# Universidade Federal do Rio de Janeiro

Lista I - Sistemas Lineares I

Alunos Igor Abreu da Silva

DRE 112053874

Curso Engenharia Eletrônica

Turma 2016/2

Professor Natanael Nunes de Moura Junior

Rio de Janeiro, 16 de Setembro de 2016

# Conteúdo

| 1 | Que | estão 1 - Coi             | nheci | m | eı | $\mathbf{nt}$ | os | s ] | Ва | ás | ic | os | S |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1  |
|---|-----|---------------------------|-------|---|----|---------------|----|-----|----|----|----|----|---|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|   | 1.1 | Item a                    |       |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1  |
|   |     | 1.1.1 Sinal               | (a) . |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1  |
|   |     | 1.1.2 Sinal               | (b) . |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1  |
|   |     | 1.1.3 Sinal               | (c) . |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1  |
|   |     | 1.1.4 Sinal               | (d) . |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1  |
|   | 1.2 | Item b                    |       |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 2  |
|   |     | 1.2.1 Sinal               | (a) . |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 2  |
|   |     | 1.2.2 Sinal               | (b) . |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 2  |
|   |     | 1.2.3 Sinal               | (c) . |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 2  |
|   |     | 1.2.4 Sinal               | (d) . |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 2  |
|   |     | 1.2.5 Sinal               | (e) . |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 2  |
|   | 1.3 | _                         |       |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 3  |
|   |     | 1.3.1 Sinais              | s (a) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 3  |
|   |     |                           | s (b) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 4  |
|   |     | 1.3.3 Sinais              | ` '   |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 4  |
|   | 1.4 | Item d                    | \ /   |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 5  |
|   |     |                           | s (a) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 5  |
|   |     | 1.4.2 Sinais              | ` /   |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 5  |
|   |     |                           | s (c) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 5  |
|   | 1.5 | Item e                    |       |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 6  |
|   |     | 1.5.1 Sinais              |       |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 6  |
|   |     |                           | s (b) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 6  |
|   |     | 1.5.3 Sinais              | ` '   |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 7  |
|   |     |                           | s (d) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 7  |
|   | 1.6 | Item f                    | . ,   |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 7  |
|   | _   |                           | s (a) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 7  |
|   |     |                           | s (b) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 8  |
|   |     | 1.6.3 Sinais              | . ,   |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 8  |
|   |     |                           | s (d) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 8  |
|   |     |                           | s (e) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 8  |
|   |     | 1.6.6 Sinais              |       |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 8  |
|   | 1.7 | T.                        |       |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | • | 8  |
|   | 1., | _                         | s (a) |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | • | 8  |
|   |     | 1.7.2 Sinais              | ` '   |   |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | • | 10 |
|   |     | 1.7.2 Sinais              | \ /   | • |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   | • | • | • | 10 |
|   |     | 1.7.4 Sinais              | ( /   | • |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   | • | • | • | 10 |
|   |     | 1.7.4 Sinais 1.7.5 Sinais | \ /   | • |    |               |    |     |    |    |    |    |   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |   | • | • | • | 10 |
|   |     | 1.7.5 Sinais              | ` '   | • | •  | •             | •  | •   | •  | •  | •  | •  | • | <br>• | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | 10 |

|   |            | 1.7.7 Sinais (g)                   | 10              |
|---|------------|------------------------------------|-----------------|
|   |            |                                    | 10              |
|   | 1.8        |                                    | 10              |
|   | 1.9        |                                    | 10              |
|   |            | 3                                  | 10              |
|   |            |                                    | 10              |
|   |            |                                    | 10              |
|   |            |                                    | 10              |
|   | 1.14       | Item n                             | 10              |
| 2 | Que        |                                    | 10              |
|   | 2.1        | Item a                             |                 |
|   | 2.2        |                                    | 10              |
|   | 2.3        |                                    | 10              |
|   | 2.4        |                                    | 10              |
|   | 2.5        |                                    | 10              |
|   | 2.6        |                                    | 10              |
|   | 2.7        | 8                                  | 10              |
|   | 2.8        | Item h                             | 10              |
| 3 | Que        |                                    | 10              |
|   | 3.1        | Item a                             |                 |
|   | 3.2        | Item b                             |                 |
|   | 3.3        |                                    | 10              |
|   | 3.4        | Item d                             |                 |
|   | 3.5        | Item e                             | 10              |
| 4 | Que        | stão 4 - Conhecimentos Básicos     | 10              |
|   | 4.1        | Item a                             | 10              |
|   | 4.2        | Item b                             | 10              |
|   | 4.3        | Item c                             | 10              |
| 5 | Que        | stão 5 - Classificação de Sinais   | 10              |
| 6 | Que        | stão 6 - Classificação de Sistemas | 10              |
| • | 6.1        | 3                                  | 10              |
|   | 6.2        |                                    | 10              |
|   | 6.3        |                                    | 10              |
| 7 | 0          | atão 7. Classifianção do Sistemas  | 10              |
| 1 | Que<br>7.1 | 3                                  | <b>10</b><br>10 |
|   |            |                                    | 10              |

| 8                         | Que  | stão 8 - Energia e Potência de Sinais | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---------------------------|------|---------------------------------------|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 9                         | Que  | Questão 9 - Operação com Sinais       |    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 9.1  | Item a                                | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 9.2  | Item b                                | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 9.3  | Item c                                | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 9.4  | Item d                                | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10                        | Que  | stão 10 - Operação com Sinais         | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 10.1 | Item a                                | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 10.2 | Item b                                | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $\mathbf{L}^{\mathrm{i}}$ | ista | de Figuras                            |    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 1    | Sinais utilizados no Item A           | 1  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 2    | Sinais utilizados no Item B           | 2  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 3    | Sinais utilizados no Item C           | 3  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                           | 4    | Sinais utilizados no Item D           | 5  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

## 1 Questão 1 - Conhecimentos Básicos

### 1.1 Item a

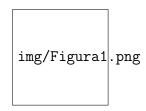


Figura 1: Sinais utilizados no Item A

Analisando os resultados, percebe-se que a inversão ou o deslocamento não alteram a energia do sinal, entretanto, a multiplicação por um fator k altera o sinal em  $k^2$ .

#### 1.1.1 Sinal (a)

$$\int_0^2 1^2 dx + \int_2^3 -1^2 dx \Rightarrow \int_0^2 dx + \int_2^3 dx = 3$$

### 1.1.2 Sinal (b)

$$\int_0^2 -1^2 dx + \int_2^3 1^2 dx \Rightarrow \int_0^2 dx + \int_2^3 dx = 3$$

#### 1.1.3 Sinal (c)

$$\int_{3}^{5} 1^{2} dx + \int_{5}^{6} -1^{2} dx \Rightarrow \int_{3}^{5} dx + \int_{5}^{5} dx = 3$$

### 1.1.4 Sinal (d)

$$\int_0^2 2^2 dx + \int_2^3 -2^2 dx \Rightarrow \int_0^2 4 dx + \int_2^3 4 dx = 12$$

### 1.2 Item b

img/Figura2.png

Figura 2: Sinais utilizados no Item B

Repete-se o que ocorre no Item(a)

1.2.1 Sinal (a)

$$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$$

1.2.2 Sinal (b)

$$\int_{-1}^{0} (-x)^2 dx = \frac{1}{3}$$

1.2.3 Sinal (c)

$$\int_0^1 (-x)^2 dx = \frac{1}{3}$$

1.2.4 Sinal (d)

$$\int_{1}^{2} (x-1)^{2} dx \Rightarrow \int_{1}^{2} (x^{2} - 2x + 1) dx = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - 4 + 1 + 2 - 1 = \frac{1}{3}$$

1.2.5 Sinal (e)

$$\int_0^1 (2x)^2 dx = \frac{4}{3}$$

### 1.3 Item c

img/Figura3.png

Figura 3: Sinais utilizados no Item C

Percebe-se que nos Sinais "a"e "b"a energia de x+y é igual a energia de x e y somadas, assim com, x-y é a energia de "a"e "b"subtraída, entretanto, não podemos assumir isso como verdade pois nos Sinais "c"não existe tal relação.

#### 1.3.1 Sinais (a)

$$E_x = \int_0^2 1^2 dx = 2$$

$$E_y = \int_0^1 1^2 dx + \int_1^2 -1^2 dx \Rightarrow 1 + 1 = 2$$

$$E_{x+y} = \int_0^1 2^2 dx = 4$$

$$E_{x-y} = \int_1^2 -2^2 dx = 4$$

#### 1.3.2 Sinais (b)

$$E_x = \int_0^{2\pi} \sin^2(x) dx \Rightarrow \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(2x)}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} 1 dx - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos(2x) dx = \pi + 0 = \pi$$

$$E_y = \int_0^{2\pi} 1^2 dx = 2\pi$$

$$E_{x+y} = \int_0^{2\pi} (\sin(x) + 1)^2 dx \Rightarrow \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(2x)}{2} + 2\sin(x) + 1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} 1 dx - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos(2x) dx + 2 \int_0^{2\pi} \sin(x) dx + \int_0^{2\pi} 1 dx = \pi + 0 + 0 + 2\pi = 3\pi$$

$$E_{x-y} = \int_0^{2\pi} (\sin(x) - 1)^2 dx \Rightarrow \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(2x)}{2} - 2\sin(x) + 1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} 1 dx - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos(2x) dx - 2 \int_0^{2\pi} \sin(x) dx + \int_0^{2\pi} 1 dx = \pi + 0 + 0 + 2\pi = 3\pi$$

#### 1.3.3 Sinais (c)

$$E_x = \int_0^{\pi} \sin^2(x) dx \Rightarrow \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos(2x)}{2} = \frac{\pi}{2} + 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$E_y = \int_0^{\pi} 1^2 dx = \pi$$

$$E_{x+y} = \int_0^{\pi} (\sin + 1)^2 dx \Rightarrow \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos(2x) dx}{2} + \int_0^{\pi} 2\sin(x) + \int_0^{\pi} dx = \frac{\pi}{2} + 4 + \pi = \frac{3\pi}{2} + 4$$

$$E_{x-y} = \int_0^{\pi} (\sin - 1)^2 dx \Rightarrow \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos(2x) dx}{2} + \int_0^{\pi} -2\sin(x) + \int_0^{\pi} dx = \frac{\pi}{2} - 4 + \pi = \frac{3\pi}{2} - 4$$

### 1.4 Item d

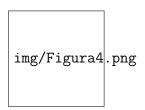


Figura 4: Sinais utilizados no Item D

$$P(x) = \frac{1}{4} \int_{-2}^{2} (x^3)^2 dx = \frac{64}{7}$$

Percebe-se, que a inversão do sinal não altera a potência, entretanto a multiplicação por um escalar C, altera a potência em  $C^2$ , um comportamento igual ao já provado no calculo de energia.

#### 1.4.1 Sinais (a)

$$P(-x) = \frac{1}{4} \int_{-2}^{2} (-x^3)^2 dx = \frac{64}{7}$$

#### 1.4.2 Sinais (b)

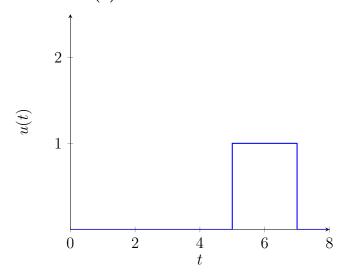
$$P(2x) = \frac{1}{4} \int_{-2}^{2} (2x^3)^2 dx = \frac{256}{7}$$

#### 1.4.3 Sinais (c)

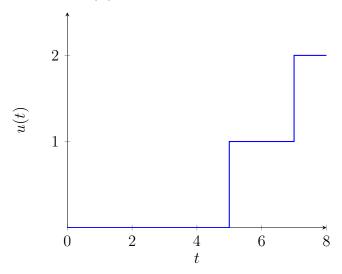
$$P(Cx) = \frac{1}{4} \int_{-2}^{2} (Cx^3)^2 dx = \frac{64C^2}{7}$$

# 1.5 Item e

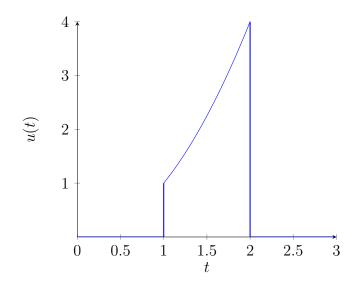
# 1.5.1 Sinais (a)



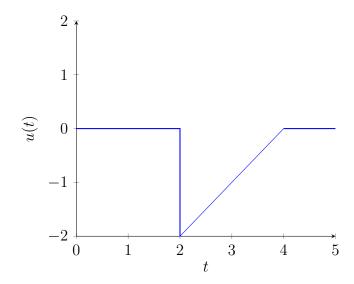
# 1.5.2 Sinais (b)



### 1.5.3 Sinais (c)



## 1.5.4 Sinais (d)



# 1.6 Item f

## 1.6.1 Sinais (a)

Impulso unitário em  $\sin(0)=0$ 

### 1.6.2 Sinais (b)

 $\frac{2}{9}\delta(\omega)$ 

### 1.6.3 Sinais (c)

$$1(\cos(-60)) = \frac{1}{2}\delta(t)$$

### 1.6.4 Sinais (d)

$$\frac{\sin(\frac{-\pi}{2})}{(1)^2+4} = \frac{-1}{5}\delta(1-t)$$

### 1.6.5 Sinais (e)

Substituindo-se  $\omega + 3$  em  $\omega$ , teremos:  $\frac{1}{-3j+2}\delta(\omega + 3)$ 

### 1.6.6 Sinais (f)

Usando L'hopital em  $\frac{\sin(k\omega)}{\omega},$  temos:  $kcos(k\omega)$  que com  $\omega=0$  temos:  $k\delta(\omega)$ 

### 1.7 Item g

### 1.7.1 Sinais (a)

Como o impulso é localizado em  $\tau=t,$ temos que essa integral é igual a  $\mathbf{x}(\mathbf{t})$ 

- 1.7.2 Sinais (b)
- 1.7.3 Sinais (c)
- 1.7.4 Sinais (d)
- 1.7.5 Sinais (e)
- 1.7.6 Sinais (f)
- 1.7.7 Sinais (g)
- 1.7.8 Sinais (h)
- 1.8 Item h
- 1.9 Item i
- 1.10 Item j
- 1.11 Item k
- 1.12 Item l
- 1.13 Item m
- 1.14 Item n
- 2 Questão 2 Conhecimentos Básicos
- 2.1 Item a
- **2.2** Item b
- 2.3 Item c
- 2.4 Item d
- 2.5 Item e
- 2.6 Item f
- 2.7 Item g
- 2.8 Item h
- 3 Questão 3 Conhecimentos Básicos
- 3.1 Item a

10

- 3.2 Item b
- 3.3 Item c
- 3.4 Item d