Politecnico di Milano Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

Anno Accademico 2020/2021

Analisi Matematica 1 Cod. 082740 - 10 Crediti Prof. E. Maluta

Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Automazione, Elettrica, Elettronica ed Informatica

Programma dettagliato d'esame

1 - Insiemi Numerici

Richiami sui numeri naturali, interi, razionali.

Il principio di induzione. Coefficiente binomiale, formula di Newton per la potenza n-sima di un binomio (*).

Numeri reali: struttura algebrica, ordinamento e completezza. Potenze con esponente reale, logaritmi.

Disequazioni: razionali, irrazionali, trigonometriche, logaritmiche, esponenziali.

Numeri complessi. Forma algebrica, trigonometrica, esponenziale di un numero complesso.

Rappresentazione nel piano di Gauss. Operazioni sui numeri complessi. Formula di De Moivre.

Radici n-sime di un numero complesso (*). Teorema fondamentale dell'Algebra.

2 - Successioni e serie.

2.1 Limiti di successione.

Definizione di limite di successione. Unicità del limite. Teorema della permanenza del segno (*). Limitatezza di una successione convergente (*). Teorema del confronto (*). Algebra dei limiti. Forme indeterminate. Esistenza del limite per successioni monotone (*). Il numero e. Limiti notevoli (* dimostrazione di $\lim_n \to \infty$ $\left(\frac{\sin 1/n}{1/n}\right)$ =1). Successioni infinite, infinitesime e loro confronto: uso dei simboli di "asintotico" e di "o piccolo".

2.2 Serie numeriche.

Definizione di serie e prime proprietà. Serie geometrica (*), serie di Mengoli (*), serie armonica. Serie a termini non negativi: criterio del confronto (*) (e del confronto asintotico), del rapporto(*), della radice. Serie a termini di segno qualunque: convergenza e convergenza assoluta (*). Criterio di Leibnitz per le serie a termini di segno alterno.

3 - Funzioni reali di una variabile reale

3.1 Generalità

Funzione; dominio, codominio, rappresentazione cartesiana. Successione.

Funzioni iniettive, suriettive, biiettive. Funzione composta, funzione inversa.

Funzioni reali di variabile reale: funzioni limitate, simmetriche, monotone, periodiche.

Funzioni elementari.

3.2 Limiti e continuità

Limiti di funzioni: definizione per successioni e definizione topologica. Teoremi di unicità del limite e del confronto. Algebra dei limiti, limite di funzione composta.

Definizione di continuità in un punto e in un insieme. Punti di discontinuità e loro classificazione. Discontinuità delle funzioni monotone.

Funzioni continue su intervalli: teoremi di Weierstrass, degli zeri (*) e dei valori intermedi (*). Asintoti. Continuità di funzione inversa.

3.3 Calcolo differenziale

Definizione di derivata e suo significato geometrico. Derivate di funzioni elementari. Derivabilità e continuità. Regole di derivazione. Derivata di funzione composta. Classificazione dei punti di non derivabilità. Massimi e minimi locali. Punti stazionari. Teorema di Fermat (*), teorema di Lagrange(*). Conseguenze del teorema di Lagrange (*). Teorema di De L'Hospital. Formula di Taylor con resto secondo Peano (*) e con resto secondo Lagrange. Concavità e convessità. Applicazioni della formula di Taylor al calcolo dei limiti e al riconoscimento e della convessità. Derivabilità di funzione inversa. Studio del grafico di una funzione. Primitiva, integrale indefinito.

3.4 Calcolo integrale

Integrale definito. Teorema della media (*). Funzione integrale. I (*) e II (*) teorema fondamentale del calcolo integrale. Metodi di integrazione. Calcolo di aree piane. Cenni allo studio delle funzioni integrali.

3.5 Integrali generalizzati

Integrale generalizzato per funzioni illimitate su un intervallo limitato o definite su un intervallo illimitato. Criteri di integrabilità. Integrabilità assoluta e integrabilità semplice.

N.B. Dei teoremi segnati con (*) potrà essere richiesta la dimostrazione nella parte di teoria dello scritto e all'orale.

Bibliografia consigliata

Testo:

Bramanti, M.; Pagani C.D.; Salsa, S., **Analisi Matematica 1**, Editore: Zanichelli, Anno edizione: 2008, ISBN: 9788808064851

Eserciziari:

Boella, M., **Analisi Matematica 1 e Algebra Lineare - Eserciziario**, Editore: Pearson, Anno edizione: 2012, ISBN: 9788871927695

Bramanti, M., Esercitazioni di Analisi Matematica 1, Editore: Progetto Leonardo - Esculapio, Anno edizione: 2011, ISBN: 9788874884445

Catino, G.; Punzo, F., Esercizi svolti di Analisi Matematica e Geometria 1, Editore: KDP-Amazon, Anno edizione: 2019, ISBN: 9781791758363

Grillo, G.; Contedini, M., **Esercizi di Analisi Matematica I e Algebra Lineare**, Editore: LaDotta, Anno edizione: 2015, ISBN: 9788898648290

Migliavacca, C., **ANALISI 1, Esercizi + epsilon**, Editore: LaDotta, Anno edizione: 2013, ISBN: 9788898648030

Salsa, S.; Squellati, A., **Esercizi di Analisi Matematica 1**, Editore: Zanichelli, Anno edizione: 2011, ISBN: 9788808218940