Целочисленное деление

Михаил Шихов
m.m.shihov@gmail.com

Лекция по дисциплине «информатика»
(2 июля 2016 г.)

Содержание

Целочисленное деление

В результате деления числа A (делимое) на число d (делитель) получается частное q и остаток Δ, такие, что выполняется равенство:

$$A = q \cdot d + \Delta,$$

где A, q, d, Δ — целые, а $|\Delta| < |d|$.
Результат деления будем записывать как $A \div d = q \ \mathtt{rem} \ \Delta$, например:

$$7 \div 3 = 2 \ \mathtt{rem} \ 1.$$

Результат целочисленного деления, как обратной умножению операции, получается серией вычитаний и сдвигов.

Целочисленное деление (10СС), $52938 \div 43$

Англо-американская система

						— частное (q)
5	2	9	3	8	$\div 43$	— делимое $\div$ делитель (d)

Целочисленное деление (10СС), $52938 \div 43$

Англо-американская система

	0						— частное (q)
	5	2	9	3	8	$\div 43$	— делимое $\div$ делитель (d)
	5						
-	0						
=	5						Δ_1

Целочисленное деление (10СС), $52938 \div 43$

Англо-американская система

	0	1					— частное (q)
	5	2	9	3	8	$\div 43$	— делимое $\div$ делитель (d)
	5						
-	0						
=	5						Δ_1
	5	2					
-	4	3					
=		9					Δ_2

Целочисленное деление (10СС), $52938 \div 43$

Англо-американская система

	0	1	2				— частное (q)
	5	2	9	3	8	$\div 43$	— делимое $\div$ делитель (d)
	5						
-	0						
=	5						Δ_1
	5	2					
-	4	3					
=		9					Δ_2
		9	9				
	-	8	6				
	=	1	3				Δ_3

Целочисленное деление (10СС), $52938 \div 43$

Англо-американская система

	0	1	2	3			— частное (q)
	5	2	9	3	8	$\div 43$	— делимое $\div$ делитель (d)
	5						
-	0						
$=$	5						Δ_1
	5	2					
-	4	3					
$=$		9					Δ_2
		9	9				
	-	8	6				
	$=$	1	3				Δ_3
		1	3	3			
	-	1	2	9			
	$=$			4			Δ_4

Целочисленное деление (10СС), $52938 \div 43$

Англо-американская система

	0	1	2	3	1		— частное (q)
	5	2	9	3	8	$\div 43$	— делимое $\div$ делитель (d)
	5						
-	0						
=	5						Δ_1
	5	2					
-	4	3					
=		9					Δ_2
		9	9				
	-	8	6				
	=	1	3				Δ_3
		1	3	3			
	-	1	2	9			
	=			4			Δ_4
				4	8		
			-	4	3		
			=		5		Δ_5

Целочисленное деление (10СС), $52938 \div 43$

Англо-американская система

	0	1	2	3	1		— частное (q)
	5	2	9	3	8	$\div 43$	— делимое $\div$ делитель (d)
	5						
-	0						
=	5						Δ_1
	5	2					
-	4	3					
=		9					Δ_2
		9	9				
	-	8	6				
	=	1	3				Δ_3
		1	3	3			
	-	1	2	9			
	=			4			Δ_4
				4	8		
			-	4	3		
			=		5		Δ_5
					5		— остаток (Δ)

Целочисленное деление (2СС), $10 \div 3$

Англо-американская система

		— частное (q)
1 0 1 0	$\div 11$	— делимое $\div$ делитель (d)

Целочисленное деление (2CC), $10 \div 3$

Англо-американская система

	0					— частное (q)
	1	0	1	0	$\div 11$	— делимое $\div$ делитель (d)
	1					
-	0					
=	1					Δ_1

Целочисленное деление (2СС), $10 \div 3$

Англо-американская система

	0	0				— частное (q)
	1	0	1	0	$\div 11$	— делимое $\div$ делитель (d)
	1					
-	0					
=	1					Δ_1
	1	0				
-		0				
=	1	0				Δ_1

Целочисленное деление (2СС), $10 \div 3$

Англо-американская система

	0	0	1			— частное (q)
	1	0	1	0	$\div 11$	— делимое $\div$ делитель (d)
	1					
-	0					
=	1					Δ_1
	1	0				
-		0				
=	1	0				Δ_1
	1	0	1			
-		1	1			
=		1	0			Δ_1

Целочисленное деление (2СС), $10 \div 3$

Англо-американская система

	0	0	1	1		— частное (q)
	1	0	1	0	$\div 11$	— делимое $\div$ делитель (d)
	1					
-	0					
$=$	1					Δ_1
	1	0				
-		0				
$=$	1	0				Δ_1
	1	0	1			
-		1	1			
$=$		1	0			Δ_1
		1	0	0		
	-		1	1		
	$=$			1		Δ_1

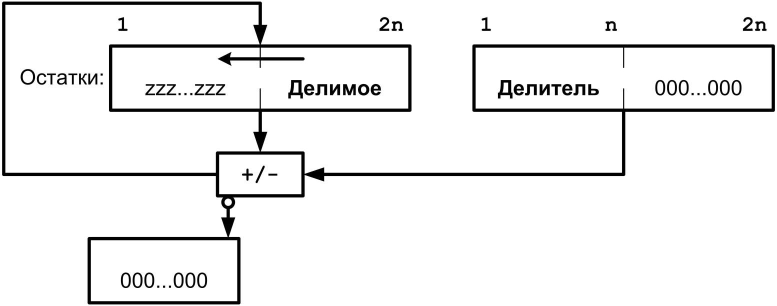
Целочисленное деление (2CC), $10 \div 3$

Англо-американская система

	0	0	1	1		— частное (q)
	1	0	1	0	$\div 11$	— делимое $\div$ делитель (d)
	1					
-	0					
=	1					Δ_1
	1	0				
-		0				
=	1	0				Δ_1
	1	0	1			
-		1	1			
=		1	0			Δ_1
		1	0	0		
	-		1	1		
	=			1		Δ_1
				1		— остаток (Δ)

Беззнаковое целочисленное деление
Первый способ

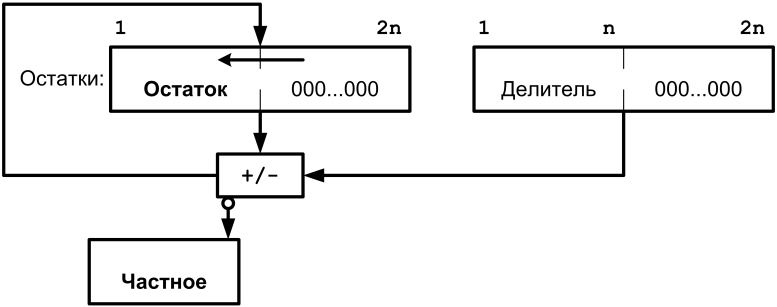
Начальное состояние:



Беззнаковое целочисленное деление

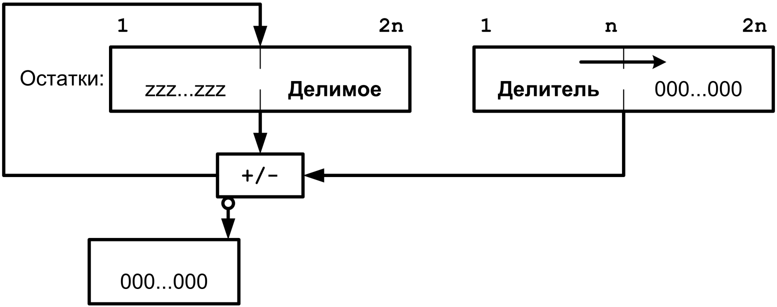
Первый способ

Конечное состояние:



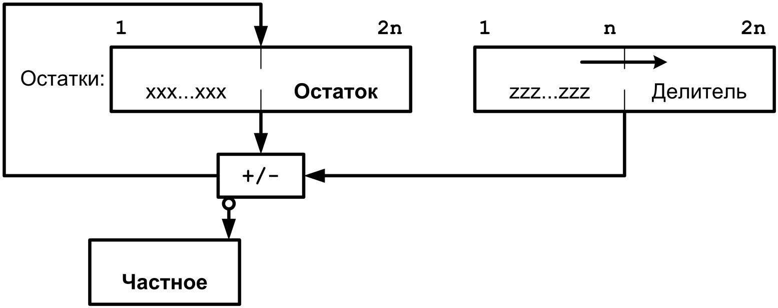
Целочисленное деление
Второй способ

Начальное состояние:



Целочисленное деление
Второй способ

Конечное состояние:



На ноль делить нельзя!

Все приведенные ниже алгоритмы работают при условии, что не получают на входе нулевой делитель.

Беззнаковое целочисленное деление $A \div d = q \;\mathtt{rem}\; \Delta$

$$A = d \cdot q + \Delta,$$

В результате деления положительных чисел делимого A на делитель d получаемые в результате частное q и остаток Δ — также положительны.

Алгоритм деления с восстановлением остатков

n-разрядные беззнаковые целые

1. $i \leftarrow 1$; В младшую часть регистра остатков заносится делимое, в старшую часть регистра делителя — делитель. Далее состояние регистра остатков — остаток (Δ), регистра делителя — делитель (d), регистра частного (q) — частное.
2. Выполнить сдвиги: частное q влево, остаток Δ влево (в первом способе), делитель d вправо (во втором способе).
3. Получить новый остаток $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$;
4. Если $\Delta < 0$, то в младший разряд частного занести 0, иначе 1.
5. Если $\Delta < 0$, то выполнить восстановление старого значения остатка: $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$.
6. $i \leftarrow (i + 1)$. Если $i \leq n$, то к шагу 2.
7. В регистре частного получено значение частного, в регистре остатков — n-разрядный остаток (в первом способе в старших разрядах, во втором — в младших).

Алгоритм деления с восстановлением остатков

Примечания

- В регистр остатков и регистр делителя добавлены знаковые разряды.

Деление с восстановлением остатков I-й способ

$46 \div 5$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
......	.,....... 101110	.,...101	операнды;
......	.,.....1 01110.		сдвиг;
.....0	.,.....1 01110. + 1,111011 ...... 1,111100 01110.		$\Delta_1 < 0$;
.....0	1,111100 01110. + .,...101 ....,.....1 01110.		Восст. Δ_1;

Деление с восстановлением остатков I-й способ (2)

$46 \div 5$

Частное q, $\leftarrow$	дел-е, Δ $\leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.....0	.,.....1 01110.	.,...101	$\uparrow$
....0.	.,....10 1110..		сдвиг;
....00	.,....10 1110.. + 1,111011 ...... 1,111101 1110..		$\Delta_2 < 0$;
....00	1,111101 1110.. + .,...101 ....,....10 1110..		Восст. Δ_2;
...00.	.,...101 110...		сдвиг;
...001	.,...101 110... + 1,111011 ....,...... 110...		$\Delta_3 \geq 0$;
..001.	.,.....1 10....		сдвиг;

Деление с восстановлением остатков I-й способ (3)

$46 \div 5$

Частное q, $\leftarrow$	дел-е, Δ $\leftarrow$	дел-ль, d	прим.
..001.	.,.....1 10....	.,...101	$\uparrow$
..0010	+ .,.....1 10.... 1,111011 ...... 1,111100 10....		$\Delta_4 < 0$;
..0010	+ 1,111100 10.... .,...101 ....,.....1 10....		Восст. Δ_4;
.0010.	.,....11 0.....		сдвиг;
.00100	+ .,....11 0..... 1,111011 ...... 1,111111 0.....		$\Delta_5 < 0$;
.00100	+ 1,111111 0..... .,...101 ....,....11 0.....		Восст. Δ_5;

Деление с восстановлением остатков I-й способ (4)

$46 \div 5 = 9 \texttt{ rem } 1$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.00100	.,....11 0.....	.,...101	$\uparrow$
00100.	.,...110		сдвиг;
001001	+ .,...110 ...... 1,111011 ....,000001		$\Delta_6 > 0$;

$$q = (001001)_2 = 9$$

$$\Delta = (000001)_2 = 1$$

Деление с восстановлением остатков II-й способ

$53 \div 5$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
. . . . . .	. , ... 110101	. , . . . 101	операнды;
. . . . . .	. , ... 110101	. , ... 10 1	сдвиг;
. 0	. , ... 110101 + 1,111101 1 . . . . . 1,111110 010101		$\Delta_1 < 0$;
. 0	1,111110 010101 + . , ... 10 1 . . . . . . , ... 110101		Восст. Δ_1;

Деление с восстановлением остатков II-й способ (2)

$53 \div 5$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
.....0	.,...... 110101	.,....10 1.....	$\uparrow$
....0.	.,...... 110101	.,.....1 01....	сдвиг;
....00	+ .,...... 110101 1,111110 11.... 1,111111 100101		$\Delta_2 < 0$;
....00	+ 1,111111 100101 .,.....1 01.... .,...... 110101		Восст. Δ_2;
...00.	.,...... 110101	.,...... 101...	сдвиг;
...001	+ .,...... 110101 1,111111 011... .,...... ..1101		$\Delta_3 \geq 0$;
..001.	.,...... ..1101	.,...... .101..	сдвиг;

Деление с восстановлением остатков II-й способ (3)

$53 \div 5$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
..001.	.,....... ..1101	.,....... .101..	$\uparrow$
..0010	+ .,....... ..1101 1,111111 1011.. 1,111111 111001		$\Delta_4 < 0$;
..0010	+ 1,111111 111001 .,....... .101.. .,....... ..1101		Восст. Δ_4;
.0010.	.,....... ..1101	.,....... ..101.	сдвиг;
.00101	+ .,....... ..1101 1,111111 11011. .,....... 11		$\Delta_5 \geq 0$;
00101.	.,....... 11	.,....... ...101	сдвиг;

Деление с восстановлением остатков II-й способ (4)

$53 \div 5 = 10$ rem 3

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
00101.	.,...... 11	.,...... ...101	$\uparrow$
001010	+ .,...... ....11 1,111111 111011 1,111111 111110		$\Delta_6 < 0$;
001010	+ 1,111111 111110 .,...... ...101 .,...... 000011		Восст. Δ_6;

$$q = (001010)_2 = 10$$

$$\Delta = (000011)_2 = 3$$

Деление без восстановления остатков

Если новый остаток Δ получается отрицательным, то к нему прибавляется делитель, чтобы восстановить старое (положительное) значение остатка. Чтобы не тратить на это время — проследим, что происходит к моменту получения следующего остатка Δ'.

- В первом способе:

$$\Delta' = \begin{cases} 2 \cdot \Delta + d, & \text{если } \Delta < 0\text{: } 2 \cdot (\underbrace{\Delta + d}_{\text{В.О.}}) - d = 2 \cdot \Delta + d, \\ 2 \cdot \Delta - d, & \text{если } \Delta \geq 0. \end{cases}$$

- Во втором способе:

$$\Delta' = \begin{cases} \Delta + d/2, & \text{если } \Delta < 0\text{: } (\underbrace{\Delta + d}_{\text{В.О.}}) - d/2 = \Delta + d/2, \\ \Delta - d/2, & \text{если } \Delta \geq 0. \end{cases}$$

Алгоритм деления без восстановления остатков

n-разрядные беззнаковые целые

1. $i \leftarrow 1$; В младшую часть регистра остатков заносится делимое, в старшую часть регистра делителя — делитель. Далее состояние регистра остатков — остаток (Δ), регистра делителя — делитель (d), регистра частного (q) — частное.
2. Выполнить сдвиги: частное q влево, остаток Δ влево (в первом способе), делитель d вправо (во втором способе).
3. Если $\Delta < 0$, то $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$, иначе $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$;
4. Если $\Delta < 0$, то в младший разряд частного занести 0, иначе 1.
5. $i \leftarrow (i + 1)$. Если $\leq n$, то к шагу 2.
6. Восстановим остаток. Если $\Delta < 0$, то $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$.
7. В регистре частного получено значение частного, в регистре остатков — n-разрядный остаток (в первом способе в старших разрядах, во втором — в младших).

Алгоритм деления без восстановления остатков

Примечания

- В первом способе в регистре остатка добавлено *два* разряда под знак: по младшему знаковому разряду судят о знаке полученного остатка, а по старшему судят о знаке остатка до его сдвига вправо.

Деление без восстановления остатков I-й способ

$46 \div 5$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
`......`	`00,...... 101110`	`..,...101`	операнды;
`......`	`00,.....1 01110.`		сдвиг;
`.....0`	`00,.....1 01110.` + `11,111011 ......` = `11,111100 01110.`		$-d, \Delta_1 < 0$;
`....0.`	`11,111000 1110..`		сдвиг;
`....00`	`11,111000 1110..` + `..,...101 ......` = `11,111101 1110..`		$+d, \Delta_2 < 0$;
`...00.`	`11,111011 110...`		сдвиг;
`...001`	`11,111011 110...` + `..,...101 ......` = `00,000000 110...`		$+d, \Delta_3 \geq 0$;
`..001.`	`00,000001 10....`		сдвиг;

Деление без восстановления остатков I-й способ (2)

$46 \div 5 = 9\ \texttt{rem}\ 1$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
`..001.`	`00,000001 10....`		$\uparrow$

`..0010`	+ `00,000001 10....`
	`11,111011 ......`
	`11,111100 10....`
			$-d, \Delta_4 < 0$;

`.0010.`	`11,111001 0.....`		сдвиг;

`.00100`	+ `11,111001 0.....`
	`..,...101 ......`
	`11,111110 0.....`
			$+d, \Delta_5 < 0$;

`00100.`	`11,111100 ......`		сдвиг;

`001001`	+ `11,111100 ......`
	`..,...101 ......`
	`00,000001 ......`
			$+d, \Delta_6 \geq 0$;

$q = (001001)_2 = 9; \Delta = (000001)_2 = 1.$

Деление без восстановления остатков II-й способ

$53 \div 5$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
. . . . . .	.,. 110101	.,. . .101	операнды;
. . . . . .		.,. . . . .10 1.	сдвиг;
. 0	+ .,. . . . . . 110101 1,111101 1. . . . . 1,111110 010101		$-d, \Delta_1 < 0$;
. . . .0.		.,. . . . . .1 01. . . .	сдвиг;
. . . .00	+ 1,111110 010101 .,. . . . . .1 01. . . . 1,111111 100101		$+d, \Delta_2 < 0$;
. . .00.		.,. . . . . . . 101. . .	сдвиг;
. . .001	+ 1,111111 100101 .,. . . . . . . 101. . . .,. 1101		$+d, \Delta_3 \geq 0$;
. .001.		.,. . . . . . . .101. .	сдвиг;

Деление без восстановления остатков II-й способ (2)

$53 \div 5$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
..001.	.,...... ..1101	.,...... .101..	$\uparrow$
..0010	.,...... ..1101 + 1,111111 1011.. 1,111111 111001		$-d, \Delta_4 < 0$;
.0010.		.,...... ..101.	сдвиг;
.00101	1,111111 111001 + .,...... ..101. .,...... 11		$+d, \Delta_5 \geq 0$;
00101.		.,...... ...101	сдвиг;
001010	.,...... ....11 + 1,111111 111011 1,111111 111110		$-d, \Delta_6 < 0$;

Деление без восстановления остатков II-й способ (3)

$53 \div 5 = 10 \texttt{ rem } 3$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
001010	1,111111 111110	.,....... ...101	$\uparrow$
001010	+ 1,111111 111110 .,....... ...101 .,....... 000011		Восст. остатка

$$q = (001010)_2 = 10$$

$$\Delta = (000011)_2 = 3$$

Деление чисел со знаком

Неоднозначность результатов, см. подробнее в [1]

Пример		Отсечение	Модуль $\Delta \geq 0$	Округление q к меньшему значению
$7 \div 3$	$=$	2 rem 1	2 rem 1	2 rem 1
$(-7) \div 3$	$=$	-2 rem -1	-3 rem 2	-3 rem 2
$7 \div (-3)$	$=$	-2 rem 1	-2 rem 1	-3 rem -2
$(-7) \div (-3)$	$=$	2 rem -1	3 rem 2	2 rem 1

Остановимся на варианте «Отсечение».

Определение разряда частного q_0

Пусть $S(x)$ — функция возвращающая знак x. Исходное правило:

1. Если знаки делимого A и текущего остатка Δ совпадают, то разряд частного (модуля) $q_0 \leftarrow 1$, иначе $q_0 \leftarrow 0$.
2. Если знаки делимого A и делителя d различны, то $q_0 \leftarrow (\neg q_0)$. (Т.е. инверсия разряда для отрицательного результата!)

Так как

$$(x = y) \Leftrightarrow \neg(x \oplus y) \Leftrightarrow (1 \oplus x \oplus y),$$

то исходное правило можно выразиь одной формулой и упростить:

$$q_0 \leftarrow \neg(S(A) = S(\Delta)) \oplus (S(A) \oplus S(d)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (1 \oplus S(A) \oplus S(\Delta)) \oplus (S(A) \oplus S(d)) \Leftrightarrow (1 \oplus S(d) \oplus S(\Delta)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \neg(S(d) \oplus S(\Delta)).$$

Алгоритм деления в ДК без восстановления остатков

n-разрядные знаковые целые в ДК

1. $i \leftarrow 1$; Инициализируются регистры q, Δ и d.
2. Выполняются сдвиги: q — влево, Δ — влево (I сп.), d — вправо (II сп., с учётом знака).
3. Если знаки Δ и d совпадают, то $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$, иначе $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$.
4. $q_0 \leftarrow \neg(S(s) \oplus S(\Delta))$. Т.е. если знаки d и Δ совпадают, то $q_0 \leftarrow 1$, иначе $q_0 \leftarrow 0$. Обр. код!
5. $i \leftarrow (i + 1)$. Если $i <= n$, то к шагу 2.
6. Выполняется процедура коррекции остатка и частного (см. следующий слайд).

Процедура коррекции остатка и частного

Вход: A — делимое, d — делитель, q — частное, Δ — остаток. Выход: q, Δ

	$d \geq 0$	$d < 0$
$A \geq 0$	$q \leftarrow q,$ $\Delta \leftarrow \begin{cases} (\Delta + d), & \Delta < 0, \\ \Delta, & \text{иначе}, \end{cases}$	$q \leftarrow (q+1),$ $\Delta \leftarrow \begin{cases} (\Delta - d), & \Delta < 0, \\ \Delta, & \text{иначе}, \end{cases}$
$A < 0$	$q \leftarrow \begin{cases} q, & (\Delta = 0) \vee (\Delta = -d) \\ (q+1), & \text{иначе}, \end{cases}$ $\Delta \leftarrow \begin{cases} 0, & (\Delta = 0) \vee (\Delta = -d), \\ (\Delta - d), & \Delta > 0, \\ \Delta, & \text{иначе}, \end{cases}$	$q \leftarrow \begin{cases} q+1, & (\Delta = 0) \vee (\Delta = d), \\ q, & \text{иначе}, \end{cases}$ $\Delta \leftarrow \begin{cases} 0, & (\Delta = 0) \vee (\Delta = d), \\ \Delta + d, & \Delta > 0, \\ \Delta, & \text{иначе}. \end{cases}$

Деление без ВО в ДК I-й способ

$27 \div (-5)$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
`......`	`0,...... 011011`	`1,111011`	операнды;
`......`	`0,.....0 11011.`		сдвиг;

`.....1`	`0,.....0 11011.`
	`+ 1,111011 ......`
	`1,111011 11011.`
			$+d, \Delta_1 < 0$;

`....1.`	`1,110111 1011..`		сдвиг;

`....11`	`1,110111 1011..`
	`+ .,...101 ......`
	`1,111100 1011..`
			$-d, \Delta_2 < 0$;

`...11.`	`1,111001 011...`		сдвиг;

`...111`	`1,111001 011...`
	`+ .,...101 ......`
	`1,111110 011...`
			$-d, \Delta_3 < 0$;

`..111.`	`1,111100 11....`		сдвиг;

Деление без ВО в ДК I-й способ (2)

$27 \div (-5)$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ $\leftarrow$	дел-ль, d	прим.
..111.	1,111100 11....		$\uparrow$
..1110	1,111100 11.... + 0,000101 ...... 0,000001 11....		$-d, \Delta_4 \geq 0;$
.1110.	0,000011 1.....		сдвиг;
.11101	0,000011 1..... + 1,111011 ...... 1,111110 1.....		$+d, \Delta_5 < 0;$
11101.	1,111101		сдвиг;
111010	1,111101 ...... + .,...101 ...... 0,000010		$-d, \Delta_6 \geq 0;$

Деление без ВО в ДК I-й способ (3)

$27 \div (-5) =$ `-5 rem 2`

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
111010	0,000010		$\uparrow$
111010 + 000001 111011	0,000010		$q \leftarrow (q+1);$

$$ДК(q) = (111011)_2 \Rightarrow -5$$

$$ДК(\Delta) = (000010)_2 \Rightarrow 2$$

Деление без восстановления остатков II-й способ

$(-25) \div 6$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
......	1,111111 100111	.,...110	операнды;
......		.,....11 0.....	сдвиг;
.....1	+ 1,111111 100111 .,....11 0..... 0,....10 100111		$+d, \Delta_1 \geq 0$;
....1.		.,.....1 10....	сдвиг;
....11	+ 0,....10 100111 1,111110 10.... 0,.....1 000111		$-d, \Delta_2 \geq 0$;
...11.		.,...... 110...	сдвиг;
...111	+ 0,.....1 000111 1,111111 010... 0,...... .10111		$-d, \Delta_3 \geq 0$;
..111.		.,...... .110..	сдвиг;

Деление без восстановления остатков II-й способ (2)

$(-25) \div 6$

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
..111.	0,...... .10111	.,...... .110..	$\uparrow$
..1110	+ 0,...... .10111 1,111111 1010.. 1,111111 111111		$-d, \Delta_4 \geq 0;$
.1110.		.,...... ..110.	сдвиг;
.11101	+ 1,111111 111111 .,...... ..110. 0,...... ..1011		$+d, \Delta_5 \geq 0;$
11101.		.,...... ...110	сдвиг;
111011	+ 0,...... ..1011 1,111111 111010 0,...... ...101		$-d, \Delta_6 \geq 0;$

Деление без восстановления остатков II-й способ (3)

$(-25) \div 6 =$ `-4 rem -1`

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, Δ	дел-ль, $d \rightarrow$	прим.
111011	0,...... ...101	.,...... ...110	$\uparrow$
111011	.,...... ...101 + 1,111111 111010 1,111111 111111		Восст. остатка, $-d$
111011 + 000001 111100	1,111111 $\underline{\underline{111111}}$		$q \leftarrow (q+1)$

$$\text{ДК}(q) = (111100)_2 \Rightarrow -4$$

$$\text{ДК}(\Delta) = (111111)_2 \Rightarrow -1$$

1)

Выполнить беззнаковое деление чисел:

1. $27 \div 9$, первым способом без восстановления остатков;
2. $39 \div 10$, вторым способом без восстановления остатков;

2)

Выполнить целочисленное деление в дополнительном коде чисел со знаком:

1. $122 \div 22$, первым и вторым способами;
2. $122 \div 19$, первым способом;
3. $(-119) \div 11$, первым способом;
4. $(-118) \div (-11)$, вторым способом;
5. $123 \div (-12)$, вторым способом.

3)

Выполнить целочисленное деление в дополнительном коде в 8-и разрядной сетке чисел со знаком (любым способом):

1. $(-128) \div (-127)$;
2. $(-128) \div 127$;
3. $127 \div (-128)$;
4. $0 \div (127)$.

Советы самоучке

Подробно об особенностях целочисленного деления см. в [1].
«Длинные» алгоритмы умножения и деления, см. в четвертой главе «Арифметика» [2]

Библиография I

- *Г.Уоррен-мл.* Алгоритмические трюки для программистов / Г.Уоррен-мл. —
  2 изд. —
  М.: Издательский дом «Вильямс», 2014. —
  512 с.
- *Д.Э.Кнут.* Искусство программирования, получисленные алгоритмы / Д.Э.Кнут. —
  3 изд. —
  М.: Вильямс, 2005. —
  Т. 2. —
  832 с.