TEORIA DA COMPUTACAO – Exercícios Capítulo de Introdução

1) Sejam \mathbf{A} um conjunto com 8 elementos e \mathbf{B} um conjunto tal que \mathbf{A} \mathbf{U} \mathbf{B} contenha 12 elementos. Então, o número de elementos de \mathbf{P} ($\mathbf{B} \setminus \mathbf{A}$) \mathbf{U} \mathbf{P} (\emptyset) é igual a

```
a) 8 b) 16 c) 20 d) 17 e) 9
```

OBS: Se X é um conjunto, P (X) denota o conjunto de todos os subconjuntos de X. A \setminus B = {x \in A; x \neq B}.

2) Considere as seguintes afirmações sobre números reais positivos:

```
I. Se x > 4 e y < 2, então x^2 - 2y > 12.

II. Se x > 4 ou y < 2, então x^2 - 2y > 12.

III. Se x^2 < 1 e y^2 > 2, então x^2 - 2y < 0.

Então, destas é (são) verdadeira(s)
```

- a) apenas I. b) apenas I e II. c) apenas II e III. d) apenas I e III. e) todas.
- 3) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C₁, C₂ e C₃ terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas. Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C₁ e C₂ terão 10 páginas em comum; C₁ e C₃ terão 6 páginas em comum; C₂ e C₃ terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C₁. Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:
- a) 135. b) 126. c) 118. d) 114. b) 110.
- 4) Numa cidade do interior do estado de São Paulo, uma prévia eleitoral entre 2 000 filiados revelou as seguintes informações a respeito de três candidatos A, B, e C, do Partido da Esperança (PE) que concorrem a 3 cargos diferentes:

I. todos os filiados votaram e não houve registro de voto em branco, tampouco de voto nulo;

II. 280 filiados votaram a favor de A e de B;

III. 980 filiados votaram a favor de A ou de B, mas não de C;

IV. 420 filiados votaram a favor de B, mas não de A ou de C;

V. 1.220 filiados votaram a favor de B ou de C, mas não de A;

VI. 640 filiados votaram a favor de C, mas não de A ou de B;

VII. 140 filiados votaram a favor de A e de C, mas não de B.

Determine o número de filiados ao PE que:

- a) votaram a favor dos 3 candidatos.
- b) votaram a favor de apenas um dos candidatos.
- 5) Sejam M e N conjuntos que possuem um único elemento em comum. Se o número de subconjuntos de M é igual ao dobro do número de subconjuntos de N, o número de elementos do conjunto $M \cup N$ é:
- a) o triplo do número de elementos de M.
- b) o triplo do número de elementos de N.
- c) o quádruplo do número de elementos de M.
- d) o dobro do número de elementos de M.
- e) o dobro do número de elementos de N.
- 6) Em um grupo de **n** cadetes da Aeronáutica, 17 nadam, 19 jogam basquetebol, 21 jogam voleibol, 5 nadam e jogam basquetebol, 2 nadam e jogam voleibol, 5 jogam basquetebol e voleibol e 2 fazem os três esportes. Qual o valor de **n**, sabendo-se que todos os cadetes desse grupo praticam pelo menos um desses esportes?

```
a) 31 b) 37 c) 47 d) 51
```

```
7) São dados os conjuntos: A = \{x \in N \mid x \in P \}, B = \{x \in Z \mid -1 \le x < 6\} \in C = \{x \in N \mid x \le 4\}. O
conjunto x, tal que x \in B \in B - x = A \cap C, é:
a) {0, 1, 3, 5} b) {-1, 1, 3, 5, 6} c) {1, 3, 5} d) {0, 3, 5} e) {-1, 1, 3, 5}
8) Seja A o conjunto dos naturais menores que 10 e seja B outro conjunto tal que A \cup B = A e A \cap B é o
conjunto dos pares menores que 10. Então o conjunto B é:
a) vazio b) A \cap B c) \{x \in N \mid x < 10\} d) \{x \in N \mid x \in P 
e) qualquer conjunto de números pares que contenha A \cap B
9) Sendo A=\{2, 3, 5, 6, 9, 13\} e B=\{a^b \mid a \in A, b \in A \text{ e } a \neq b\}. O número de elementos de B que são números
pares é:
a) 5 b) 8 c) 10 d) 12 e) 13
10) Considere os conjuntos:
A = \{a \in N^* \mid a < 5\}
B = \{b \in Z \mid 1 < b < 5\}
C = \{c \in N^* \mid 2c_2 - 8c = 0\}
D = \{x \in N \mid x \text{ \'e primo e } x < 7\}
se A \cap E = {3} e B \cup E = D \cup C, então o conjunto E é igual a
a) {3} b) {3,5} c) {3,5,7} d) {3,4,5}
```

- 11) De dois conjuntos A e B, sabe-se que:
- I. O número de elementos que pertencem a $A \cup B$ é 45;
- II. 40% desses elementos pertencem a ambos os conjuntos;
- III. o conjunto A tem 9 elementos a mais que o conjunto B.

Então, o número de elementos de cada conjunto é

```
a) n(A) = 27 e n(B) = 18
```

b)
$$n(A) = 30 e n(B) = 21$$

c)
$$n(A) = 35 e n(B) = 26$$

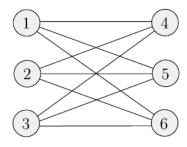
d)
$$n(A) = 36 e n(B) = 27$$

- 12) Sejam os conjuntos: $A = \{x \in R / 1 \le x < 5\}$, $B = \{x \in R / 2 \le x \le 6\}$. Assinale a alternativa CORRETA:
- a) $(A \cap B) = \{x \in R / 2 < x \le 5\}$
- b) $(A \cap B) = \{x \in R / 2 \le x < 5\}$
- c) $(A \cap B) = \{2, 3, 4\}$
- d) $(A \cap B) = \{x \in R / 2 < x < 5\}$
- e) $(A \cap B) = \{x \in R / 2 \le x \le 5\}$
- 13) Numa pesquisa para se avaliar a leitura de três revistas "A", "B" e "C", descobriu-se que 81 pessoas lêem, pelo menos, uma das revistas; 61 pessoas lêem somente uma delas e 17 pessoas lêem duas das três revistas. Assim sendo, o número de pessoas mais bem informadas dentre as 81 é:
- a) 3 b) 5 c) 12 d) 29 e) 37
- 14) Numa universidade são lidos apenas dois jornais, *x* e *y*. 80% dos alunos lêem o jornal *x* e 60%, o jornal *y*. Sabendo-se que todo aluno é leitor de pelo menos um dos jornais, assinale a alternativa que corresponde ao percentual de alunos que leem ambos:
- a) 40% b) 48% c) 14% d) 80% e) 60%
- 15) Se A e B são subconjuntos de U e A' e B' seus respectivos complementares em U, então $(A \cap B) \cup (A \cap B')$ é igual a:
- a) A' b) B' c) B d) A e) A' B'

16) Seja X o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ e Y o conjunto $\{6, 7, 8, 9, 10\}$. A função unária $f: X \to Y$ e a função binária $g: X \times Y \to Y$ são descritas nas tabelas seguintes:

n	f(n)			7			
1	6	1	10	10	10	10	10
2	7	2	7	8	9	10	6
3	6 7	3	7	7	8	8	9
4	7	4	9	7 8 6	7	6	10
5	6	5	6	6	6	6	6

- a. Qual é o valor de f(2)?
- b. Quais são o contradomínio e o domínio de f?
- c. Qual é o valor de g(2, 10)?
- d. Quais são o contradomínio e o domínio de g?
- e. Qual é o valor de g(4, f(4))?
- 17) Considere o grafo não-direcionado G = (V, E) onde V, o conjunto de nós, é $\{1, 2, 3, 4\}$ e E, o conjunto de arestas, é $\{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 4\}\}$. Desenhe o grafo G. Qual é o grau do nó 1? Do nó 3? Indique um caminho do nó 3 ao nó 4 sobre seu desenho de G.
- 18) Escreva uma descrição formal do seguinte grafo.



19) O grafo de interseção de uma coleção de conjuntos A_1, A_2, \cdots, A_n é o grafo que tem um vértice para cada um dos conjuntos da coleção e tem uma aresta conectando os vértices se esses conjuntos têm uma interseção não vazia. Construa o grafo de interseção para as seguintes coleções de conjuntos.

(a)
$$A_1 = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

 $A_2 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
 $A_3 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $A_4 = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
 $A_5 = \{0, 1, 8, 9\}$

(b)
$$A_1 = \{\cdots, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

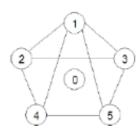
 $A_2 = \{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots\}$
 $A_3 = \{\cdots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \cdots\}$
 $A_4 = \{\cdots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \cdots\}$
 $A_5 = \{\cdots, -6, -3, 0, 3, 6, \cdots\}$

(c)
$$A_1 = \{x \mid x < 0\}$$

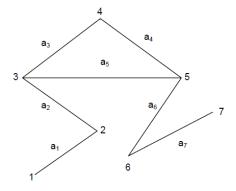
 $A_2 = \{x \mid -1 < x < 0\}$
 $A_3 = \{x \mid 0 < x < 1\}$
 $A_4 = \{x \mid -1 < x < 1\}$
 $A_5 = \{x \mid x > -1\}$
 $A_6 = \mathbb{R}$

20) Pode haver um grafo simples com 15 vértices, cada um com grau 5?

- 21) Quantas arestas tem um grafo com vértices de grau 5, 2, 2, 2, 2, 1? Desenhe um possível grafo.
- 22) Existe um grafo simples com cinco vértices dos seguintes graus? Se existir, desenhe um possível grafo.
- (a) 3, 3, 3, 3, 2
- (b) 1, 2, 3, 4, 5
- 23) Considerando o grafo da figura abaixo:



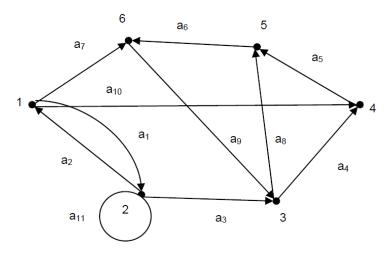
- (a) Defina formalmente o grafo
- (b) Determine o grau de cada um de seus vértices.
- 24) Considere o Grafo G(V, A): $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $V = \{(1,2), (1,4), (2,3), (3,5), (2,6), (1,6), (5,4), (3,5), (3,2)\}$ Construa uma representação geométrica de G.
- 25) Considere um grafo simples com 7 vértices, x_2 , x_3 , x_4 , x_5 , x_6 , x_7 , x_8 e arestas (x_i, x_j) se, e somente se, os inteiros i e j possuem um divisor comum diferente de 1. Dê uma representação gráfica para este grafo.
- 26) É possível existir um grupo de 7 pessoas tal que cada pessoa conheça exatamente 3 outras pessoas neste grupo? Por quê?
- 27) Considere o grafo:



e responda as seguintes perguntas:

- a) O grafo é simples?
- b) O grafo é conexo?
- c) É possível encontrar dois caminhos do nó 3 para o nó 6?
- d) É possível encontrar um ciclo?
- 28) Esboce um grafo com as seguintes características: simples com 3 nós, cada um com grau 2.

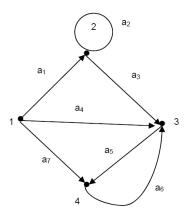
29) Observe o seguinte grafo direcionado:



e responda as seguintes perguntas:

- (a) Quais são os nós acessíveis a partir do nó 3?
- (b) Qual o caminho mais curto do nó 3 para o nó 6?
- (c) Qual o caminho de comprimento 8 do nó 1 para o nó 6?

30) Observe o grafo direcionado abaixo:



e responda as seguintes perguntas:

- (a) Existe um caminho de comprimento 5 do nó 1 para o nó 4?
- (b) É possível acessar o nó 1 de algum outro nó?
- (c) Quais são os ciclos deste grafo?