

PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS

Prof. Claudio Coutinho

Aula 01

Revisão de conceitos de sinais em tempo discreto

Formalização

- Sinais em tempo discreto são **sequências** de números, onde o nésimo termo é denotado por x[n]
- Quando esses números (*amostras*) são obtidos a partir de um sinal contínuo $x_a(t)$, x[n] é definido como:

$$x[n] = x_a(nT)$$

Onde T é o *período de amostragem*.

Formalização - Exemplo

Para T = 0.5:

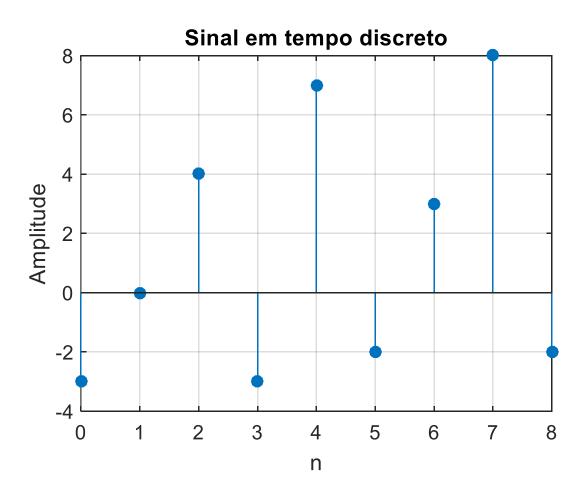
$$> x[-2] = x_a(-2 \cdot 0.5) = x_a(-1)$$

$$>x[-1] = x_a(-1 \cdot 0.5) = x_a(-0.5)$$

$$> x[0] = x_a(0 \cdot 0.5) = x_a(0)$$

$$>x[1] = x_a(1 \cdot 0.5) = x_a(0.5)$$

Sinal em tempo discreto

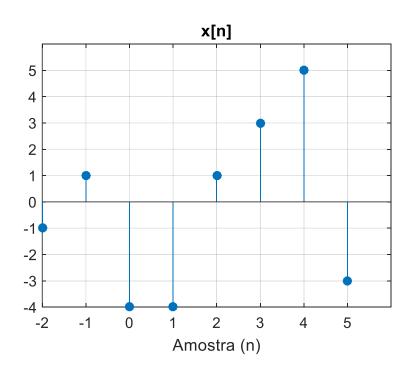


$$x[n] = \{-3, 0, 4, -3, 7, -2, 3, 8, -2\}$$

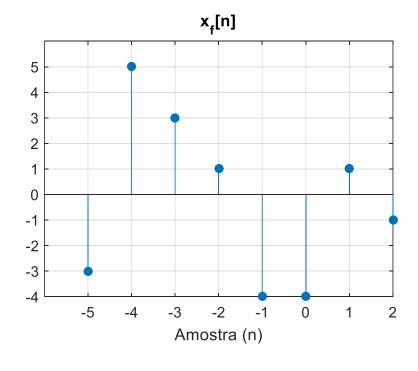
A *abcissa*, apesar de parecer contínua, contém valores de instantes *discretos*

Operações básicas - Reflexão

• Considere um sinal x[n]



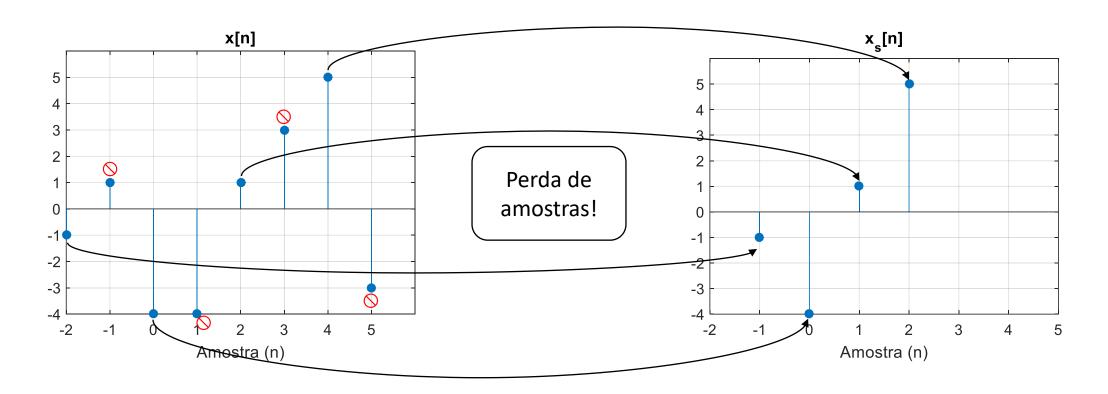
• Agora considere um sinal $x_f[n] = x[-n]$



Operações básicas - Escalamento

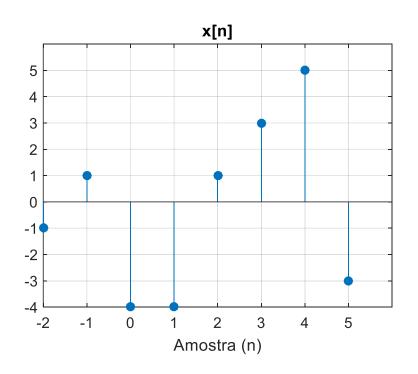
• Considere um sinal x[n]

• Agora considere um sinal $x_s[n] = x[2n]$

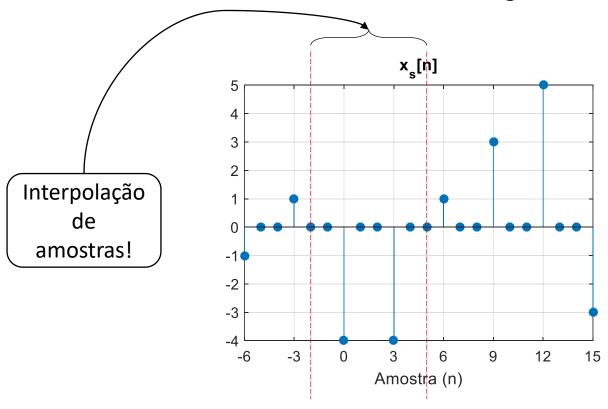


Operações básicas - Escalamento

• Considere um sinal x[n]

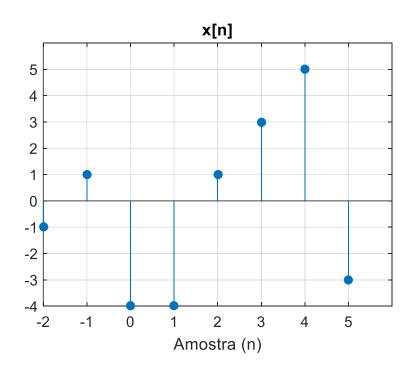


• Agora considere um sinal $x_s[n] = x[n/3]$

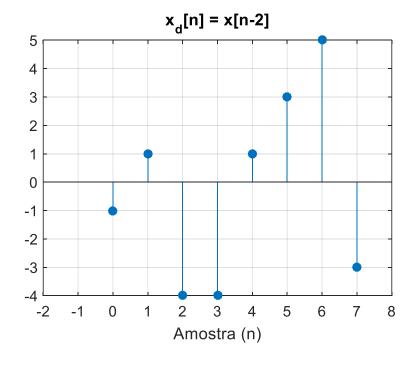


Operações básicas — Deslocamento $x_d[n] = x[n-n_0]$

• Considere um sinal x[n]



• Agora considere um sinal $x_d[n] = x[n-2]$



Operações básicas

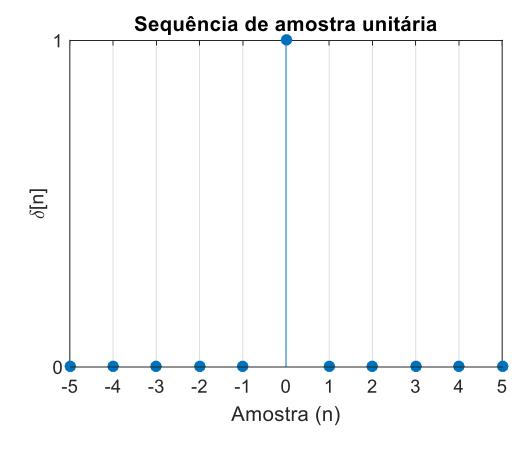
- Para que se combinem as operações apresentadas anteriormente, é necessário seguir a ordem:
- 1. Deslocamento;
- 2. Reflexão;
- 3. Escalamento.

• Ex: $x_d[n] = x[-2n + 3]$

Sinais notáveis

- Para o estudo correto da teoria de PDS, é necessário que se tenha o claro conhecimento de sinais (sequências) básicos.
- Um deles é a sequência de amostra unitária (equivalente à função impulso em sistemas de tempo contínuo)
- Define-se como:

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

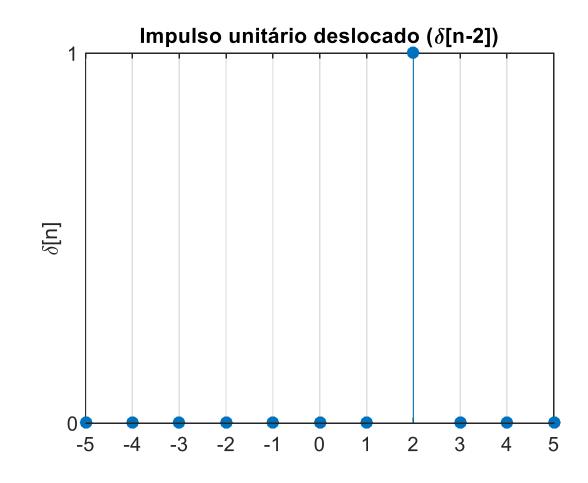


Impulso deslocado

 Uma representação muito útil é o impulso unitário deslocado

$$\delta[n-n_0]$$

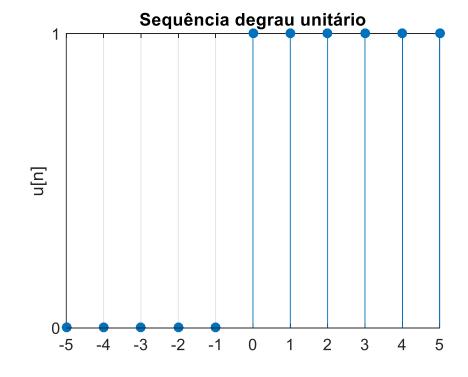
Onde n_0 é o valor do deslocamento.



Degrau unitário

- A sequência degrau unitário representa um sinal que vale 1 em quaisquer valores de amostra maiores ou iguais a 0 (zero)
- Define-se como:

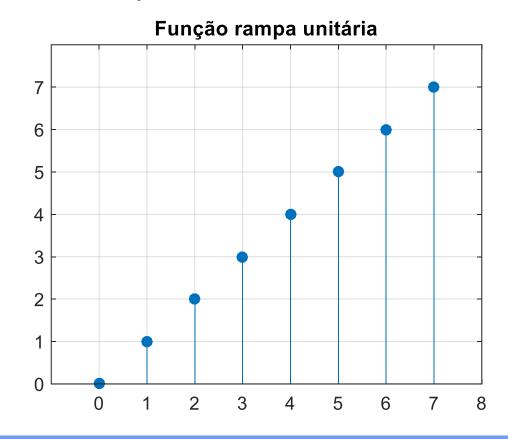
•
$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \ge 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$



Rampa unitária

- O sinal *rampa* se refere a um sinal crescente, a partir de 0.
- Define-se como:

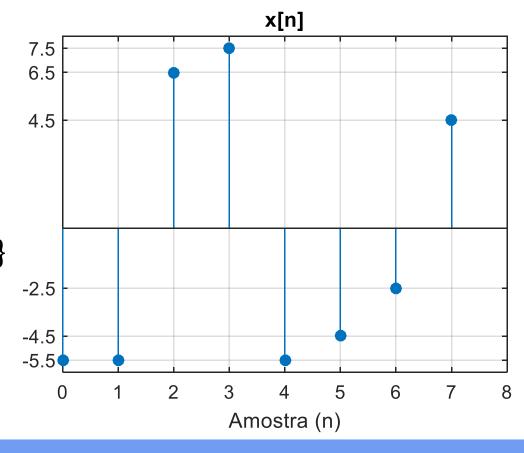
$$r[n] = \begin{cases} n, n \ge 0 \\ 0, c. c. \end{cases}$$



Representação com *impulsos* deslocados

- Uma prática muito comum em PDS é representar qualquer sequência discreta como uma combinação linear do sinal original com o impulso discreto.
- Considere o sinal:

$$x[n] = \{-5.5, -5.5, 6.5, 7.5, -5.5, -4.5, -2.5, 4.5\}$$



Representação com impulsos deslocados

• Então:

$$p[n] = a_0 \delta[n] + a_1 \delta[n-1] + a_2 \delta[n-2] + a_3 \delta[n-3] + \dots + a_7 \delta[n-7]$$

Generalizando-se:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]$$

Degrau com impulso

 Da mesma forma, podemos representar o sinal degrau unitário com o impulso unitário

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k]$$

- Ou seja, o degrau é a soma de todos os impulsos $\delta[k]$ entre $-\infty$ e n
- Em outras palavras, só será 1, se $n \ge 0$

Degrau com impulso

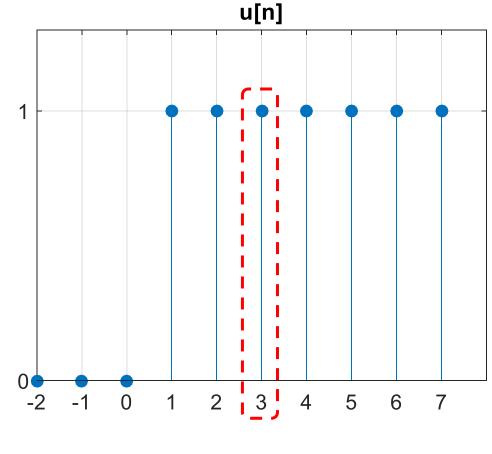
Por exemplo:

$$u[3] = \sum_{k=-\infty}^{3} \delta[k]$$

$$= \dots + \delta[-2] + \delta[-1] + \delta[0] + \delta[1] + \delta[2] + \delta[3]$$

$$= \dots + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0$$

$$= 1$$



Degrau com impulso

 Outra forma de se representar o degrau unitário é utilizando a equação da combinação linear.

• Já que:
$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \ge 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

- Então: $u[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3] + \cdots$
- Conclui-se que:

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$$

Impulso com degrau

Da mesma forma, é possível representar o impulso unitário com o degrau unitário

• $\delta[n] = u[n] - u[n-1]$

