Faculdade de Computação e Engenharia Elétrica

PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS

Prof. Claudio Coutinho

Turma EC
2018

Aula 10

Teorema do Deslocamento da DFT

Teorema do deslocamento da DFT

- Uma propriedade muito importante da DFT é o *Teorema do Deslocamento*
- É uma relação feita entre o domínio do tempo e o da frequência
- Indica que um deslocamento (atraso ou avanço) no *tempo* configura um deslocamento de *fase* nos resultados da DFT

Teorema do deslocamento da DFT

- Em outras palavras, se decidirmos deslocar $x(t)$ para um sinal $x[n]$ para um valor $n = k$, ao invés de $n = 0$, as amostras correspondentes são dadas por $X_{desl}[m]$:

$$X_{desl}[m] = e^{j2\pi mk/N} X[m]$$

- A igualdade acima vale para sinais no tempo deslocados para a esquerda. Caso o deslocamento seja para a direita, o expoente passa a ser $-j2\pi mk/N$

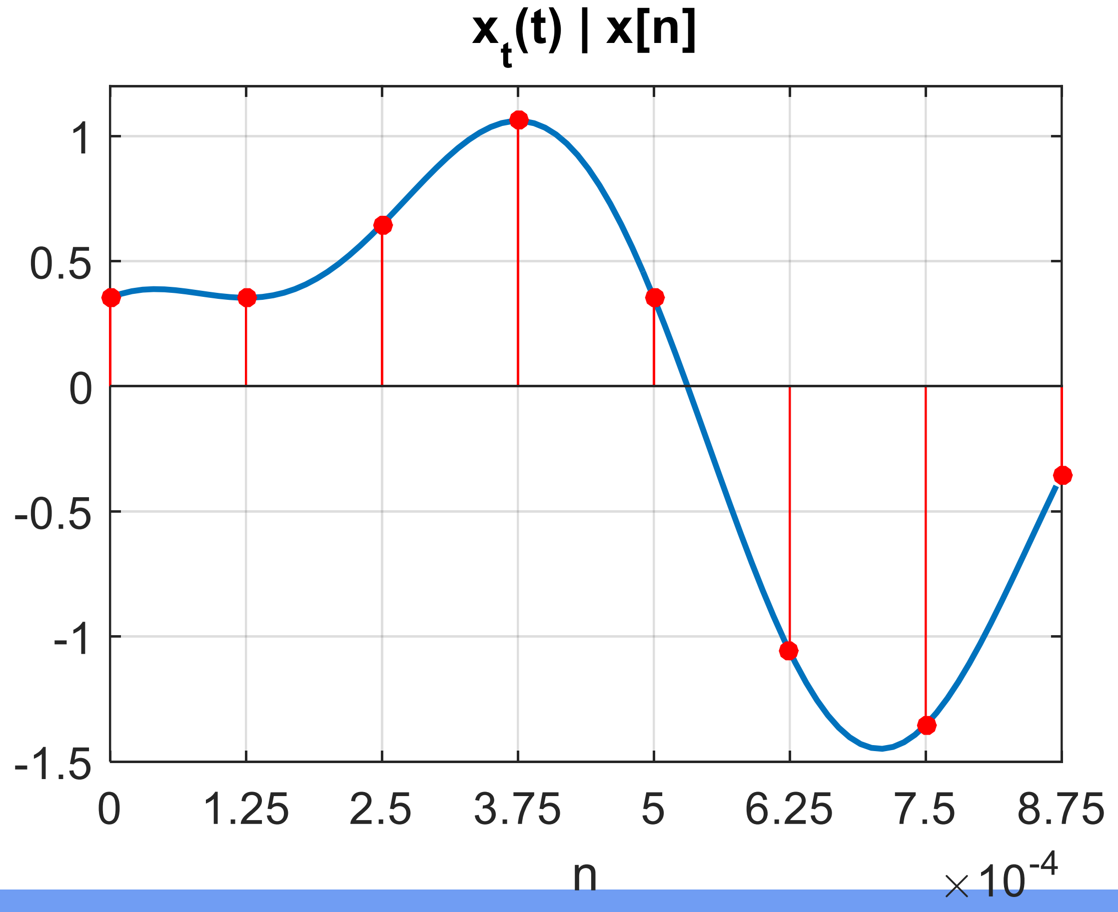
Teorema do deslocamento da DFT

$$X_{desl}[m] = e^{j2\pi mk/N} X[m]$$

- Resumindo: um atraso na *fase* de $2\pi mk/N$ radianos ou $360mk/N$ graus
- Ex: se $X[1] = 2{,}7031 - j1{,}4784 = 3{,}081\angle - 28{,}6751°$, com $k = 2$ e $N = 8$
- $X_{desl}[1] = e^{j2\pi\cdot 1\cdot 2/8} X[1] = 1{,}4784 + j2{,}7031 = 3{,}081\angle 61{,}3249°$
- Deslocamento em *fase* de $e^{j2\pi\cdot 1\cdot 2/8} = {}^{\pi}/_{2} = 90°$

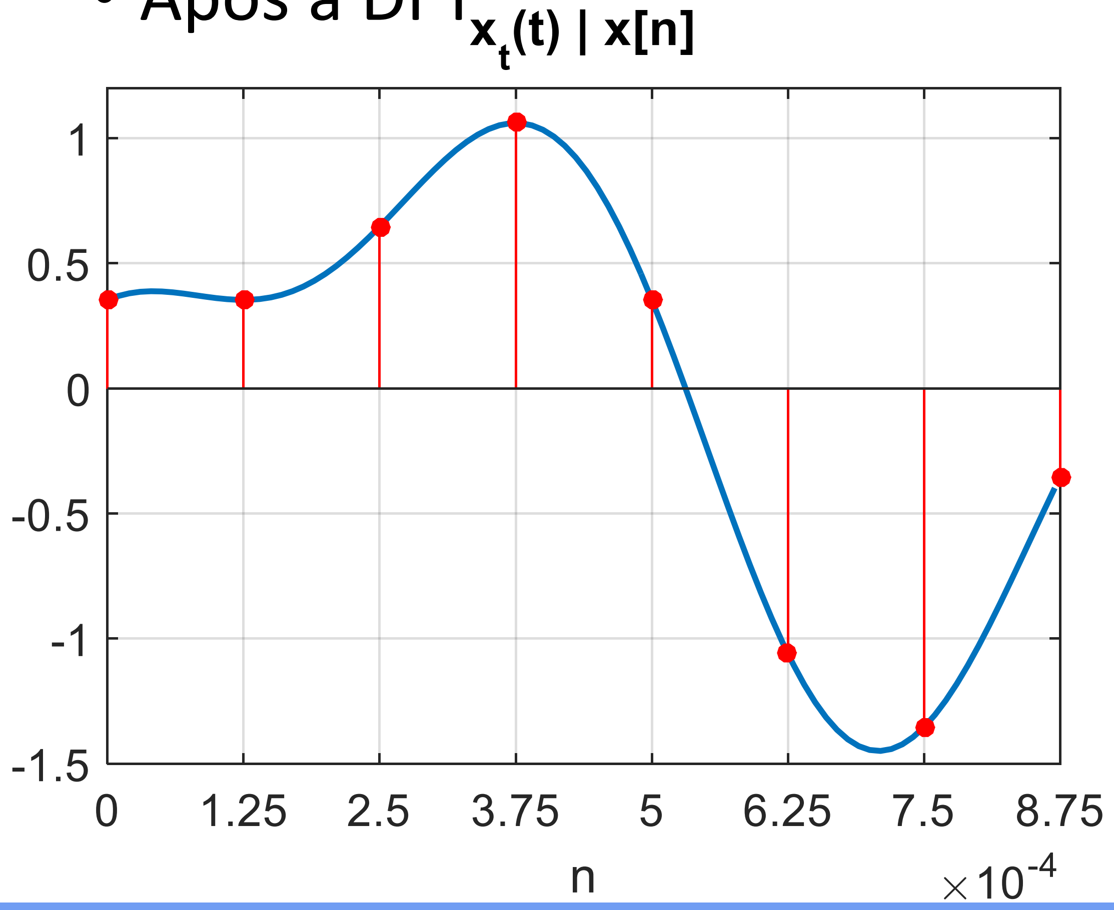
Teorema do deslocamento da DFT

- Exemplo: $x_t(t) = \text{sen}(2\pi 1000t) + 0{,}5 \cdot \text{sen}(2\pi 2000t + 3\pi/4)$



Teorema do deslocamento da DFT

- Após a DFT



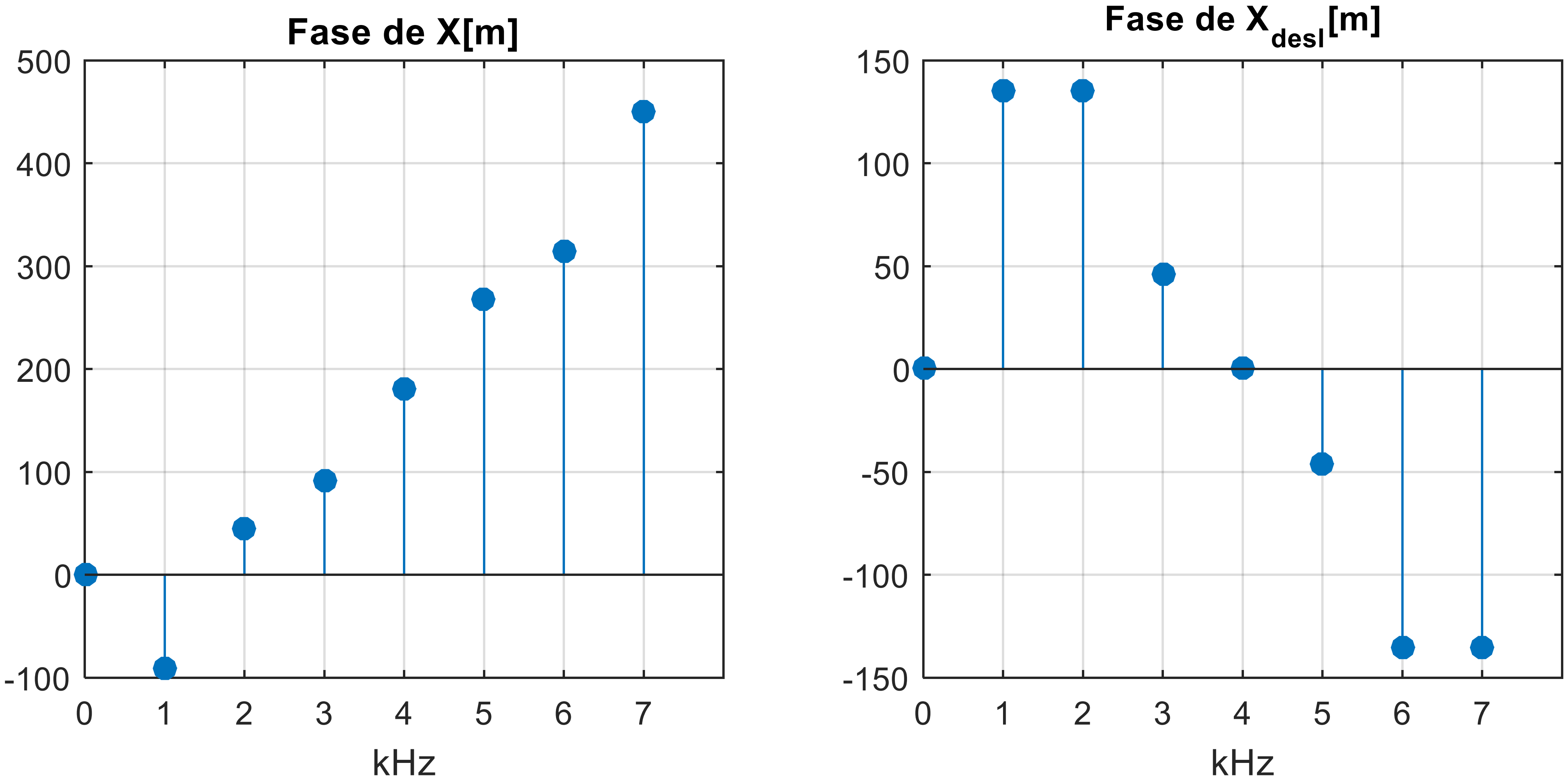
- $X[0] = 0 + j0$
- $X[1] = 0 - j4$
- $X[2] = 1{,}4142 + j1{,}4142$
- $X[3] = 0 + j0$
- $X[4] = 0 + j0$
- $X[5] = 0 + j0$
- $X[6] = 1{,}4142 - j1{,}4142$
- $X[7] = 0 + j4$

Teorema do deslocamento da DFT

- Se deslocarmos a *fase* de $k = 3$ amostras para a direita:

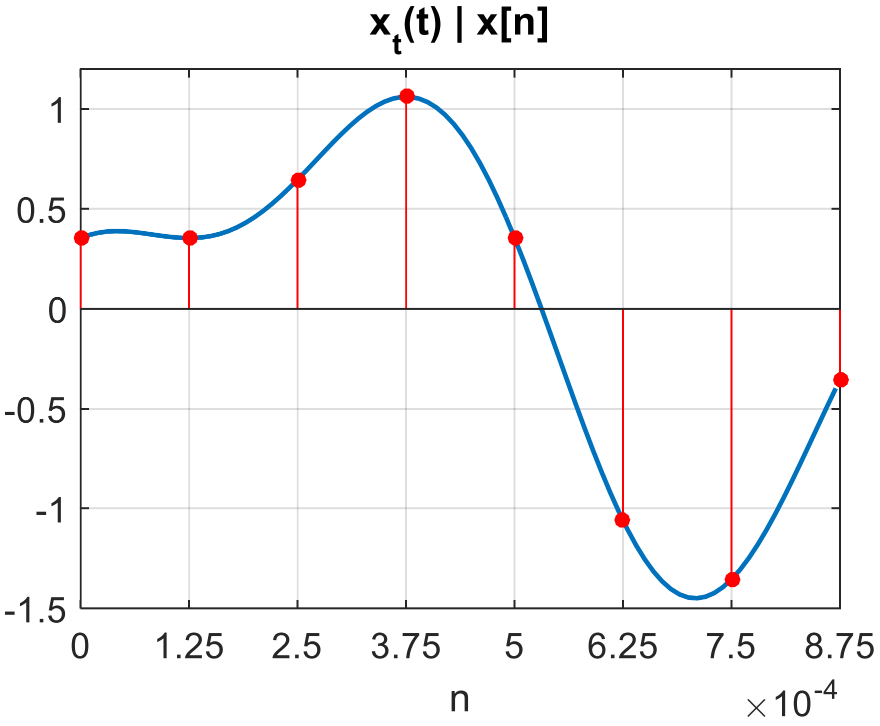
$$
\begin{aligned}
&X_{desl}[m] = e^{-j2\pi\cdot 3\cdot m/8}X[m] \\
&X_{desl}[0] = e^{-j2\pi\cdot 3\cdot 0/8}X[0] = 0 + j0 \\
&X_{desl}[1] = e^{-j2\pi\cdot 3\cdot 1/8}X[1] = -2{,}8284 + j2{,}8284 \\
&X_{desl}[2] = e^{-j2\pi\cdot 3\cdot 2/8}X[2] = -1{,}4142 + j1{,}4142 \\
&X_{desl}[3] = e^{-j2\pi\cdot 3\cdot 3/8}X[3] = 0 + j0 \\
&X_{desl}[4] = e^{-j2\pi\cdot 3\cdot 4/8}X[4] = 0 + j0 \\
&X_{desl}[5] = e^{-j2\pi\cdot 3\cdot 5/8}X[5] = 0 + j0 \\
&X_{desl}[6] = e^{-j2\pi\cdot 3\cdot 6/8}X[6] = -1{,}4142 - j1{,}4142 \\
&X_{desl}[7] = e^{-j2\pi\cdot 3\cdot 7/8}X[7] = -2{,}8284 - j2{,}8284
\end{aligned}
$$

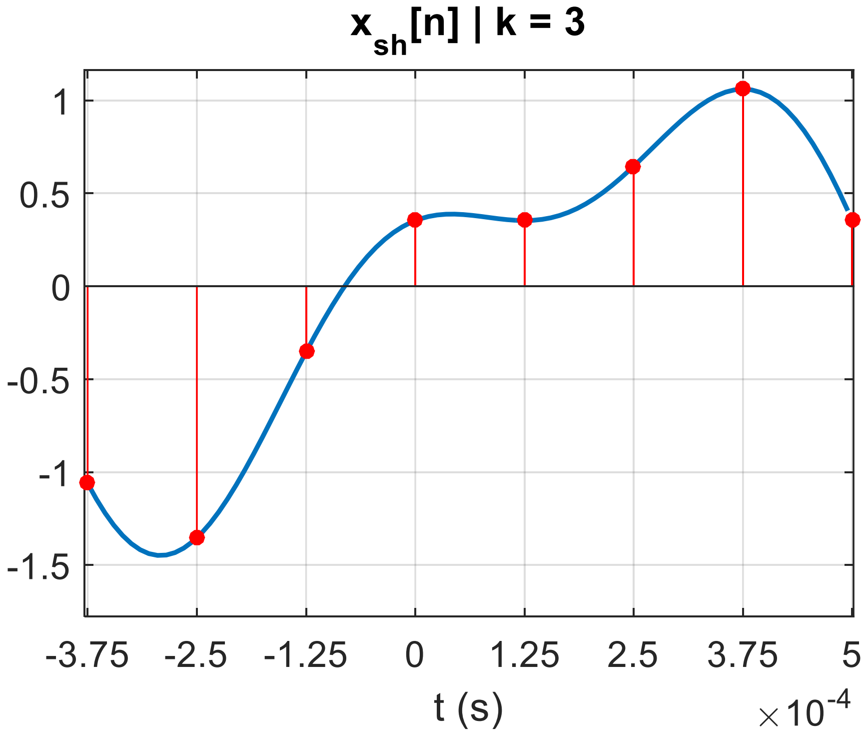
Teorema do deslocamento da DFT



Teorema do deslocamento da DFT

- Se reconstruirmos o sinal no domínio do tempo, usando a IDFT (falaremos sobre isso no próximo *slides*)





DFT inversa

- Também conhecida como IDFT, a DFT inversa é reponsável por transformar uma sequência na frequência em uma sequência no tempo
- Processo útil na etapa de reconstrução do sinal

$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} X[m]e^{j2\pi mn}/N$$

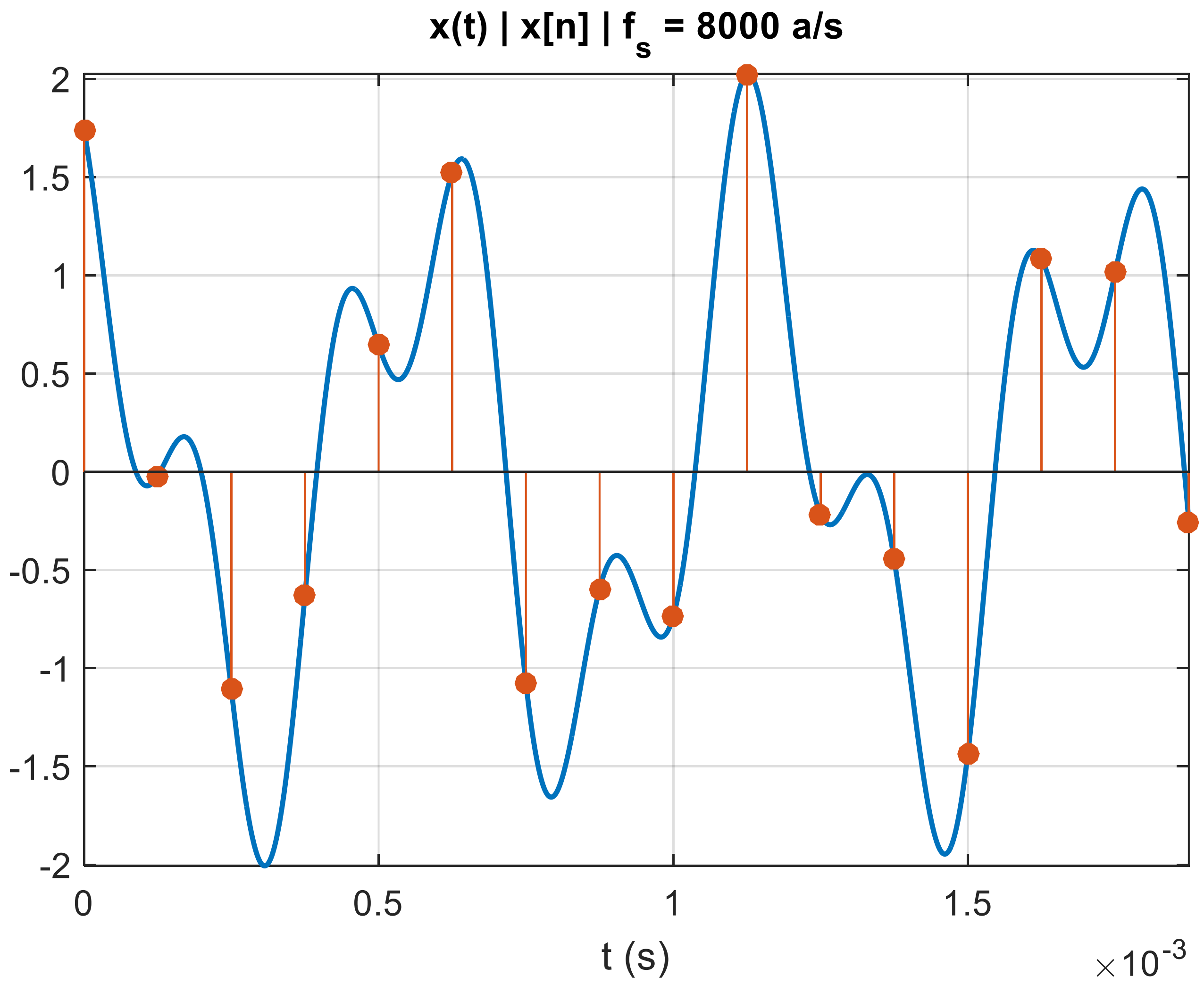
- A IDFT é representada no MATLAB pela função `ifft()`

DFT inversa

- Por exemplo, temos o sinal amostrado

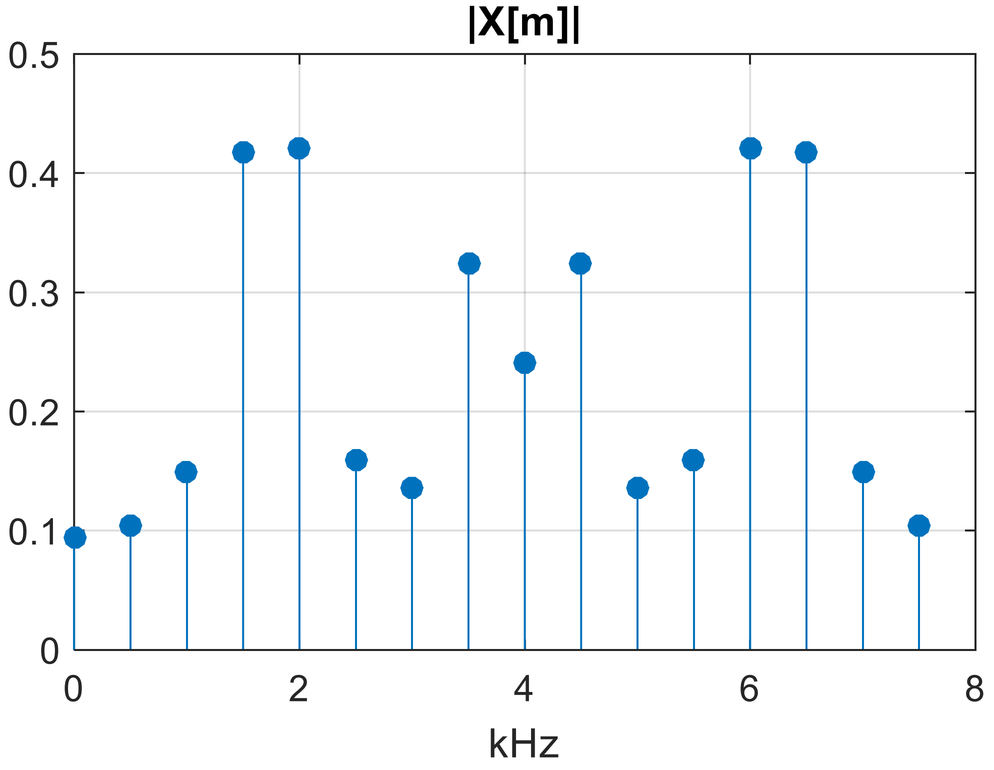
$$x(t) = 1{,}3 \cdot \cos(2\pi 1750 t) + 0{,}75 \cdot \mathrm{sen}(2\pi 4320 t + {}^{4\pi}/_{5})$$

Com $N = 16$ e $f_s = 8kHz$



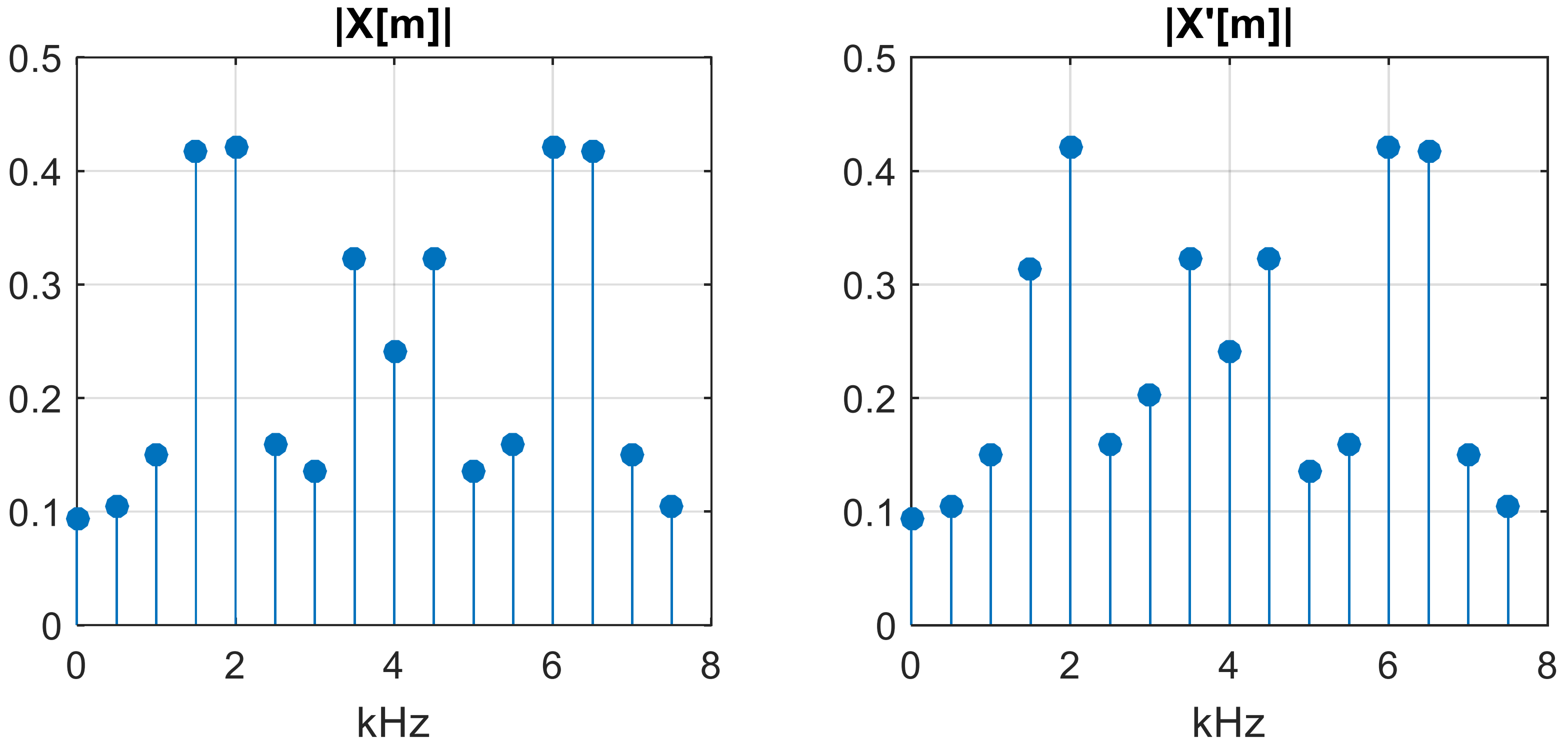
DFT inversa

- Temos a magnitude do espectro:



DFT inversa

- Se atenuarmos a frequência de $1{,}5kHz$ e amplificarmos a de $3kHz$, temos:



DFT

- Ao reconstruir o sinal pela IDFT, temos: