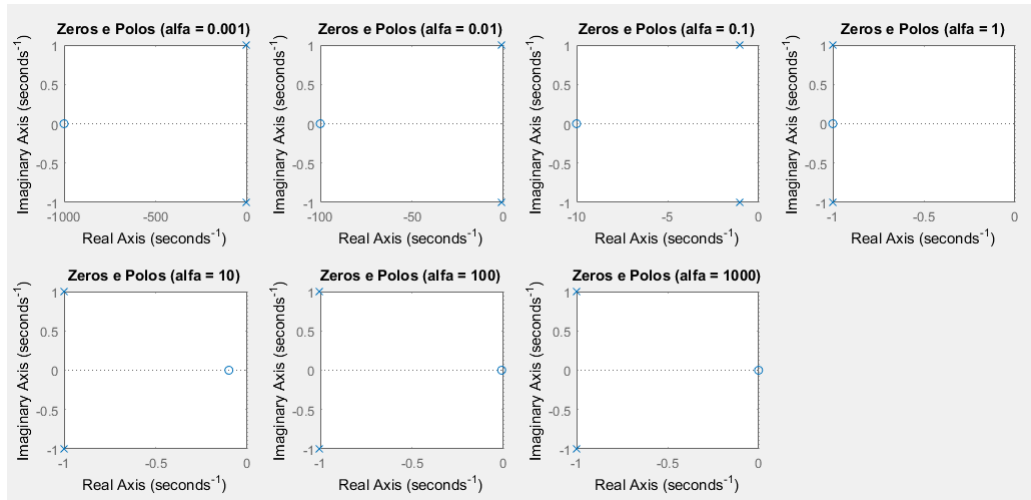


Figura 60: Polos e Zeros variando em α

3.2.2 Variando em β

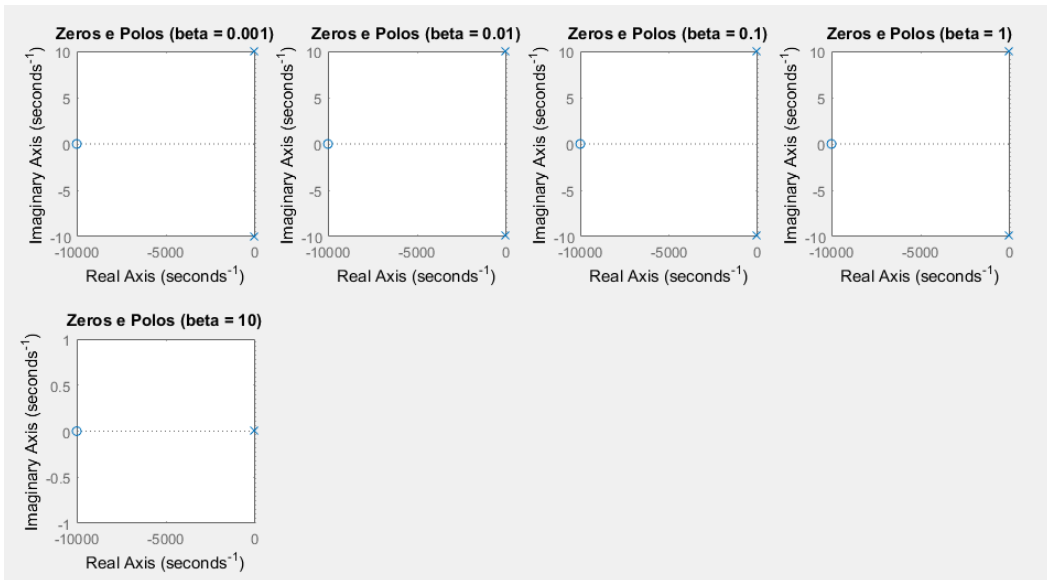


Figura 61: Polos e Zeros variando em β

3.3 Diagrama de Bode

3.3.1 Variando em α

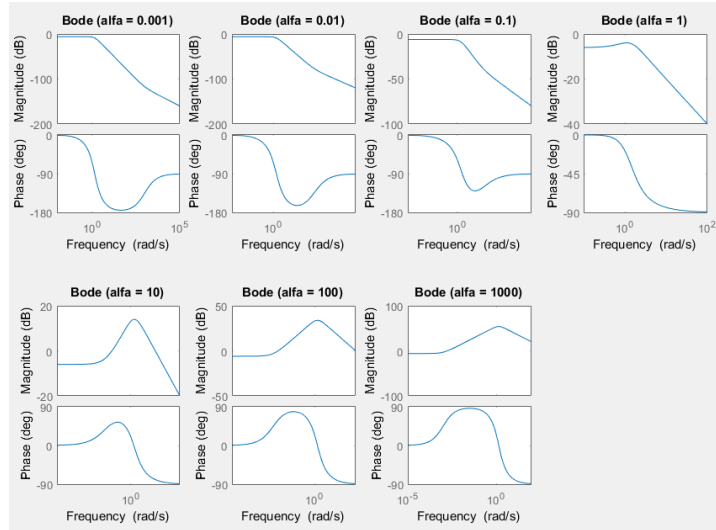


Figura 62: Diagrama de Bode variando em α

3.3.2 Variando em β

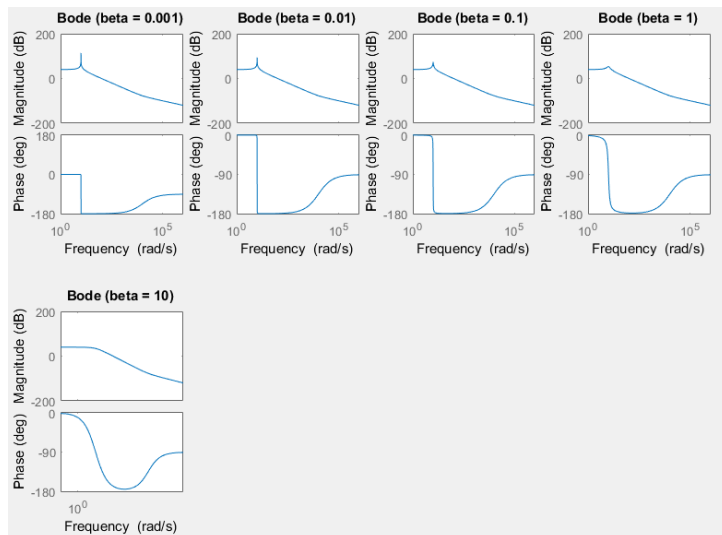


Figura 63: Diagrama de Bode variando em β

3.4 Resposta ao Degrau Unitário

3.4.1 Variando em α

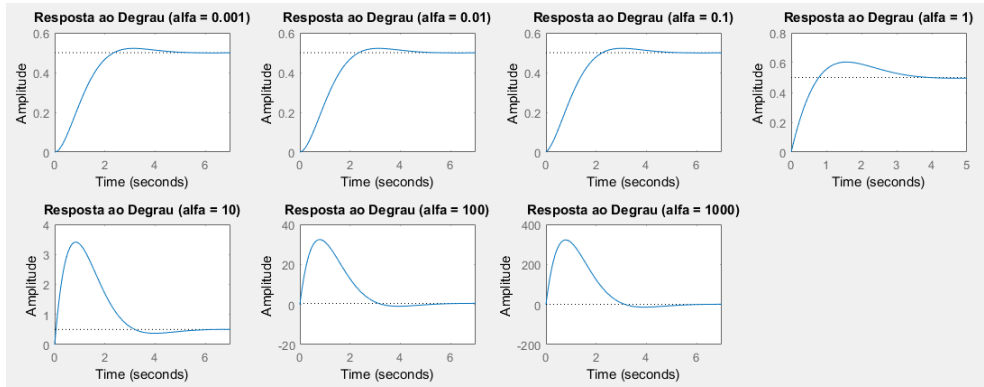


Figura 64: Resposta ao Degrau Unitário variando em α

3.4.2 Variando em β

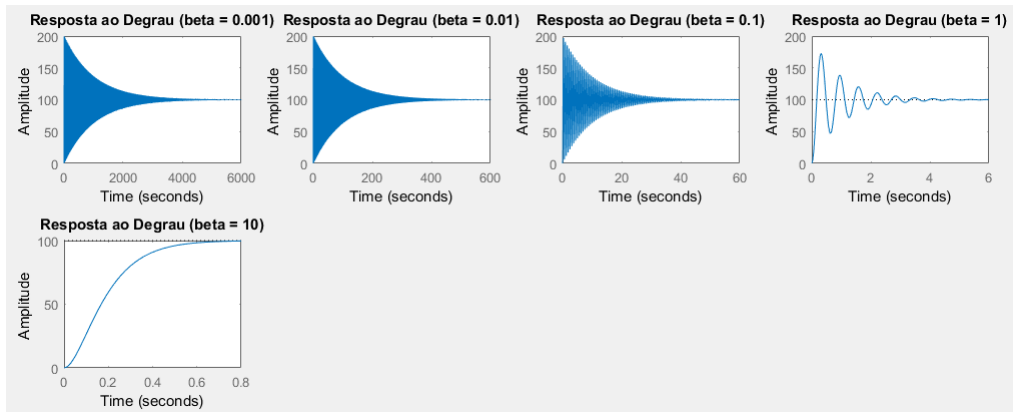


Figura 65: Resposta ao Degrau Unitário variando em β

3.5 Resposta a Rampa Unitária

3.5.1 Variando em α

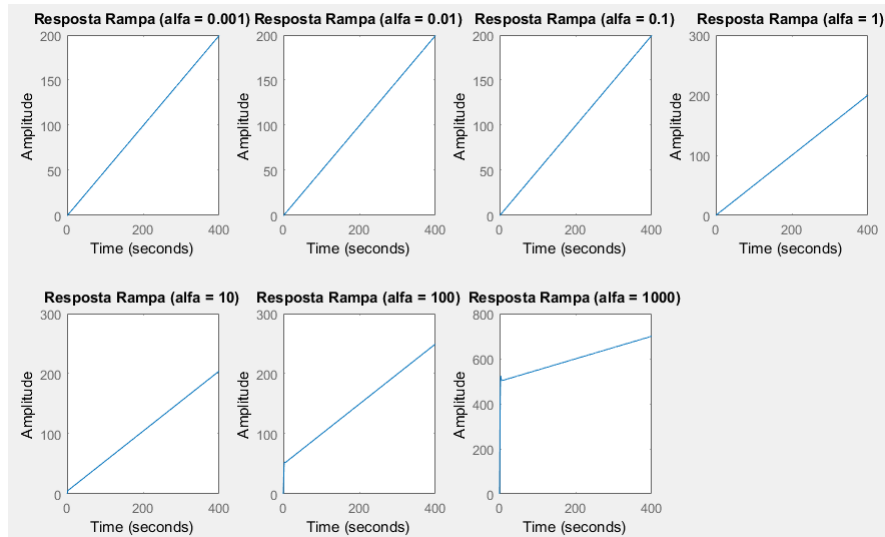


Figura 66: Resposta a rampa Unitária variando em α

3.5.2 Variando em β

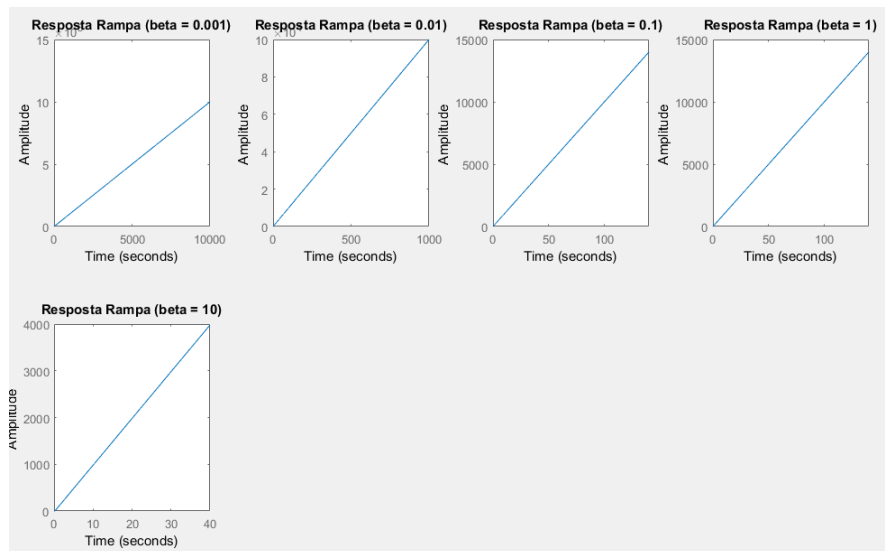


Figura 67: Resposta a rampa Unitária variando em β

3.6 Resposta a onda quadrada

3.6.1 Variando em α

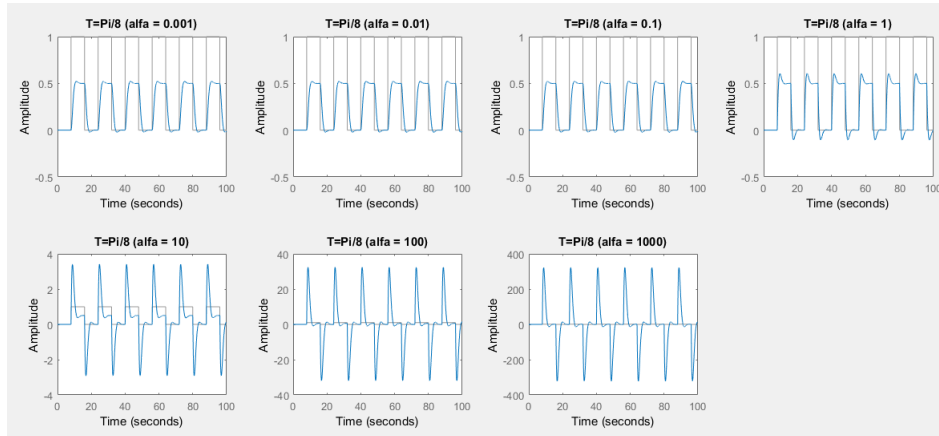


Figura 68: Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

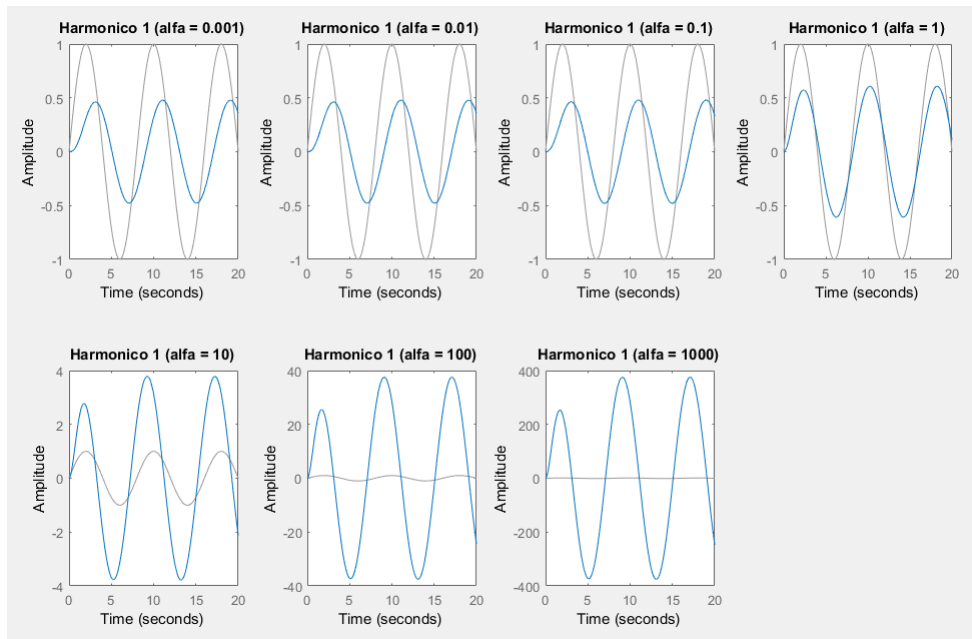


Figura 69: Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

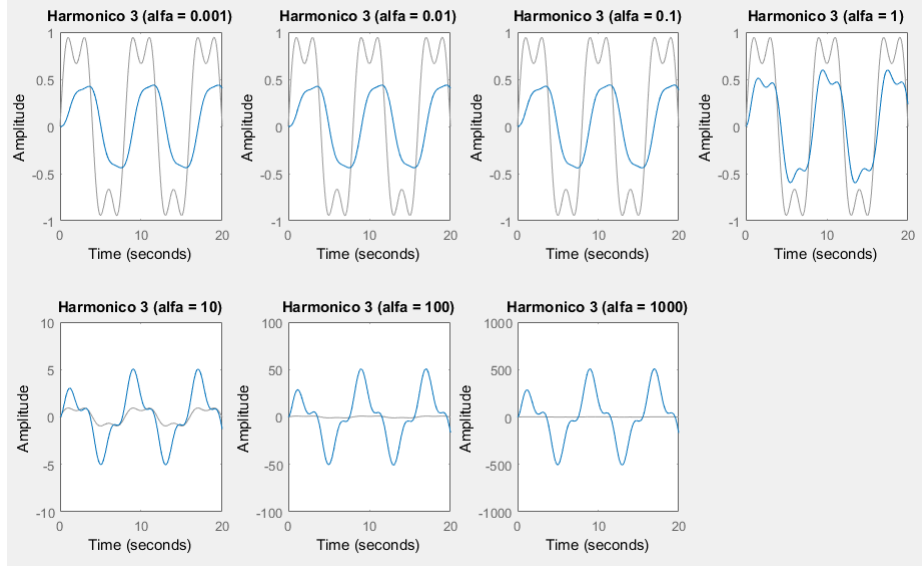


Figura 70: Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

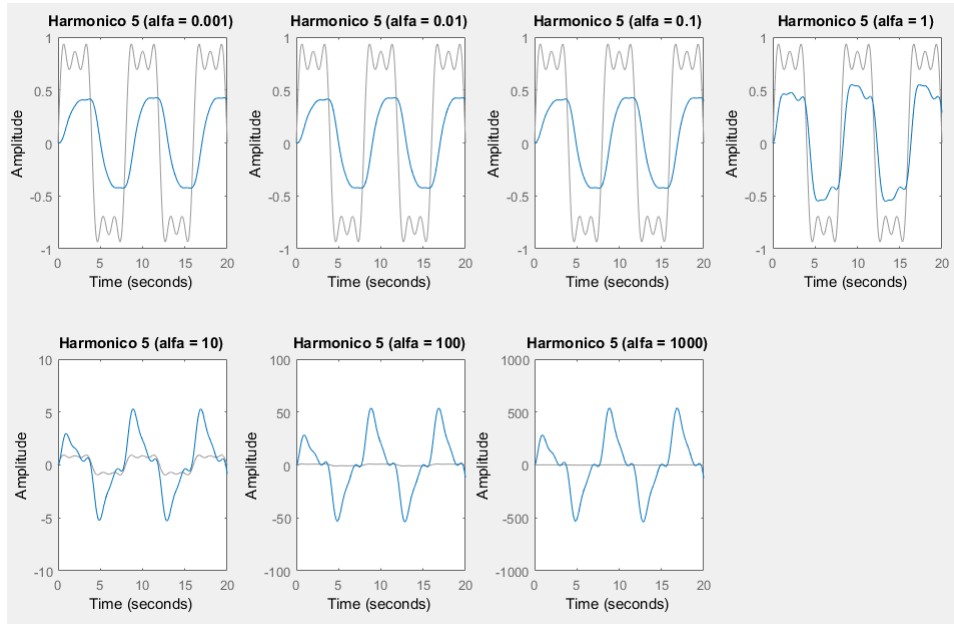


Figura 71: Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

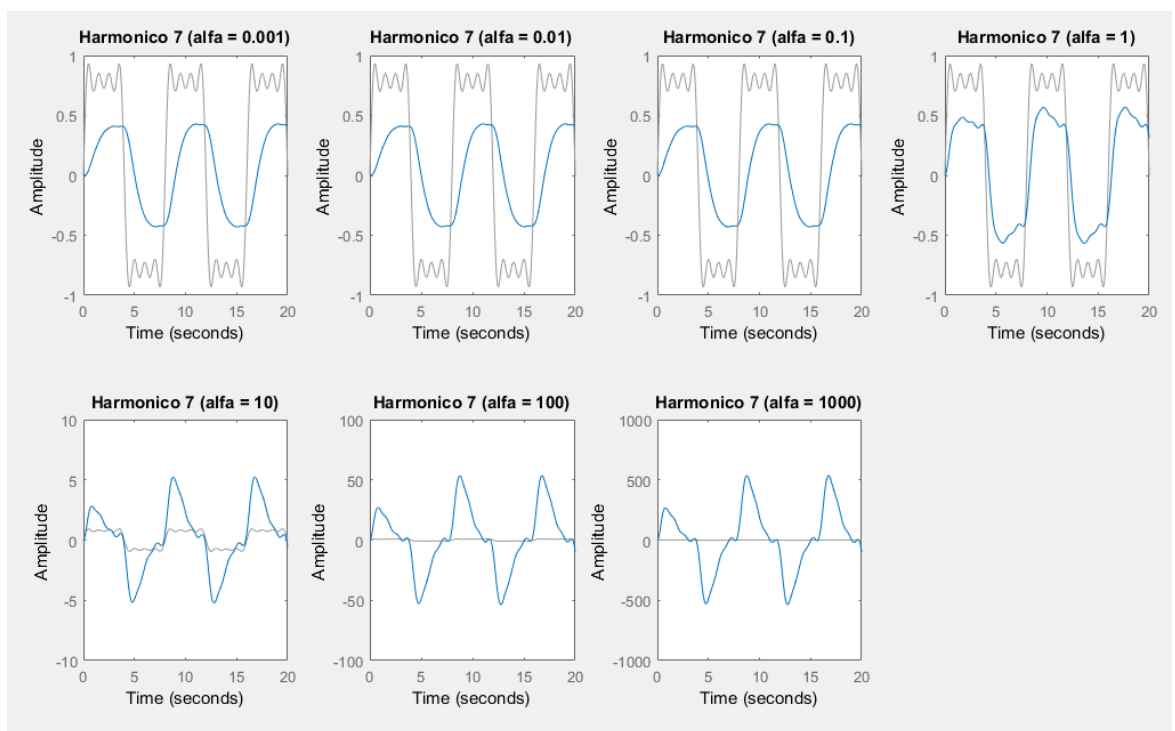


Figura 72: Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

3.6.2 Variando em β

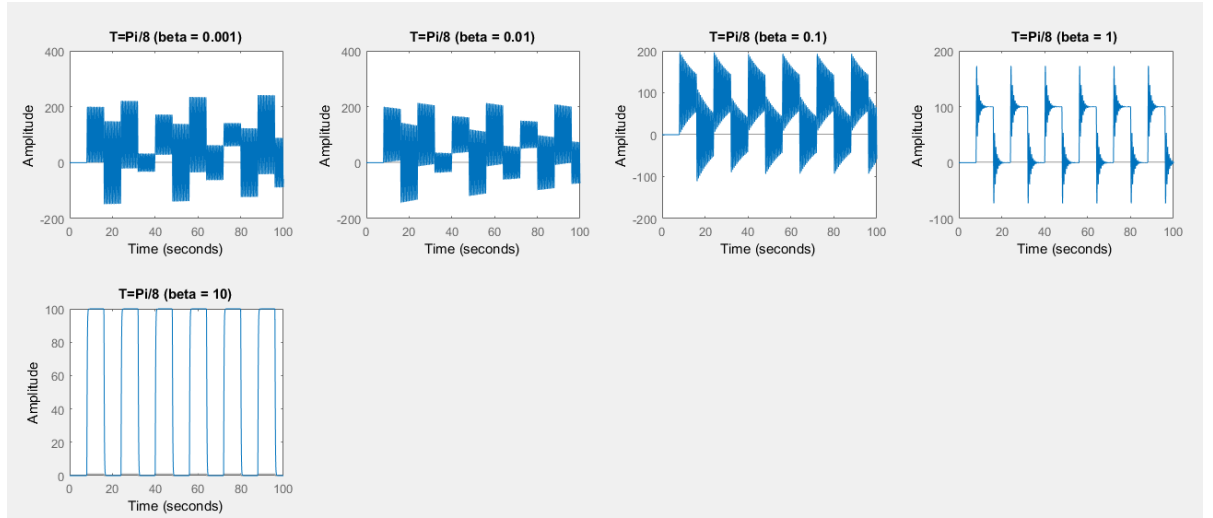


Figura 73: Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

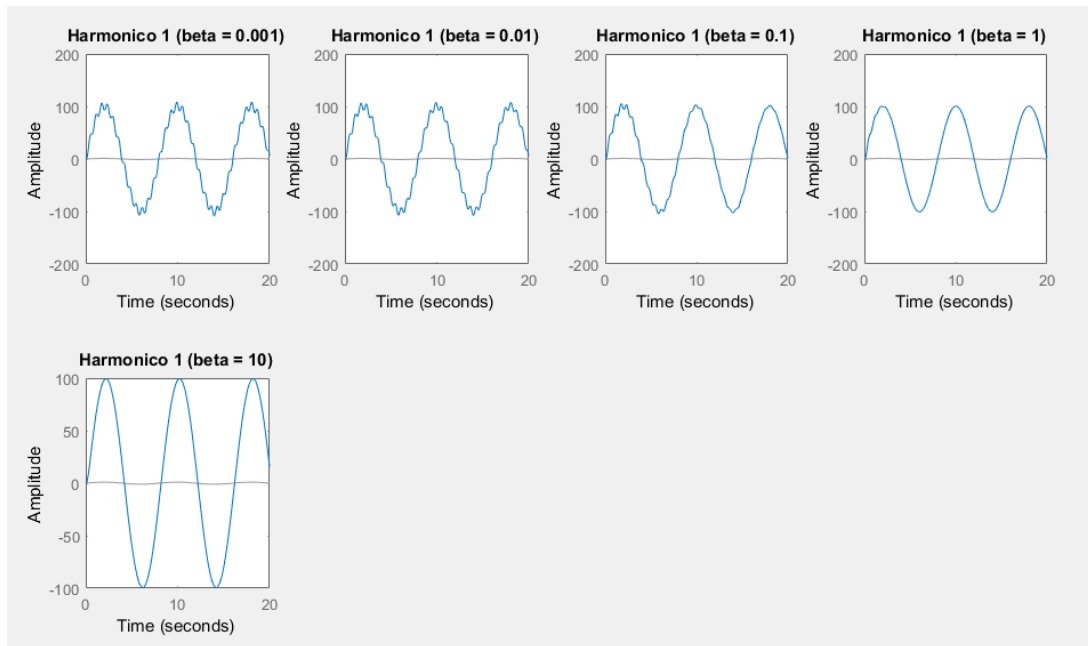


Figura 74: Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

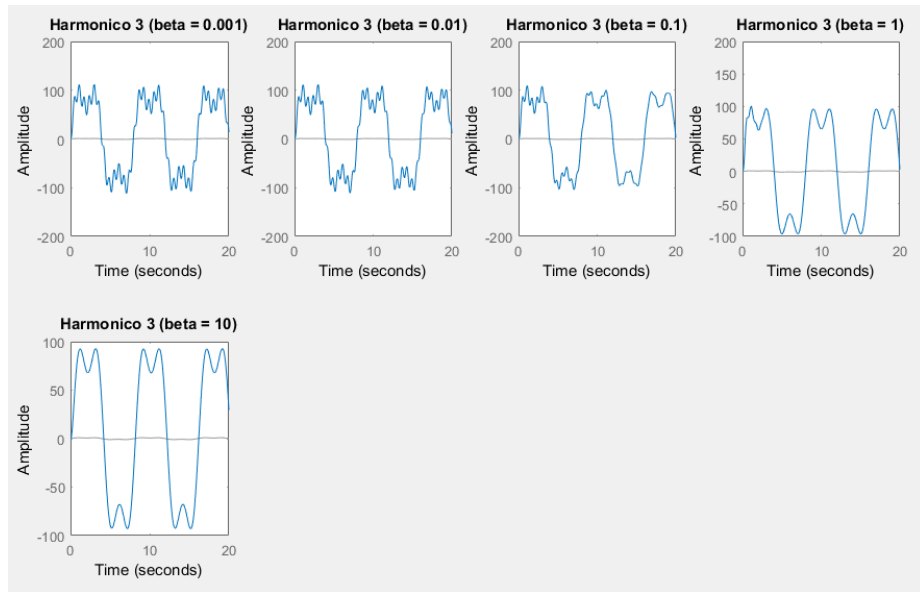


Figura 75: Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

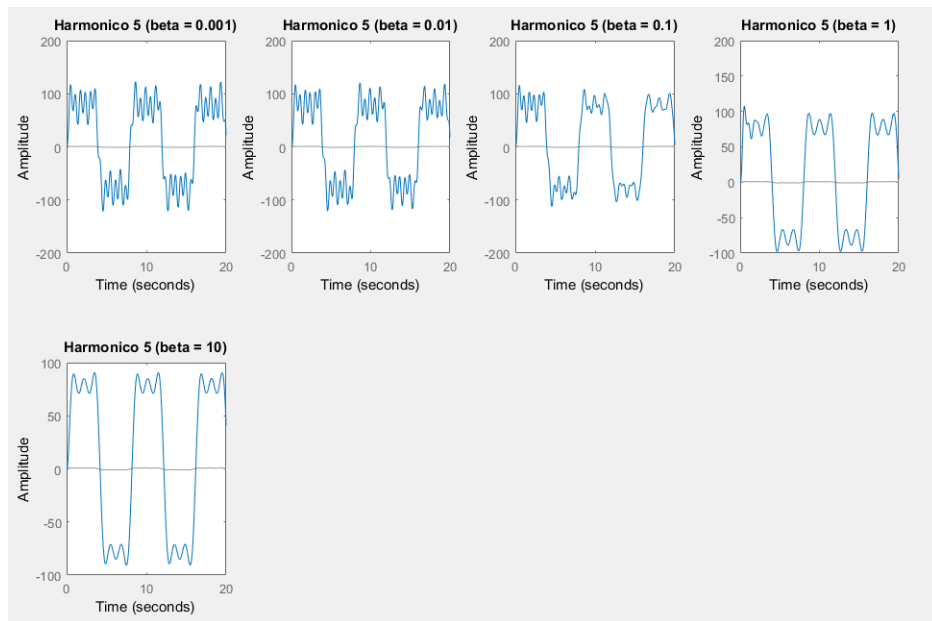


Figura 76: Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

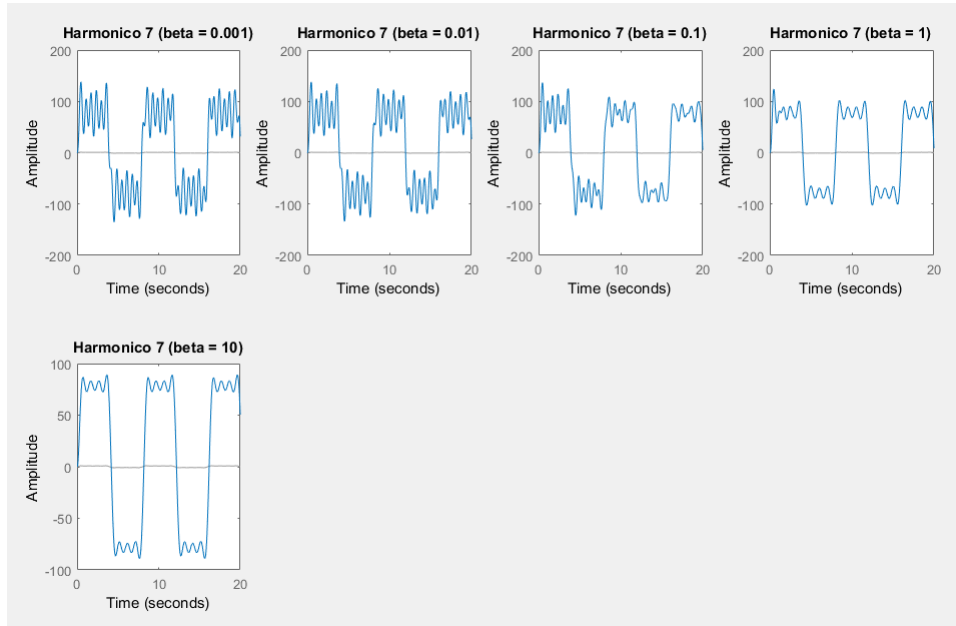


Figura 77: Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

3.7 Resposta a cossenoides

3.7.1 Variando frequências nos valores de α

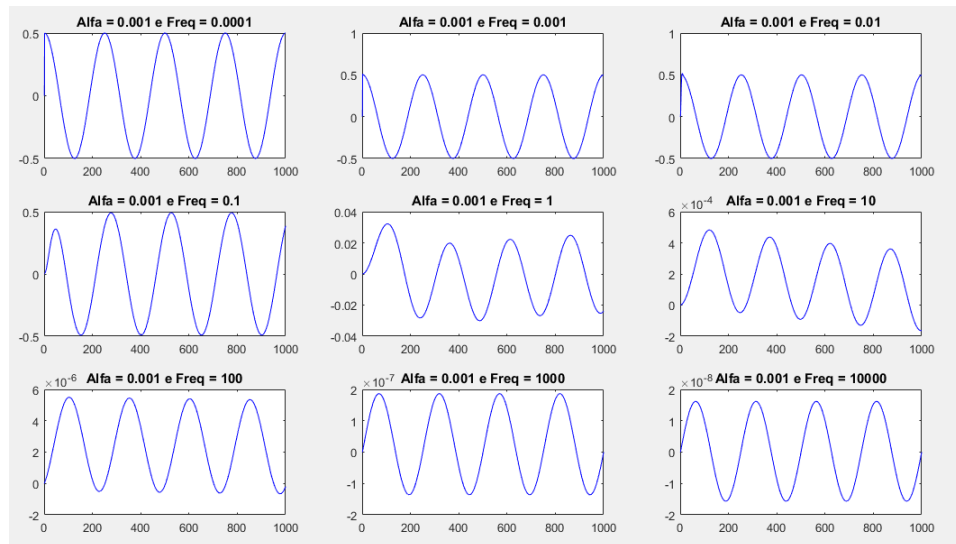


Figura 78: Resposta para $\alpha = 0.001$ em frequências variantes

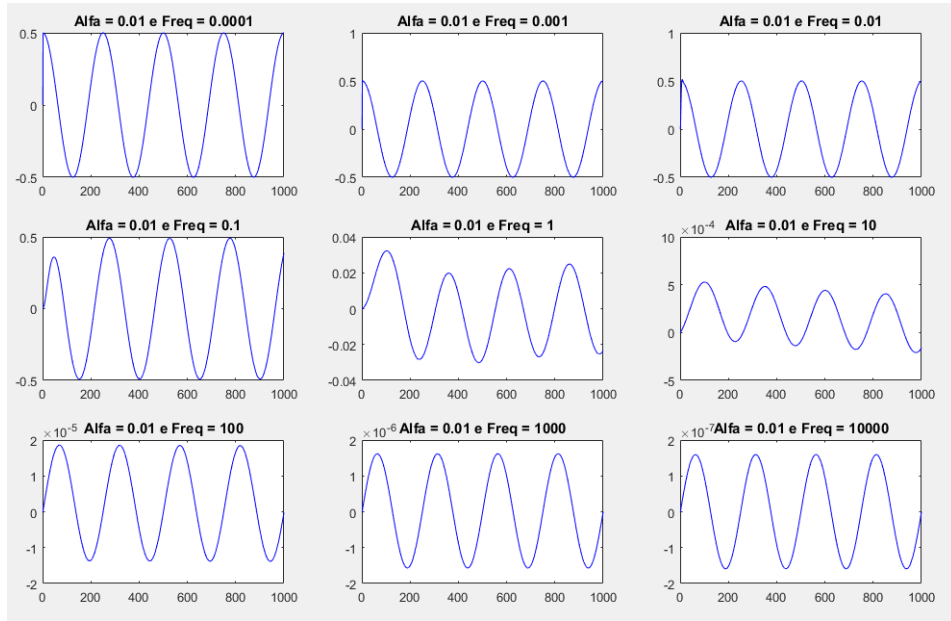


Figura 79: Resposta para $\alpha = 0.01$ em frequências variantes

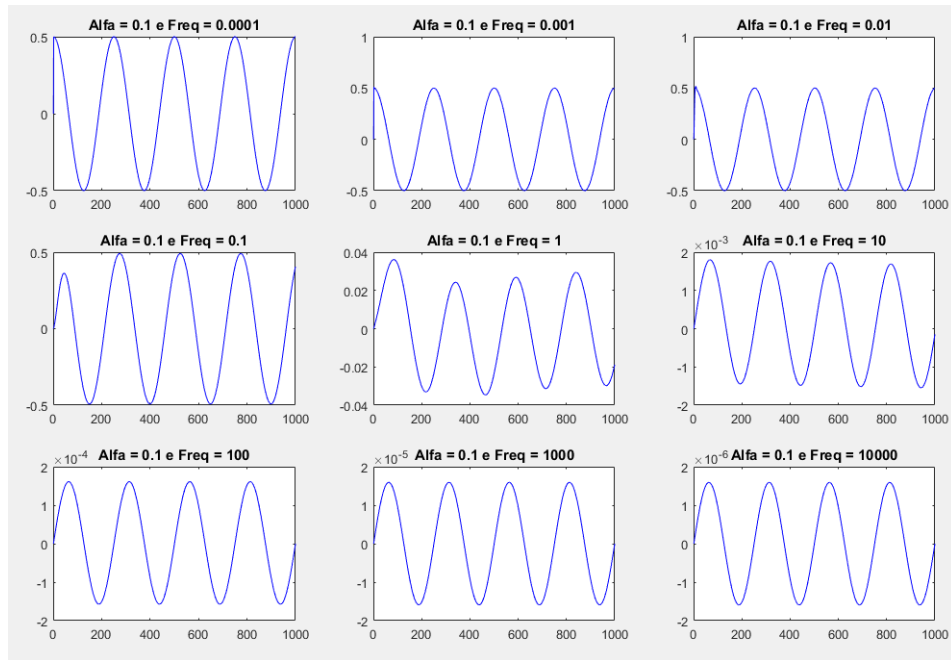


Figura 80: Resposta para $\alpha = 0.1$ em frequências variantes

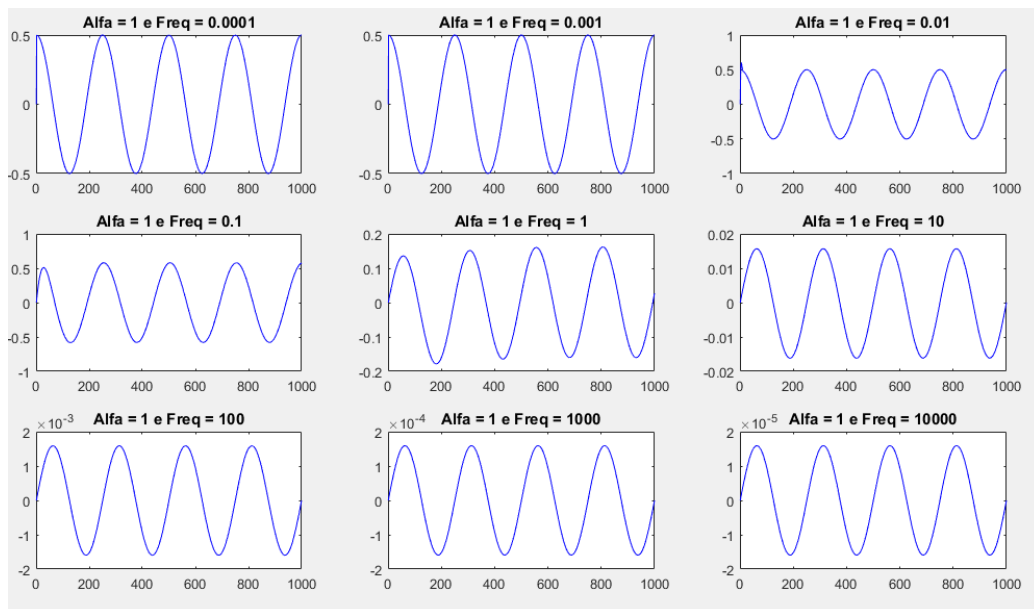


Figura 81: Resposta para $\alpha = 1$ em frequências variantes

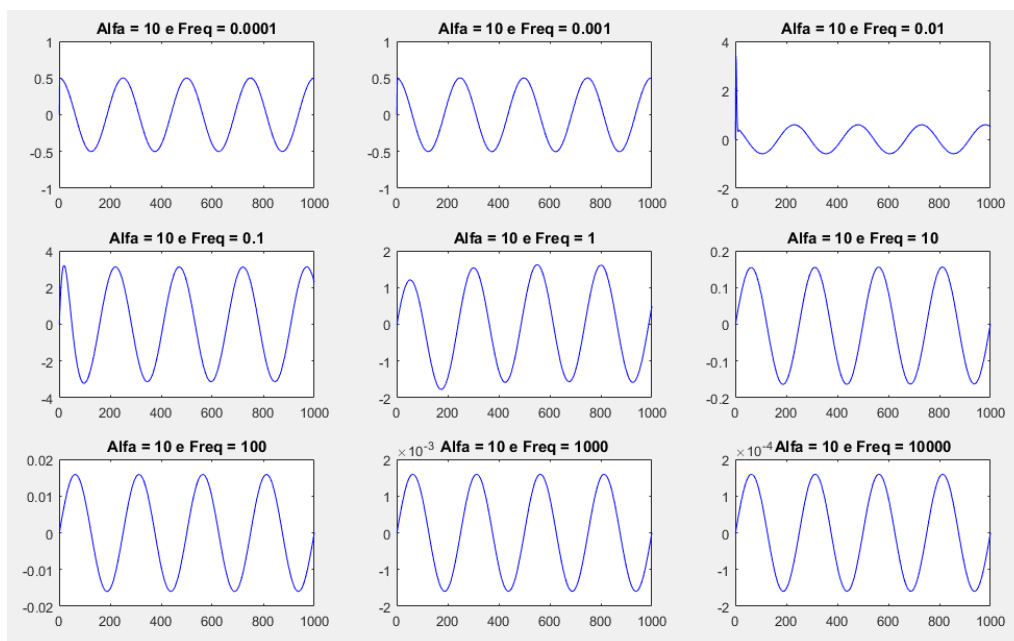


Figura 82: Resposta para $\alpha = 10$ em frequências variantes

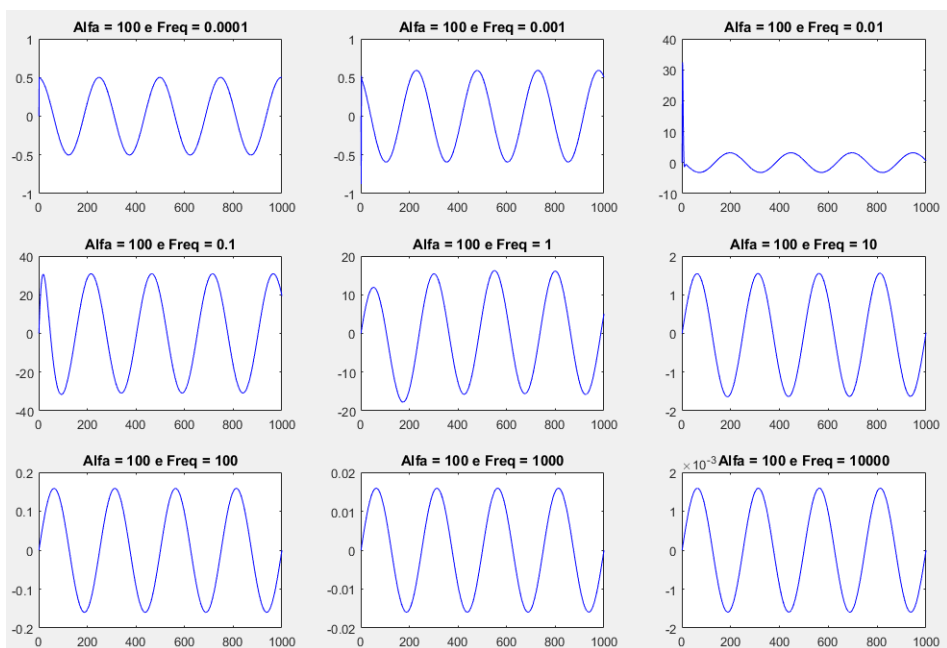


Figura 83: Resposta para $\alpha = 100$ em frequências variantes

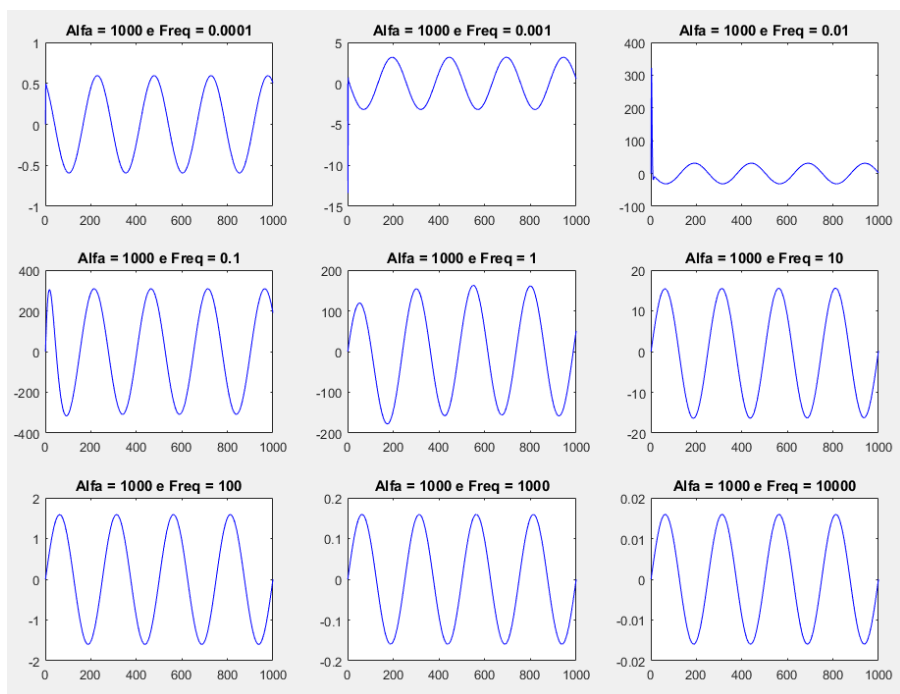


Figura 84: Resposta para $\alpha = 1000$ em frequências variantes

3.7.2 Variando frequências nos valores de β

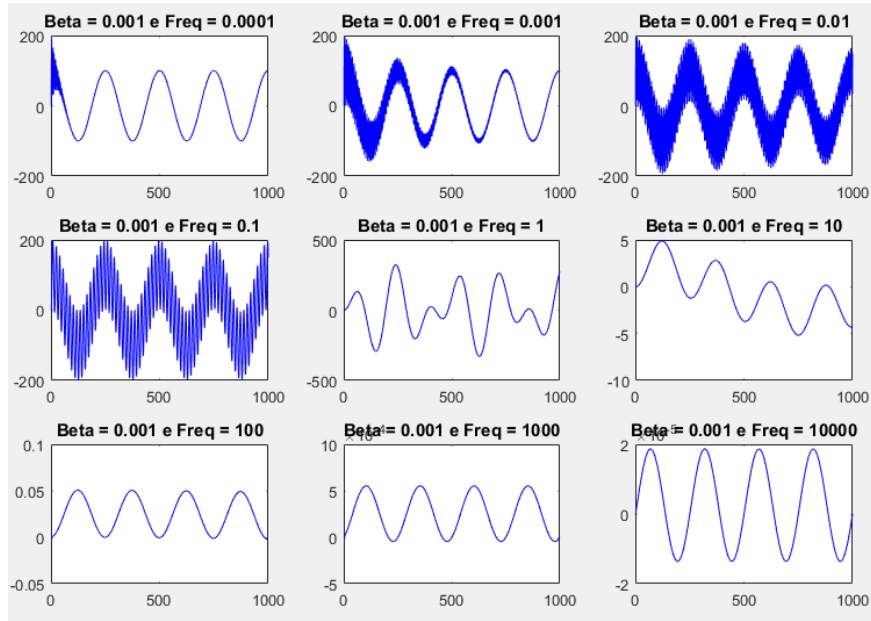


Figura 85: Resposta para $\beta = 0.001$ em frequências variantes

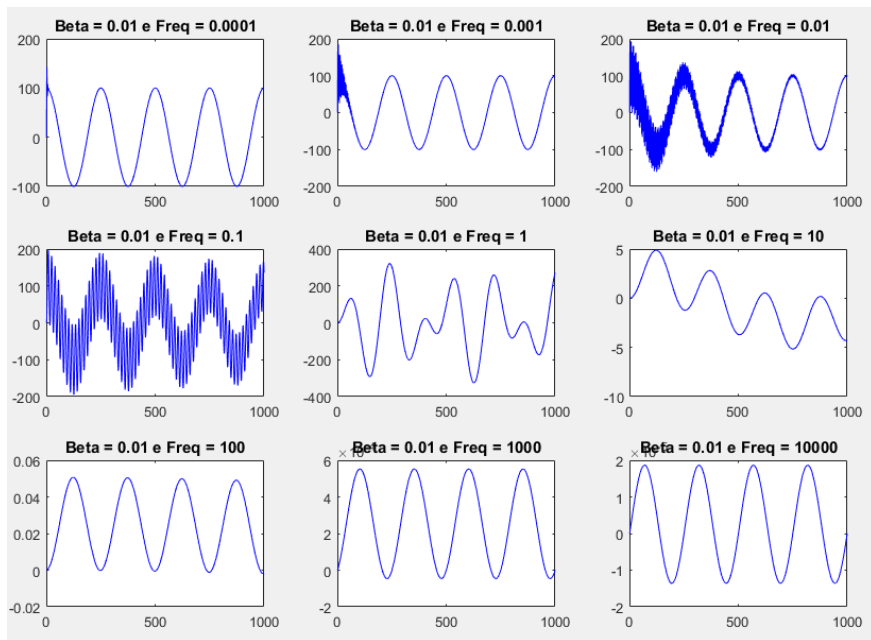


Figura 86: Resposta para $\beta = 0.01$ em frequências variantes

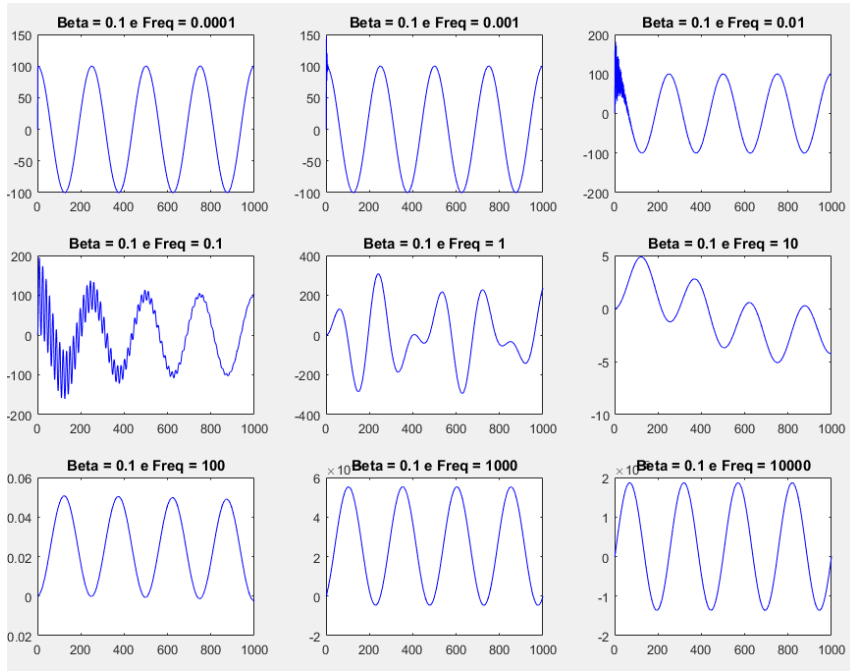


Figura 87: Resposta para $\beta = 0.1$ em frequências variantes

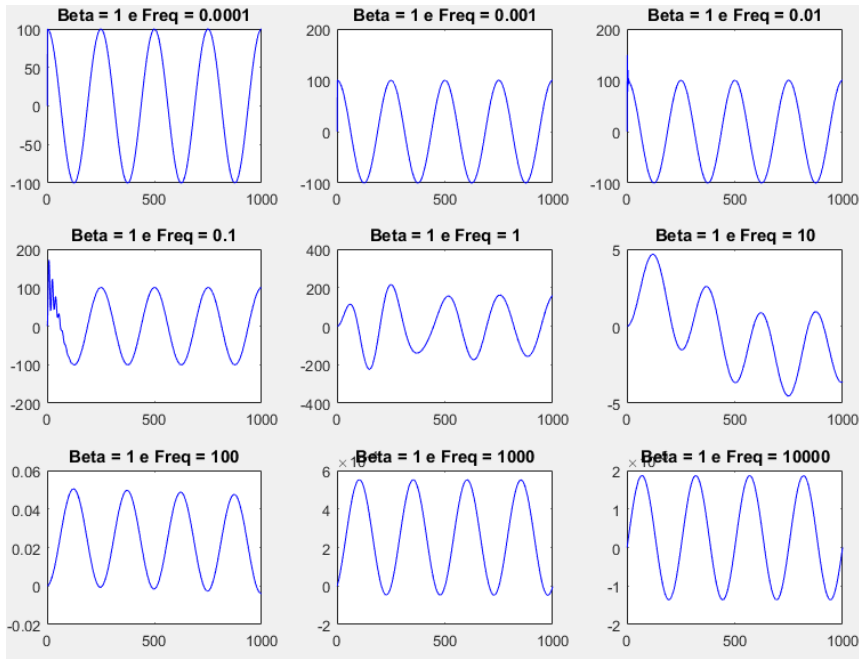


Figura 88: Resposta para $\beta = 1$ em frequências variantes

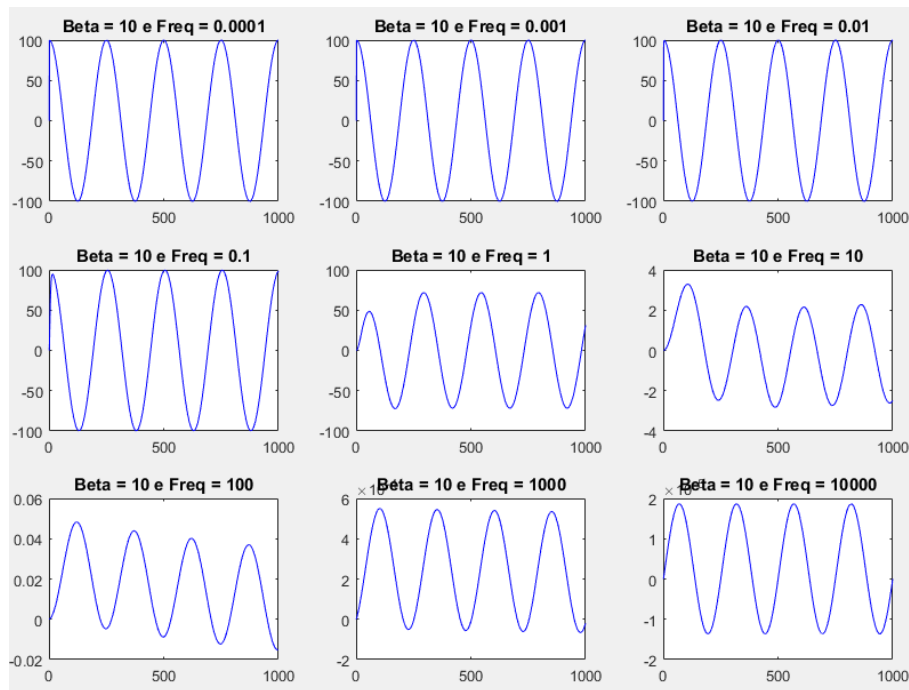


Figura 89: Resposta para $\beta = 10$ em frequências variantes

4 Conclusão

O Trabalho é muito importante para o aprendizado, ele trás a pratica para alguns temas muito abstratos falados durante a aula. A compreensão pratica do problema nos mostra a real utilidade da matéria.

Embora a parte de analise de circuito seja algo extra que só sera aprendido profundamente na matéria de Circuitos Elétricos, com dependência curricular de Sistemas Lineares I, os circuitos mostrados são de fácil modelagem. Em relação ao diagrama de blocos, esta matéria faltou nos slides da aula, entretanto, por ser um conceito gráfico bem simples, foi de fácil entendimento após minutos de pesquisa.

O trabalho foi bastante importante para fixar alguns conceitos aprendidos na sala, dos quais eu posso listar como mais importante:

- Analise dos circuitos;
- Transformar E.D.O do circuito em funções de transferência através da transformada de Laplace;
- Verificar como os polos e o zeros influenciam na pratica a plotagem do diagrama de bode;

- Entender como o valor dos componentes influenciam nos polos e zeros e nas frequências de filtragem;
- Compreender superficialmente o funcionamento de filtros;
- Representação de circuitos em diagrama de blocos;
- Encontrar a resposta do sistema para diferentes sinais através de sua função de transferência. O qual eu acredito que valha a pena colocar um exemplo para consultas futuras:

Exemplo: Encontre a resposta da função de transferência: $H(S) = \frac{S+2}{S^2+5S+4}$ para o sinal $x(t) = 5\cos(2t + 30^\circ)$

$$H(j\omega) = \frac{j\omega + 2}{-\omega^2 + 5j\omega + 4}$$

sabemos que:

$$|H(j\omega)| = \frac{\sqrt{(\text{Re}_1)^2 + (\text{Im}_1)^2}}{\sqrt{(\text{Re}_2)^2 + (\text{Im}_2)^2}} \leftrightarrow \angle = \arctan\left(\frac{\text{Im}_1}{\text{Re}_1}\right) - \arctan\left(\frac{\text{Im}_2}{\text{Re}_2}\right)$$

e que:

$$y(t) = |H(j\omega)| \cos(\omega t + \phi + \angle H(j\omega))$$

logo, substituindo os valores em:

$$|H(j\omega)| = \frac{\sqrt{\omega^2 + 4}}{\sqrt{(5j\omega)^2 + (4 - \omega^2)}} \leftrightarrow \angle H(j\omega) = \arctan\left(\frac{\omega}{2}\right) - \arctan\left(\frac{5\omega}{4 - \omega^2}\right)$$

temos:

$$y(t) = \sqrt{2} \cos(2t - 15^\circ)$$

- Verificar que a resposta ao somatório dos harmônicos de fourier se aproxima do sinal normal conforme o numero de harmônicos crescem;
- Aprender a realizar simulações no MatLab;

5 Referências

- [1] https://en.wikipedia.org/wiki/Buffer_amplifier;
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Electronic_filter;
- [3] https://en.wikipedia.org/wiki/Low-pass_filter;
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/Band-pass_filter;
- [5] https://en.wikipedia.org/wiki/Butterworth_filter;
- [6] https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen-Key_topology;
- [7] <https://en.wikipedia.org/wiki/Integrator>;
- [8] https://en.wikibooks.org/wiki/Signals_and_Systems;
- [9] http://www.lps.ufrj.br/~natmourajr/EEL350/2016_01/slides_SL1.pdf;
- [10] B. P. Lathi, Linear Systems and Signals. Oxford, UK: Oxford University Press, 2nd ed., 2009.
- [11] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab, Signals and Systems (2Nd Ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1996.