Метод резолюций

Типовые задачи по дисциплине СИИ

Дизъюнкты и нормальные формы

<u>*Дизъюнктом*</u> называется дизъюнкция конечного числа литер типа

a1 V a2 V…V an

<u>*КНФ*</u> называется конъюнкция конечного числа дизъюнктов

<u>Любая формула имеет логически эквивалентную ей КНФ</u>

Принципы резолюций

1. Не существует эффективного критерия для проверки выполнимости дизъюнктов в КНФ.
2. Имеется удобный метод для выявления невыполнимости множества дизъюнктов.
3. Ложь является логическим следствием из него.

Доказательство принципа резолюций

Пусть A,B,X – формулы.

Предположим две формулы истинны: (A V X) и (B V ~X)

Если X истина, то B должна быть истинной.

Если X ложна, то A должна быть истинной.

В обоих случаях (A V B) истина.

$\{ A \vee X, B \vee \sim X\} \models A \vee B$

$\{\sim X \rightarrow A, X \rightarrow B\} \models A \vee B$

Если X –высказывание, а A и B –дизъюнкты, это правило называется ***правилом резолюций.***

Общезначимость правила резолюций выражается леммой

Пусть S1и S2 –дизъюнкты в нормальной форме множества S,   “a” – литера.

Если a $\in$S1 и ~a $\in$ S2, то дизъюнкт

R=(S1 \ {a}) V (S2 \ {~a}) является логическим следствием нормальной формы S, и ***дизъюнкт R называется резольвентой*** дизъюнктов S1 и S2.

Методика приведения к КНФ

1. Этап исключения эквивалентности и импликации по формулам
   $A \rightarrow B = \sim A \vee B$;
2. $A \Leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A)$
3. Перенос и снятие отрицания
4. Применение законов булевой алгебры

Доказательство невыполнимости S методом резолюций

S={ p V q, p V r, ~q V ~r, ~p}

Дизъюнкты удобно нумеровать

1. p V q
2. p V r
3. ~q V ~r
4. ~p
5. (1,4) q — вычисление резольвенты
6. (2,4) r — вычисление резольвенты
7. (3,6) ~q — вычисление резольвенты
8. (5,7) # — пустой дизъюнкт

Требуется доказать, что C является логическим следствием H1,H2,H3

C=~q&~r   H1=~p→~r   H2=(r→q)&~p   H3=~q

Отрицание цели C   ~C=~(~q&~r)= q V r (закон Де Моргана)

Приводим формулы к КНФ

1. **p V ~r**
2. **~r V q**
3. **~p**
4. **~q**
5. **q V r**
6. **R(4,5)= r**
7. **R(1,6)=p**
8. **R(3,7)= #**

Вывод: данная цель C является логическим следствием посылок H1, H2, H3.

Задача №2

С использованием метода резолюций исчисления высказываний проверить выводимость цели (С) из логических предложений (П1-П4) с использованием трех стратегий логического вывода: предпочтение единичным элементам, опорного множества и «сначала вширь».

П1: Если я пойду завтра на первое занятие, то должен встать рано

П2: Если я пойду вечером на дискотеку, то лягу спать поздно.

П3: Если я лягу спать поздно и встану рано, то буду вынужден довольствоваться 5 часами сна

П4: Я просто не в состоянии довольствоваться 5 часами сна

С: Я должен или не ходить на дискотеку или пропустить первое занятие

Решение

1.ПРИВЕСТИ ПРЕДЛОЖЕНИЯ К КОНЪЮНКТИВНОЙ НОРМАЛЬНОЙ

ПЗ → ВР = ~ ПЗ V ВР

ВД→ЛП = ~ ВД V ЛП

ЛП & ВР →5ЧС = ~ ЛП V ~ ВР V 5ЧС

~ 5ЧС

Отрицание цели ~(~ ПЗ V ~ ВД) = ПЗ & ВД

2. **ВЫПИСАТЬ каждый ДИЗЪЮНКТ с новой строки**

П1: ~ ПЗ V ВР

П2: ~ ВД V ЛП

П3: ~ ЛП V ~ ВР V 5ЧС

П4: ~ 5ЧС

П5: ПЗ

П6: ВД

Решение -2

Выполнить сопоставление дизъюнктов и формирование резольвент

7. R[П1, П5]= ВР

8. R[П3, П4] =~ ЛП V ~ ВР

9. R[П7, П8] =~ ЛП

10. R[П2, П6]= ЛП

11. R[П9, П10]= # (**пустой дизъюнкт**)

Получено противоречие. Следовательно, цель является логическим следствием предложений П1-П4.

Стратегии, используемые при доказательстве теорем с помощью метода резолюции

1. **Стратегия опорного множества**
2. **Стратегия «сначала вширь»**
3. **Стратегия «предпочтение единичным элементам»**

Стратегия опорного множества

Применима только при поиске доказательства

1. Некоторые предложения экспериментатор называют аксиомами, а все другие относятся к опорному множеству.
2. Программе запрещено проводить поиск между двумя аксиомами. Все другие резолюции допустимы.

Стратегия «сначала вширь»

1. Первоначально все предложения имеют уровень 0.
2. Стратегия порождает уровень 1 путём получения резольвент.
3. Из предыдущих (уровни 0 и 1) стратегия порождает уровень 2 и т.д.

Стратегия «предпочтение единичным элементам»

1. Производится дедуктивный вывод предложений, содержащих возможно меньшее число литер.
2. Короткие предложения легче обрабатывать.
3. Стратегия даёт наивысший приоритет резолюциям единичных элементов.
4. Таким образом стратегия устанавливает следующий порядок нахождения резольвент: единичный элемент с единичным элементом; единичный элемент с предложениями 2-го порядка и т.д.

Благодарю за внимание!