

2G GMSK 調變技術與原理

GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying) 是一種調變技術，它廣泛應用於 2G GSM 無線通信中。GMSK 是 MSK (Minimum Shift Keying) 的一種變體，它透過在數位位元轉換成相位信號前，對數位位元進行高斯濾波，從而壓縮頻譜的寬度。這項技術保持了連續的相位變化，確保信號的頻寬效率和抗干擾性。

1. GMSK 調變的基本原理

GMSK 是一種通過對數位訊號進行高斯濾波後的最小頻移鍵控 (MSK) 調變技術。它的核心目標是減少頻譜擴展並保持連續相位，使其非常適合無線通訊系統。

a. MSK 調變：MSK 是一種特殊的頻移鍵控調變，它通過調整載波相位的變化來傳輸數據。MSK 的主要特徵是最小的頻率差異，這意味著每個符號的頻率變化最小，從而減少了頻譜寬度。 $s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta(t))$ ，其中 $\theta(t)$ 是由數位訊號生成的相位變化， f_c 是載波頻率。

b. 高斯濾波：在 GMSK 中，數位位元在進行相位調變之前，先經過高斯濾波，

這可以進一步壓縮頻譜寬度。高斯濾波的響應函數為 $g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$

其中 σ 是控制頻譜寬度的參數。

2. 數學方程式

GMSK 的數學表示結合了 MSK 調變和高斯濾波，具體過程如下：

a. 相位變化計算：將經過高斯濾波的數位訊號積分，得到對應的瞬時相位變化

$$\theta(t) = \int_0^t b(\tau) d\tau, \text{ 其中 } b(\tau) \text{ 是經過高斯濾波後的數位訊號。}$$

b. 最終的 GMSK 信號：GMSK 調變後的信號為 $s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta(t))$

其中 $\theta(t)$ 是根據高斯濾波後的數位訊號積分得到的相位， f_c 是載波頻率。

3. 程式解析

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.signal.windows import gaussian
from scipy.io import wavfile
```

這段程式匯入了 Python 所需的模組：

numpy：進行數學運算和陣列操作。

matplotlib.pyplot：用於繪製圖表。

scipy.signal.windows：用於設計高斯濾波器。

scipy.io.wavfile：讀取和處理音訊檔案。

```
Fs = 8000 # 取樣頻率 8kHz
bit_rate = 1000 # 位元率 1kHz，模擬數位訊號
T = 1.0 / bit_rate # 每個位元的時間
BT = 0.3 # 高斯濾波器的 BT 係數（決定頻譜寬度）
```

Fs：取樣頻率，代表每秒取樣的次數，這裡設置為 8kHz。

bit_rate：位元率，這裡設置為 1kHz。

T：每個位元的持續時間。

BT：高斯濾波器的帶寬參數，影響濾波強度。

```
Fs, audio_signal = wavfile.read("input.wav")
```

這行程式從音訊檔案中讀取語音訊號，將其儲存在 audio_signal 變數中。

```
audio_signal = audio_signal / np.max(np.abs(audio_signal))
t = np.arange(0, len(audio_signal) / Fs, 1.0 / Fs)
```

這段程式進行了以下操作：

標準化：將語音訊號的幅度範圍縮放到 -1 到 1 之間。

定義時間軸：根據音訊訊號的長度和取樣頻率生成時間軸。

```
audio_bits = (audio_signal > 0).astype(int)
audio_bits = 2 * audio_bits - 1
```

這段程式將語音訊號轉換為二進制格式，生成適合調變的位元訊號。

```
num_symbols = len(t) // (Fs // bit_rate)
symbols = np.repeat(audio_bits[:num_symbols], Fs // bit_rate)
```

將位元訊號擴展到與取樣頻率相匹配。

```
bt_product = BT * T
gauss_filter = gaussian(Fs // bit_rate, std=bt_product * Fs)
gauss_filter /= np.sum(gauss_filter)
```

這段程式設計高斯濾波器，並將濾波器歸一化。

```
filtered_symbols = np.convolve(symbols, gauss_filter, mode='same')
```

將高斯濾波器應用到數位訊號。

```
integrated_phase = np.cumsum(filtered_symbols) * (np.pi / 2) / (Fs /
bit_rate)
gmsk_signal = np.cos(2 * np.pi * 2000 * t[:len(integrated_phase)] +
integrated_phase)
```

對濾波後的訊號進行積分得到相位，並將其用於生成 GMSK 調變信號。

```
plt.plot(t[:len(audio_signal)], audio_signal, label="Audio Signal",
color='blue')
plt.plot(t[idx], filtered_symbols[idx], label="Filtered Symbols",
color='green')
plt.plot(t[idx], gmsk_signal[idx], label="GMSK Modulated Signal",
color='red')
```

這些程式片段用於繪製原始語音訊號、經過高斯濾波後的訊號以及 GMSK 調變後的訊號。

4. 作業

作業 1：簡單題 - 修改高斯濾波器的帶寬參數 (BT)

問題：在程式中，高斯濾波器的帶寬參數 BT 設定為 0.3。請修改 BT 值，嘗試設置為 0.5 和 0.1，並分別繪製出濾波後的數位訊號和 GMSK 調變後的訊號。觀察和比較不同 BT 值對濾波後訊號和 GMSK 調變信號的影響。並說明當 BT 值較大和較小時，信號的變化情況。

作業 2：困難題 - 添加頻率偏移到 GMSK 調變信號

問題：請在 GMSK 調變信號的過程中，加入一個 500Hz 的頻率偏移，並生成帶有頻率偏移的 GMSK 信號。然後，分別繪製出原始 GMSK 信號和帶有頻率偏移的 GMSK 信號，並比較這兩個信號的不同。解釋頻率偏移對訊號的影響。

提示：

1. 加入頻率偏移可以在計算 GMSK 信號時添加一個附加的頻率項。
2. 加入了一個 500 Hz 的頻率偏移。因此，調變信號的載波頻率變為 $f_c + \Delta f$ ，所以頻率偏移後新的調變訊號為

$$s_{offset}(t) = A \cos(2\pi(f_c + \Delta f)t + \theta(t))$$