UNIFESSPA | Faculdade de Computação e Engenharia Elétrica

PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS

Prof. Claudio Coutinho

Turma EC
2018

Aula 02

Revisão (Cont.) e Periodicidade

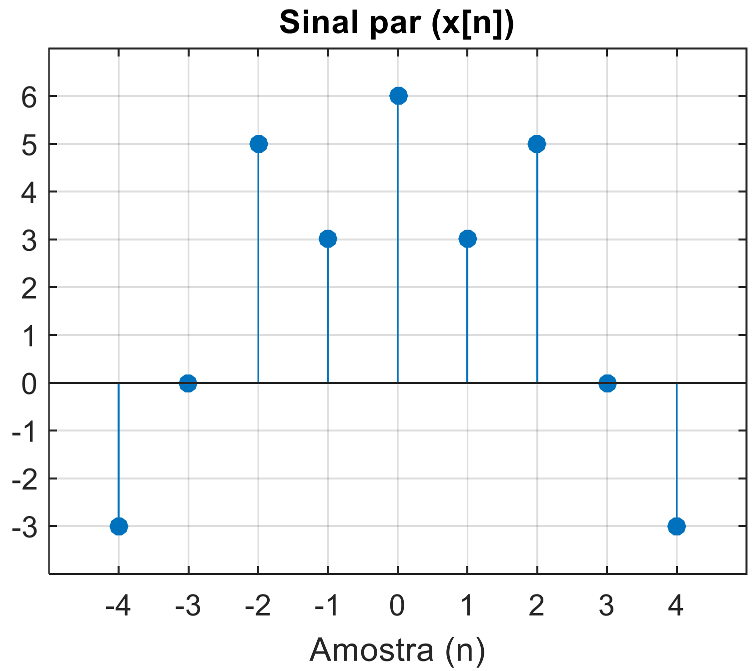
Paridade de sinais

- Sinais podem ser classificados de acordo com sua ***paridade***:
  - Par
  - Ímpar

- A paridade envolve a forma assumida pelo sinal comparando-se $n > 0$ e $n < 0$.

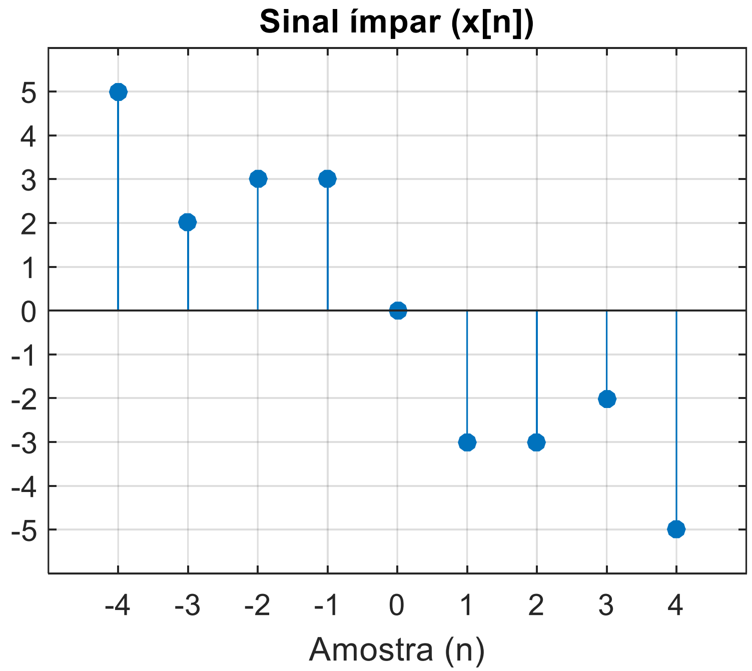
Paridade de sinais

- Um sinal ***par*** possui semelhança de comportamento nos dois trechos citados, ou, em outras palavras:
- $x[n] = x[-n]$



Paridade de sinais

- Um sinal ***ímpar*** possui uma imagem invertida dos valores nos dois trechos citados, ou, em outras palavras:
- $x[n] = -x[-n]$



Paridade de sinais

- ***Todo*** sinal possui uma componente *ímpar* e uma componente *par*

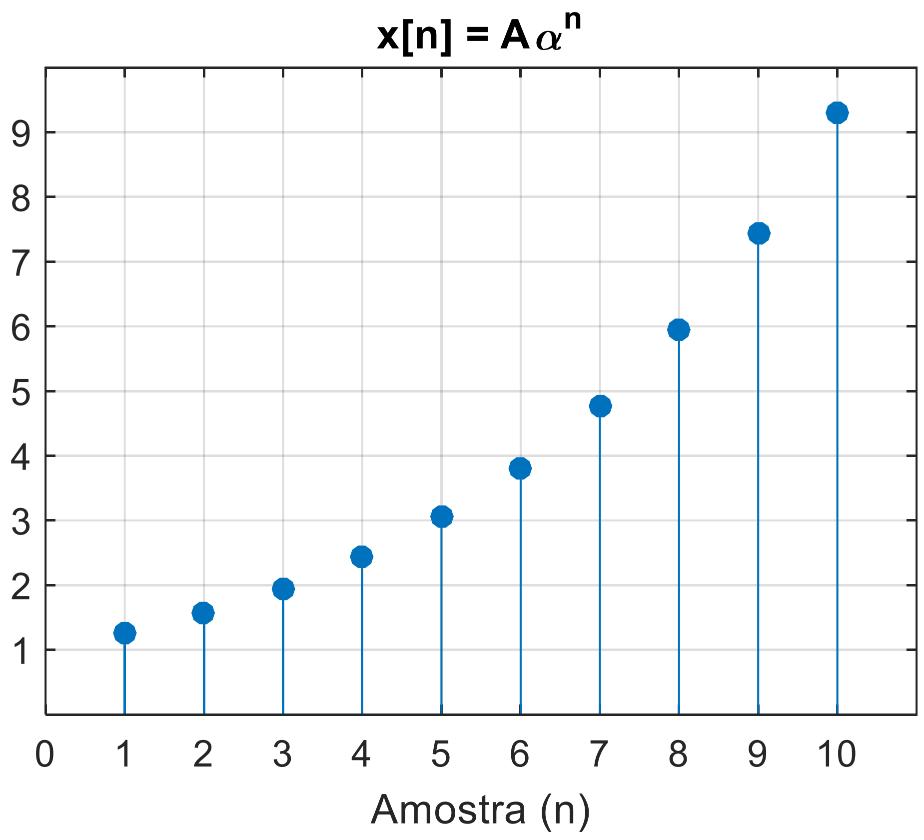
$$x[n] = x_e + x_o$$

$$x_e = {}^{1}\!/_{2}\,(x[n] + x[-n])$$

$$x_o = {}^{1}\!/_{2}\,(x[n] - x[-n])$$

Sinais exponenciais

- $x[n] = A.\alpha^n$
- Para $|\alpha| > 1$ e A positivo



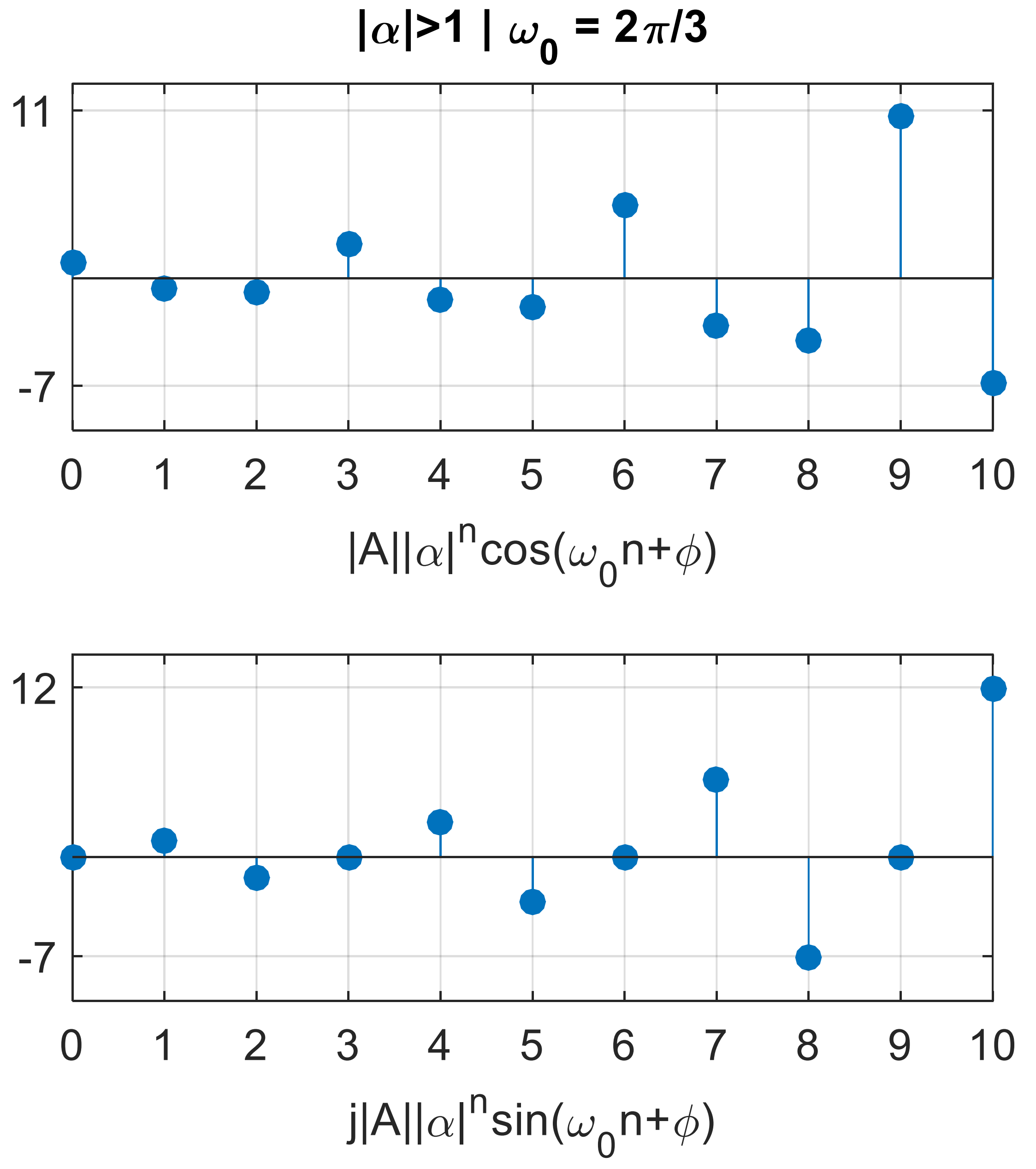
Sinais exponenciais

- $x[n] = A.\alpha^n$
- Para $\alpha = |\alpha|e^{j\omega_0}$ e $A = |A|e^{j\phi}$
- Então:

$$x[n] = A.\alpha^n$$
$$x[n] = |A|e^{j\phi}|\alpha|^n e^{j\omega_0 n}$$
$$x[n] = |A||\alpha|^n e^{j(\omega_0 n+\phi)}$$
$$x[n] = |A||\alpha|^n \cos(\omega_0 n + \phi) + j|A||\alpha|^n sen(\omega_0 n + \phi)$$

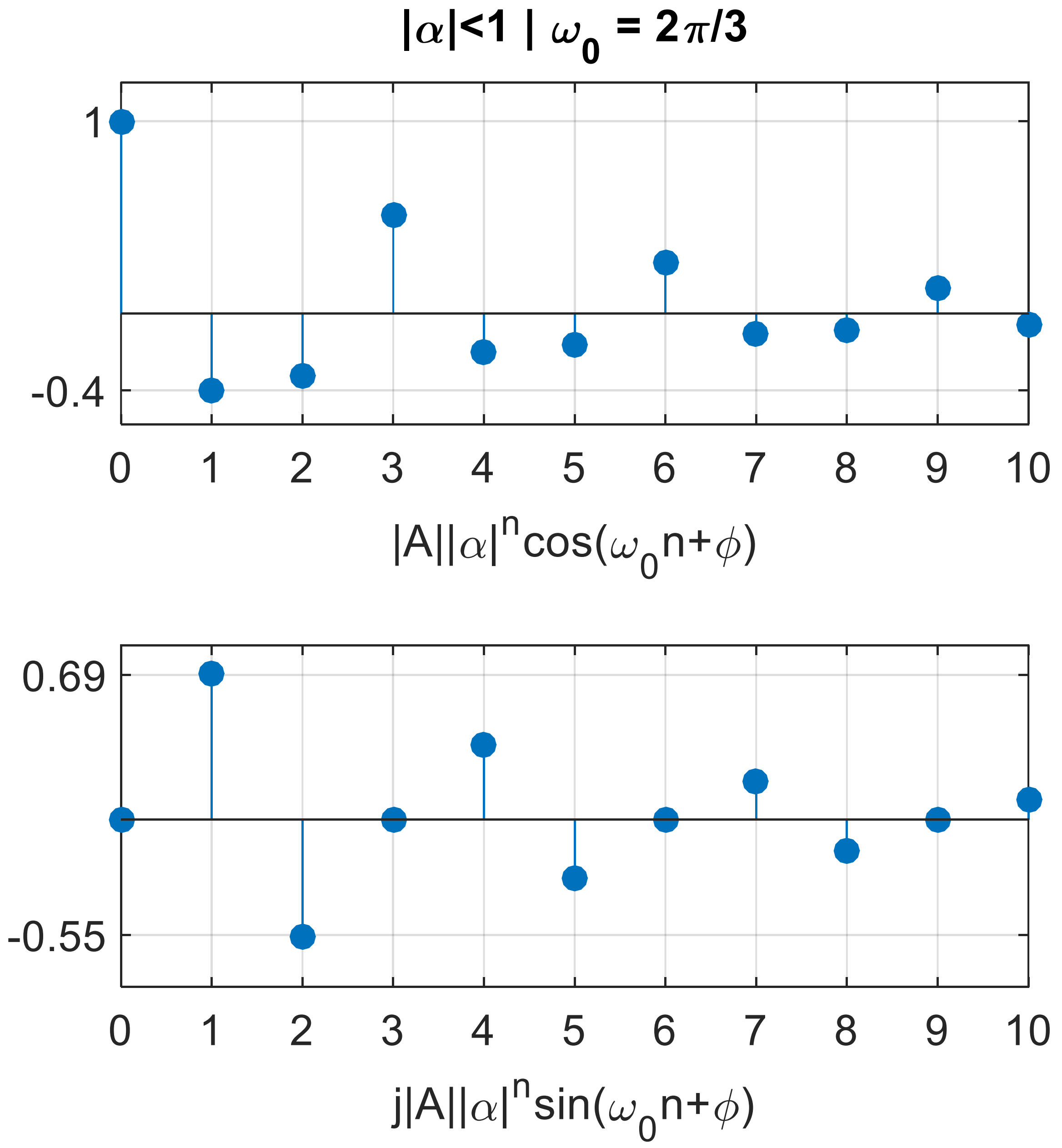
Sinais exponenciais

- $x[n] = A.\alpha^n$
- Para α e A complexos
- Para $|\alpha| > 1$, $\omega_0 = {}^{2\pi}/_{3}$ e $\phi = 0$



Sinais exponenciais

- $x[n] = A.\alpha^n$
- Para α e A complexos
- Para $|\alpha| < 1$, $\omega_0 = {}^{2\pi}/_{3}$ e $\phi = 0$



Periodicidade

- Em tempo contínuo, um sinal sinusoidal e um sinal exponencial complexo são ambos periódicos no tempo, com período igual a 2π dividido pela frequência $T = {}^{2\pi}/_{f}$
- Um sinal em tempo discreto é considerado *periódico* se:

$$x[n] = x[n+N], \qquad N \in \mathbb{Z}$$

Periodicidade

- Testando essa condição de periodicidade para um sinal sinusoidal discreto:

$$A\cos(\omega_0 n + \phi) = A\cos(\omega_0 n + \omega_0 N + \phi)$$

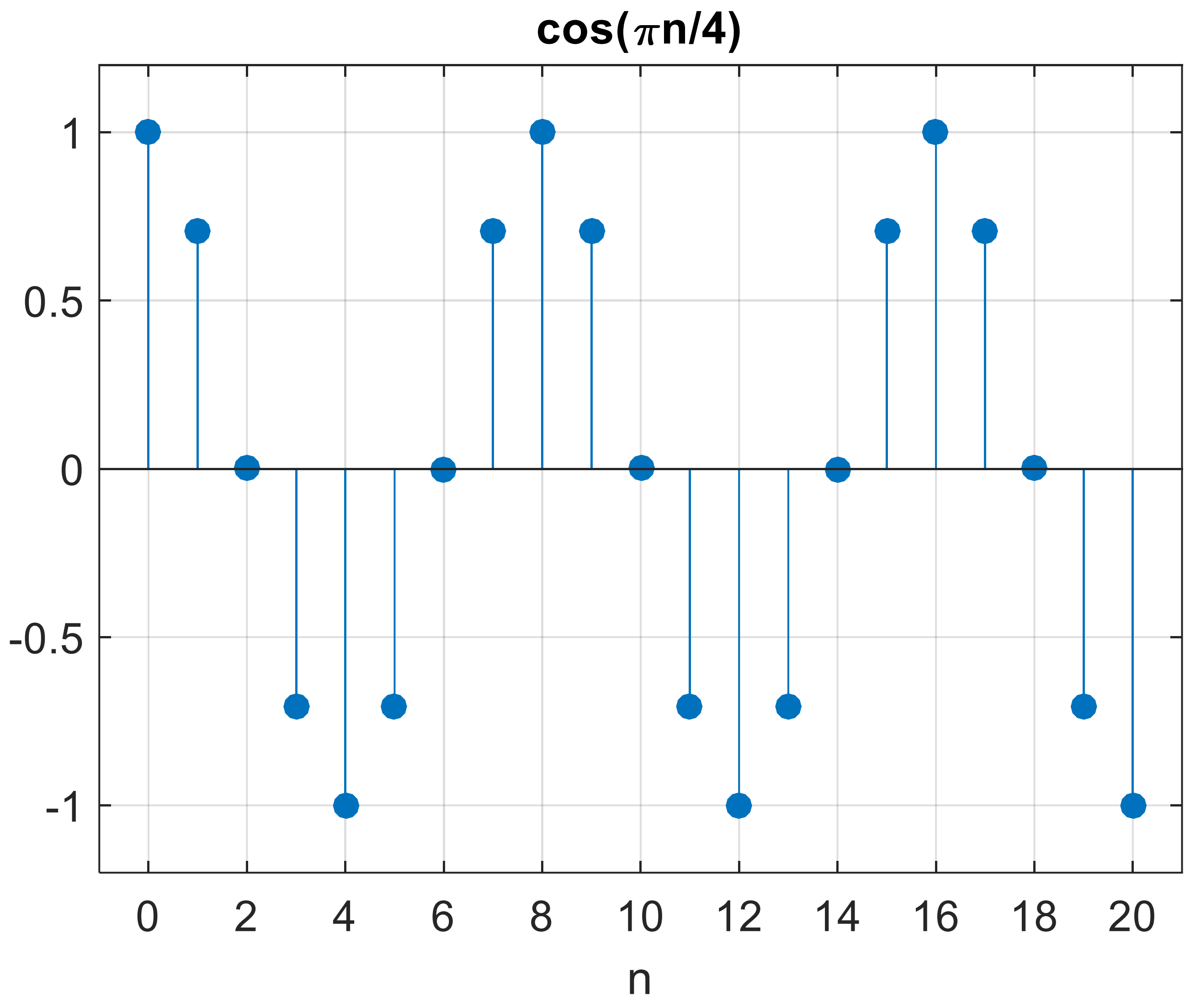
- Para que o sinal seja periódico, é necessário que

$$\omega_0 N = 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}$$

- Ou seja, o termo deve ser *múltiplo* de 2π

Exemplo

- Considere o sinal $x_1[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$.
- Ou seja, $\omega_0 = {}^{\pi}/_{4}$



Exemplo

- Considere o sinal $x_1[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$. Ou seja, $\omega_0 = {}^{\pi}/_{4}$
- Então se: $\omega_0 N = 2\pi k$, $({}^{\pi}/_{4})N = 2\pi k$
- Logo: $N = {}^{4\cdot 2\pi k}/_{\pi} = 8k$
- Ou seja, o período fundamental N vale 8
- Prova:

$$\cos({}^{\pi n}/_{4}) = \cos\left({}^{\pi(n+8)}/_{4}\right) = \cdots$$

$$\ldots = \cos({}^{\pi n}/_{4} + {}^{8\pi}/_{4}) = \cos({}^{\pi n}/_{4} + 2\pi) = \cos({}^{\pi n}/_{4})$$

Exercício

- Verifique se os sinais abaixo são periódicos
- $x_1[n] = \cos(n)$
- $x_2[n] = \cos\left({}^{7\pi n}/_{4}\right)$
- $x_3[n] = \cos(0{,}5\pi n + 3\pi)$