

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Trabalho Final de Sistemas Lineares I

Alunos	Igor Abreu da Silva
DRE	112053874
Curso	Engenharia Eletrônica
Turma	2016/1
Professor	Natanael Nunes de Moura Junior

Rio de Janeiro, 15 de Julho de 2016

Conteúdo

1	Questão 1	1
1.1	Circuito 1	1
1.1.1	Determinar a função do circuito	1
1.1.2	Resposta ao degrau unitário	4
1.1.3	Resposta a rampa unitário	4
1.1.4	Resposta a onda quadrada	5
1.2	Circuito 2	7
1.2.1	Determinar a função do circuito	7
1.2.2	Resposta ao degrau unitário	10
1.2.3	Resposta a rampa unitário	10
1.2.4	Resposta a onda quadrada	11
1.3	Circuito 3	13
1.3.1	Determinar a função do circuito	13
1.3.2	Resposta ao degrau unitário	16
1.3.3	Resposta a rampa unitário	16
1.3.4	Resposta a onda quadrada	17
1.4	Circuito 4	19
1.4.1	Determinar a função do circuito	19
1.4.2	Resposta ao degrau unitário	20
1.4.3	Resposta a rampa unitário	21
1.4.4	Resposta a onda quadrada	21
1.5	Circuito 5	24
1.5.1	Determinar a função do circuito	24
1.5.2	Resposta ao degrau unitário	26
1.5.3	Resposta a rampa unitária	26
1.5.4	Resposta a onda quadrada	27
2	Questão 2	30
2.1	Equações do diagrama	30
2.2	Resposta ao degrau unitário	33
2.3	Resposta a rampa unitária	33
2.4	Resposta a onda quadrada	34
3	Questão 3	37
3.1	E.D.O dos sistemas	37
3.1.1	Sistema 1	37
3.1.2	Sistema 2	37
3.2	Polos e zeros	38
3.2.1	Variando em α	38

3.2.2	Variando em β	38
3.3	Diagrama de Bode	39
3.3.1	Variando em α	39
3.3.2	Variando em β	39
3.4	Resposta ao Degrau Unitário	40
3.4.1	Variando em α	40
3.4.2	Variando em β	40
3.5	Resposta a Rampa Unitária	41
3.5.1	Variando em α	41
3.5.2	Variando em β	41
3.6	Resposta a onda quadrada	42
3.6.1	Variando em α	42
3.6.2	Variando em β	45
3.7	Resposta a cossenoides	47
3.7.1	Variando frequências nos valores de α	47
3.7.2	Variando frequências nos valores de β	51
4	Conclusão	52
5	Referências	53

Lista de Figuras

1	Circuito 1	1
2	Circuito 1 - Polos e Zeros	2
3	Circuito 1 - Diagrama de Bode	3
4	Circuito 1 - Resposta ao degrau unitário	4
5	Circuito 1 - Resposta a rampa unitária	4
6	Circuito 1 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	5
7	Circuito 1 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	5
8	Circuito 1 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	6
9	Circuito 1 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	6
10	Circuito 1 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	7
11	Circuito 2	7
12	Circuito 2 - Polos e Zeros	9
13	Circuito 2 - Diagrama de Bode	9

14	Circuito 2 - Resposta ao degrau unitário	10
15	Circuito 2 - Resposta a rampa unitária	10
16	Circuito 2 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	11
17	Circuito 2 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	11
18	Circuito 2 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	12
19	Circuito 2 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	12
20	Circuito 2 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	13
21	Circuito 3	13
22	Circuito 3 - Polos e Zeros	15
23	Circuito 3 - Diagrama de Bode	15
24	Circuito 3 - Resposta ao degrau unitário	16
25	Circuito 3 - Resposta a rampa unitária	16
26	Circuito 3 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	17
27	Circuito 3 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	17
28	Circuito 3 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	18
29	Circuito 3 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	18
30	Circuito 3 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	19
31	Circuito 4	19
32	Circuito 4 - Diagrama de Bode	20
33	Circuito 4 - Resposta ao degrau unitário	20
34	Circuito 4 - Resposta a rampa unitária	21
35	Circuito 4 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	21
36	Circuito 4 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	22
37	Circuito 4 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	22
38	Circuito 4 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	23
39	Circuito 4 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	23
40	Circuito 5	24
41	Circuito 5 - Polos e Zeros	25
42	Circuito 5 - Diagrama de Bode	25

43	Circuito 5 - Resposta ao degrau unitário	26
44	Circuito 5 - Resposta a rampa unitária	26
45	Circuito 5 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	27
46	Circuito 5 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	27
47	Circuito 5 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	28
48	Circuito 5 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	28
49	Circuito 5 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	29
50	Diagrama de Blocos	30
51	Polos e Zeros	31
52	Diagrama de Bode	32
53	Resposta ao degrau unitário	33
54	Resposta a rampa unitária	33
55	Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	34
56	Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$	34
57	Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$	35
58	Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$	35
59	Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$	36
60	Polos e Zeros variando em α	38
61	Polos e Zeros variando em β	38
62	Diagrama de Bode variando em α	39
63	Diagrama de Bode variando em β	39
64	Resposta ao Degrau Unitário variando em α	40
65	Resposta ao Degrau Unitário variando em β	40
66	Resposta a rampa Unitária variando em α	41
67	Resposta a rampa Unitária variando em β	41
68	Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	42
69	Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	42
70	Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	43
71	Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	43

72	Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	44
73	Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$	45
74	Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	45
75	Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	46
76	Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	46
77	Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$	47
78	Resposta para $\alpha = 0.001$ em frequências variantes	47
79	Resposta para $\alpha = 0.01$ em frequências variantes	48
80	Resposta para $\alpha = 0.1$ em frequências variantes	48
81	Resposta para $\alpha = 1$ em frequências variantes	49
82	Resposta para $\alpha = 10$ em frequências variantes	49
83	Resposta para $\alpha = 100$ em frequências variantes	50
84	Resposta para $\alpha = 1000$ em frequências variantes	50
85	Resposta para $\beta = 0.001$ em frequências variantes	51
86	Resposta para $\beta = 0.01$ em frequências variantes	51
87	Resposta para $\beta = 0.1$ em frequências variantes	52
88	Resposta para $\beta = 1$ em frequências variantes	53
89	Resposta para $\beta = 10$ em frequências variantes	54

1 Questão 1

1.1 Circuito 1

Nesta sessão será resolvida toda a parte necessária para encontrar a função/utilidade de cada um dos circuitos. Analisaremos todos os pontos correspondentes aos itens (a), (b), (c), (d), (e) e (f) do trabalho final.

Serão assumidos aqui que os sistemas encontram-se zerados no instante $t = 0^-$.

1.1.1 Determinar a função do circuito

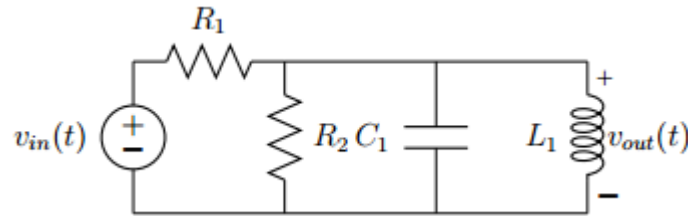


Figura 1: Circuito 1

Podemos modelar o circuito 1 em relação ao nó após R_1 . Teríamos a seguinte equação:

$$\frac{V_{in} - V_{out}}{R_1} - \frac{V_{out}}{R_2} - \frac{C \partial V_{out}}{\partial t} - \frac{1}{L} \int V_{out} \partial t = 0$$

Para encontrarmos a E.D.O do circuito, vamos derivar toda esta expressão e separar V_{out} e V_{in} , encontrando a seguinte relação:

$$\frac{\partial V_{in}}{\partial t} \left(\frac{1}{R_1} \right) = \frac{C \partial^2 V_{out}}{\partial t^2} + \frac{\partial V_{out}}{\partial t} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{V_{out}}{L}$$

Em posse da E.D.O, utilizaremos Laplace para encontrar a função de Transferência do Circuito.

$$X(S) \left(\frac{1}{R_1} \right) = Y(S) \left(S^2 C + S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{1}{L} \right) \Rightarrow$$

$$H(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{S R_2 L}{S^2 (R_1 R_2 L C) + S (R_1 L + R_2 L) + R_1 R_2}$$

Afim de facilitar os cálculos, tomaremos os seguintes valores para cada elemento do circuito:

- $R_1 = 10\Omega$;
- $R_2 = 100\Omega$;
- $C = 1F$;
- $L = 1H$;

Apos aplicar os valores comerciais em $H(S)$, temos:

$$H(S) = \frac{100S}{1000S^2 + 110S + 110}$$

Utilizando essa função no MatLab para encontrar os polos (quando se zera o denominador), zeros (quando se zera o numerador) e o diagrama de Bode, obtemos o seguintes gráficos:

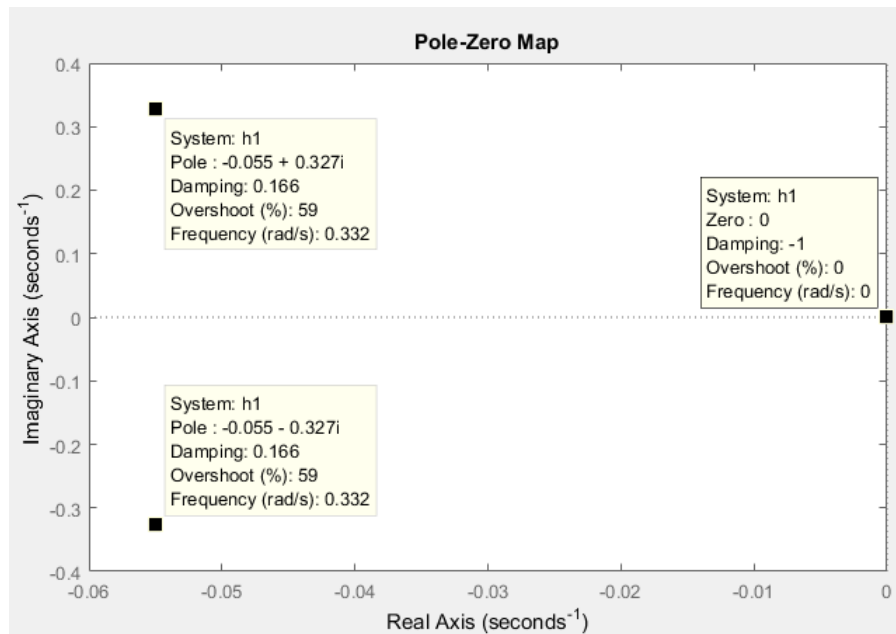


Figura 2: Circuito 1 - Polos e Zeros

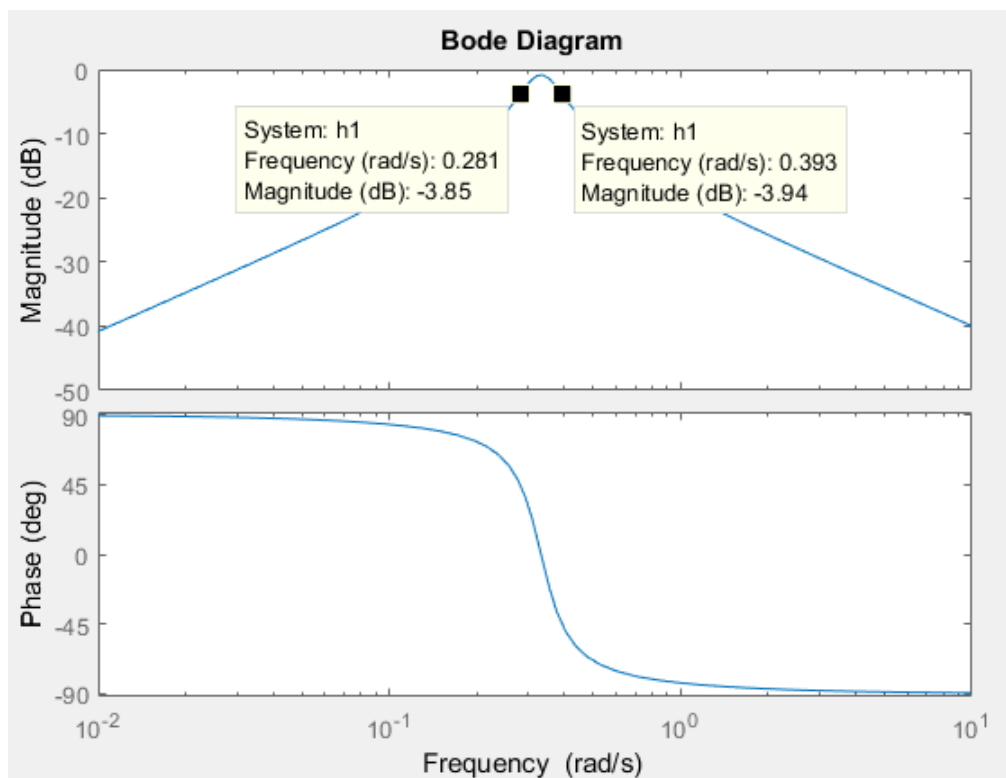


Figura 3: Circuito 1 - Diagrama de Bode

Analisando-se este circuito, pode-se afirmar que o mesmo é um filtro passa faixa operando na largura de banda de aproximadamente 0.11 rad/sec em um intervalo $[0.28, 0.39]$ rad/sec.

1.1.2 Resposta ao degrau unitário

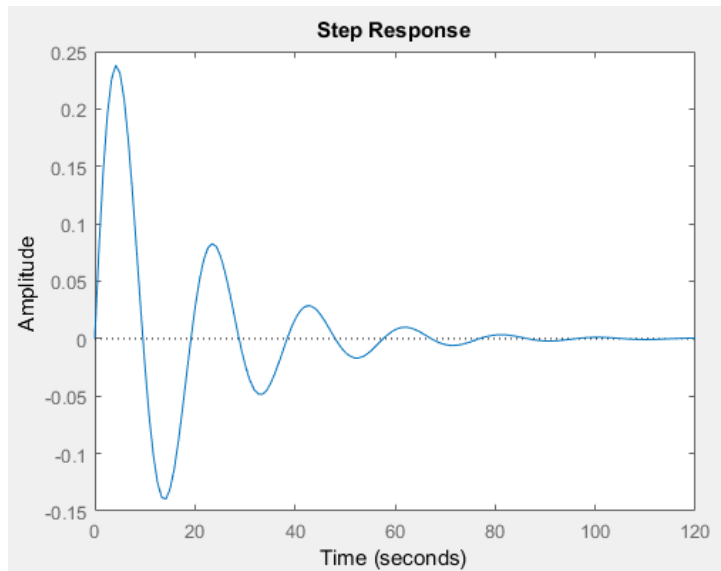


Figura 4: Circuito 1 - Resposta ao degrau unitário

1.1.3 Resposta a rampa unitário

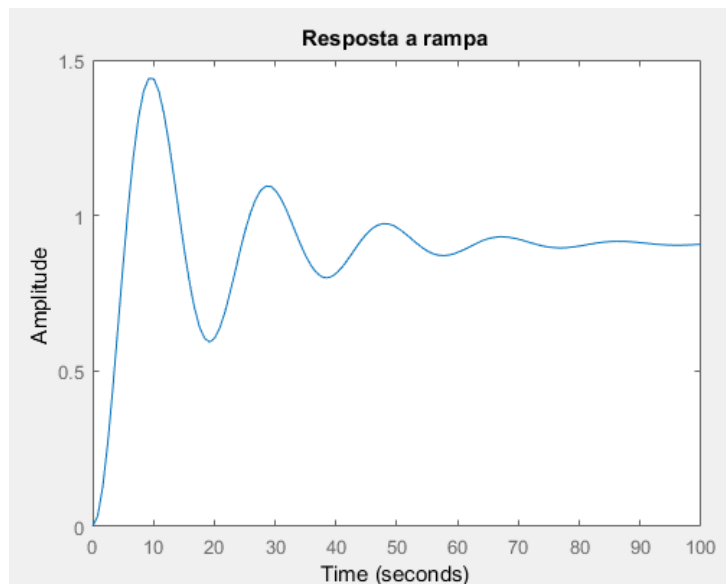


Figura 5: Circuito 1 - Resposta a rampa unitária

1.1.4 Resposta a onda quadrada

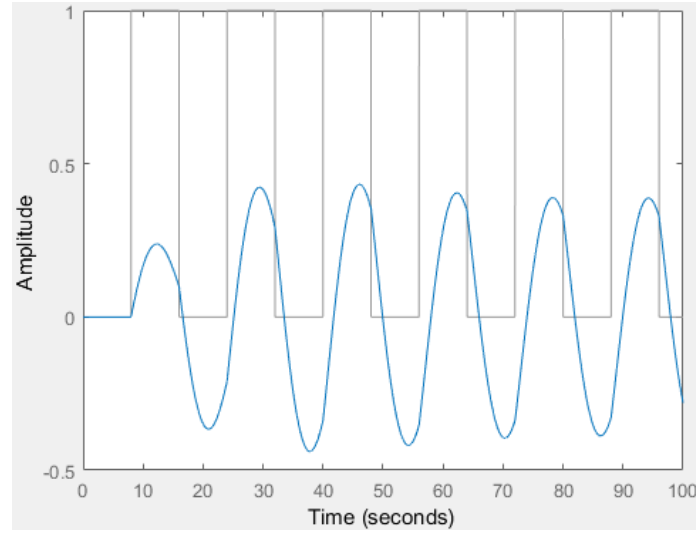


Figura 6: Circuito 1 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

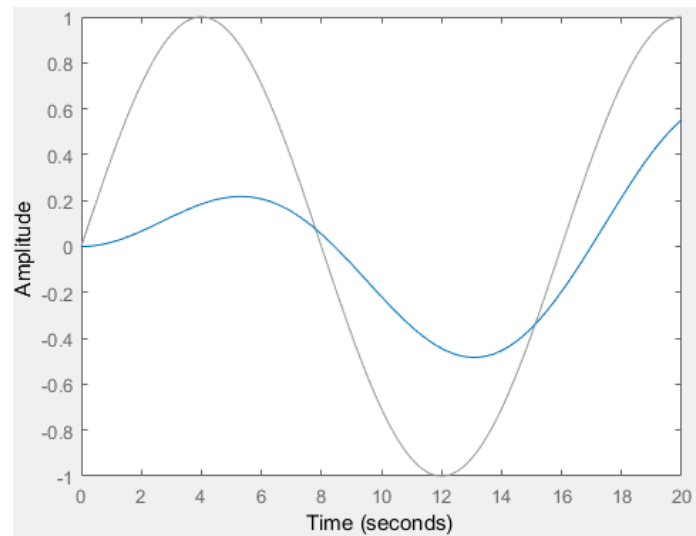


Figura 7: Circuito 1 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

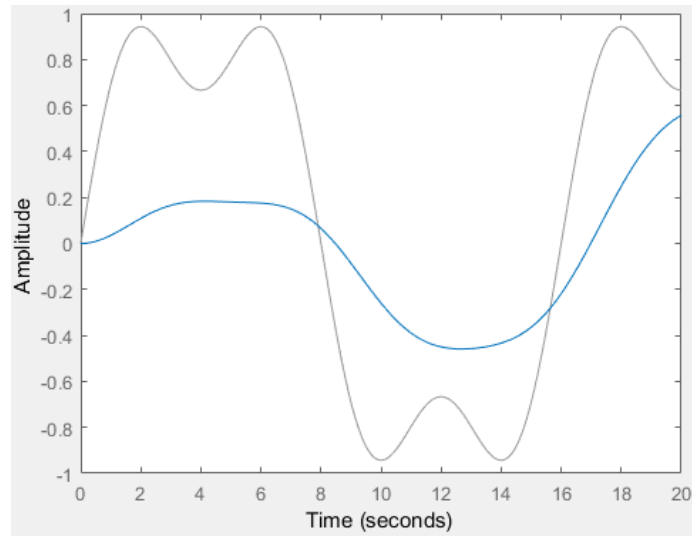


Figura 8: Circuito 1 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

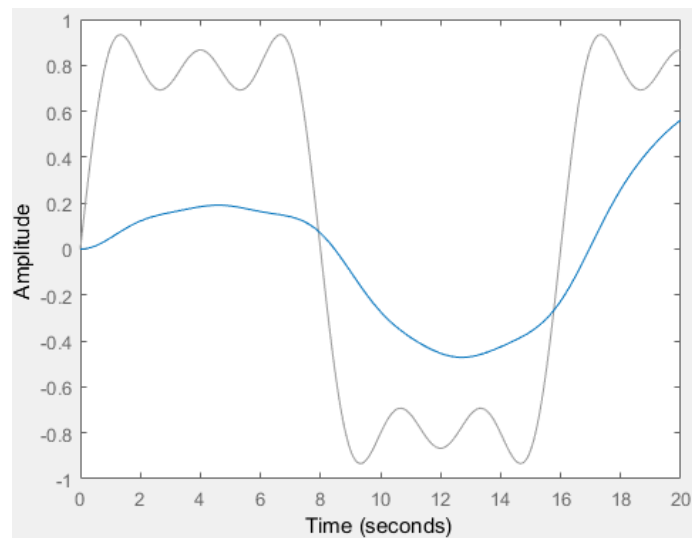


Figura 9: Circuito 1 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

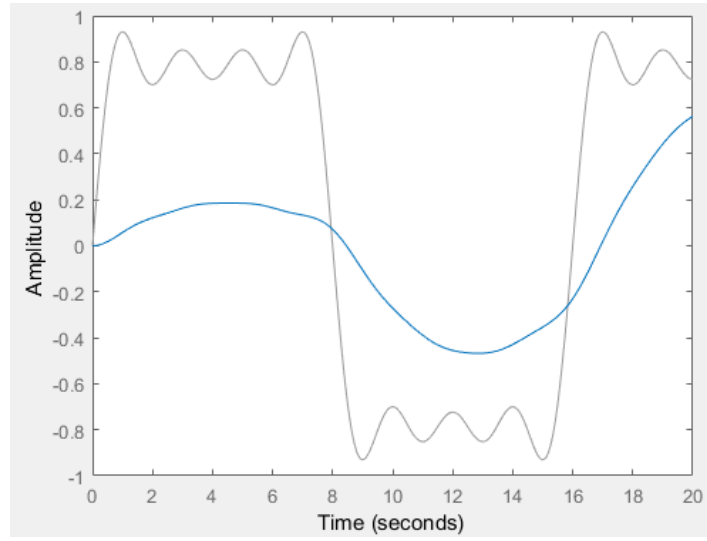


Figura 10: Circuito 1 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

1.2 Circuito 2

1.2.1 Determinar a função do circuito

Para modelarmos utilizaremos as seguintes equações:

$$I_1 = I_{in} - I_{out}$$

$$R_2 I_{out} + \frac{L \partial I_{out}}{\partial t} - R_1 I_1 + \frac{1}{C} \int I_{out} \partial t = 0$$

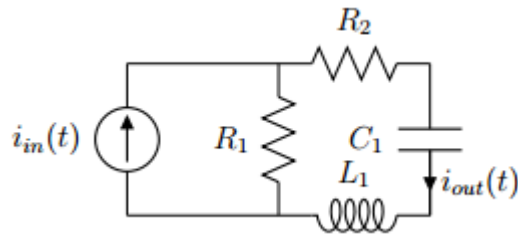


Figura 11: Circuito 2

Substituindo I_1 para colocarmos a equação em função de I_{in} e I_{out} e derivando-a para removermos a Integral, temos a E.D.O:

$$\frac{\partial I_{in}}{\partial t}(R_1) = \frac{\partial^2 I_{out}}{\partial t^2}(L) + \frac{\partial I_{out}}{\partial t}(R_1 + R_2) + \frac{I_{out}}{C}$$

Transformando essa E.D.O em Laplace, obtemos:

$$X(S)(SR_1) = Y(S)\left(S^2 + S(R_1 + R_2) + \frac{1}{C}\right) \Rightarrow$$

$$H(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{S(R_1 C)}{S^2(LC) + S(R_1 C + R_2 C) + 1}$$

Escolhendo os seguintes valores para cada elemento do circuito:

- $R_1 = 10\Omega$;
- $R_2 = 100\Omega$;
- $C = 1F$;
- $L = 1H$;

Encontramos a seguinte função de transferência:

$$H(S) = \frac{10S}{S^2 + 110S + 1}$$

A partir dessa função obtemos os seguintes polos, zeros e diagrama de Bode:

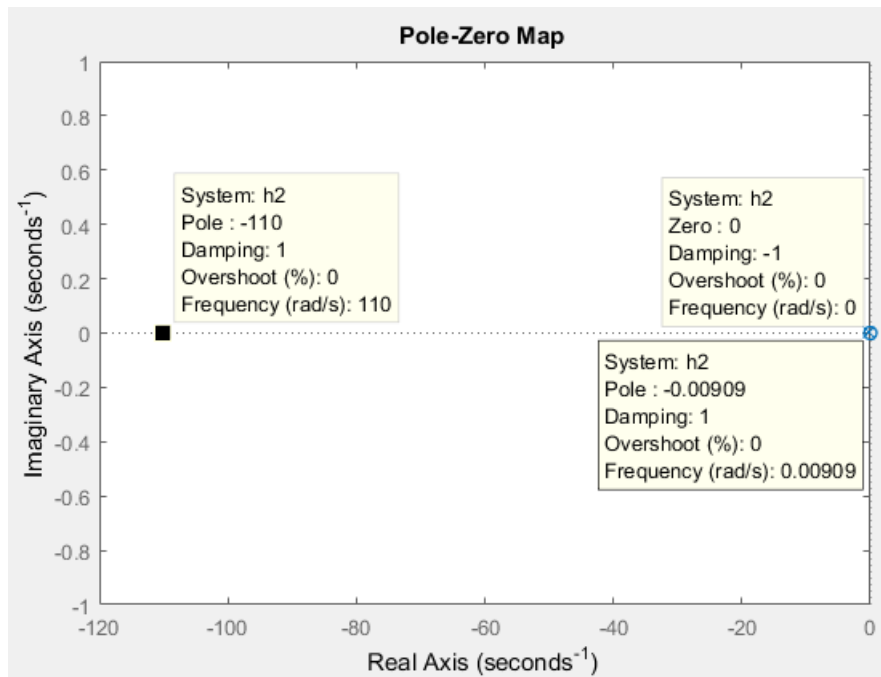


Figura 12: Circuito 2 - Polos e Zeros

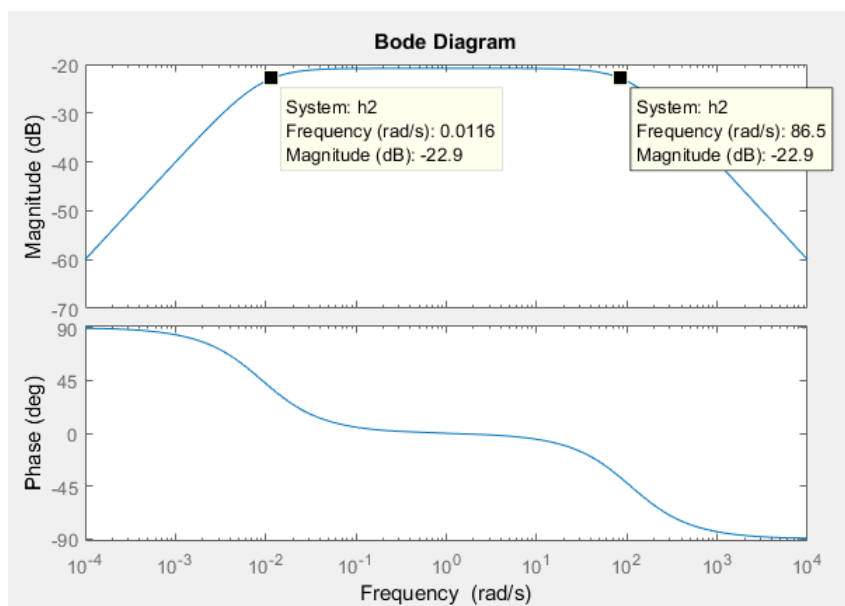


Figura 13: Circuito 2 - Diagrama de Bode

Assim como o circuito da figura 1, temos também um filtro passa faixa que opera nas faixas entre 0.01 rad/seg e 86.5 rad/seg

1.2.2 Resposta ao degrau unitário

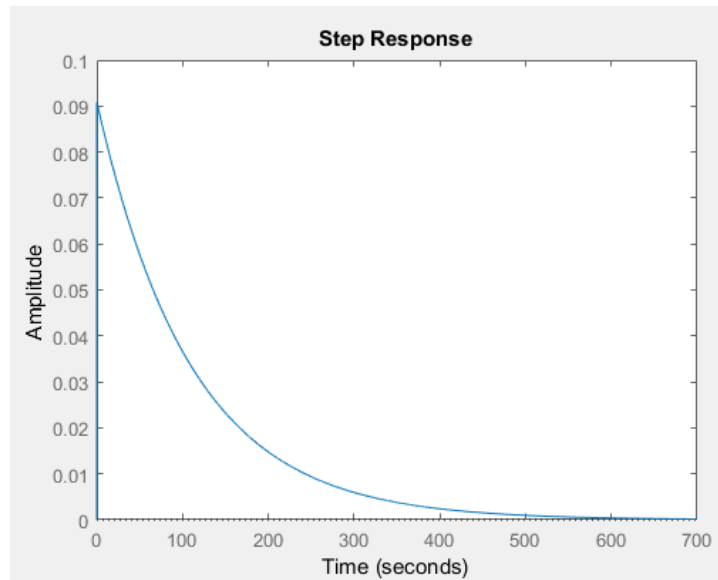


Figura 14: Circuito 2 - Resposta ao degrau unitário

1.2.3 Resposta a rampa unitário

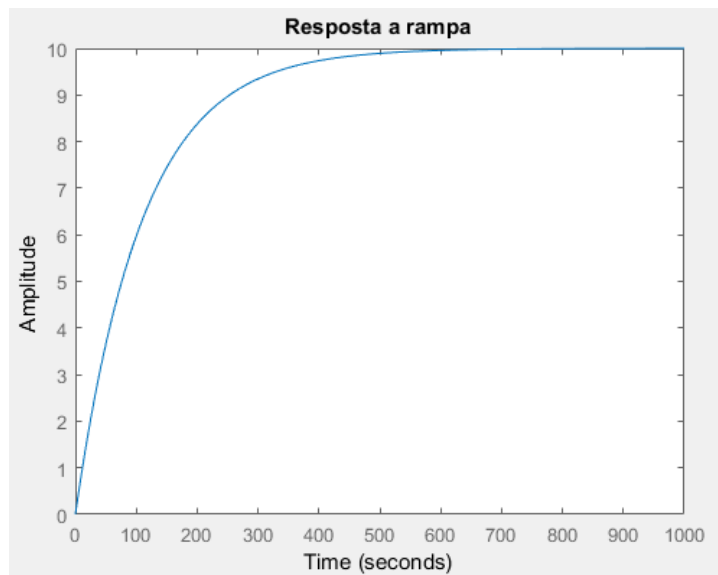


Figura 15: Circuito 2 - Resposta a rampa unitária

1.2.4 Resposta a onda quadrada

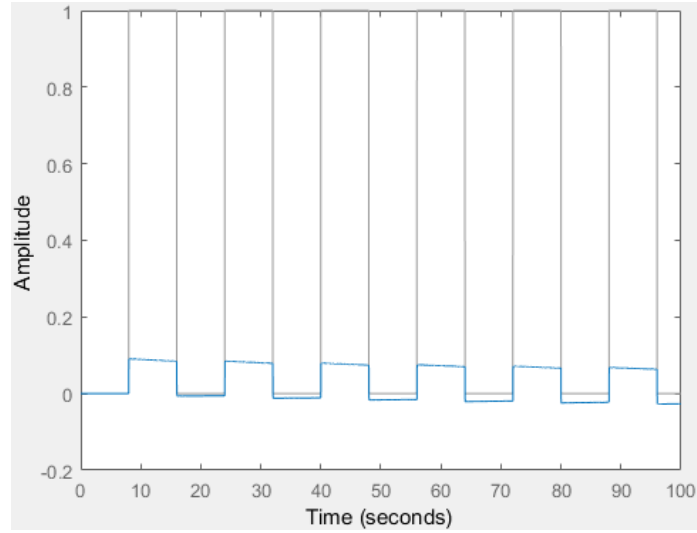


Figura 16: Circuito 2 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

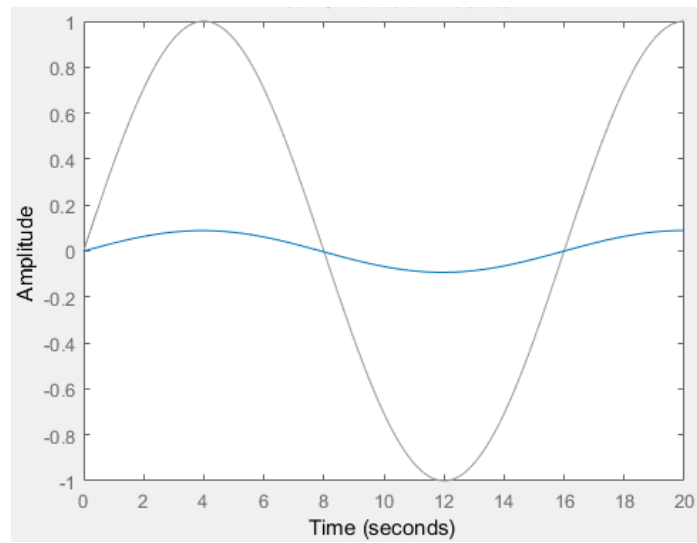


Figura 17: Circuito 2 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

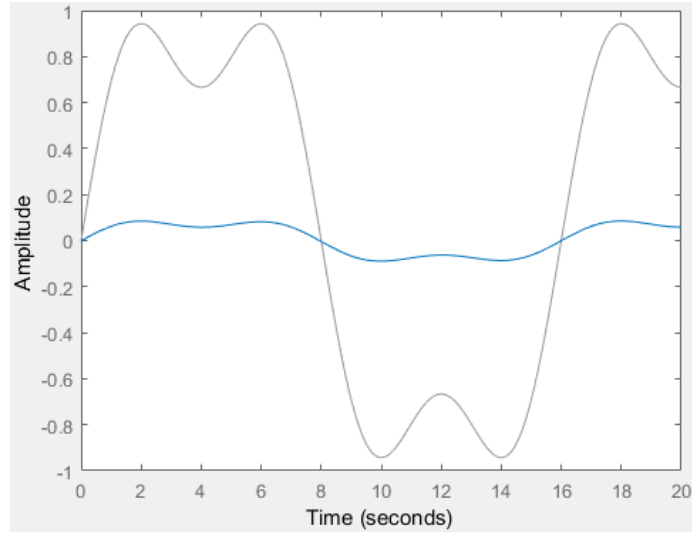


Figura 18: Circuito 2 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

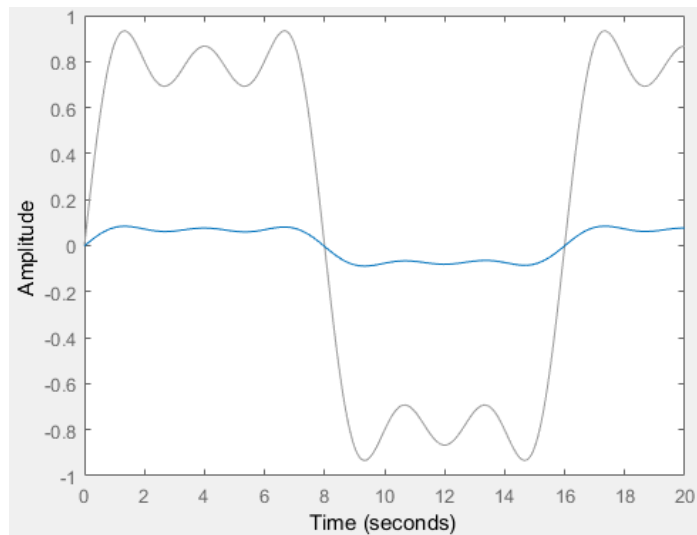


Figura 19: Circuito 2 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

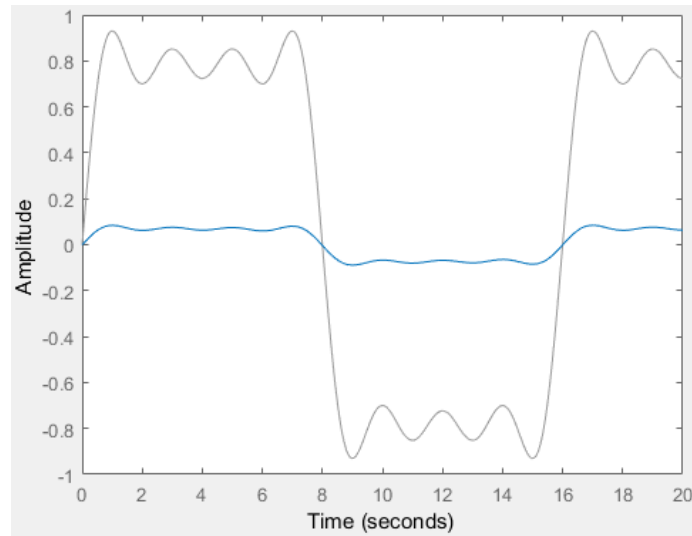


Figura 20: Circuito 2 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

1.3 Circuito 3

1.3.1 Determinar a função do circuito

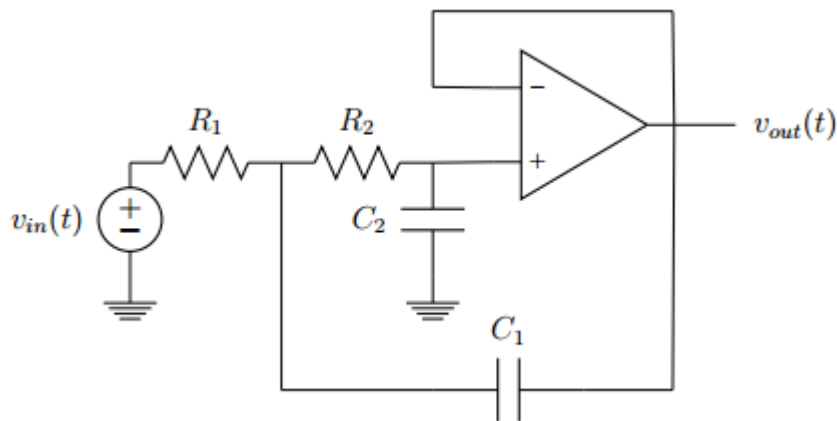


Figura 21: Circuito 3

Este circuito, também conhecido como topologia de Sallen-Key, sabendo que o AmpOp possui impedância infinita em sua entrada, que $V^- = V^+$, que $V^- = V_{out}$ e chamando V_a da tensão que passa por C_1 , obtemos:

$$V_a = V_{out} + R_2 C_2 \frac{\partial V_{out}}{\partial t}$$

Utilizando a lei dos nós entre R_1 e R_2 e já substituindo V_a por V_{out} temos:

$$\frac{V_{in}}{R_1} = R_2 C_1 C_2 \frac{\partial^2 V_{out}}{\partial t^2} + \left(C_2 + \frac{R_2 C_2}{R_1} \right) \frac{\partial V_{out}}{\partial t} + \frac{V_{out}}{R_1}$$

Com esta E.D.O, podemos encontrar a seguinte função de transferência utilizando o mesmo método empregado nos circuitos anteriores, com isso temos:

$$H(S) = \frac{1}{S^2 (R_1 R_2 C_1 C_2) + S (R_1 C_2 + R_2 C_2) + 1}$$

Utilizando os valores para cada elemento do circuito:

- $R_1 = 10\Omega$;
- $R_2 = 100\Omega$;
- $C_1 = 2F$;
- $C_2 = 1F$;

Encontramos a seguinte função de transferência:

$$H(S) = \frac{1}{2000S^2 + 110S + 1}$$

Que nos gera os seguintes polos, zeros e diagrama de Bode:

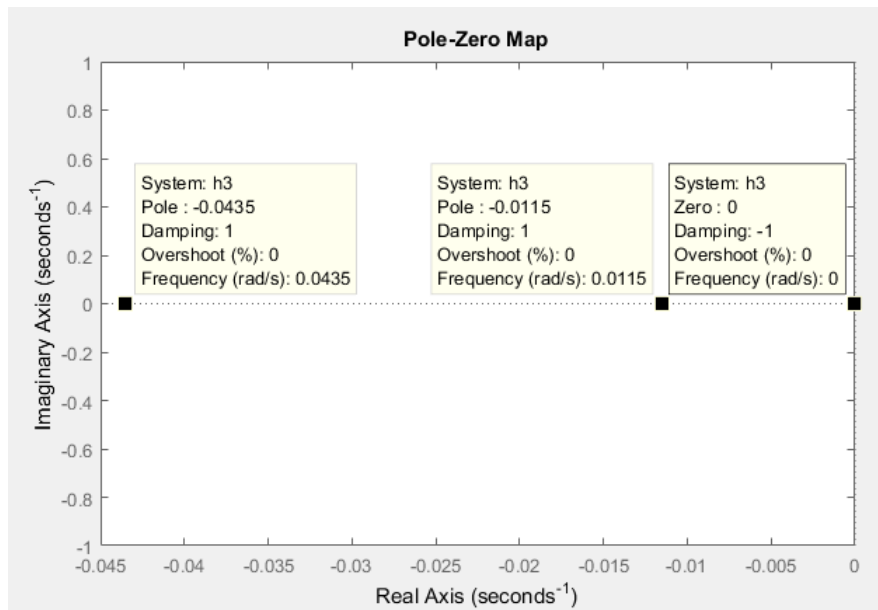


Figura 22: Circuito 3 - Polos e Zeros

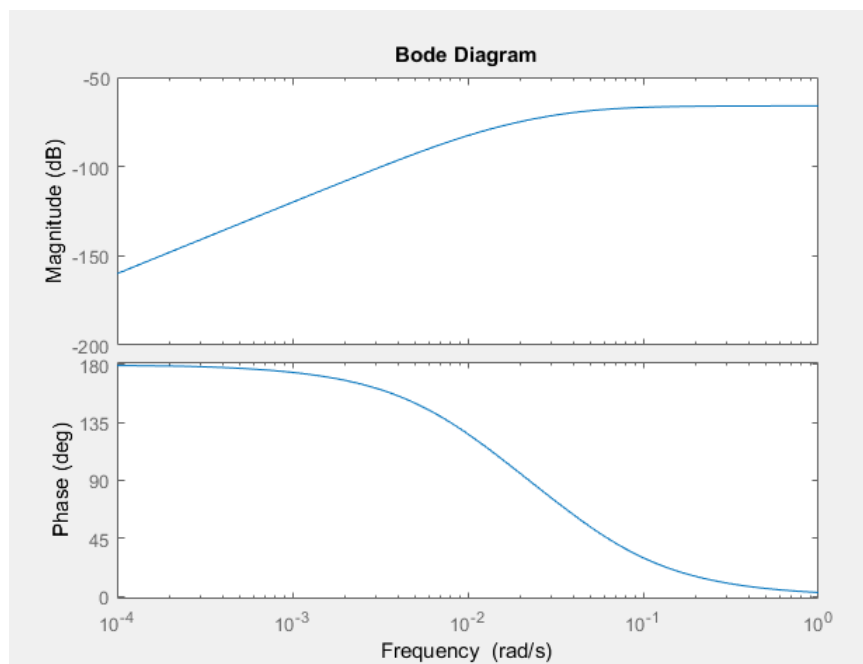


Figura 23: Circuito 3 - Diagrama de Bode

Pela análise do diagrama de Bode, pode-se afirmar que esse circuito é um filtro passa alta com frequência no seu menor polo de 0.01 rad/sec.

1.3.2 Resposta ao degrau unitário

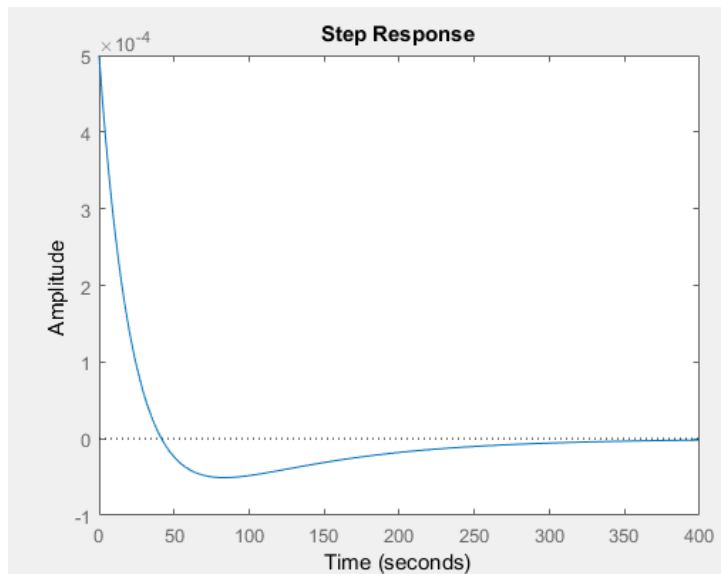


Figura 24: Circuito 3 - Resposta ao degrau unitário

1.3.3 Resposta a rampa unitário

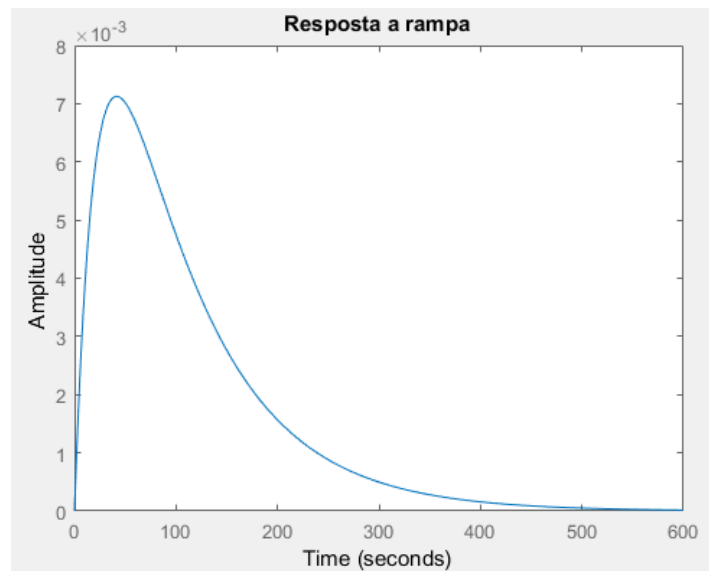


Figura 25: Circuito 3 - Resposta a rampa unitária

1.3.4 Resposta a onda quadrada

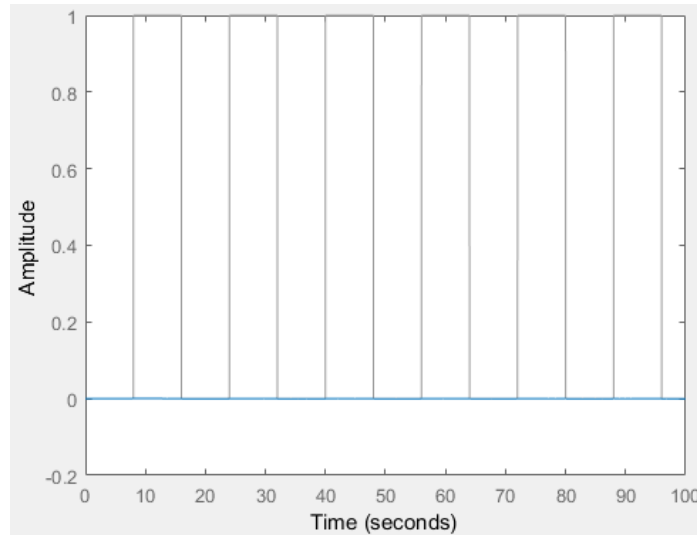


Figura 26: Circuito 3 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

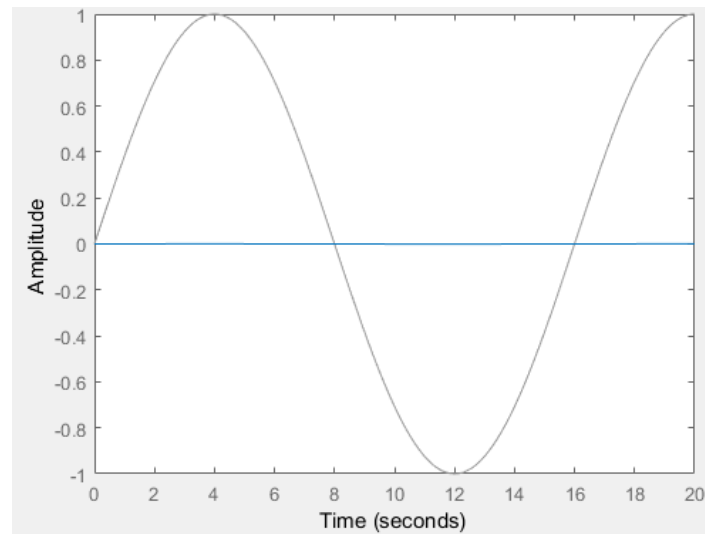


Figura 27: Circuito 3 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

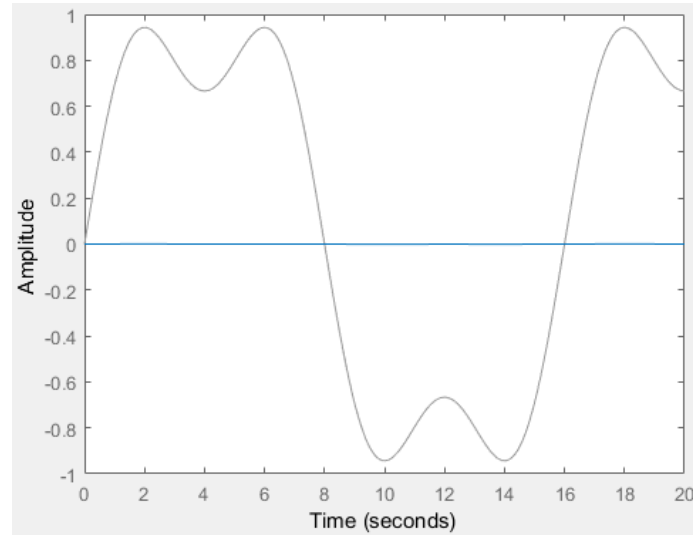


Figura 28: Circuito 3 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

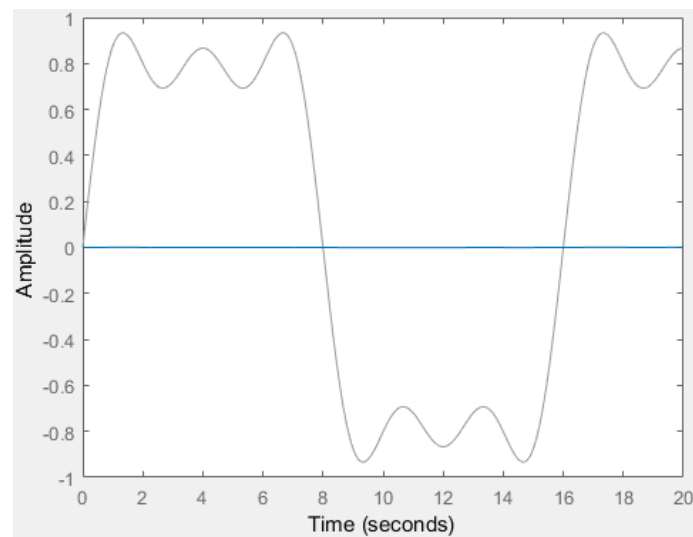


Figura 29: Circuito 3 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

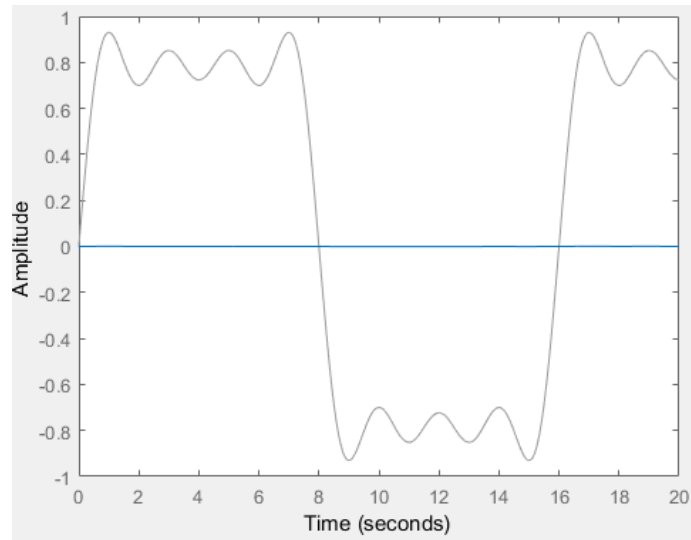


Figura 30: Circuito 3 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

1.4 Circuito 4

1.4.1 Determinar a função do circuito

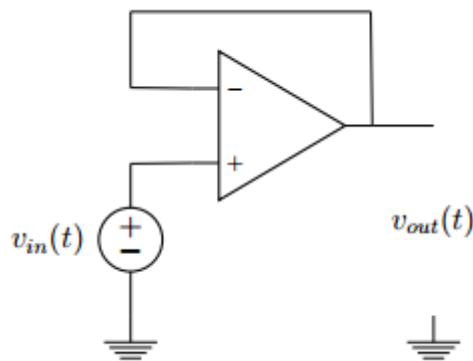


Figura 31: Circuito 4

Esse circuito, conhecido como buffer, é utilizado como um isolador. Como V_{in} é igual a V_{out} , sua função de transferência $H(S) = 1$. Não existem polos nem zeros para esse circuito e seu diagrama de Bode permanece em 0.

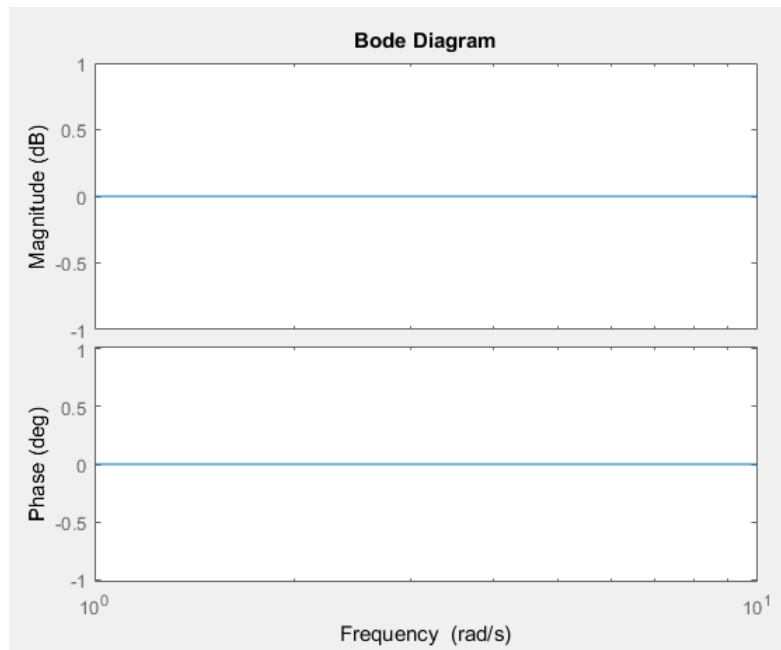


Figura 32: Circuito 4 - Diagrama de Bode

1.4.2 Resposta ao degrau unitário

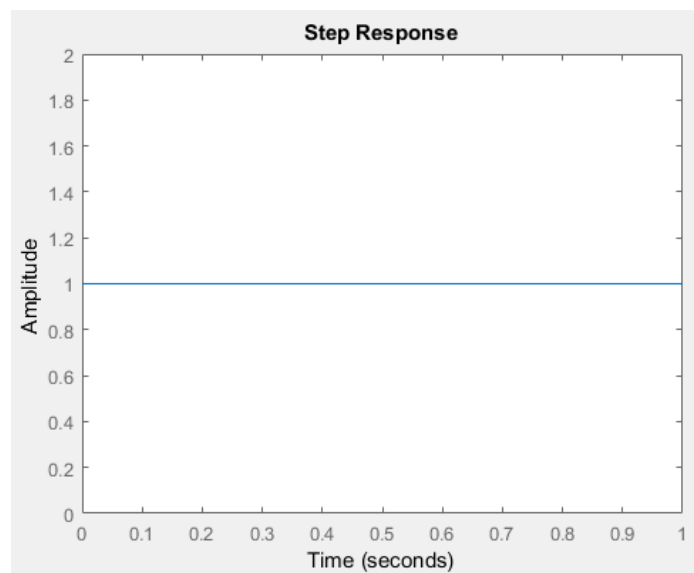


Figura 33: Circuito 4 - Resposta ao degrau unitário

1.4.3 Resposta a rampa unitário

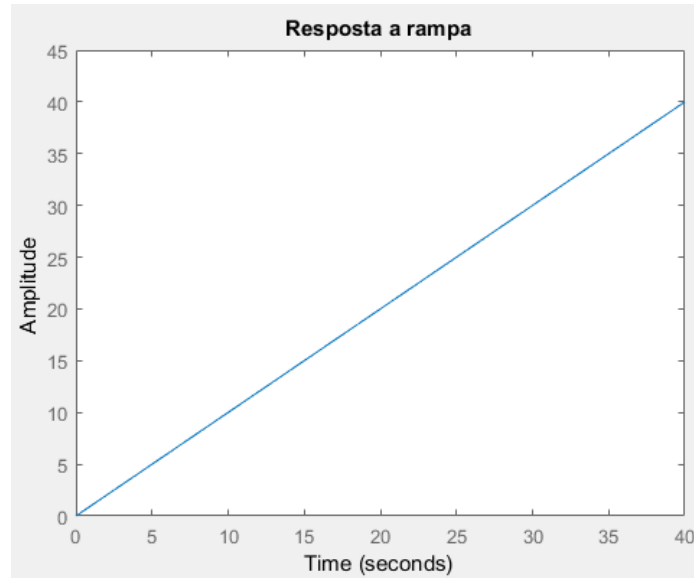


Figura 34: Circuito 4 - Resposta a rampa unitária

1.4.4 Resposta a onda quadrada

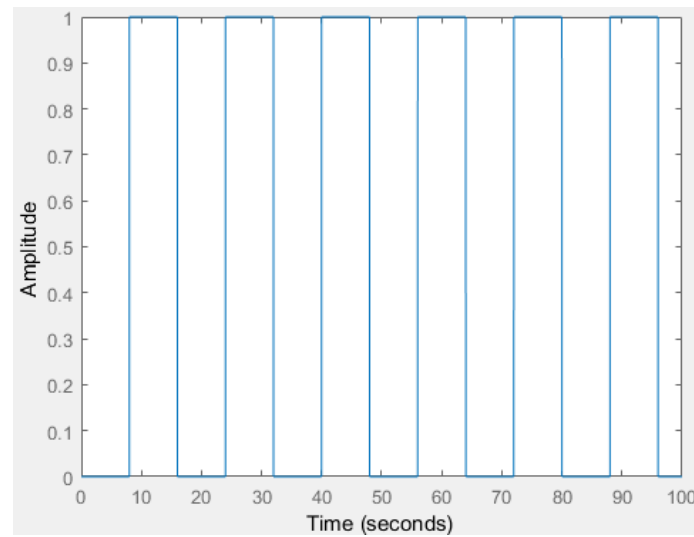


Figura 35: Circuito 4 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

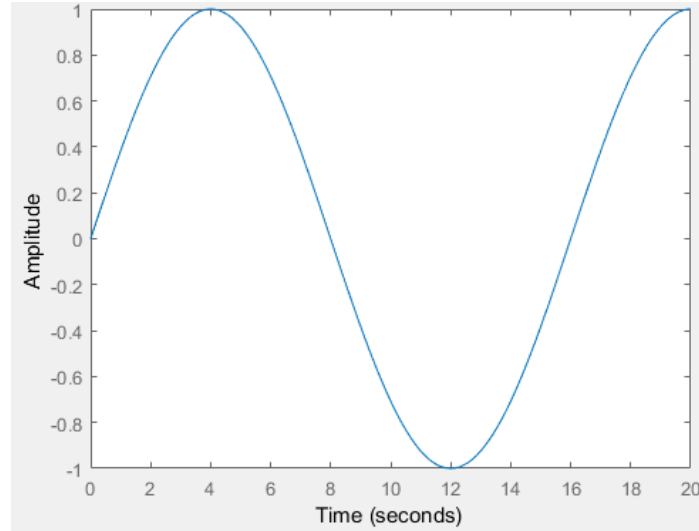


Figura 36: Circuito 4 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

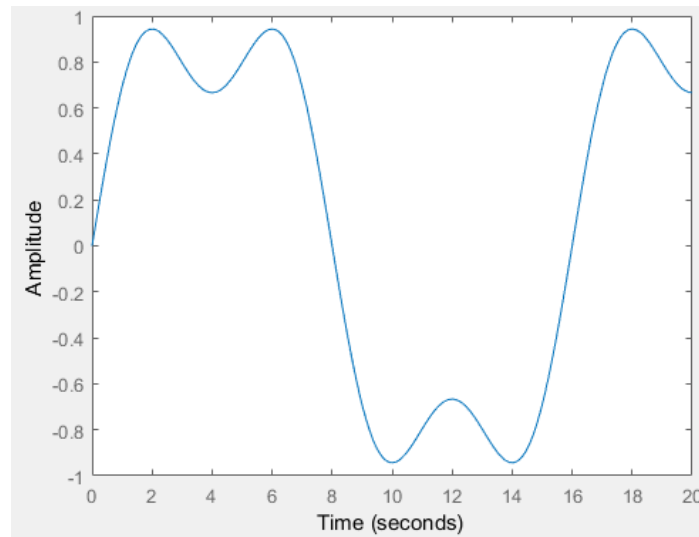


Figura 37: Circuito 4 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

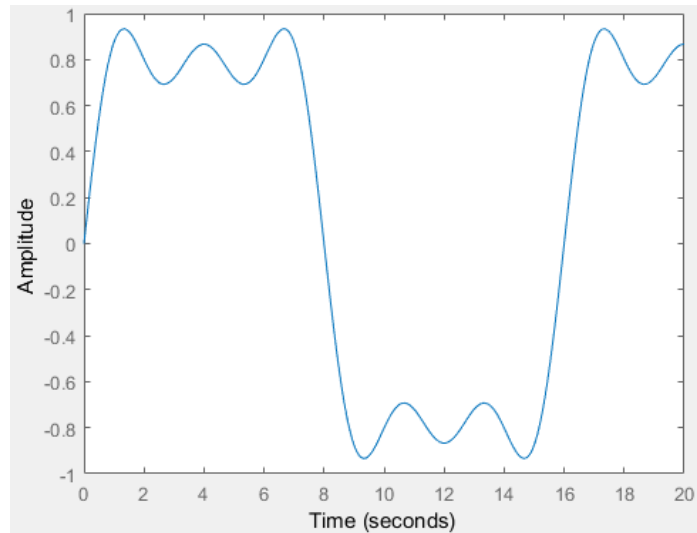


Figura 38: Circuito 4 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

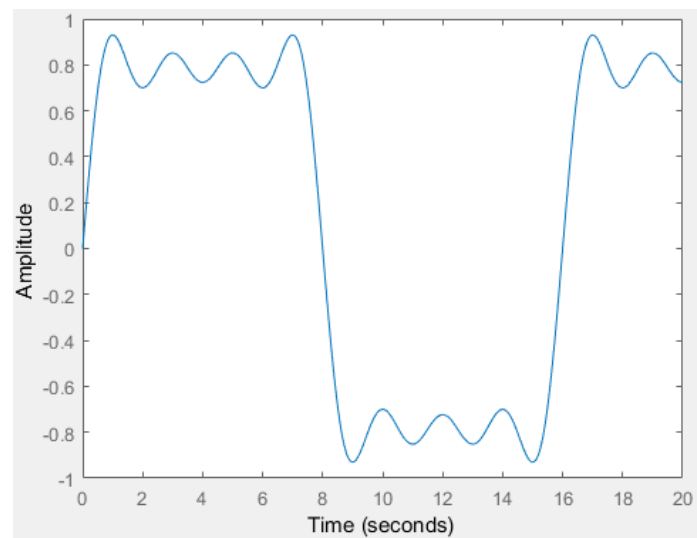


Figura 39: Circuito 4 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

1.5 Circuito 5

1.5.1 Determinar a função do circuito

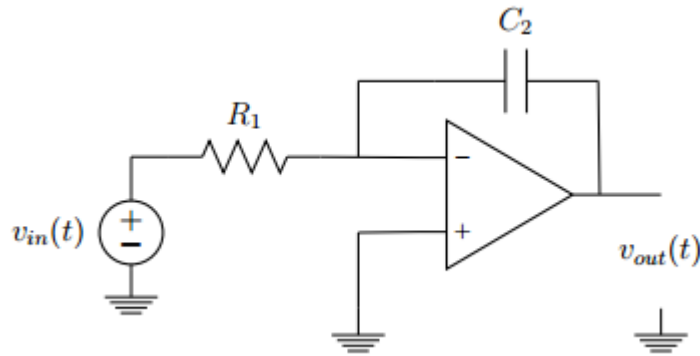


Figura 40: Circuito 5

Esse circuito pode ser escrito como:

$$\frac{V_{in}}{R} + C \frac{\partial V_{out}}{\partial t} = 0$$

Transformando esta E.D.O com Laplace utilizando o mesmo método dos circuitos passados, obtemos:

$$H(S) = \frac{-1}{RCS}$$

Tomando os seguintes valores para os elementos do circuito:

- $R = 10\Omega$;
- $C = 1F$;

Temos a seguinte equação de transferência:

$$H(S) = \frac{-1}{10S}$$

A partir dessa equação, obtemos os seguintes polos, zeros e diagrama de Bode:

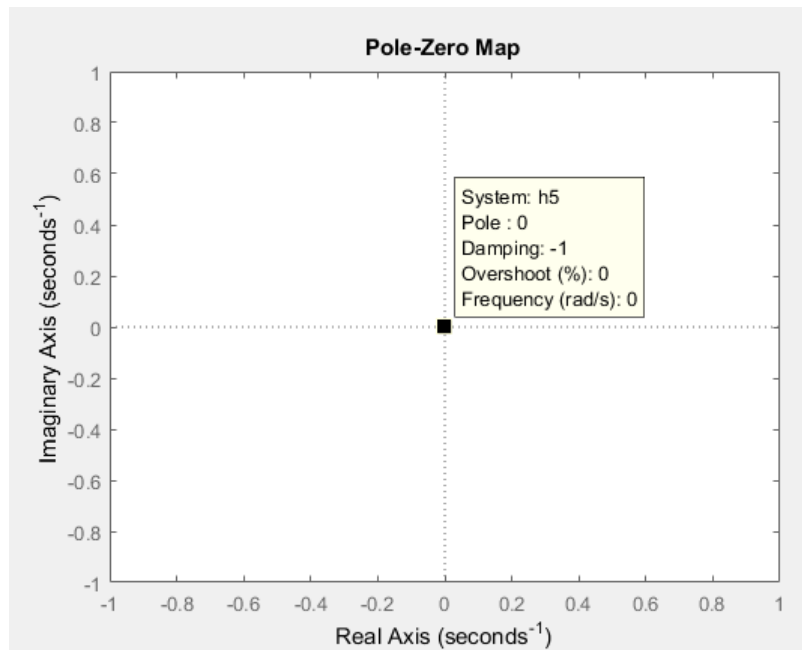


Figura 41: Circuito 5 - Polos e Zeros

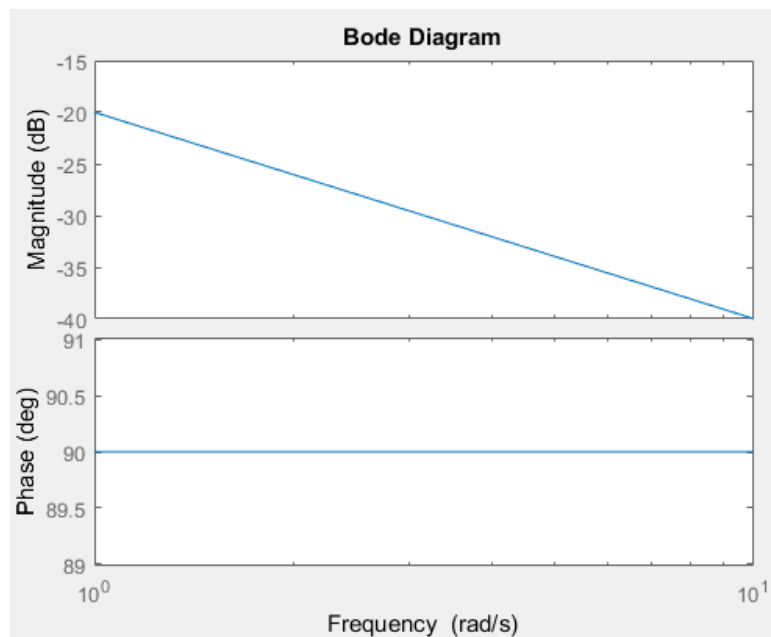


Figura 42: Circuito 5 - Diagrama de Bode

Este circuito corresponde a um filtro passa baixa integrador de apenas um polo.

1.5.2 Resposta ao degrau unitário

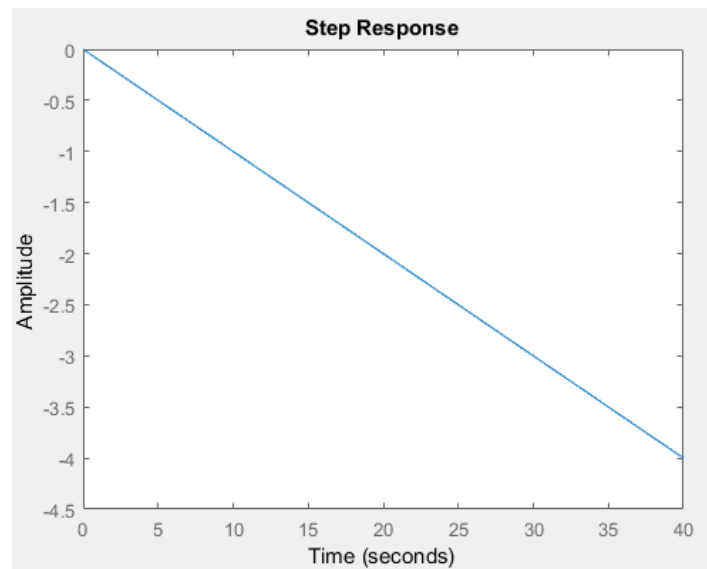


Figura 43: Circuito 5 - Resposta ao degrau unitário

1.5.3 Resposta a rampa unitária

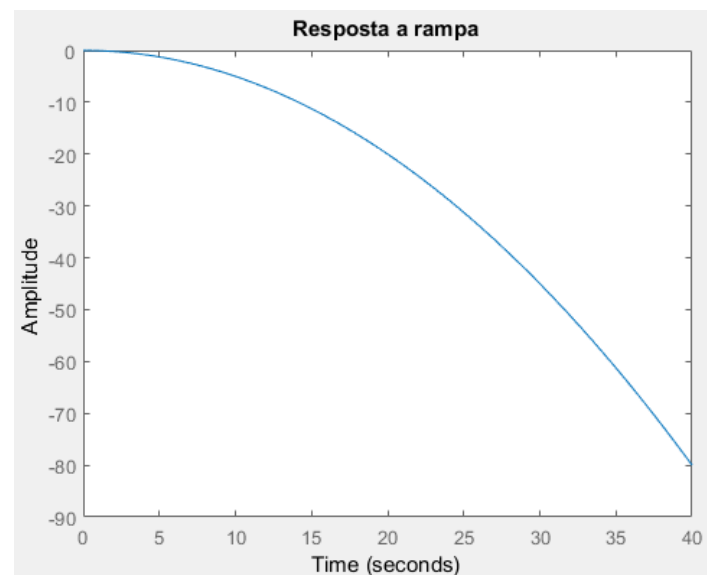


Figura 44: Circuito 5 - Resposta a rampa unitária

1.5.4 Resposta a onda quadrada

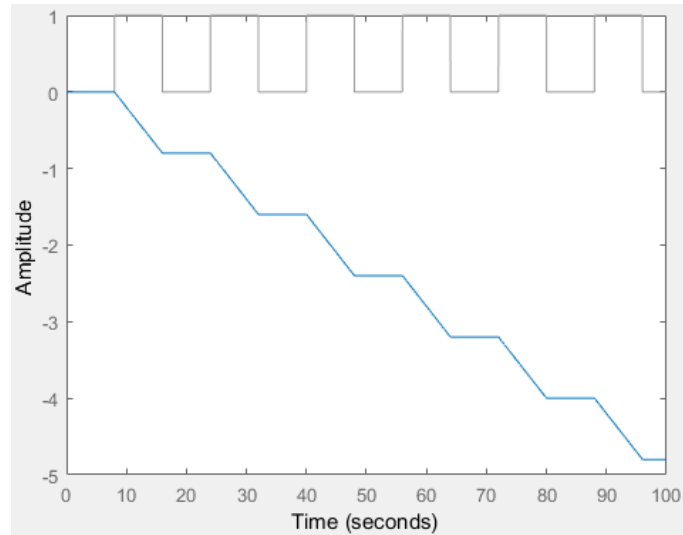


Figura 45: Circuito 5 - Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

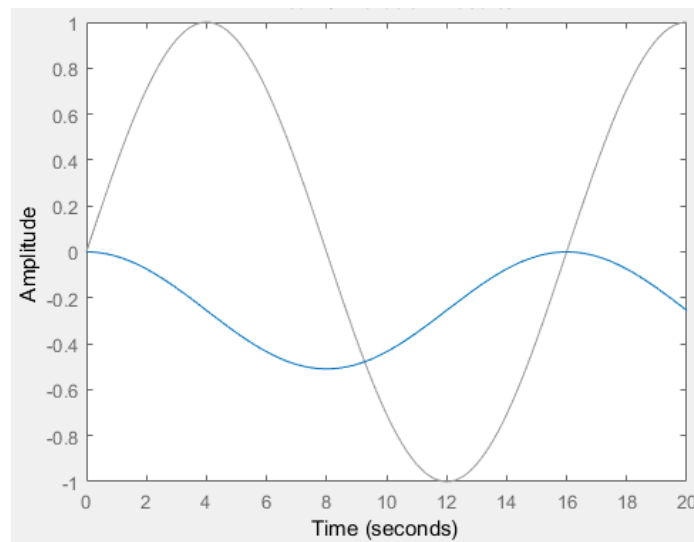


Figura 46: Circuito 5 - Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

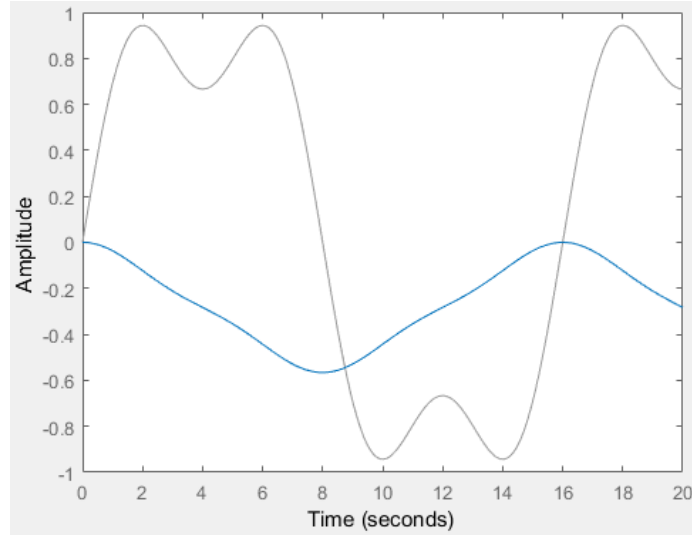


Figura 47: Circuito 5 - Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

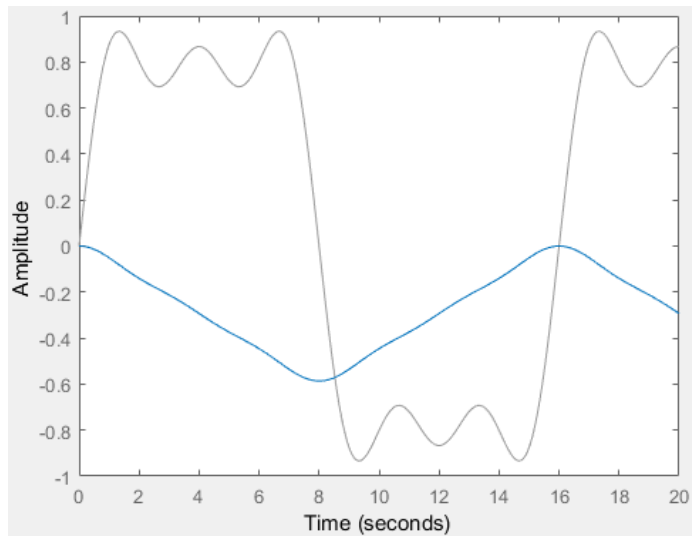


Figura 48: Circuito 5 - Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

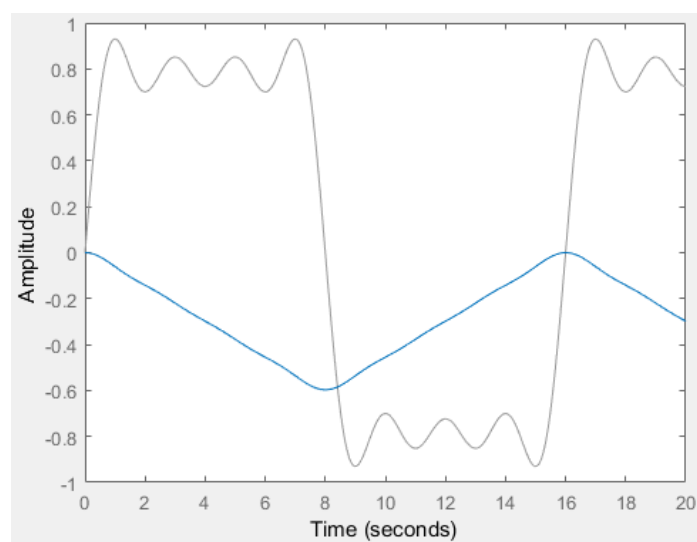


Figura 49: Circuito 5 - Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

2 Questão 2

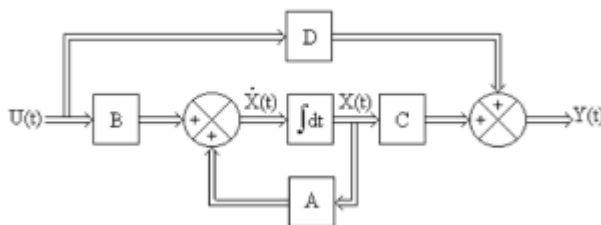


Figura 50: Diagrama de Blocos

2.1 Equações do diagrama

Seguindo as regras definidas no trabalho em relação aos valores de A, B, C e D para o diagrama de blocos, temos:

- $a = -22$;
- $b = 7$;
- $c = 3$;
- $d = 4$;

Pare que o circuito possua estabilidade BIBO, precisamos que o valor de A seja negativo, caso contrario, o circuito é instável.

Com esses valores obtemos as seguintes equações para o diagrama de blocos abaixo:

- $y(t) = 4u(t) + 3x(t)$ (Item (e) da questão 2);
- $B = 7u(t)$;
- $C = 3x(t)$;
- $D = 4u(t)$;
- $x'(t) = 7u(t) - 22x(t)$ (Item (d) da questão 2);

Sabendo que $x(t) = \frac{y(t)-4u(t)}{3}$ e $x' = \frac{y'(t)-4u'(t)}{3}$, obtemos a seguinte E.D.O:

$$\frac{\partial y(t)}{\partial t} + 22y(t) = 4\frac{\partial y(t)}{\partial t} + 109u(t)$$

Aplicando Laplace, obtemos a seguinte função de transferência:

$$H(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{4S + 109}{S + 22}$$

De posse da função de transferência, podemos encontrar os seguintes polos e zeros e o diagrama de Bode:

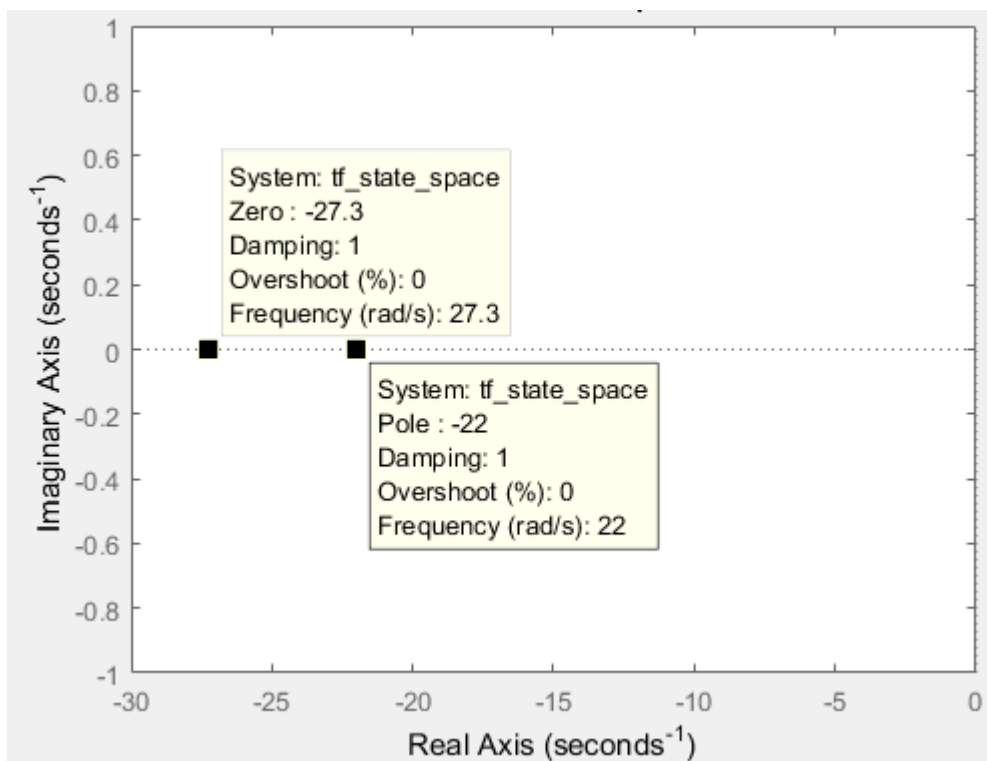


Figura 51: Polos e Zeros

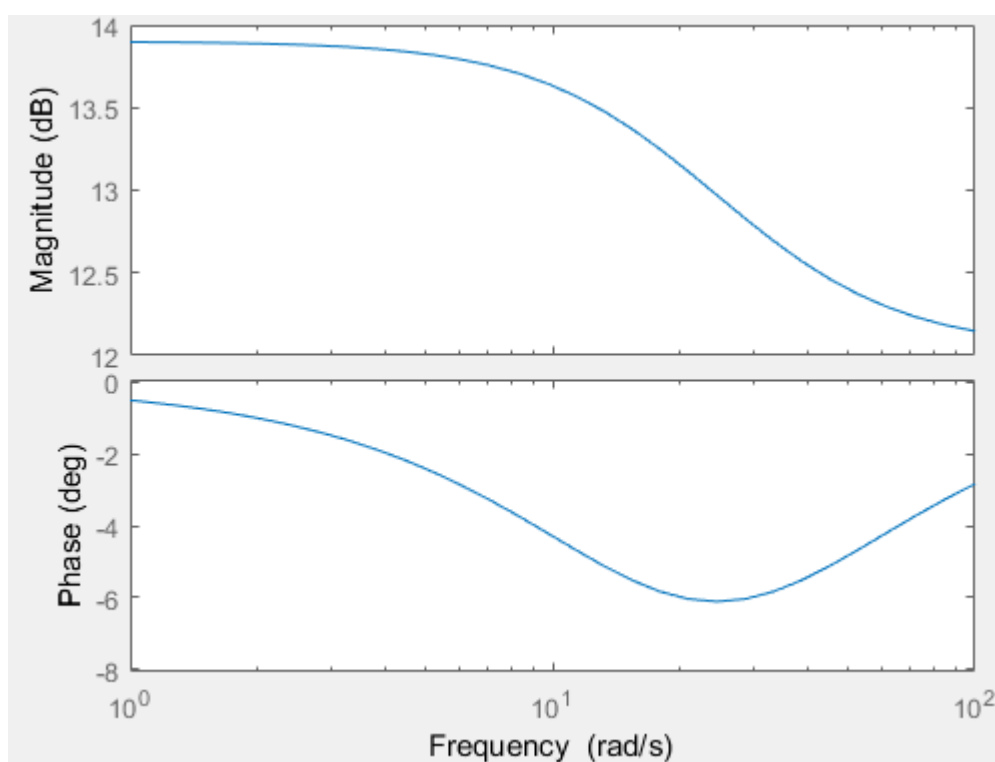


Figura 52: Diagrama de Bode

2.2 Resposta ao degrau unitário

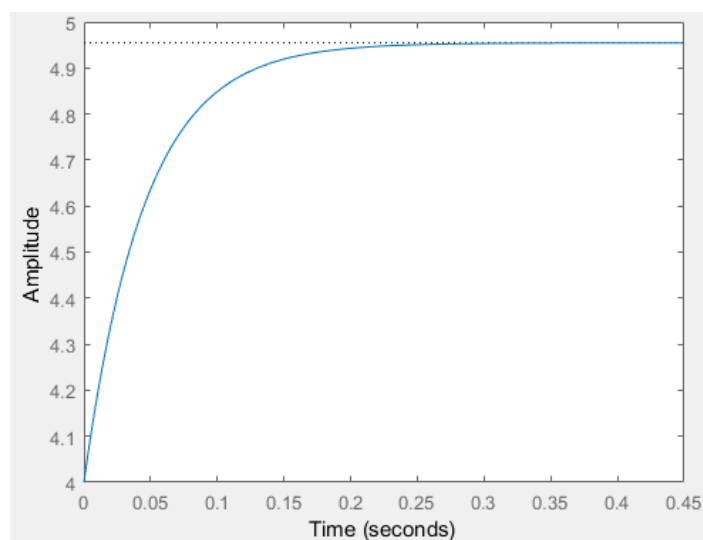


Figura 53: Resposta ao degrau unitário

2.3 Resposta a rampa unitária

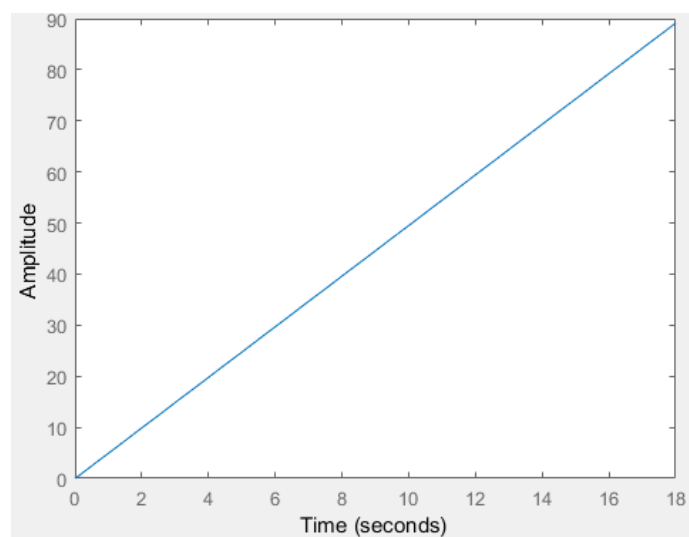


Figura 54: Resposta a rampa unitária

2.4 Resposta a onda quadrada

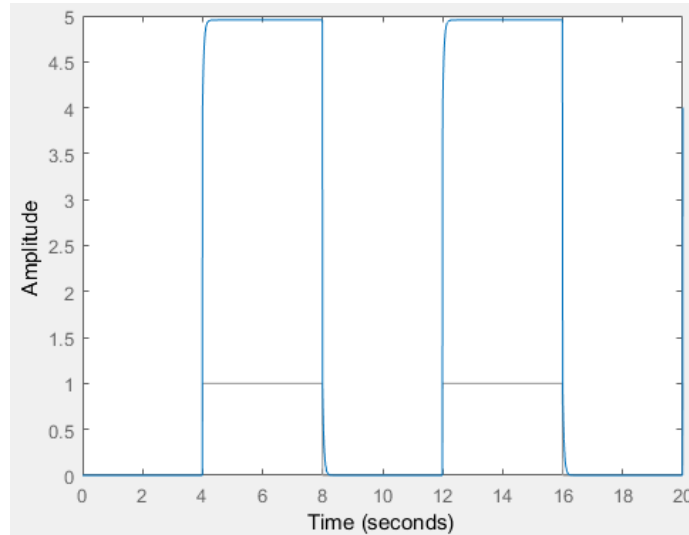


Figura 55: Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

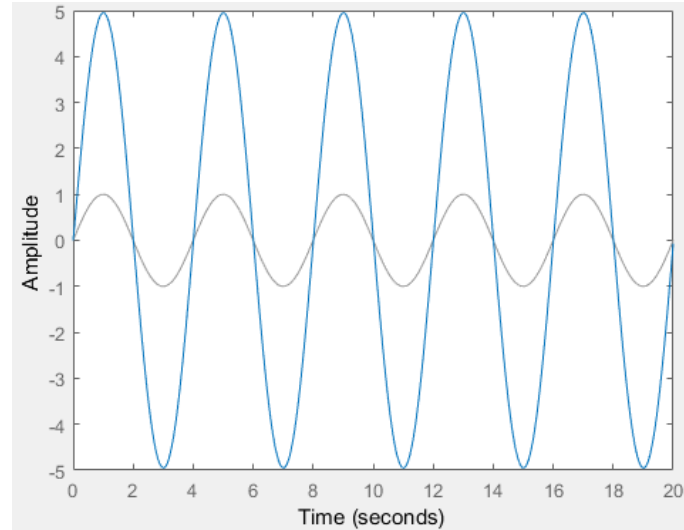


Figura 56: Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$

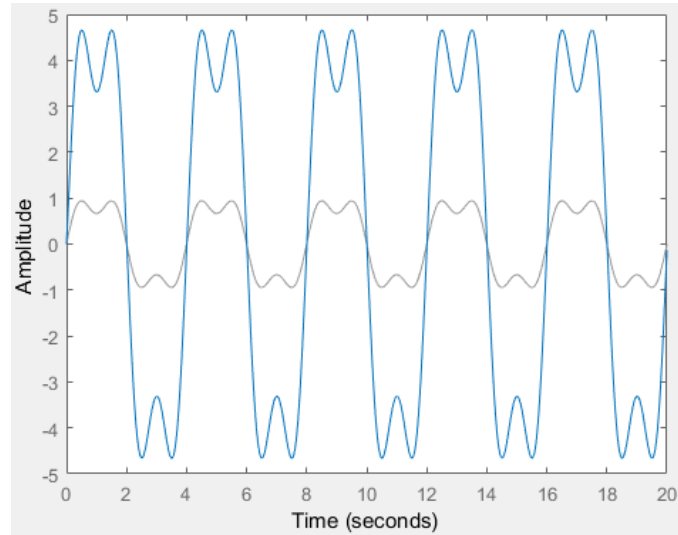


Figura 57: Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$

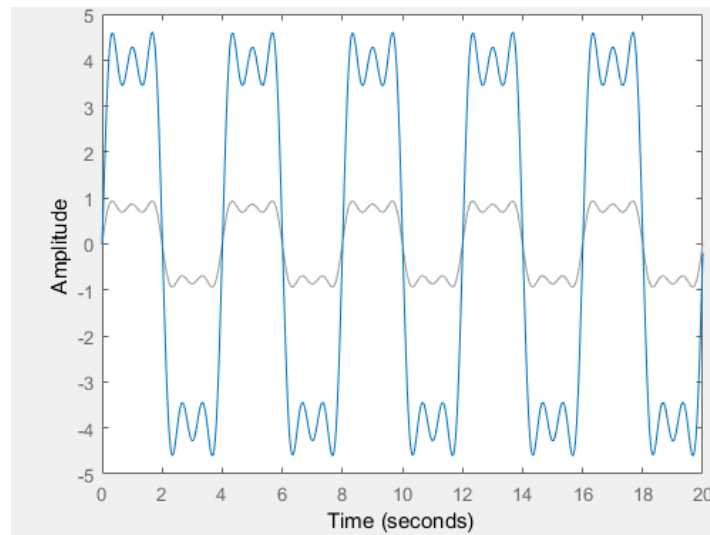


Figura 58: Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$

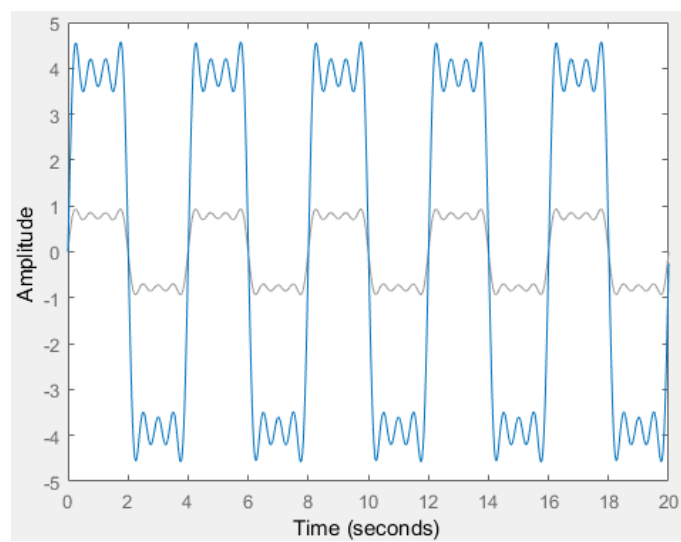


Figura 59: Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{2}\pi$

3 Questão 3

Resolva as questões para os sistemas descritos pelas seguintes funções de transferência:

$$H(S) = \frac{1 + \alpha S}{S^2 + 2S + 2}$$

$$H(S) = \frac{S + 10^4}{S^2 + 2\beta S + 100}$$

3.1 E.D.O dos sistemas

3.1.1 Sistema 1

$$X(S)[1 + \alpha S] = Y(S)[S^2 + 2S + 2] \Rightarrow$$

$$\alpha \frac{\partial x(t)}{\partial t} + x(t) = \frac{\partial^2 y(t)}{\partial^2 t} + 2 \frac{\partial y(t)}{\partial t} + 2y(t)$$

3.1.2 Sistema 2

$$X(S)[S + 10^4] = Y(S)[S^2 + 2\beta S + 100] \Rightarrow$$

$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} + 10^4 x(t) = \frac{\partial^2 y(t)}{\partial^2 t} + 2\beta \frac{\partial y(t)}{\partial t} + 100y(t)$$

3.2 Polos e zeros

3.2.1 Variando em α

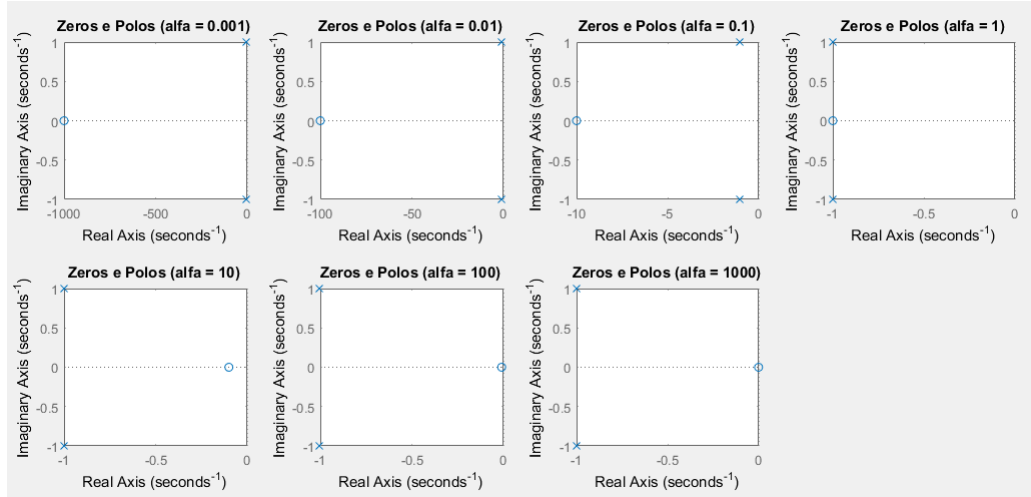


Figura 60: Polos e Zeros variando em α

3.2.2 Variando em β

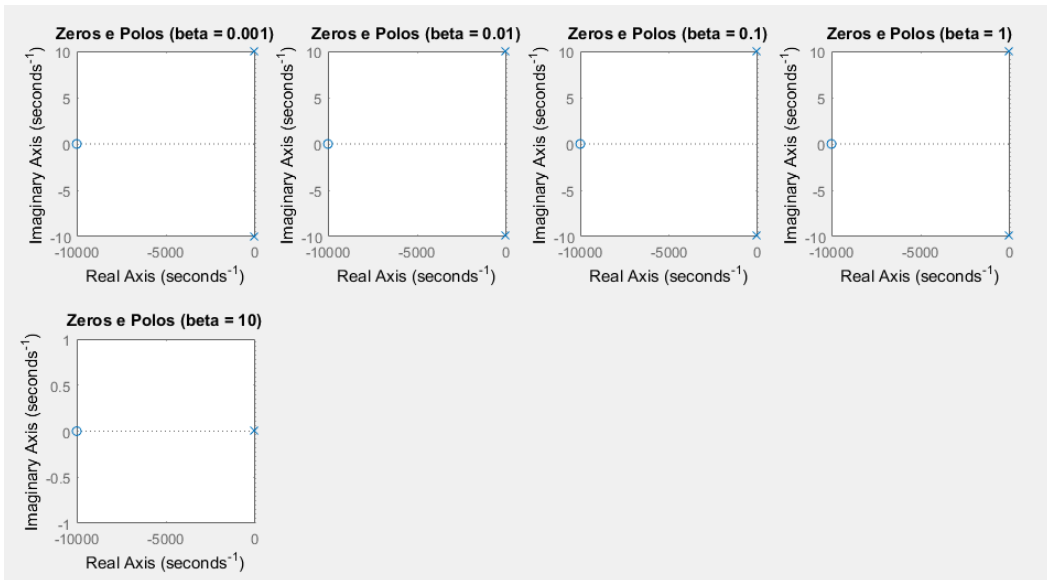


Figura 61: Polos e Zeros variando em β

3.3 Diagrama de Bode

3.3.1 Variando em α

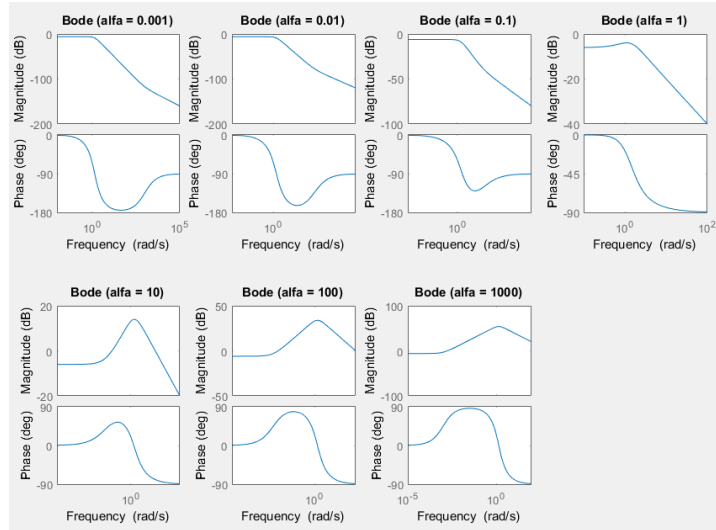


Figura 62: Diagrama de Bode variando em α

3.3.2 Variando em β

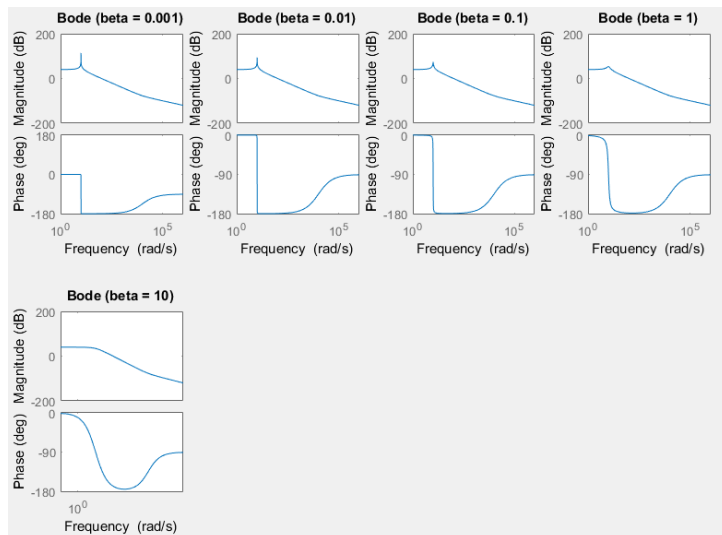


Figura 63: Diagrama de Bode variando em β

3.4 Resposta ao Degrau Unitário

3.4.1 Variando em α

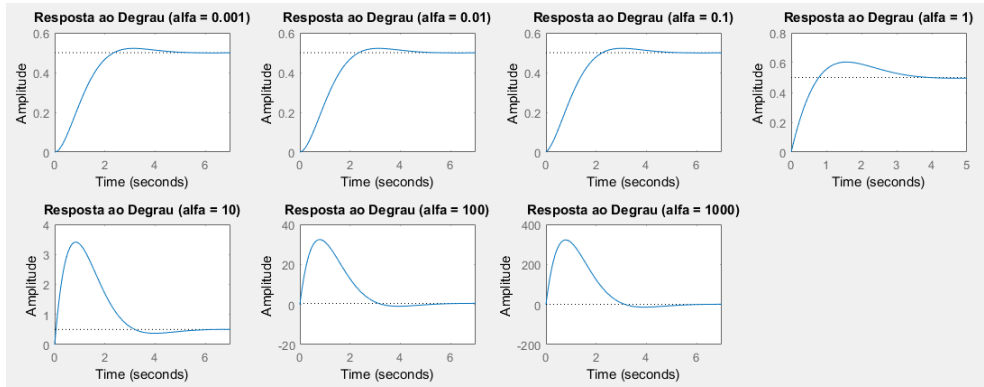


Figura 64: Resposta ao Degrau Unitário variando em α

3.4.2 Variando em β

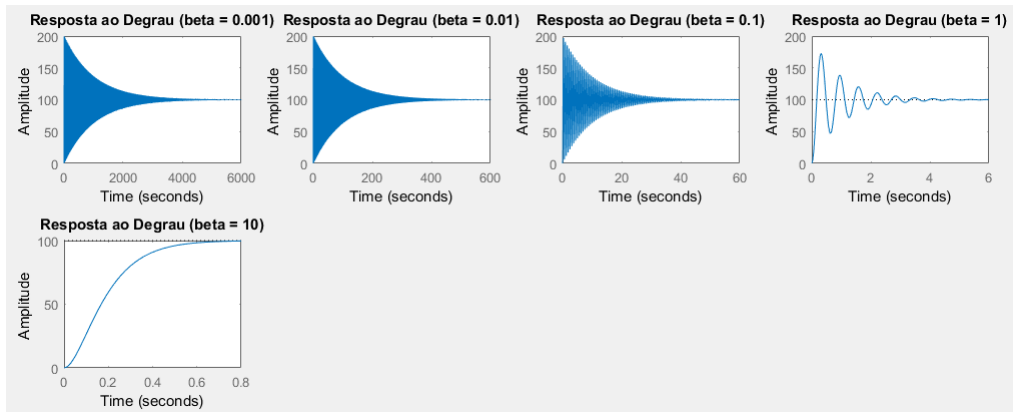


Figura 65: Resposta ao Degrau Unitário variando em β

3.5 Resposta a Rampa Unitária

3.5.1 Variando em α

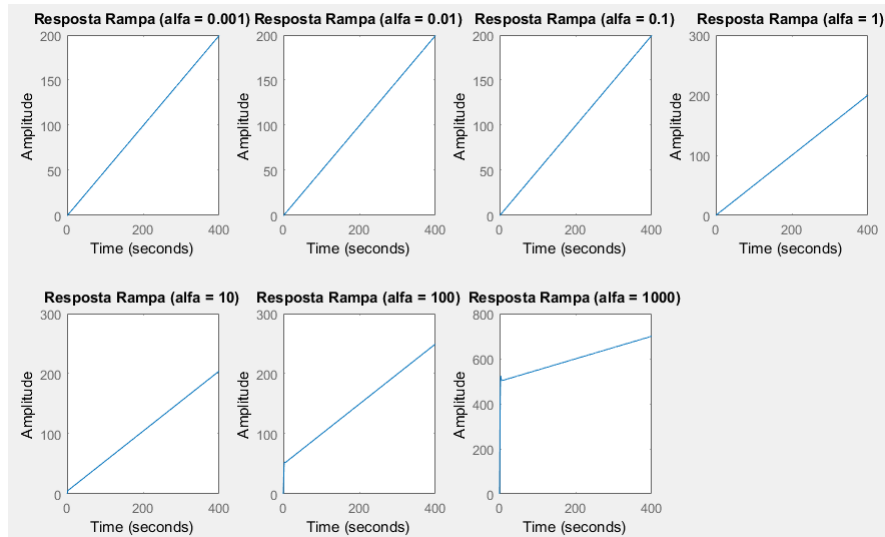


Figura 66: Resposta a rampa Unitária variando em α

3.5.2 Variando em β

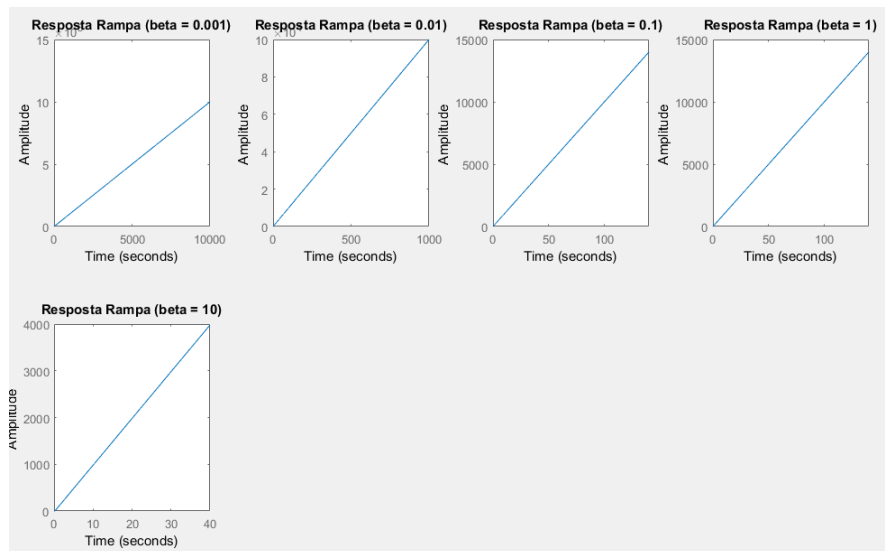


Figura 67: Resposta a rampa Unitária variando em β

3.6 Resposta a onda quadrada

3.6.1 Variando em α

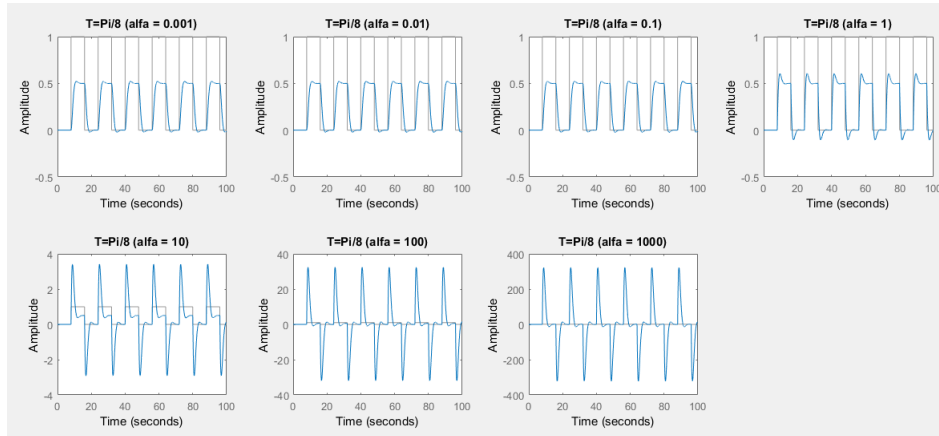


Figura 68: Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

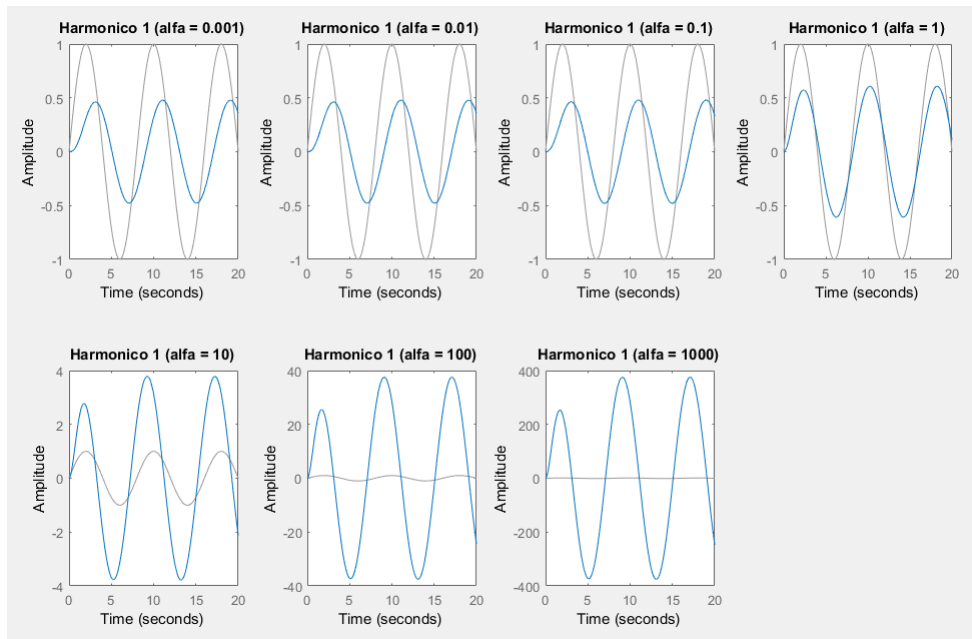


Figura 69: Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

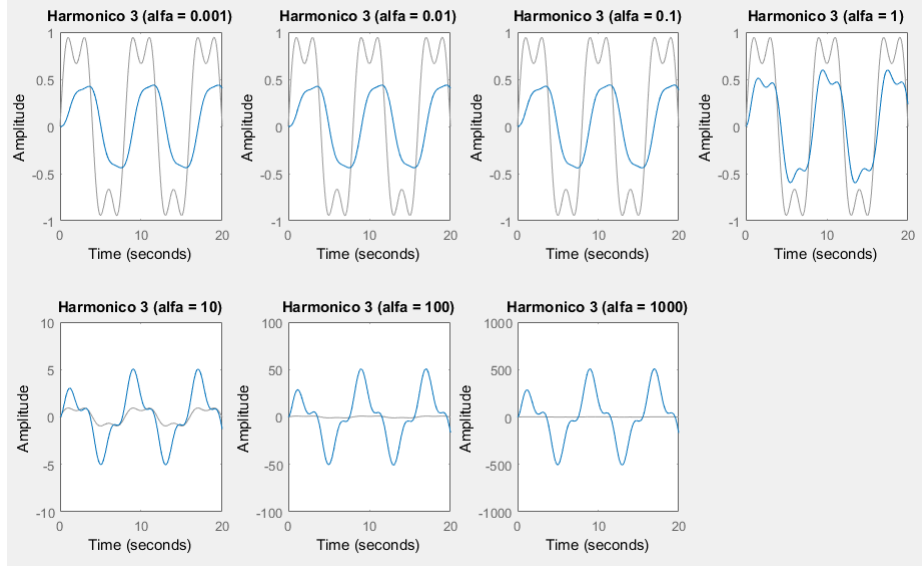


Figura 70: Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

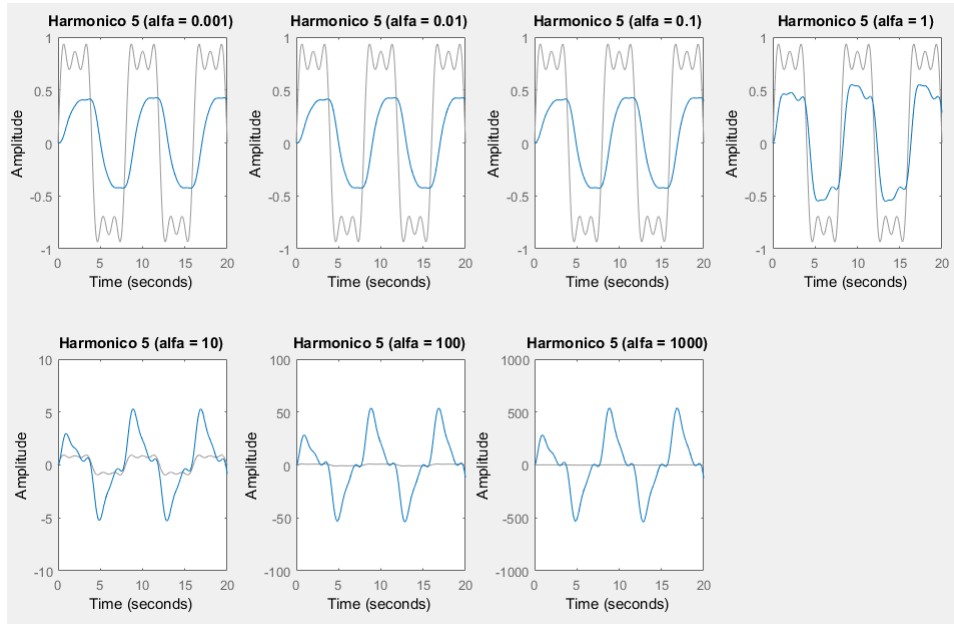


Figura 71: Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

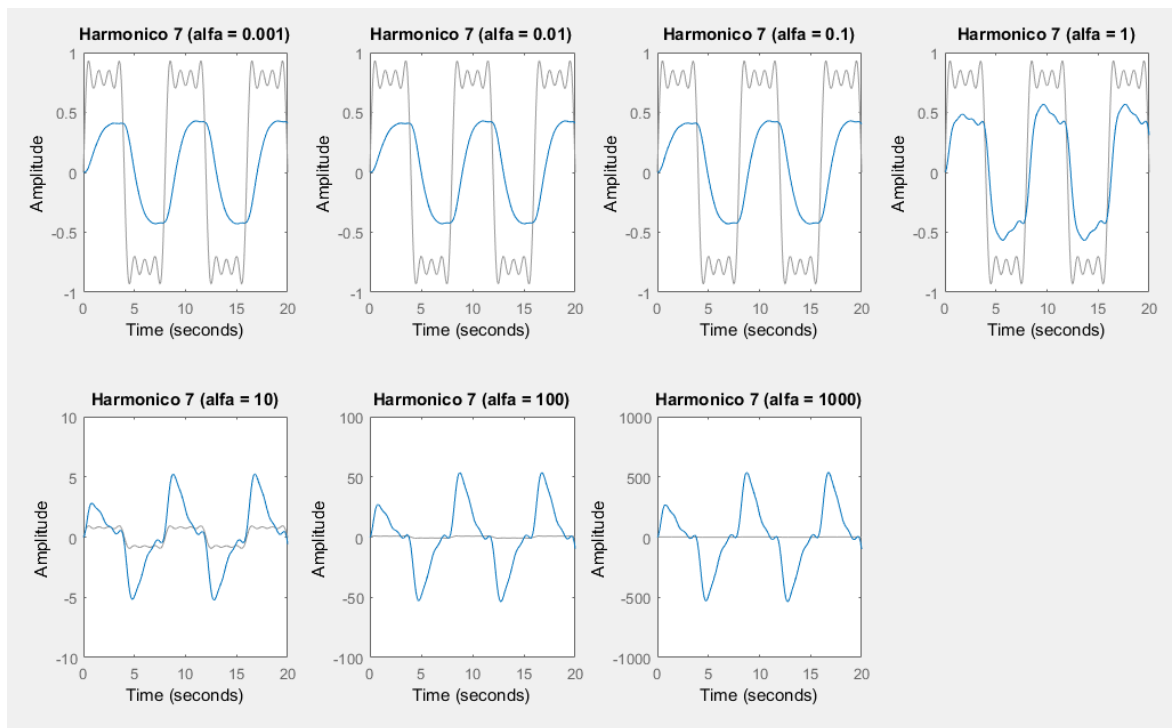


Figura 72: Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

3.6.2 Variando em β

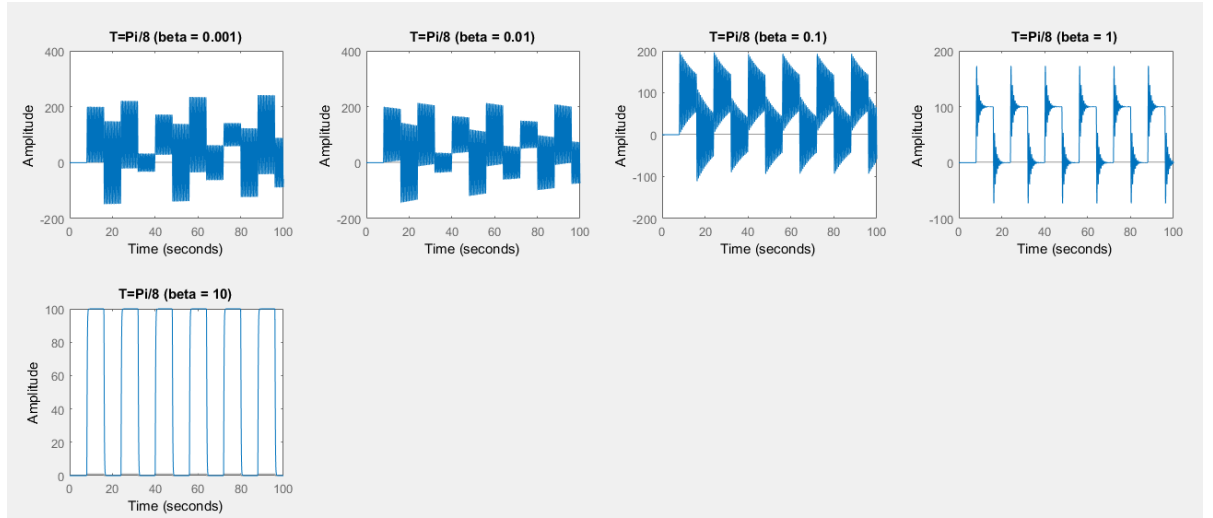


Figura 73: Resposta a onda quadrada com $\omega = \frac{1}{8}\pi$

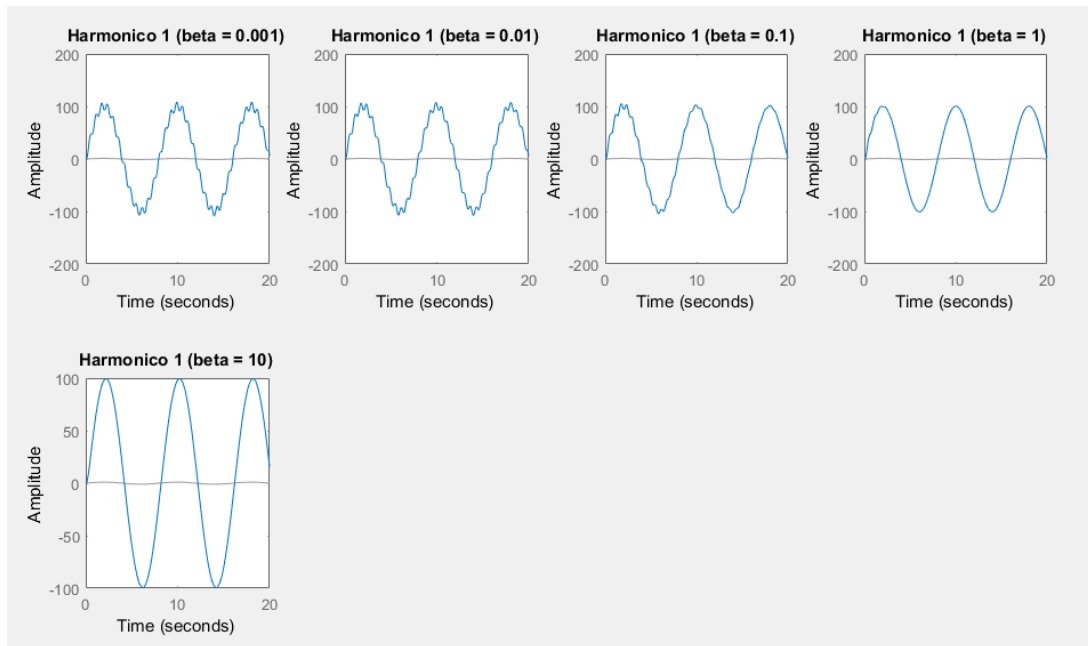


Figura 74: Resposta ao primeiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

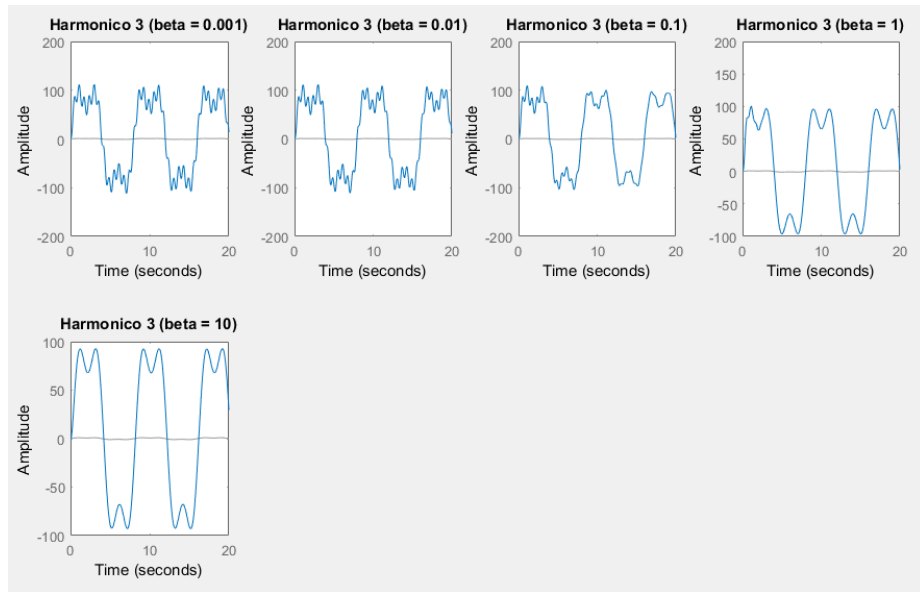


Figura 75: Resposta ao terceiro harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

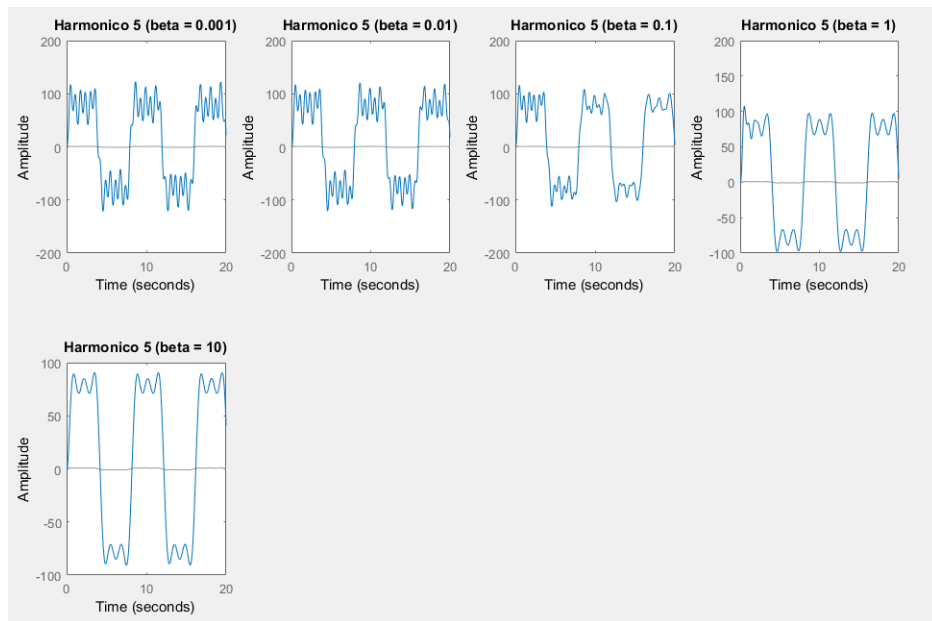


Figura 76: Resposta ao quinto harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

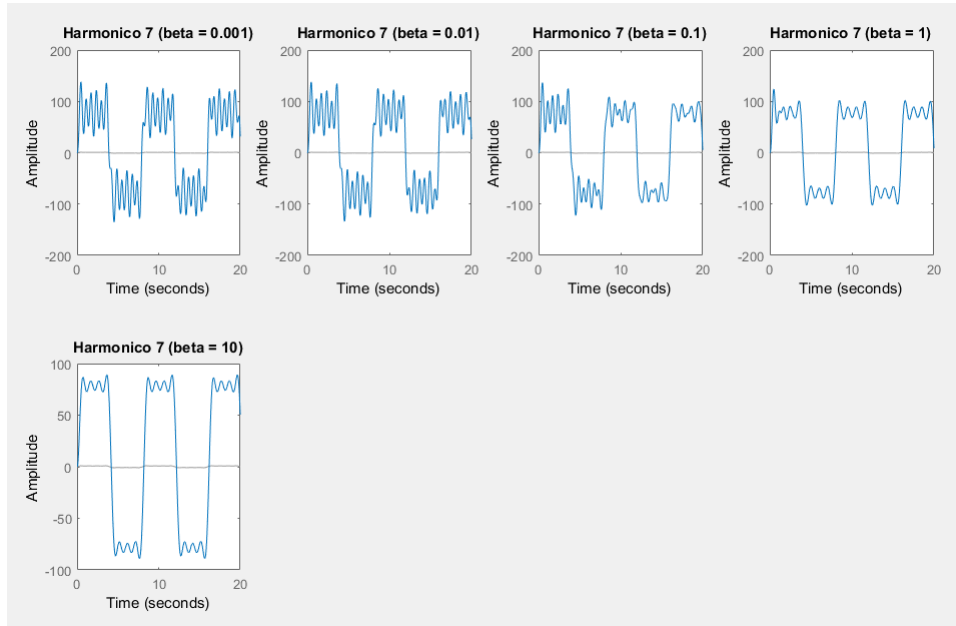


Figura 77: Resposta ao sétimo harmônico da série de Fourier de um onda quadrada com $\omega = \frac{1}{4}\pi$

3.7 Resposta a cossenoides

3.7.1 Variando frequências nos valores de α

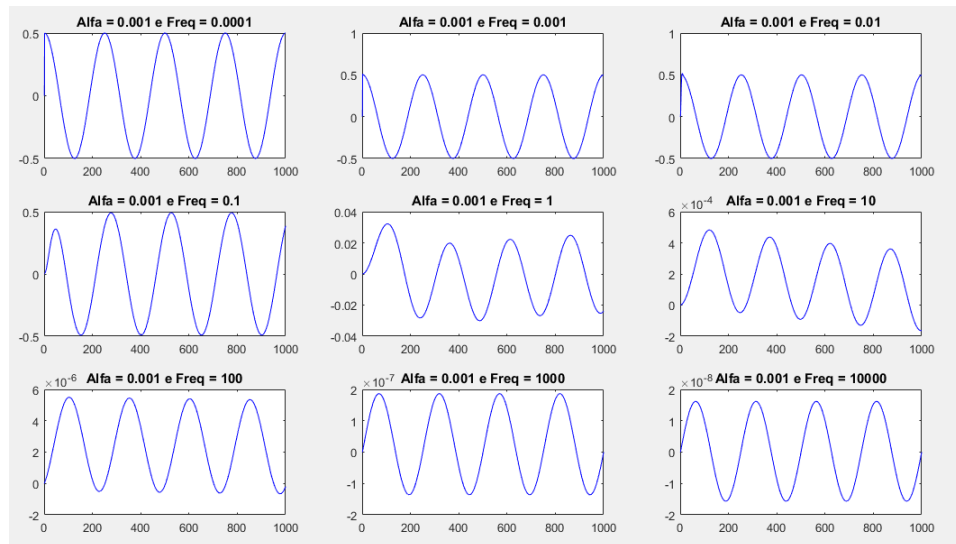


Figura 78: Resposta para $\alpha = 0.001$ em frequências variantes

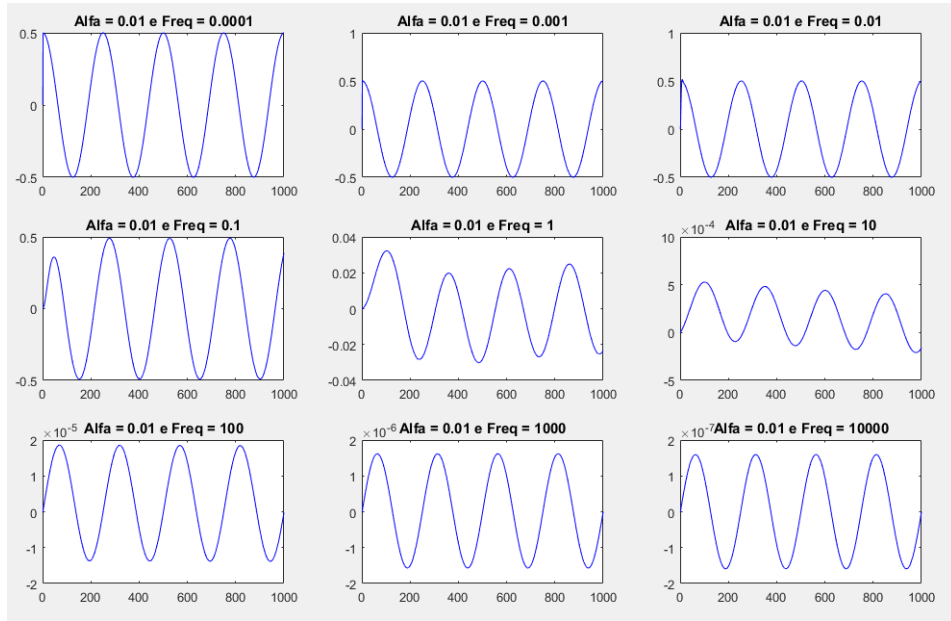


Figura 79: Resposta para $\alpha = 0.01$ em frequências variantes

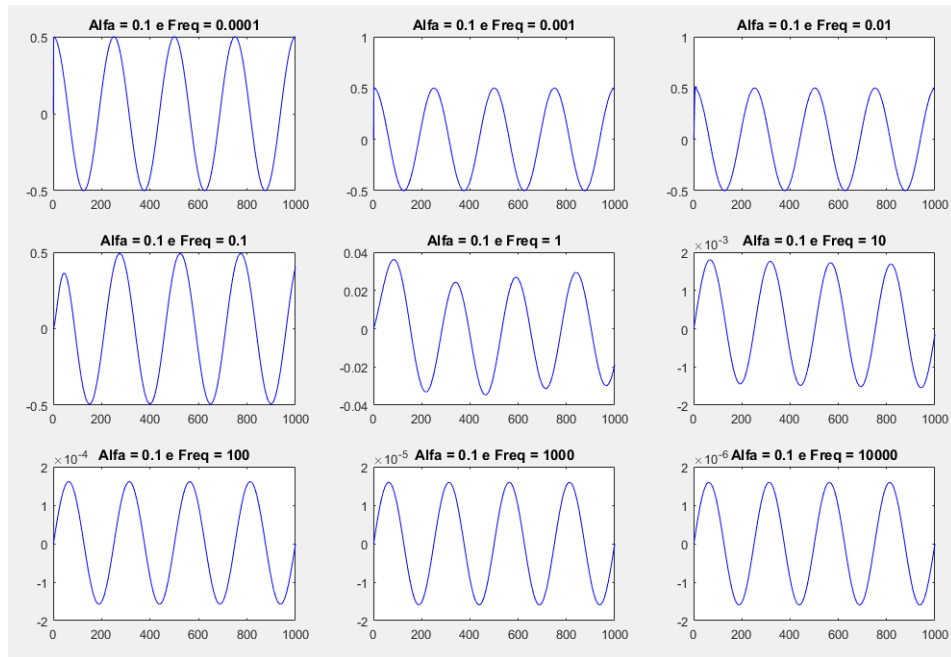


Figura 80: Resposta para $\alpha = 0.1$ em frequências variantes

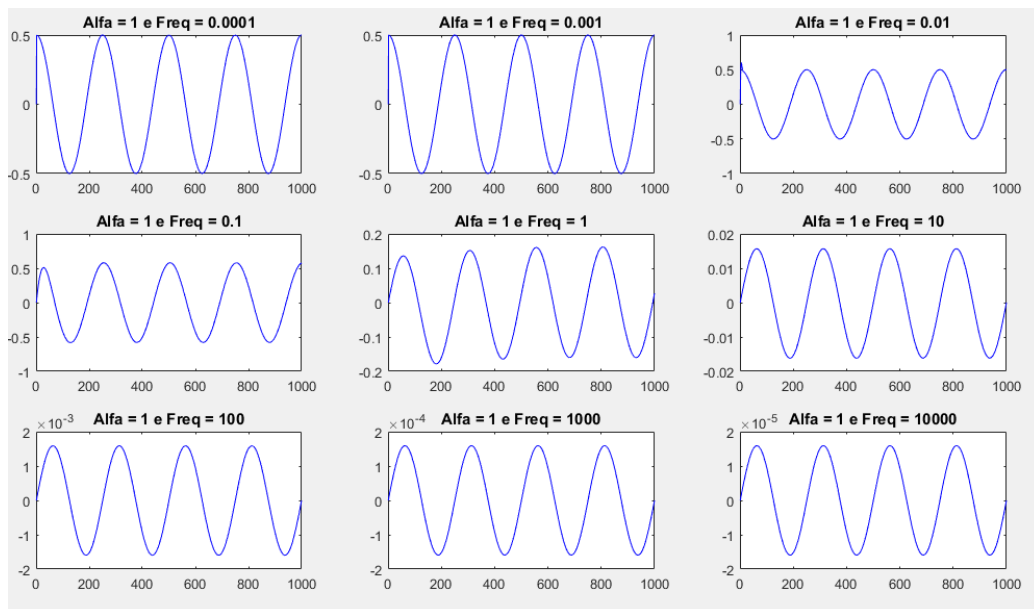


Figura 81: Resposta para $\alpha = 1$ em frequências variantes

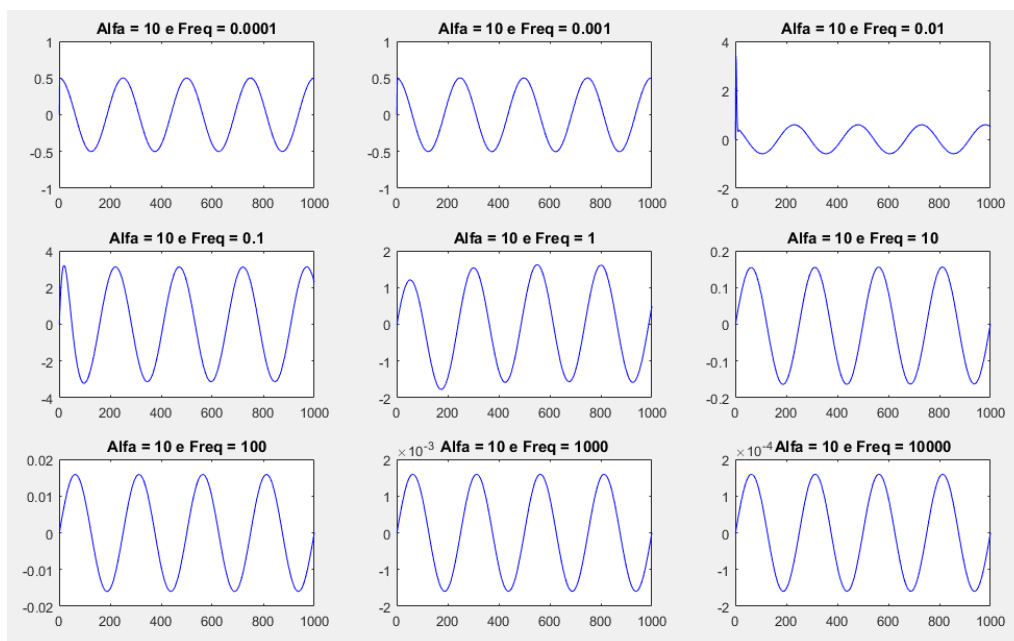


Figura 82: Resposta para $\alpha = 10$ em frequências variantes

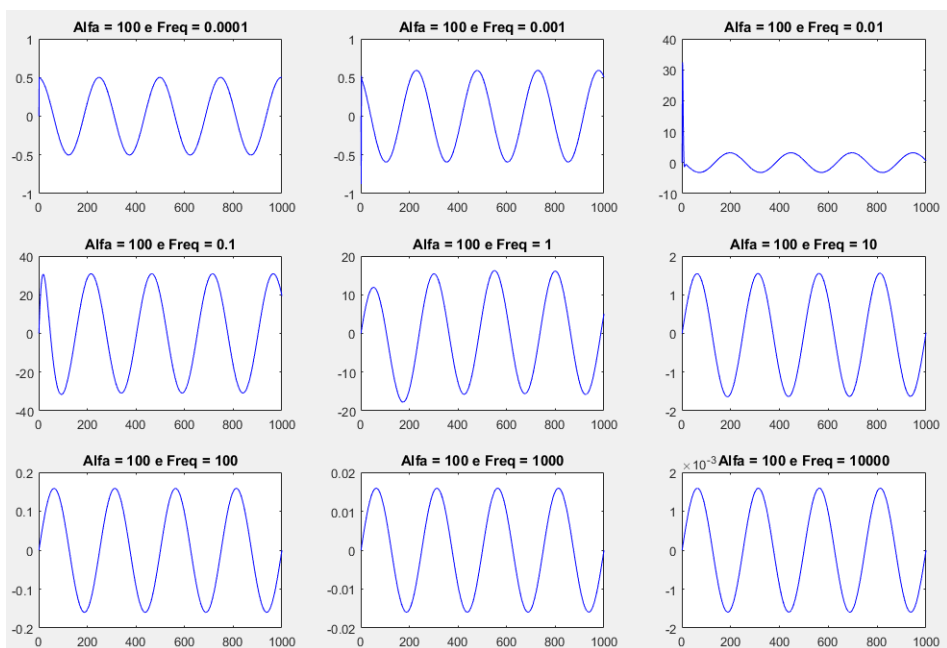


Figura 83: Resposta para $\alpha = 100$ em frequências variantes

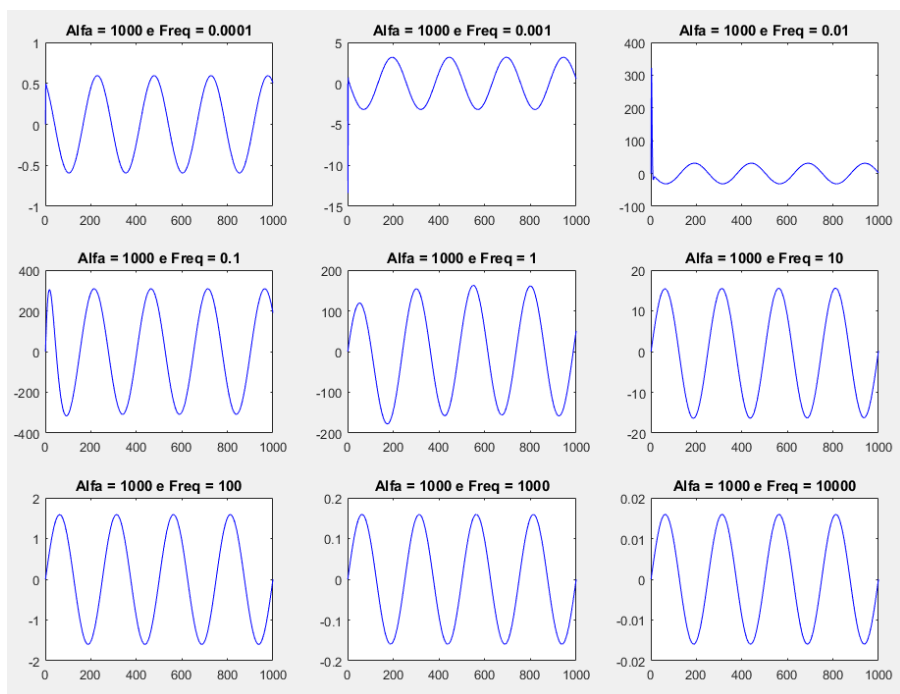


Figura 84: Resposta para $\alpha = 1000$ em frequências variantes

3.7.2 Variando frequências nos valores de β

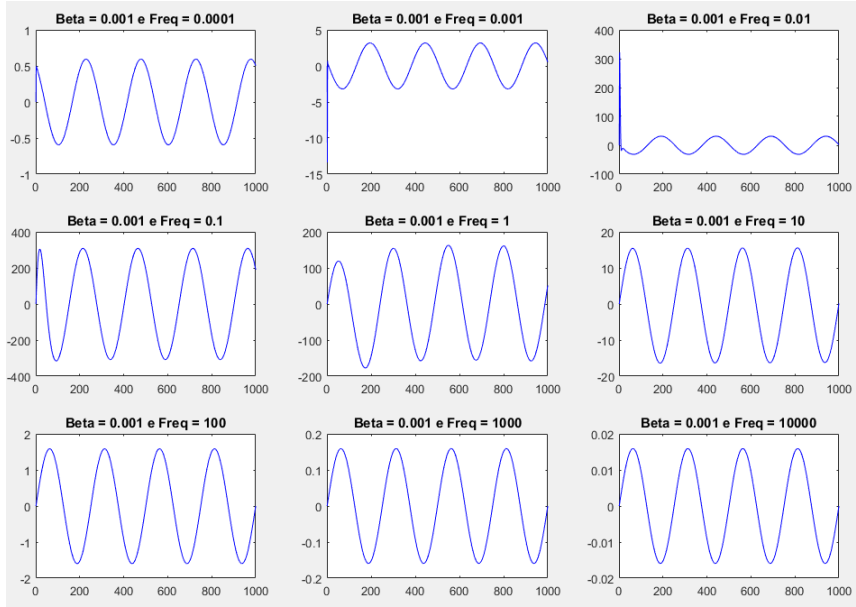


Figura 85: Resposta para $\beta = 0.001$ em frequências variantes

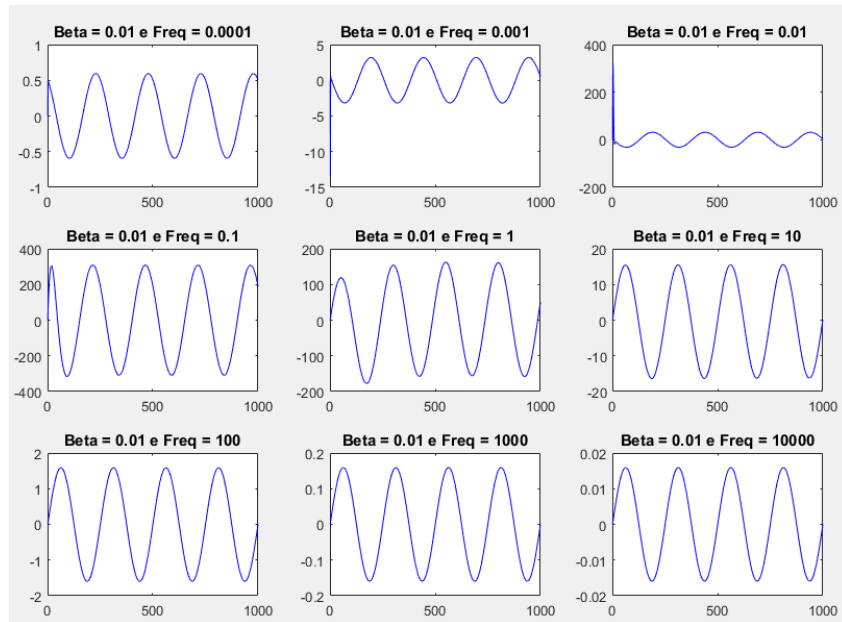


Figura 86: Resposta para $\beta = 0.01$ em frequências variantes

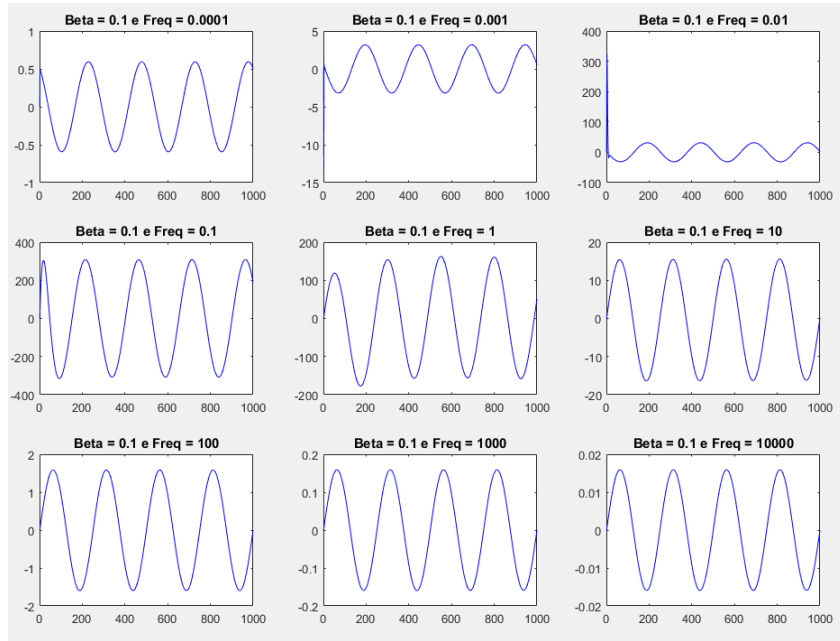


Figura 87: Resposta para $\beta = 0.1$ em frequências variantes

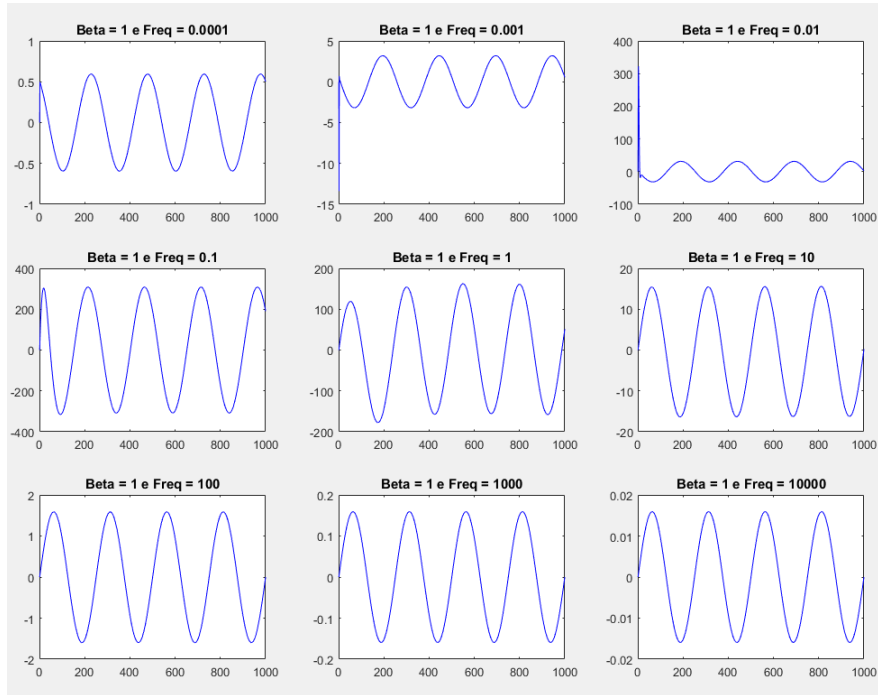


Figura 88: Resposta para $\beta = 1$ em frequências variantes

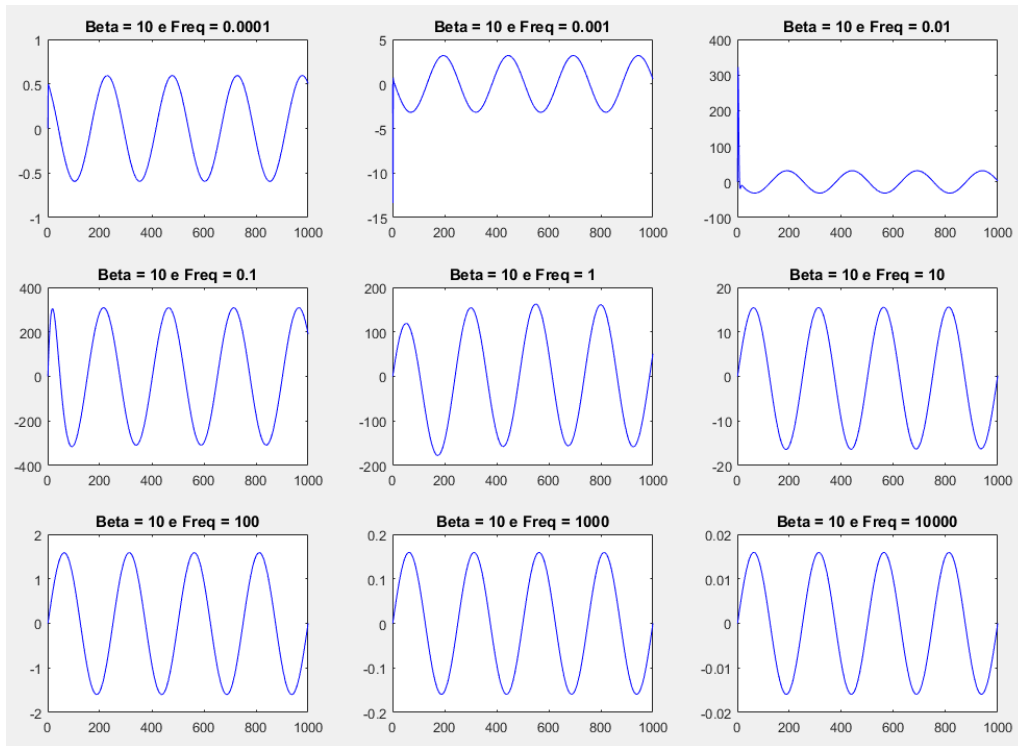


Figura 89: Resposta para $\beta = 10$ em frequências variantes

4 Conclusão

5 Referências

- [1] Chapman, S.J. – Electric Machinery Fundamentals, 4th Edition;
- [2] Fitzgerald, A. E. – Máquinas Elétricas, 2da Edição;