

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Trabalho Final de Sistemas Lineares I

Alunos	Igor Abreu da Silva
DRE	112053874
Curso	Engenharia Eletrônica
Turma	2016/1
Professor	Natanael Nunes de Moura Junior

Rio de Janeiro, 15 de Julho de 2016

Conteúdo

1	Questão 1	1
1.1	Determinar a função dos circuito	1
1.1.1	Circuito 1	1
1.1.2	Circuito 2	3
1.1.3	Circuito 3	5
1.1.4	Circuito 4	8
1.1.5	Circuito 5	9
1.2	Item g	11
1.2.1	Circuito 1	11
1.2.2	Circuito 2	11
1.2.3	Circuito 3	11
1.2.4	Circuito 4	11
1.2.5	Circuito 5	11
1.3	Item h	11
1.3.1	Circuito 1	11
1.3.2	Circuito 2	11
1.3.3	Circuito 3	11
1.3.4	Circuito 4	11
1.3.5	Circuito 5	11
1.4	Item i	11
1.4.1	Circuito 1	11
1.4.2	Circuito 2	11
1.4.3	Circuito 3	11
1.4.4	Circuito 4	11
1.4.5	Circuito 5	11
1.5	Item j	11
1.5.1	Circuito 1	11
1.5.2	Circuito 2	11
1.5.3	Circuito 3	11
1.5.4	Circuito 4	11
1.5.5	Circuito 5	11
1.6	Item k	11
1.6.1	Circuito 1	11
1.6.2	Circuito 2	11
1.6.3	Circuito 3	11
1.6.4	Circuito 4	11
1.6.5	Circuito 5	11
1.7	Item l	11
1.7.1	Circuito 1	11

1.7.2	Circuito 2	11
1.7.3	Circuito 3	11
1.7.4	Circuito 4	11
1.7.5	Circuito 5	11
1.8	Item m	11
1.8.1	Circuito 1	11
1.8.2	Circuito 2	11
1.8.3	Circuito 3	11
1.8.4	Circuito 4	11
1.8.5	Circuito 5	11
2	Questão 2	11
2.1	Item a	11
2.2	Item b	11
2.3	Item c	11
2.4	Item d	11
2.5	Item e	11
2.6	Item f	11
2.7	Item g	11
2.8	Item h	11
2.9	Item i	11
2.10	Item j	11
2.11	Item k	11
2.12	Item l	11
3	Questão 3	11
3.1	Item a	11
3.1.1	Variando em α	11
3.1.2	Variando em β	11
3.2	Item b	11
3.2.1	Variando em α	11
3.2.2	Variando em β	11
3.3	Item c	11
3.3.1	Variando em α	11
3.3.2	Variando em β	11
3.4	Item d	11
3.4.1	Variando em α	11
3.4.2	Variando em β	11
3.5	Item e	11
3.5.1	Variando em α	11
3.5.2	Variando em β	11

3.6	Item f	11
3.6.1	Variando em α	11
3.6.2	Variando em β	11
3.7	Item g	11
3.7.1	Variando em α	11
3.7.2	Variando em β	11
3.8	Item h	11
3.8.1	Variando em α	11
3.8.2	Variando em β	11
3.9	Item i	11
3.9.1	Variando em α	11
3.9.2	Variando em β	11
3.10	Item j	11
3.10.1	Variando em α	11
3.10.2	Variando em β	11
3.11	Item k	11
3.11.1	Variando em α	11
3.11.2	Variando em β	11
4	Conclusão	11
5	Referências	12

Lista de Figuras

1	Circuito 1	1
2	Circuito 1 - Polos e Zeros	2
3	Circuito 1 - Diagrama de Bode	3
4	Circuito 2	3
5	Circuito 2 - Polos e Zeros	5
6	Circuito 2 - Diagrama de Bode	6
7	Circuito 3	6
8	Circuito 3 - Polos e Zeros	7
9	Circuito 3 - Diagrama de Bode	8
10	Circuito 4	8
11	Circuito 4 - Diagrama de Bode	9
12	Circuito 5	9

1 Questão 1

1.1 Determinar a função dos circuito

Nesta sessão será resolvida toda a parte necessária para encontra a função/utilidade de cada um dos circuitos. Analisaremos todos os pontos correspondentes aos itens (a), (b), (c), (d), (e) e (f) do trabalho final.

Serão assumidos aqui que os sistemas encontram-se o zerados no instante $t = 0^-$.

1.1.1 Circuito 1

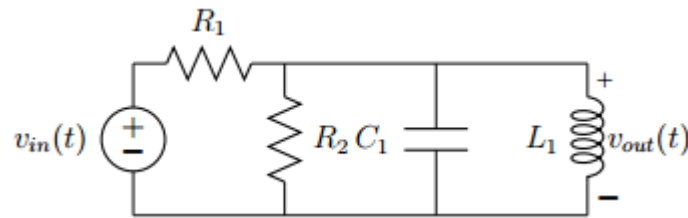


Figura 1: Circuito 1

Podemos modelar o circuito 1 em relação ao nó após R_1 . Teríamos a seguinte equação:

$$\frac{V_{in} - V_{out}}{R_1} - \frac{V_{out}}{R_2} - \frac{C \partial V_{out}}{\partial t} - \frac{1}{L} \int V_{out} \partial t = 0$$

Para encontrarmos a E.D.O do circuito, vamos derivar toda esta expressão e separar V_{out} e V_{in} , encontrando a seguinte relação:

$$\frac{\partial V_{in}}{\partial t} \left(\frac{1}{R_1} \right) = \frac{C \partial^2 V_{out}}{\partial t^2} + \frac{\partial V_{out}}{\partial t} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{V_{out}}{L}$$

Em posse da E.D.O, utilizaremos Laplace para encontrar a função de Transferência do Circuito.

$$X(S) \left(\frac{1}{R_1} \right) = Y(S) \left(S^2 C + S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{1}{L} \right) \Rightarrow$$

$$H(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{S R_2 L}{S^2 (R_1 R_2 L C) + S (R_1 L + R_2 L) + R_1 R_2}$$

Afim de facilitar os cálculos, tomaremos os seguintes valores para cada elemento do circuito:

- $R_1 = 10\Omega$;
- $R_2 = 100\Omega$;
- $C = 1F$;
- $L = 1H$;

Apos aplicar os valores comerciais em $H(S)$, temos:

$$H(S) = \frac{100S}{1000S^2 + 110S + 110}$$

Utilizando essa função no MatLab para encontrar os polos (quando se zera o denominador), zeros (quando se zera o numerador) e o diagrama de Bode, obtemos o seguintes gráficos:

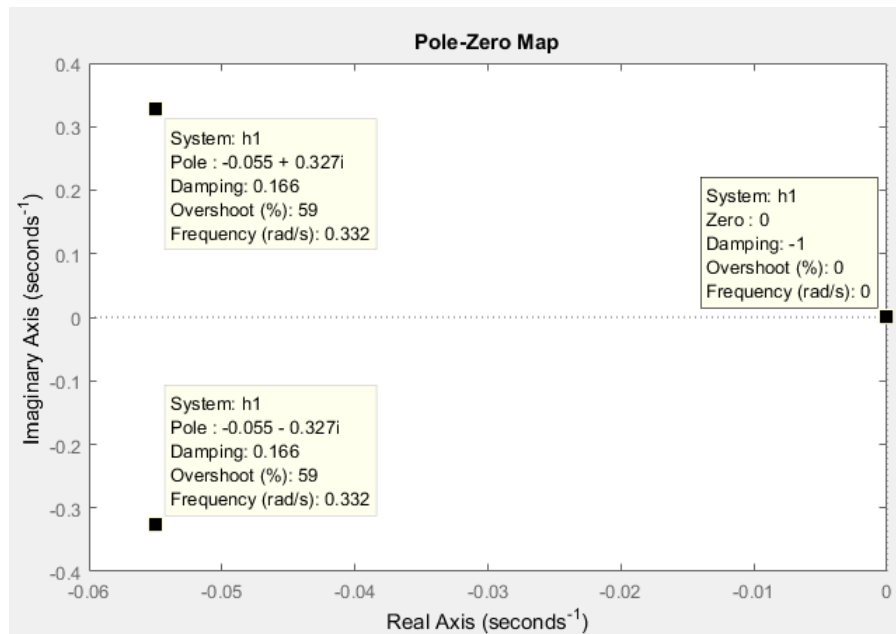


Figura 2: Circuito 1 - Polos e Zeros

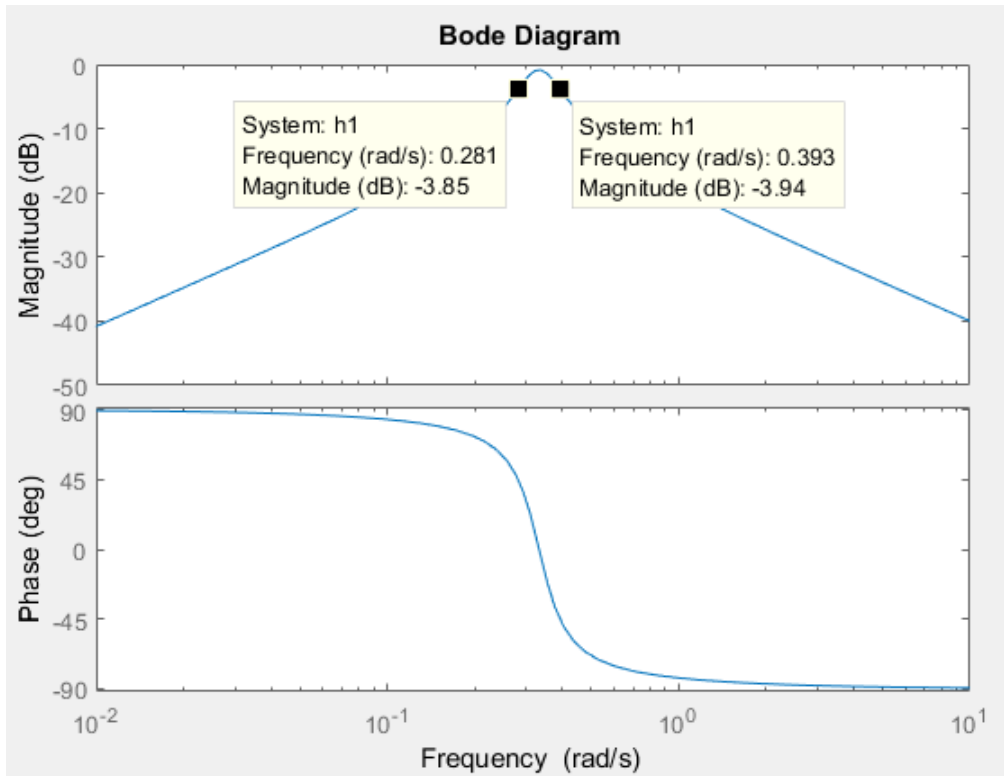


Figura 3: Circuito 1 - Diagrama de Bode

Analisando-se este circuito, pode-se afirmar que o mesmo é um filtro passa faixa operando na largura de banda de aproximadamente 0.11 rad/sec em um intervalo $[0.28, 0.39]$ rad/sec.

1.1.2 Circuito 2

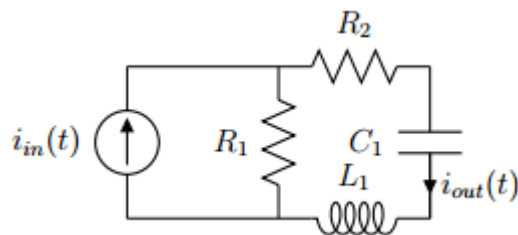


Figura 4: Circuito 2

Para modelarmos utilizaremos as seguintes equações:

$$I_1 = I_{in} - I_{out}$$

$$R_2 I_{out} + \frac{L \partial I_{out}}{\partial t} - R_1 I_1 + \frac{1}{C} \int I_{out} \partial t = 0$$

Substituindo I_1 para colocarmos a equação em função de I_{in} e I_{out} e derivando-a para removermos a Integral, temos a E.D.O:

$$\frac{\partial I_{in}}{\partial t} (R_1) = \frac{\partial^2 I_{out}}{\partial t^2} (L) + \frac{\partial I_{out}}{\partial t} (R_1 + R_2) + \frac{I_{out}}{C}$$

Transformando essa E.D.O em Laplace, obtemos:

$$X(S) (SR_1) = Y(S) \left(S^2 + S (R_1 + R_2) + \frac{1}{C} \right) \Rightarrow$$

$$H(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{S (R_1 C)}{S^2 (LC) + S (R_1 C + R_2 C) + 1}$$

Escolhendo os seguintes valores para cada elemento do circuito:

- $R_1 = 10\Omega$;
- $R_2 = 100\Omega$;
- $C = 1F$;
- $L = 1H$;

Encontramos a seguinte função de transferência:

$$H(S) = \frac{10S}{S^2 + 110S + 1}$$

A partir dessa função obtemos os seguintes polos, zeros e diagrama de Bode:

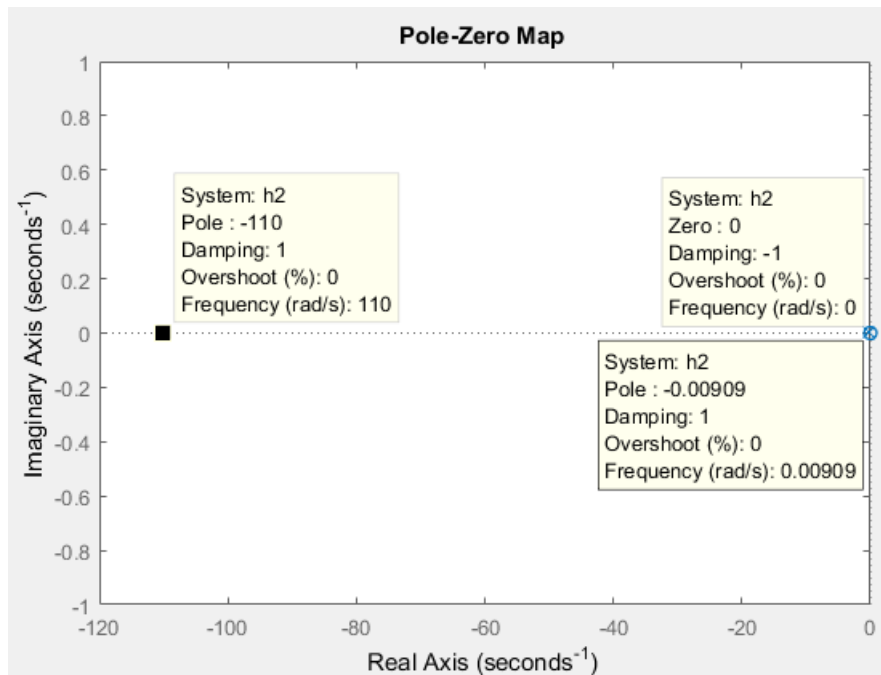


Figura 5: Circuito 2 - Polos e Zeros

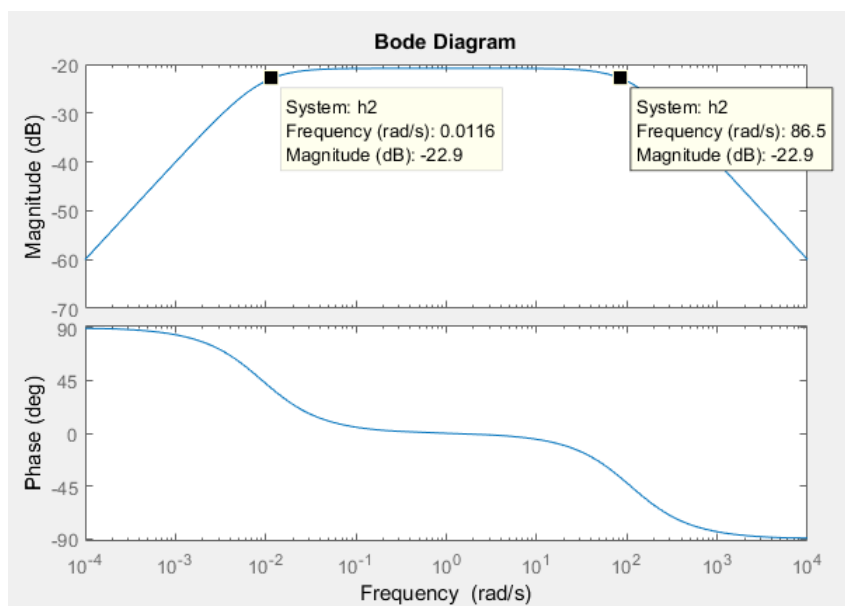


Figura 6: Circuito 2 - Diagrama de Bode

Assim como o circuito da figura 1, temos também um filtro passa faixa que opera nas faixas entre 0.01 rad/seg e 86.5 rad/seg

1.1.3 Circuito 3

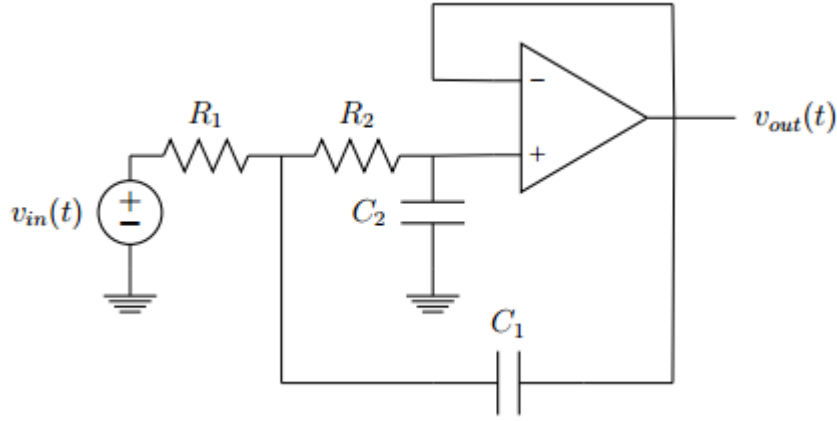


Figura 7: Circuito 3

Este circuito, também conhecido como topologia de Sallen-Key, sabendo que o AmpOp possui impedância infinita em sua entrada, que $V^- = V^+$, que $V^- = V_{out}$ e chamando V_a da tensão que passa por C_1 , obtemos:

$$V_a = V_{out} + R_2 C_2 \frac{\partial V_{out}}{\partial t}$$

Utilizando a lei dos nós entre R_1 e R_2 e já substituindo V_a por V_{out} temos:

$$\frac{V_{in}}{R_1} = R_2 C_1 C_2 \frac{\partial^2 V_{out}}{\partial t^2} + \left(C_2 + \frac{R_2 C_2}{R_1} \right) \frac{\partial V_{out}}{\partial t} + \frac{V_{out}}{R_1}$$

Com esta E.D.O, podemos encontrar a seguinte função de transferência utilizando o mesmo método empregado nos circuitos anteriores, com isso temos:

$$H(S) = \frac{1}{S^2 (R_1 R_2 C_1 C_2) + S (R_1 C_2 + R_2 C_2) + 1}$$

Utilizando os valores para cada elemento do circuito:

- $R_1 = 10\Omega$;

- $R_2 = 100\Omega$;
- $C_1 = 2F$;
- $C_2 = 1F$;

Encontramos a seguinte função de transferência:

$$H(S) = \frac{1}{2000S^2 + 110S + 1}$$

Que nos gera os seguintes polos, zeros e diagrama de Bode:

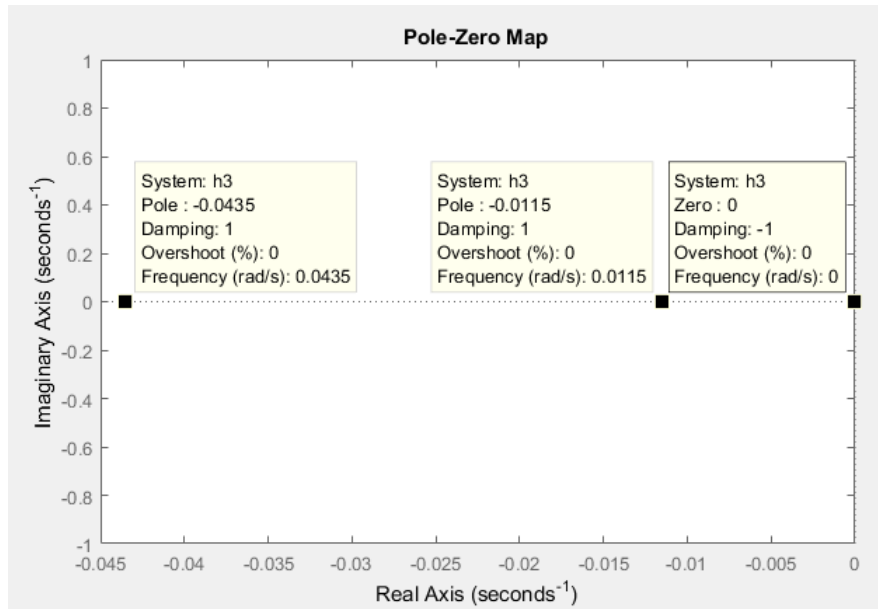


Figura 8: Circuito 3 - Polos e Zeros

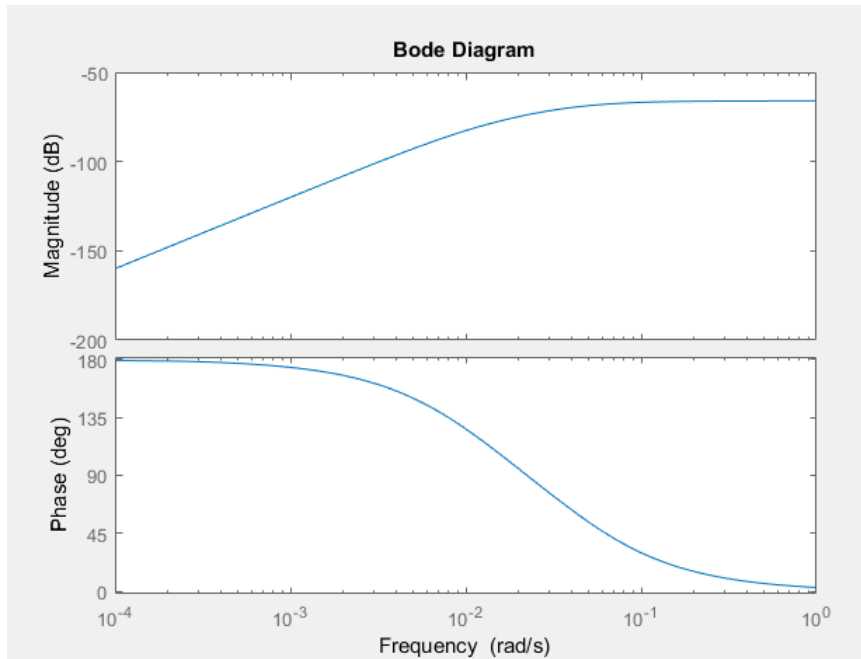


Figura 9: Circuito 3 - Diagrama de Bode

Pela análise do diagrama de Bode, pode-se afirmar que esse circuito é um filtro passa alta com frequência no seu menor polo de 0.01 rad/sec.

1.1.4 Circuito 4

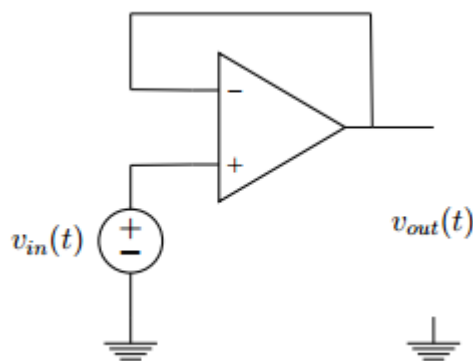


Figura 10: Circuito 4

Esse circuito, conhecido como buffer, é utilizado como um isolador. Como V_{in} é igual a V_{out} , sua função de transferência $H(S) = 1$. Não existem polos

nem zeros para esse circuito e seu diagrama de Bode permanece em 0.

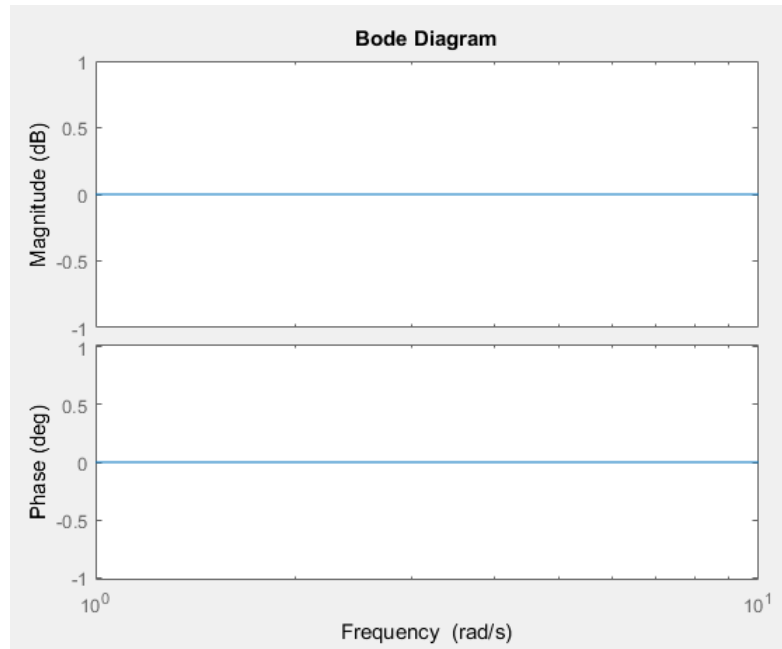


Figura 11: Circuito 4 - Diagrama de Bode

1.1.5 Circuito 5

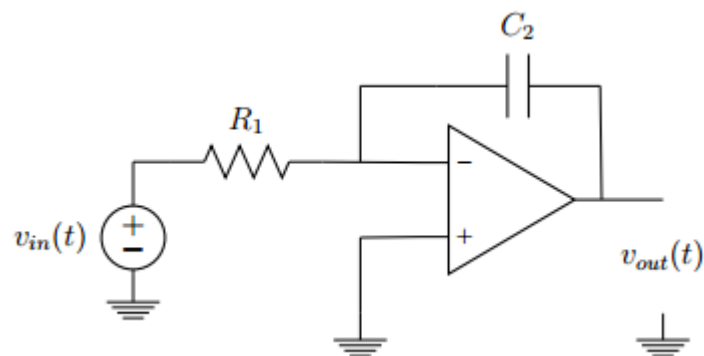


Figura 12: Circuito 5

1.2 Item g

1.2.1 Circuito 1

1.2.2 Circuito 2

1.2.3 Circuito 3

1.2.4 Circuito 4

1.2.5 Circuito 5

1.3 Item h

1.3.1 Circuito 1

1.3.2 Circuito 2

1.3.3 Circuito 3

1.3.4 Circuito 4

1.3.5 Circuito 5

1.4 Item i

1.4.1 Circuito 1

1.4.2 Circuito 2

1.4.3 Circuito 3

1.4.4 Circuito 4

1.4.5 Circuito 5

1.5 Item j

1.5.1 Circuito 1

1.5.2 Circuito 2

1.5.3 Circuito 3

1.5.4 Circuito 4

1.5.5 Circuito 5

1.6 Item k

1.6.1 Circuito 1

1.6.2 Circuito 2

1.6.3 Circuito 3

1.6.4 Circuito 4

1.6.5 Circuito 5

1.7 Item l

1.7.1 Circuito 1

5 Referências

- [1] Chapman, S.J. – Electric Machinery Fundamentals, 4th Edition;
- [2] Fitzgerald, A. E. – Máquinas Elétricas, 2da Edição;