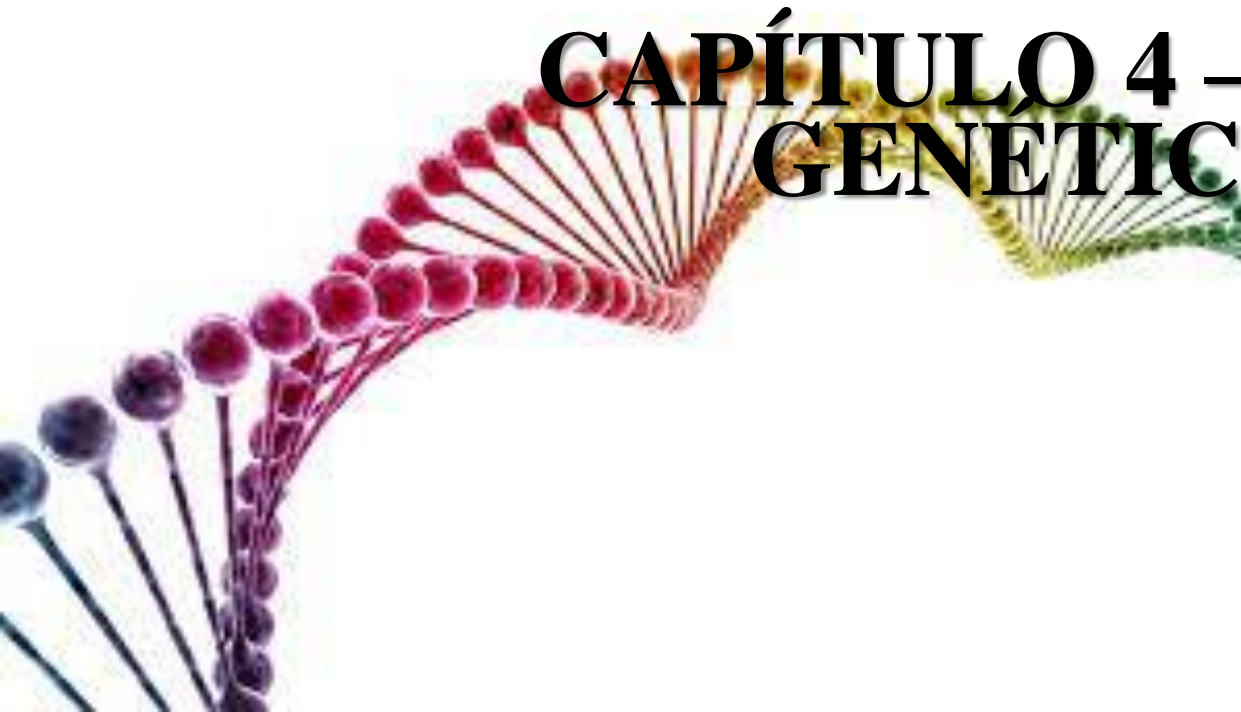




**Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará**  
**Faculdade de Computação e Engenharia Elétrica**  
**Inteligência Artificial**

# **CAPÍTULO 4 – ALGORITMOS GENÉTICOS (Parte 2)**

**Prof. Dr. Elton Alves**



# AG

## □ Pontos importantes a definir:

- Representação dos indivíduos (Cromossomial);
- Estratégia de seleção;
- Operadores de busca

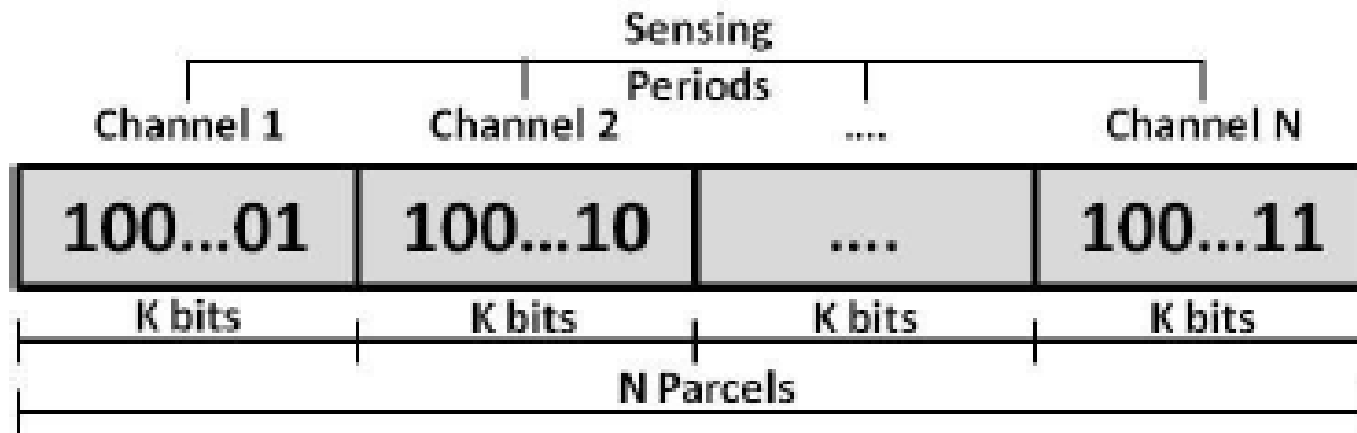
# REPRESENTAÇÃO CROSSOMIAL

- ❑ É uma maneira de traduzir a informação do nosso problema de maneira tratável pelo computador (Representação – GENE).
- ❑ Um cromossomo representa (codifica) um conjunto de parâmetros da função objetivo
  - Exemplo: na função  $f(x) = x \sin(10\pi x) + 1$ , um cromossomo codifica um valor do parâmetro  $x$
- ❑ Quanto mais adequada ao problema, melhores os resultados

# REPRESENTAÇÃO CROSSOMIAL

□ Representação mais comum é a **binária**

- Cromossomo = sequência de bits
- Cada gene é somente um bit
- Problemas numéricos



# REPRESENTAÇÃO CROSSOMIAL

□ **Exemplo:** seja o problema de encontrar o mínimo da seguinte função, sendo que ambas as variáveis pertencem ao intervalo  $[-100, 100]$ .

$$f(x) = \left| x * y \sin \frac{y\pi}{4} \right|$$

- **Representar números reais como números binários**
  - A faixa de operação de cada uma das variáveis
  - A precisão desejada.

# REPRESENTAÇÃO CROSSOMIAL

❑ Conversão binária para Real (precisão máxima):

$$real = \inf_i + \frac{\sup_i - \inf_i}{2^k - 1} * r_i$$

Valor conversão  
Binário -> Inteiro

❑ Exemplo:  $k=10$  bits e faixa de operação de 2 a 10 ➡  $\frac{10-2}{2^{10}-1} \approx 0,0078$  (*precisão*)

❑ SOLUÇÃO: Convertendo para inteiro, temos:

$$s_1 = 1000101110110101000111$$

❑ Mapeando para o intervalo  $[-1, 2]$ , temos

$$x = \min + (\max - \min) \frac{b_{10}}{2^l - 1}$$

$$b_{10} = (1000101110110101000111)_2 = 2288967$$

$$x_1 = -1 + (2 + 1) \frac{2.288.967}{(2^{22} - 1)} = 0,637197$$

# FUNÇÃO DE AVALIAÇÃO

- ❑ Também chamada de Função de Fitness/Custo
- ❑ Utilizada para determinar a qualidade de um indivíduo/solução
- ❑ Nota dada ao indivíduo
- **Será a base para o processo de seleção.**
- ❑ É um elo forte de ligação do GA com o problema
- ❑ Ela deve ser tal que:
  - **Se o cromossomo C1 representa uma solução melhor que o C2,**
  - **Então o valor da avaliação de C1 deve ser maior que de C2.**

# PROBLEMA

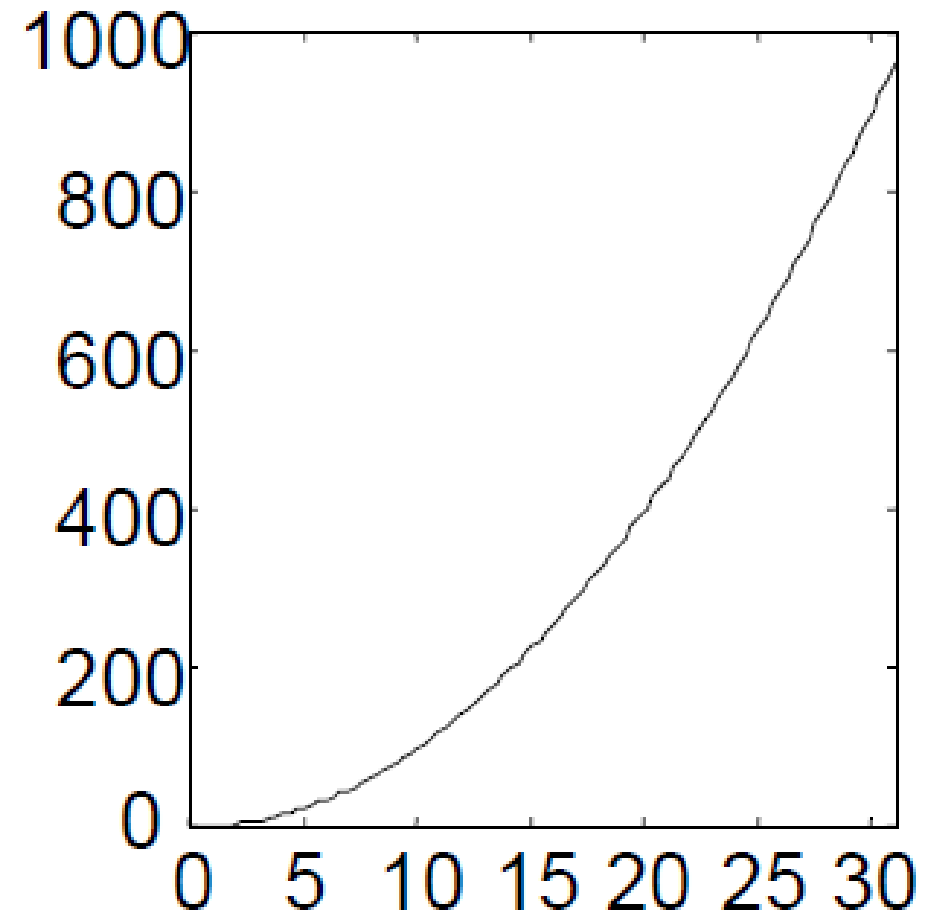
## ❑ Problema:

- Use um AG para encontrar o ponto máximo da função:

$$f(x) = x^2$$

- Com  $x$  sujeito as seguintes restrições:

$$0 \leq x \leq 31$$





# CROMOSSO DO PROBLEMA

## □ Cromossomos binários com 5 bits:

$$0 = 00000$$

$$31 = 11111$$

## □ Aptidão

- Neste problema, a aptidão pode ser a própria função objetivo.
- Exemplo:

$$\text{aptidão}(00011) = f(3) = 9$$

# SELEÇÃO

## ❑ Seleção

- Imitação da seleção natural.
- Os melhores indivíduos (maior aptidão) são selecionados para gerar filhos através de crossover e mutação.
- Dirige o AG para as melhores regiões do espaço de busca.

## ❑ Tipos mais comuns de seleção

- Proporcional a aptidão.
- Torneio.
- Elitismo

# Seleção dos Pais – Roleta Viciada

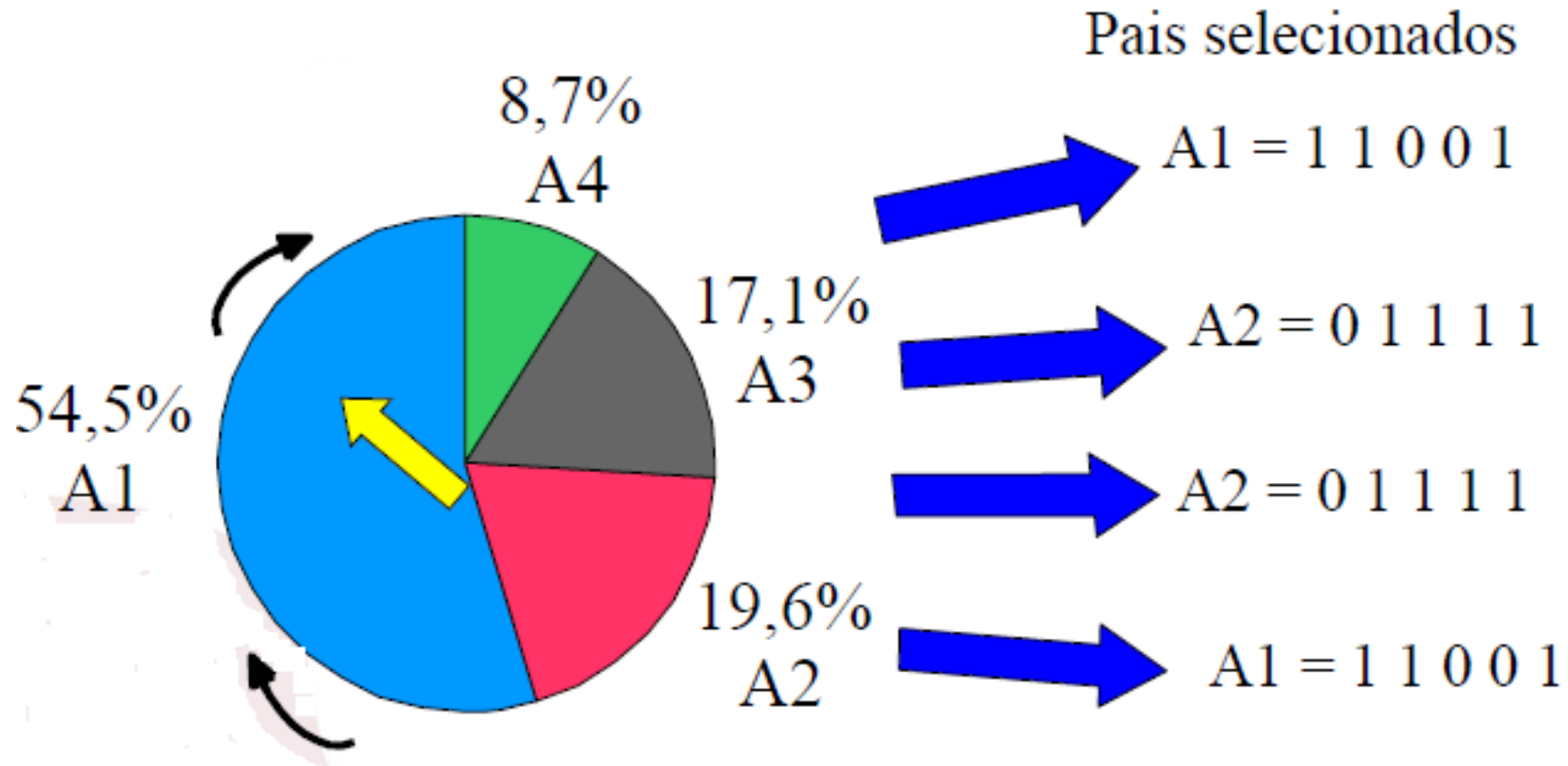
□ É aleatória (mas quando possível, o conhecimento da aplicação pode ser utilizado para definir a população inicial).

Pop. inicial	{	cromossomos	$x$	$f(x)$	Prob. de seleção
		$A_1 = 1\ 1\ 0\ 0\ 1$	25	625	54,5%
		$A_2 = 0\ 1\ 1\ 1\ 1$	15	225	19,6%
		$A_3 = 0\ 1\ 1\ 1\ 0$	14	196	17,1%
		$A_4 = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$	10	100	8,7%

**Probabilidade de seleção  
proporcional a aptidão**

$$P_i = \frac{f(x_i)}{\sum_{k=1}^N f(x_k)}$$

# Seleção proporcional a aptidão (Roleta Viciada)

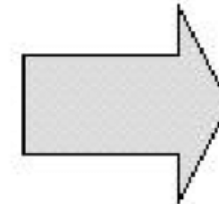


**OBS:** os mais fortes tem preferência para a reprodução, mas os fracos ainda possuem algumas chances.

# SELEÇÃO POR TORNEIO

- ❑ Consiste em selecionar uma série de indivíduos da população e fazer com que eles entrem em competição direta pelo direito de ser pai, usando como arma sua avaliação.
- ❑ Tamanho do torneio (*K*) define quantos indivíduos vão competir (população)

Indivíduo	Fitness
x <sub>1</sub>	200
x <sub>2</sub>	100
x <sub>3</sub>	9500
x <sub>4</sub>	100
x <sub>5</sub>	100
x <sub>6</sub>	10000
x <sub>7</sub>	1
x <sub>8</sub>	40



Torneios		
x <sub>1</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>8</sub>
x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>5</sub>
x <sub>6</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>4</sub>
x <sub>2</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>1</sub>
x <sub>5</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>5</sub>
x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>2</sub>
x <sub>4</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>6</sub>
x <sub>4</sub>	x <sub>6</sub>	x <sub>5</sub>

# Convergência Genética

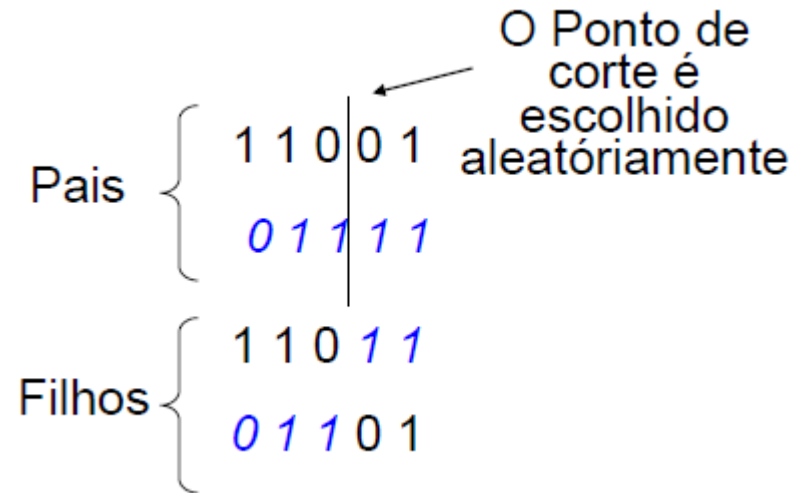
❑ Se deixarmos apenas os melhores indivíduos se reproduzirem, a população tenderá a ser composta de indivíduos cada vez mais semelhantes (faltarão diversidade).

# CROSSOVER E MUTAÇÃO

- ❑ Combinam pais selecionados para produção de filhos.
- ❑ Principais mecanismos de busca do AG.
- ❑ Permite explorar áreas desconhecidas do espaço de busca.

# CROSSOVER DE UM PONTO

- ❑ O crossover é aplicado com uma dada probabilidade denominada *taxa de crossover* (60% a 90%)



- ❑ Se o crossover é aplicado os pais trocam suas caldas gerando dois filhos, caso contrário os dois filhos serão cópias exatas dos pais.



# MUTAÇÃO

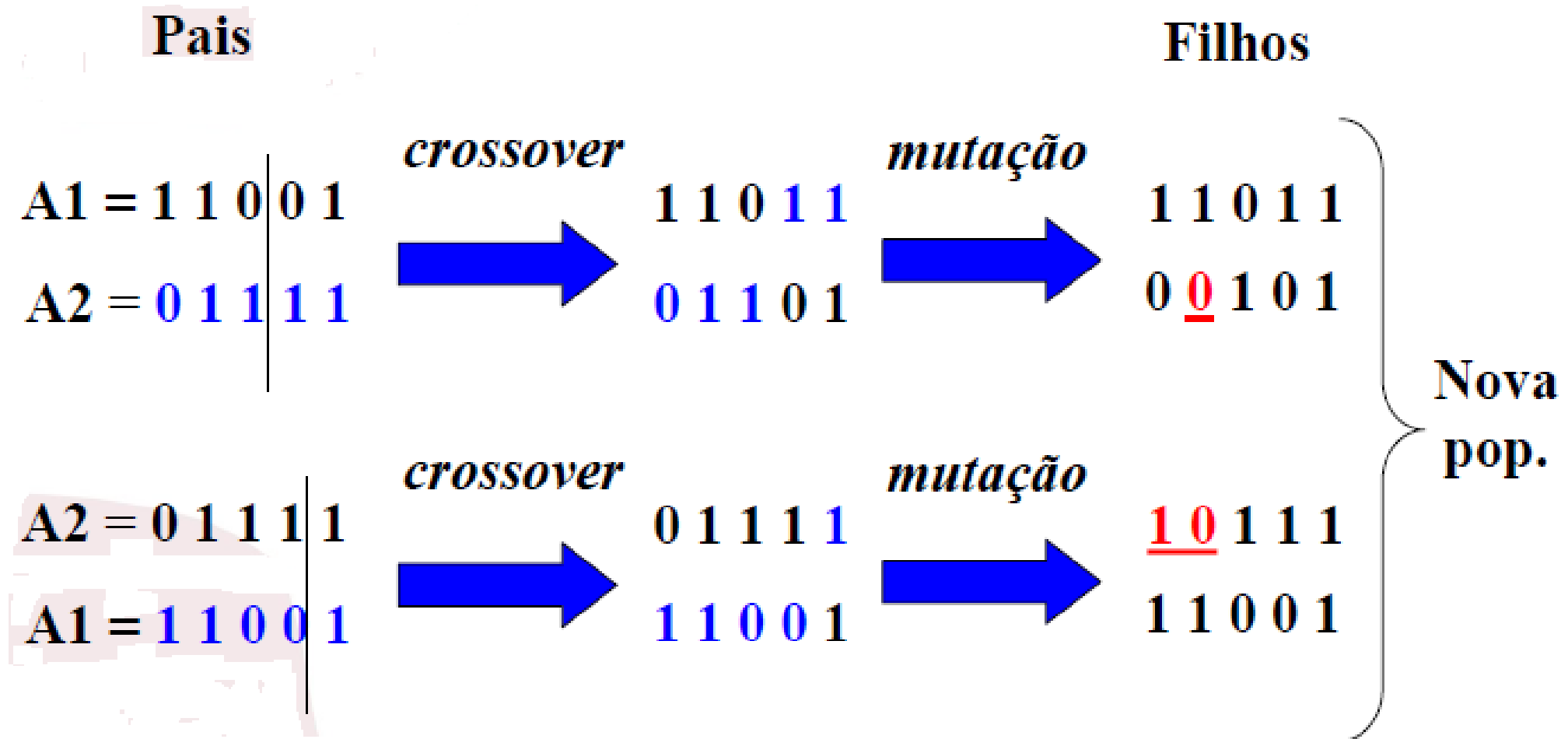
- ❑ Mutação inverte os valores dos bits.
- ❑ A mutação é aplicada com dada probabilidade, denominada *taxa de mutação*(~1%), em cada um dos bits do cromossomo.
- ❑ A taxa de mutação não deve ser nem alta nem baixa, mas o suficiente para assegurar a diversidade de cromossomos na população.

Antes da  
mutação 0 1 1 0 1

Depois 0 0 1 0 1

Aqui, apenas o 2o.bit  
passou no teste de  
probabilidade

# PRIMEIRA GERAÇÃO DO PROBLEMA 1



# PRIMEIRA GERAÇÃO DO PROBLEMA

cromossomos	$x$	$f(x)$	prob. de seleção	
1	1 1 0 1 1	27	729	29,1%
2	1 1 0 0 1	25	625	24,9%
3	1 1 0 0 1	25	625	24,9%
4	1 0 1 1 1	23	529	21,1%

# AS DEMAIS GERAÇÕES

						$x$	$f(x)$	
						<hr/>		
Segunda Geração	1	1	1	0	1	1	27	729
	2	1	1	0	0	0	24	576
	3	1	0	1	1	1	23	529
	4	1	0	1	0	1	21	441
						$x$	$f(x)$	
						<hr/>		
Terceira Geração	1	1	1	0	1	1	27	729
	2	1	0	1	1	1	23	529
	3	0	1	1	1	1	15	225
	4	0	0	1	1	1	7	49

# AS DEMAIS GERAÇÕES

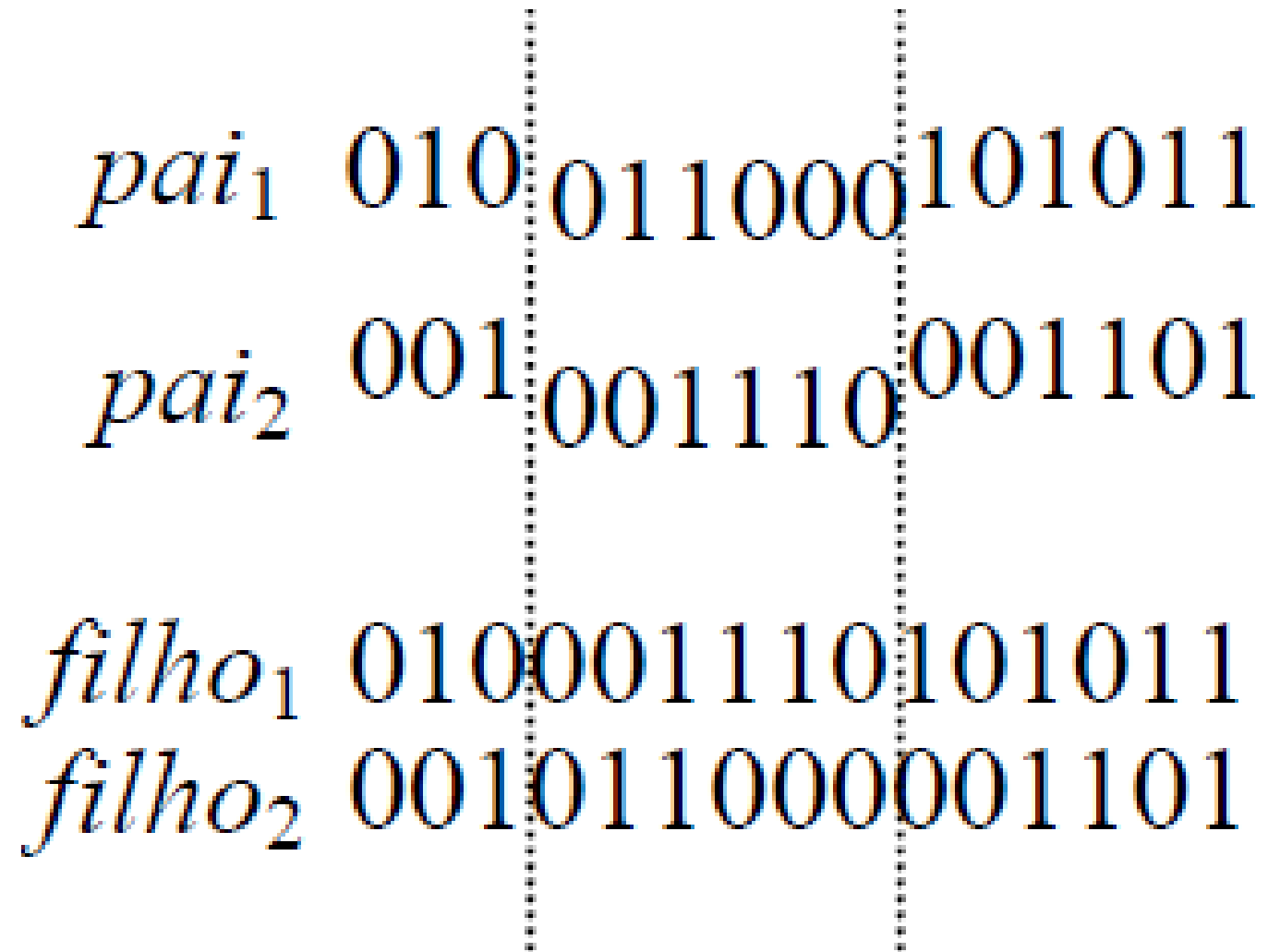
**Quarta Geração**

		$x$	$f(x)$
1	1 1 1 1 1	31	961
2	1 1 0 1 1	27	729
3	1 0 1 1 1	23	529
4	1 0 1 1 1	23	529

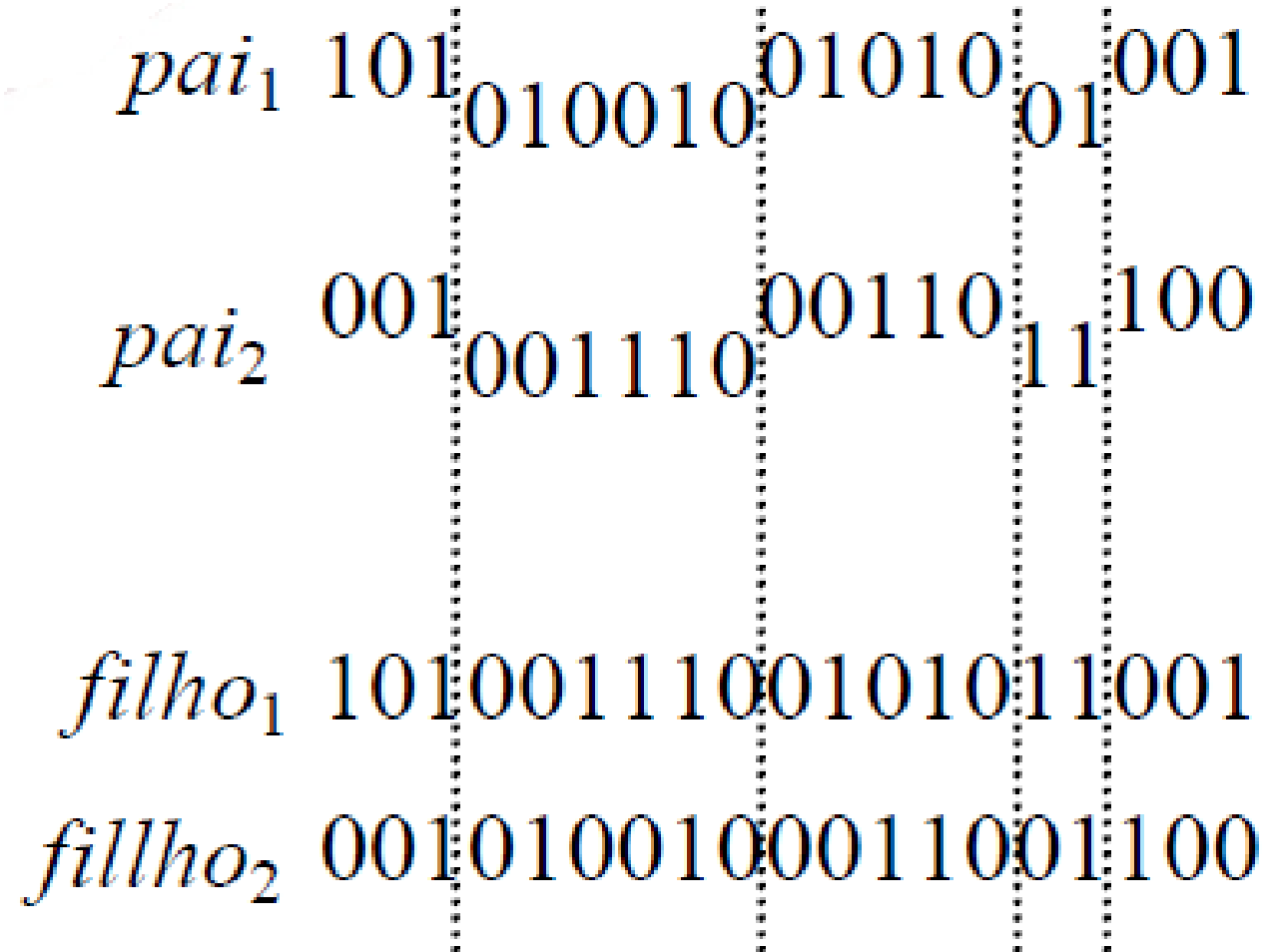
**Quinta Geração**

		$x$	$f(x)$
1	1 1 1 1 1	31	961
2	1 1 1 1 1	31	961
3	1 1 1 1 1	31	961
4	1 0 1 1 1	23	529

# CROSSOVER DE 2-PONTOS

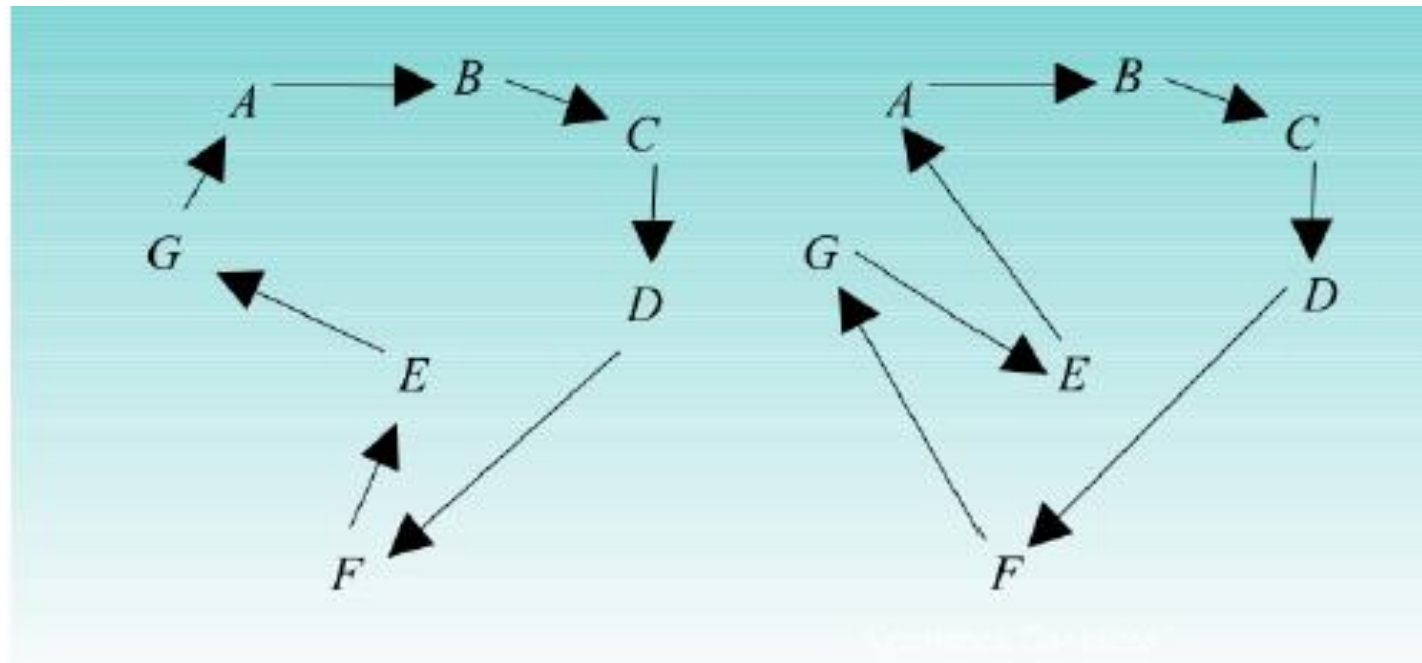


# CROSSOVER DE N-PONTOS



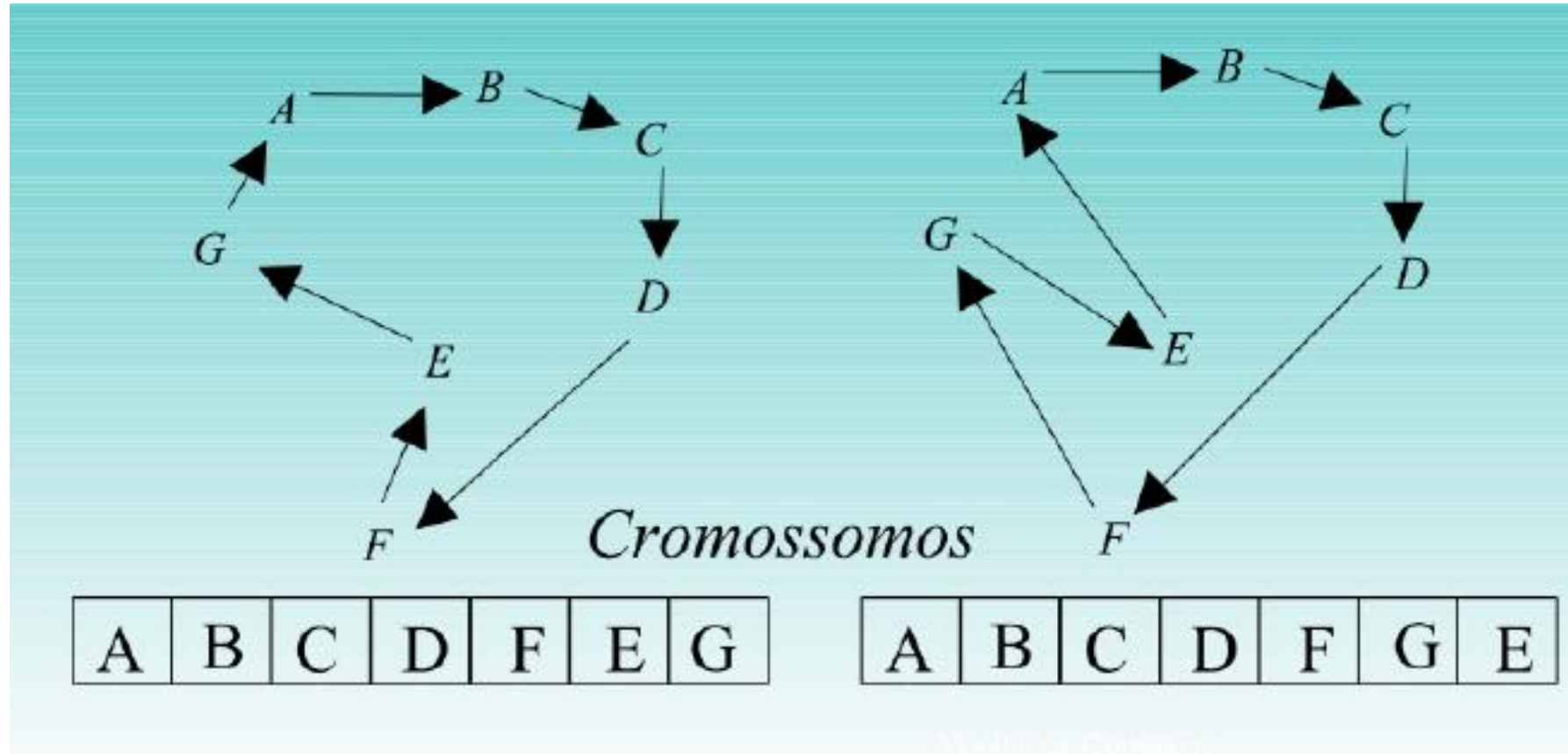
# PROBLEMA – CAIXEIRO VIAJANTE

- ❑ Dado um numero de cidades, encontrar o caminho mais curto passando por todas as cidades uma única vez.
- ❑ **Função Objetivo = Distancia Total Percorrida**





# REPRESENTAÇÃO



# CROSSOVER

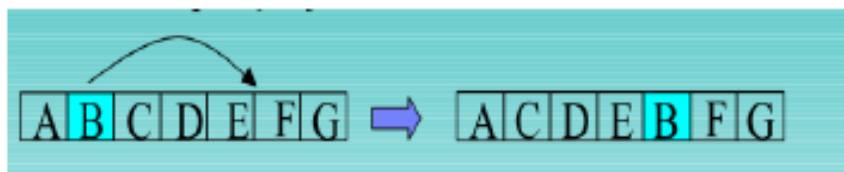
## □ Crossover baseado em posição.

- São selecionadas  $n$  cidades. Cada filho mantém a posição das cidades selecionadas de um pai

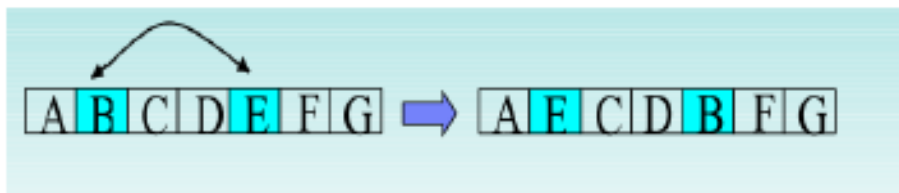
<i>pai1</i>	A	B	C	D	F	E	G
<i>pai2</i>	C	E	G	A	D	F	B
<i>filho1</i>	B	E	C	A	D	F	G
<i>filho2</i>	C	B	E	D	F	G	A

# MUTAÇÃO

❑ Mutação baseada na troca de posição de uma cidade



❑ Mutação baseada na troca da ordem de duas cidades



# Uma execução Manual

□ Maximizar a função:

$$f(x) = \left| x * y \sin \frac{y\pi}{4} \right|, x \text{ e } y [0, 15]$$

• **Função Objetivo:**  $g(x, y) = 1 + f(x, y)$ .

**Condições iniciais:**

- 4 bits para cada variável (cromossomo de 8 bits).
- 1% para mutação
- População de 6 indivíduos.

# Uma execução Manual

□ População inicial, sorteada aleatoriamente:

Cromossomo	x	y	$g(x,y)$
01000011	4	3	9,5
00101001	2	9	13,7
10011011	9	11	71,0
00001111	0	15	1,0
10011001	5	5	18,7
11100011	14	3	30,7
Somatório das avaliações			114,6


# Uma execução Manual


❑ Seleção pela roleta para a próxima geração (6 números entre 0 e soma das avaliações)


Número sorteado	Cromossomo escolhido
12,8	00101001
65,3	10011011
108,3	10011001
85,3	10011011
1,8	01000011
119,5	11100011

# Uma execução Manual

## ❑ Crossover dos pais:


00101001		00111011
10011011		10001001

10011001		10011011
10011011		10011001

01000011		01000011
11100011		11100011

# Uma execução Manual

## □ Mutação

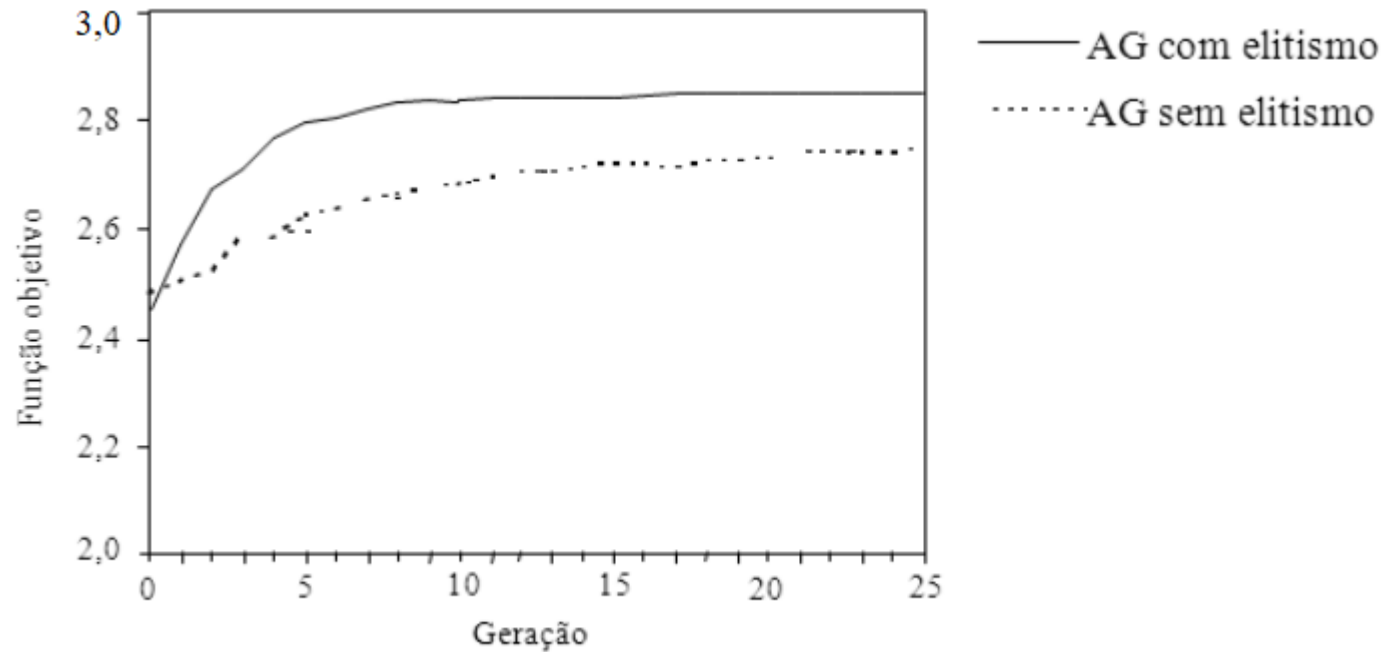
- Para cada um dos bits for sorteado um número entre 0 e 99 para realiza o da muta o.
- 10011001  10011000
- Processo segue para a próximas gera es....



# Elitismo

❑ Os  $n$  melhores indivíduos de cada geração não devem “**morrer**” junto com a sua geração, mas sim passar para a próxima visando garantir que seus **genomas** sejam preservados.

❑ O elitismo proporciona a manutenção do melhor indivíduo  $t$  na população  $t+1$ .



# Algoritmo Genético com Phyton

## □ Problema 1

- Desenvolver um AG para calcular o mínimo da função  $f(x)=x^2+3x+4$  no intervalo de  $[-10, 10]$ .

# Atividade Avaliativa 4

- ☐ Quantos pontos de cortes tem um cromossomo de 9 bits?
- ☐ É possível, usando crossover de um ponto e tendo os pais 11111 e 00000, gerar o filho 001100? Justifique.
- ☐ Quero fazer um AG para otimizar um parâmetro real dentro do intervalo  $[-1,1]$  com precisão de 0,001. Se escolher usar uma representação binária, quantos bits deve ter o cromossomo?
- ☐ Qual é o problema associado a se usar uma taxa de mutação muito alta?