



Universidade Federal do Sul de Sudeste do Pará
Faculdade de Computação e Engenharia Elétrica
Inteligência Artificial

Capítulo 3-Raciocínio Nebuloso
(Parte 2)

Prof. Dr. Elton Alves

Operações básicas com conjuntos fuzzy

□ Igualdade:

- Dois conjuntos fuzzy A e B são iguais se e somente se $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ para todo $\underline{x \in U}$.

□ Subconjunto:

- O conjunto fuzzy A está contido no conjunto fuzzy B se $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ para todo $\underline{x \in U}$.

□ Complemento:

- O complemento de um conjunto fuzzy A é um conjunto fuzzy em U, cuja função de pertinência é:

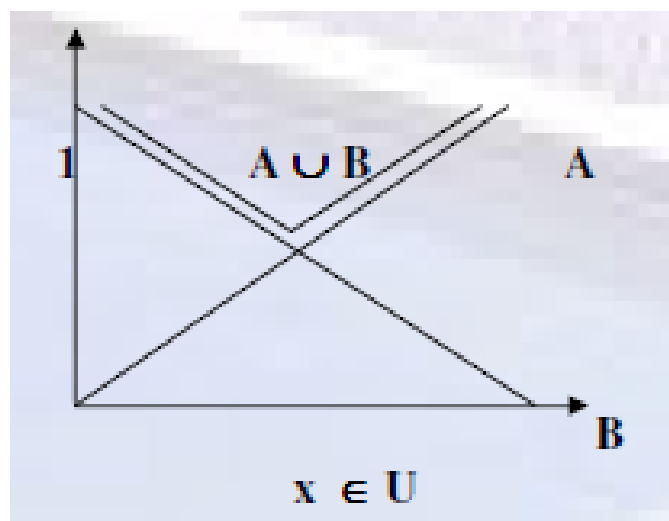
$$\mu_A(\bar{x}) = 1 - \mu_A(x)$$

Operações básicas com conjuntos fuzzy

□ União:

- A união de dois conjuntos fuzzy A e B é um conjunto fuzzy em U cuja função pertinência é definida por:

$$\mu_{A \cup B} = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

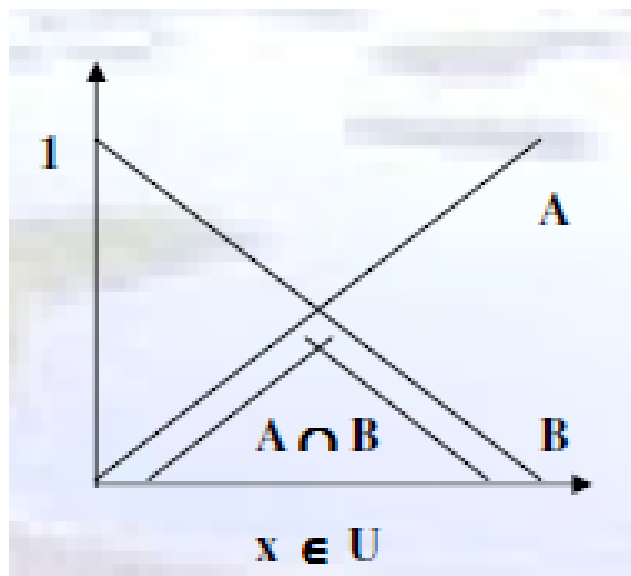


Operações básicas com conjuntos fuzzy

□ Interseção:

- A interseção de dois conjuntos fuzzy A e B um conjunto fuzzy em U cuja função pertinência é definida por:

$$\mu_{A \cap B} = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$



Princípio Fundamental dos Sistemas Fuzzy

❑ Os sistemas fuzzy são **sistemas baseados em regras ou em conhecimento**. A base consiste das chamadas regras fuzzy “**SE-ENTÃO**”.

❑ A regra fuzzy “**Se-então**” é uma declaração na qual algumas palavras são representadas por uma função de pertinência. Por exemplo:

Proposição : SE a velocidade do carro é grande;

Conclusão : ENTÃO aplicar uma força menor ao acelerador.

• OBS: onde **grande** e **menor** são representadas por funções de pertinência.

Princípio Fundamental dos Sistemas Fuzzy

SE {(VELOCIDADE = MUITO GRANDE)^(RAIO_DE_CURVATURA=PEQUENA)}
ENTÃO{FORÇA_SOBRE_PEDAL=GRANDE}

SE{(VELOCIDADE=MEDIANA)^(RAIO_DE_CURVATURA=GRANDE)}
ENTÃO{FORÇA_SOBRE_PEDAL=PEQUENA}

Regras Nebulosas

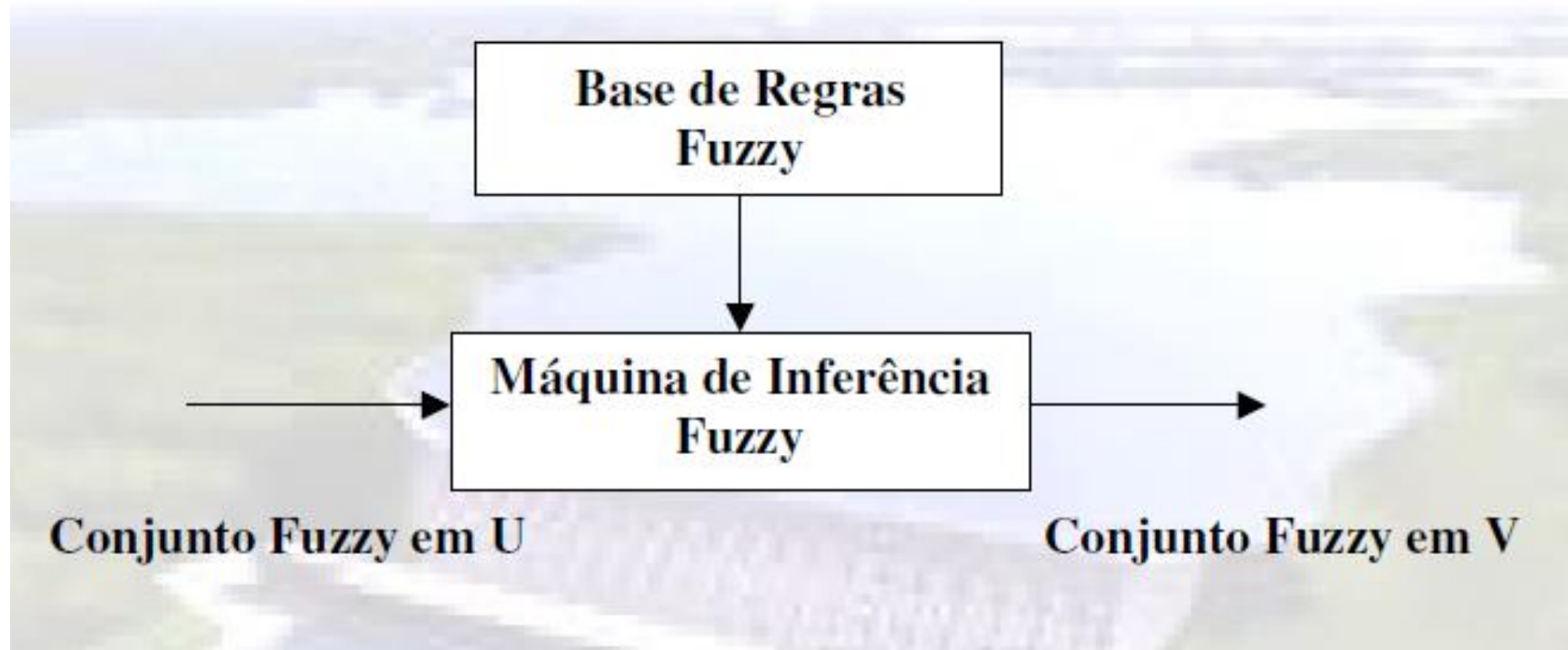
❑ Em sistemas fuzzy, o conhecimento humano é representado por regras fuzzy “SE-ENTÃO” do tipo mostrado abaixo:

SE <proposição fuzzy>,
ENTÃO <proposição fuzzy>

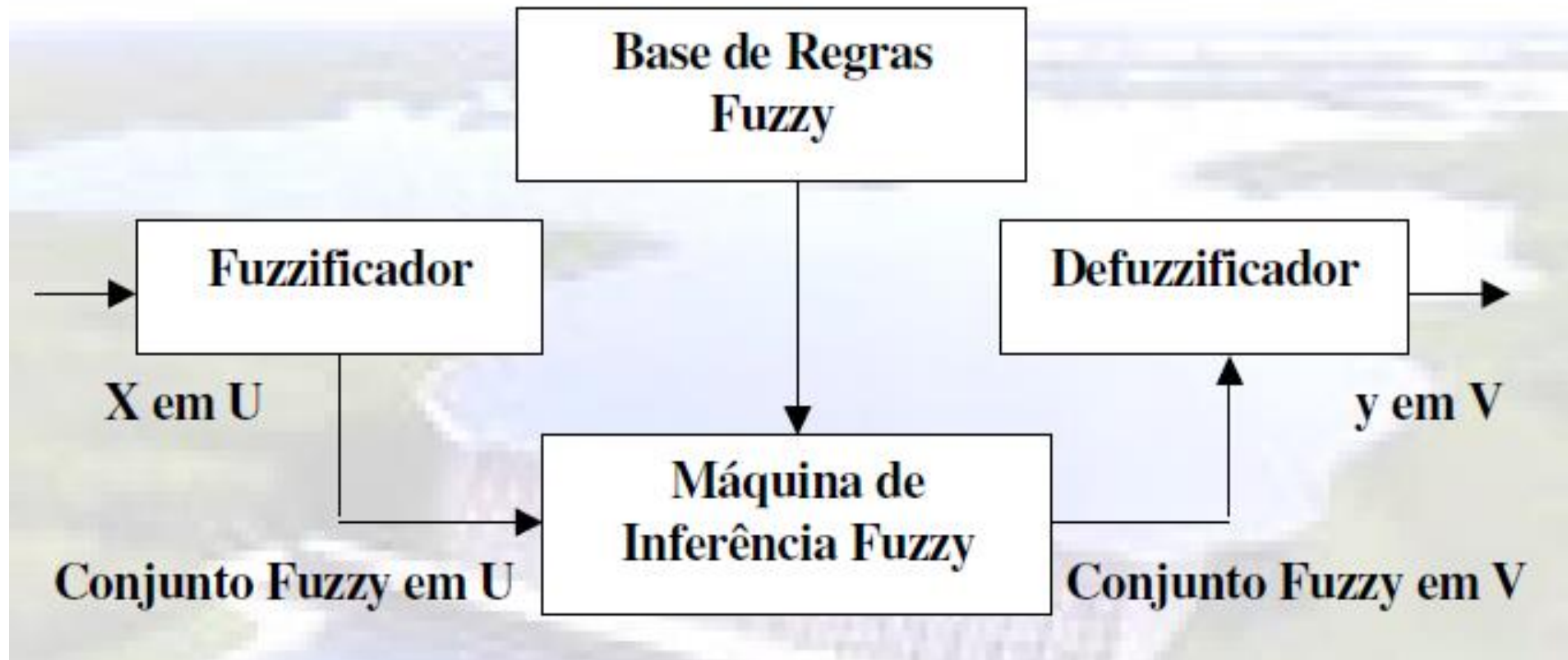
❑ Exemplos de proposições:

1. SE temperatura >50 ENTÃO velocidade de ventilador = rápida;
2. SE altura = alta ENTÃO comprimento de calça = longo;
3. SE tempo de estudo = curto ENTÃO notas = baixas;

Sistema Fuzzy Puro



Sistema Fuzzy – Fuzzificador / Defuzzificador



Base de Regras e Máquina de Inferência Fuzzy

□ Estrutura de uma base de regras fuzzy:

- Uma *base de regras fuzzy* consiste de um conjunto de regras fuzzy **SE-ENTÃO**.

$$Ru^{(l)}: SE \langle x_1 \text{ é } A_1^l \rangle e \langle x_2 \text{ é } A_2^l \rangle e \dots e \langle x_n \text{ é } A_n^l \rangle,$$

$$ENTÃO: \langle y \text{ é } B^l \rangle$$

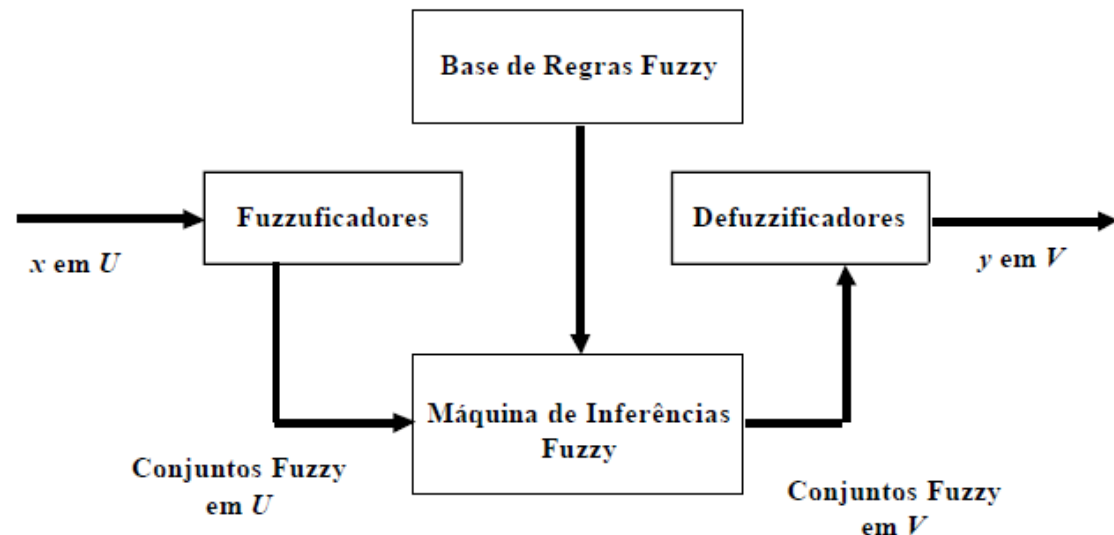
- Onde: onde A_i^l e B_i^l são conjuntos fuzzy em, $U_i \subset R$ e $V \subset R$ e $x = (x_1, x_2, x_3 \dots x_n)^T \in U$ e $y \in V$ são as variáveis (linguísticas) de entrada e saída do sistema fuzzy, respectivamente.

Máquina de Inferência

- A máquina de inferência **combina as regras** de uma base de regras fuzzy em um **mapeamento de um conjunto fuzzy A' em U para o conjunto fuzzy B' em V .**
- **Inferência de Mamdani** é muito utilizada em sistemas nebulosos. Permite a um sistema ter valores de entrada de um conjunto nítido e aplicar um conjunto de regras a estes valores, afim de derivar um único valor nítido de saída ou uma recomendação para um ação

Fuzzificadores e Defuzzificadores

- Como na maioria das aplicações a entrada e a saída do sistema fuzzy são números reais, deve-se construir interfaces entre a máquina de inferência e o ambiente externo. Estas interfaces são o fuzzificador e o defuzzificador.



Defuzzificadores

□ O *defuzzificador* é definido como um mapeamento de um conjunto fuzzy B' em $V \subset R$ (que é a saída da máquina de inferência fuzzy) para um ponto $y^* \in V$ não-fuzzy. Conceitualmente, a tarefa do defuzzificador é especificar um ponto em V que melhor representa o conjunto fuzzy B' .

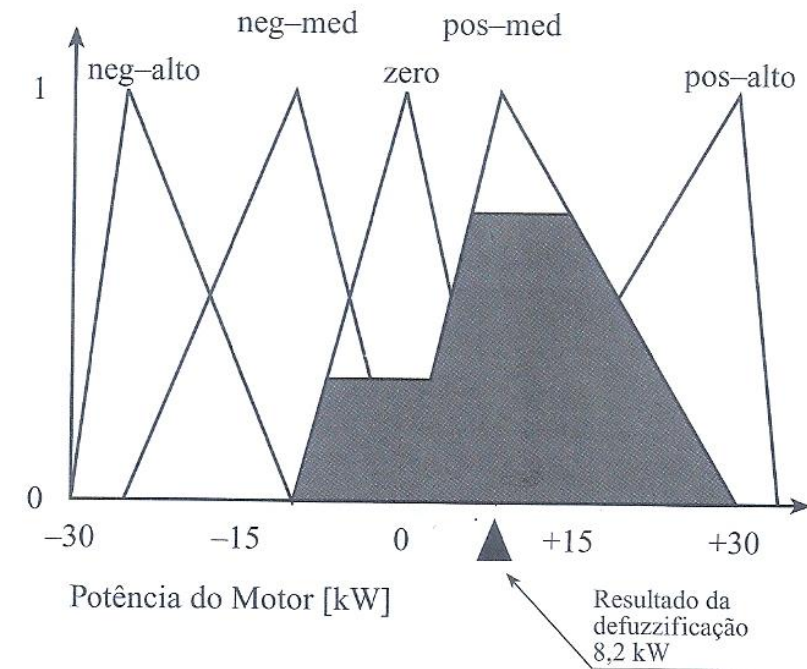
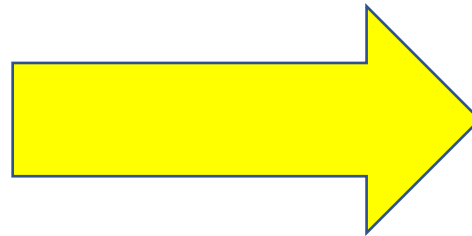
□ Tipos:

- Centro de gravidade;
- Centro ponderado;
- Máximo valor

Defuzzificador Centro de Gravidade (Centro de Área – C-o-A)

- Especifica o y^* como o centro da área coberta pela função de pertinência

$$y^* = \frac{\int_V y \mu_{B'}(y) dy}{\int_V \mu_{B'}(y) dy}$$



OBS: Alto custo computacional e sobreposição de áreas

Um exemplo

- ❑ *“Vamos supor que estamos projetando um simples sistema de freio para um carro, desenvolvido para atuar quando as estradas ficam escorregadias e as rodas travam”.*

Um exemplo - Regras

REGRA 1 SE pressão no pedal de freio for média
ENTÃO aplicar freio

REGRA 2 SE a pressão no pedal de freio for alta
E a velocidade do carro for alta
E velocidade das rodas for alta
ENTÃO aplicar freio

Um exemplo - Regras

REGRA 3 SE a pressão no pedal de freio for alta

E a velocidade do carro alta

E a velocidade das rodas for baixa

Então liberar o freio

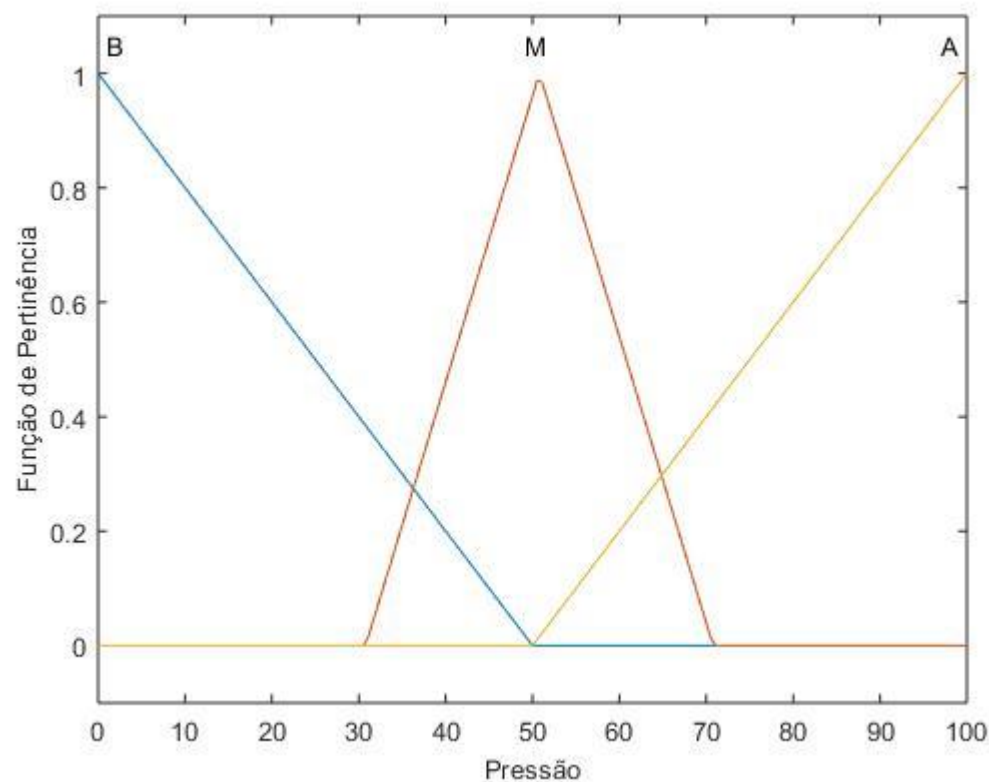
REGRA 4 SE a pressão no pedal de freio for baixa

Então liberar o freio

Fuzzificação

- ❑ Tornar nebulosos os valores de entrada.
- ❑ Definir os conjuntos nebulosos para as diferentes variáveis linguísticas.
- ❑ Podemos assumir que a pressão no pedal seja 0 (sem pressão) a 100 (freio totalmente aplicado).
- ❑ Variáveis linguísticas da pressão nos freios: ALTO (A), MÉDIO (M) E BAIXO (B).

Fuzzificação



$$A = \{(50, 0), (100, 1)\}$$

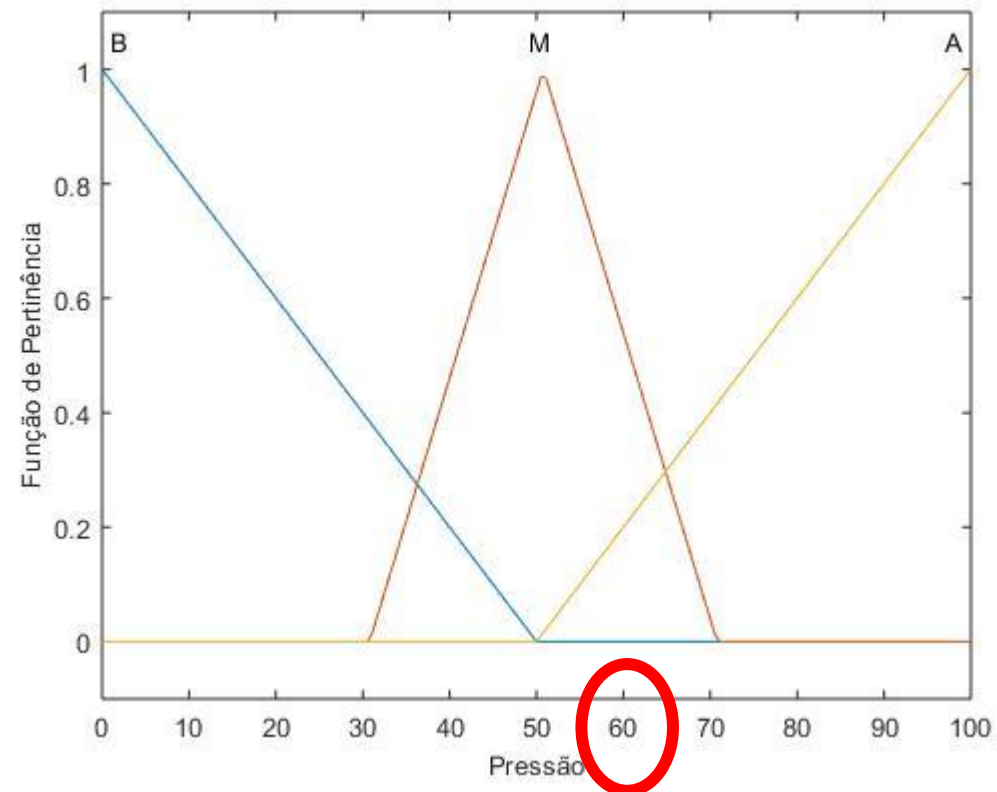
$$M = \{(30, 0), (50, 1), (70, 0)\}$$

$$B = \{(0, 1), (50, 0)\}$$

Fuzzificação

□ Vamos supor que o valor de pressão em um dada situação seja na verdade 60. Isto corresponde a valores de pertinência nebulosos para os três conjuntos:

- $P_b(60) = 0$
- $P_m(60) = 0,5$
- $P_a(60) = 0,2$



Um exemplo

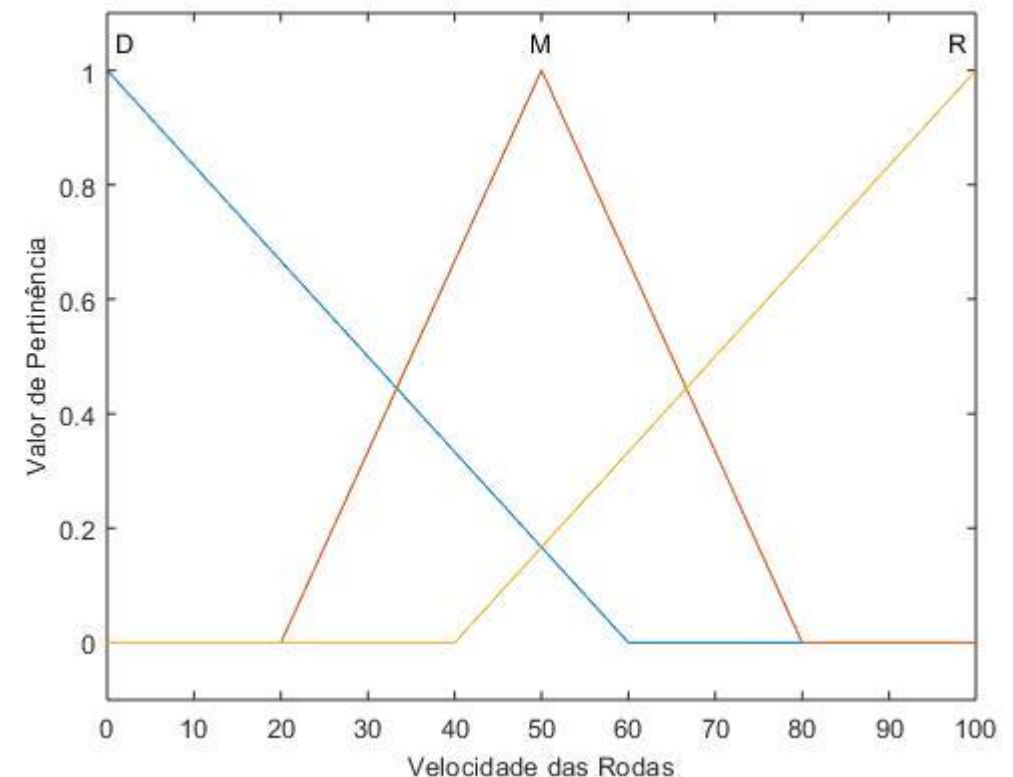
□ Variáveis linguísticas da velocidade da roda: DEVAGAR, MÉDIO E RÁPIDO

□ As funções de pertinência são definidas para um universo de discurso de valores de 0 a 100.

$$D = \{(0,1), (60,0)\}$$

$$M = \{(20,0), (50,1), (80,0)\}$$

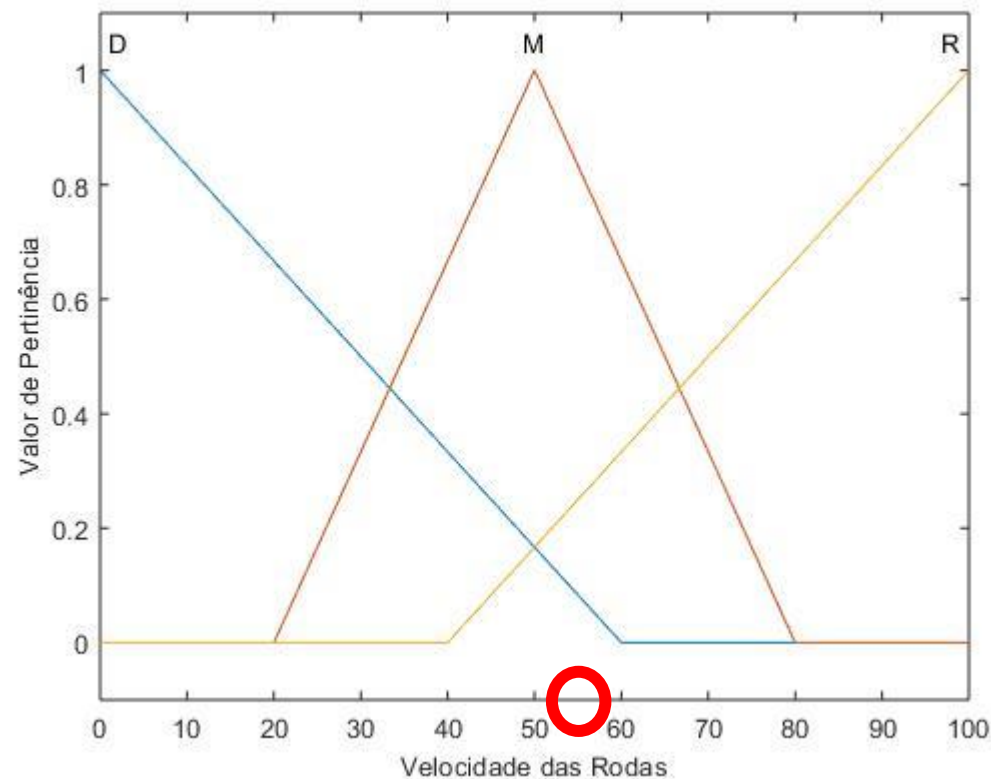
$$R = \{(40,0), (100,1)\}$$



Um exemplo

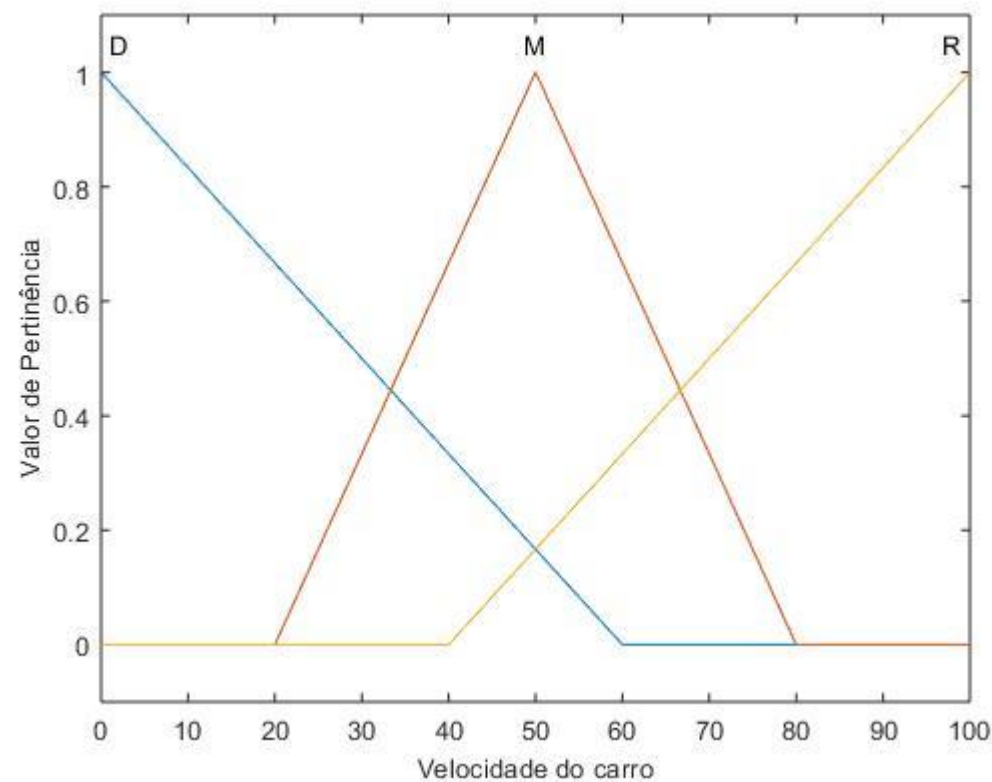
□ Se a velocidade da roda for, 55, então isso nos dará valores:

- $VR_d(55) = 0,083$
- $VR_m(55) = 0,833$
- $VR_r(55) = 0,25$



Um exemplo

□ Definiremos a variável linguística velocidade do carro usando os mesmos valores linguísticos (**D**, **M** e **R** para **devagar**, **médio** e **rápido**).



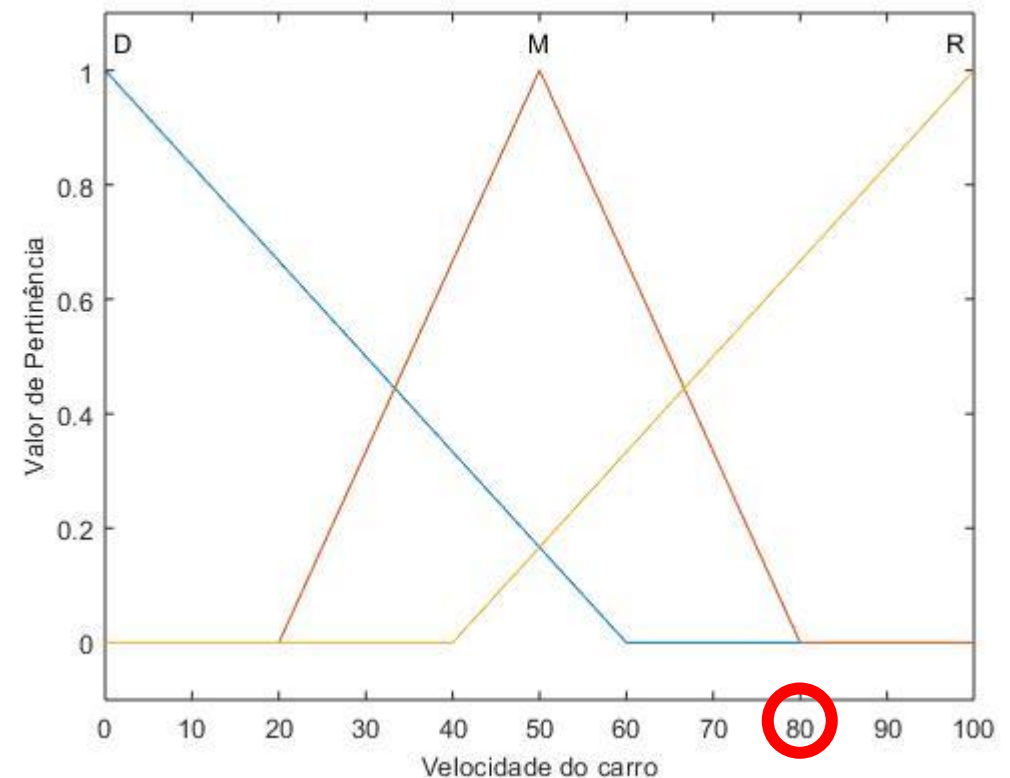
Um exemplo

□ Supondo que a velocidade do carro seja 80, o que nos dará os seguintes valores de pertinência:

$$VC_d(80) = 0$$

$$VC_m(80) = 0$$

$$VC_r(80) = 0,667$$



Aplicação da Base de Regras

REGRA 1 SE pressão no pedal de freio for média
ENTÃO aplicar freio

- Vimos anteriormente que a pressão é 60 e que $P_m(60) = 0,5$. Assim pela **Regra 1** temos um valor de 0,5 para a instrução “**Aperte o freio**”.

Aplicação da Base de Regras

REGRA 2 SE a pressão no pedal de freio for alta

ⓔ a velocidade do carro for alta

ⓔ velocidade das rodas for alta

ENTÃO aplicar freio

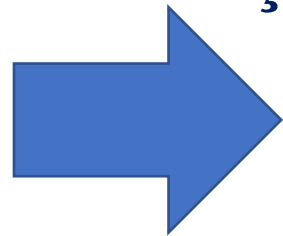
□ A função de pertinência para as três partes do antecedente são:

$Pa(60) = 0,2$

$VCr(80) = 0,667$

$VRr(55) = 0,25$

Intersecção



Então pela Regra 2 temos um valor nebuloso de 0,2 para “aperte o freio”.

Aplicação da Base de Regras

□ De modo semelhante, avaliamos as regras 3 e 4

REGRA 3 SE a pressão no pedal de freio for alta
E a velocidade do carro alta
E a velocidade das rodas for baixa
Então liberar o freio



$Pa(60) = 0,2$
 $V_{Cr}(80) = 0,667$
 $VRd(55) = 0,083$
0,083 para
“liberar o freio”.

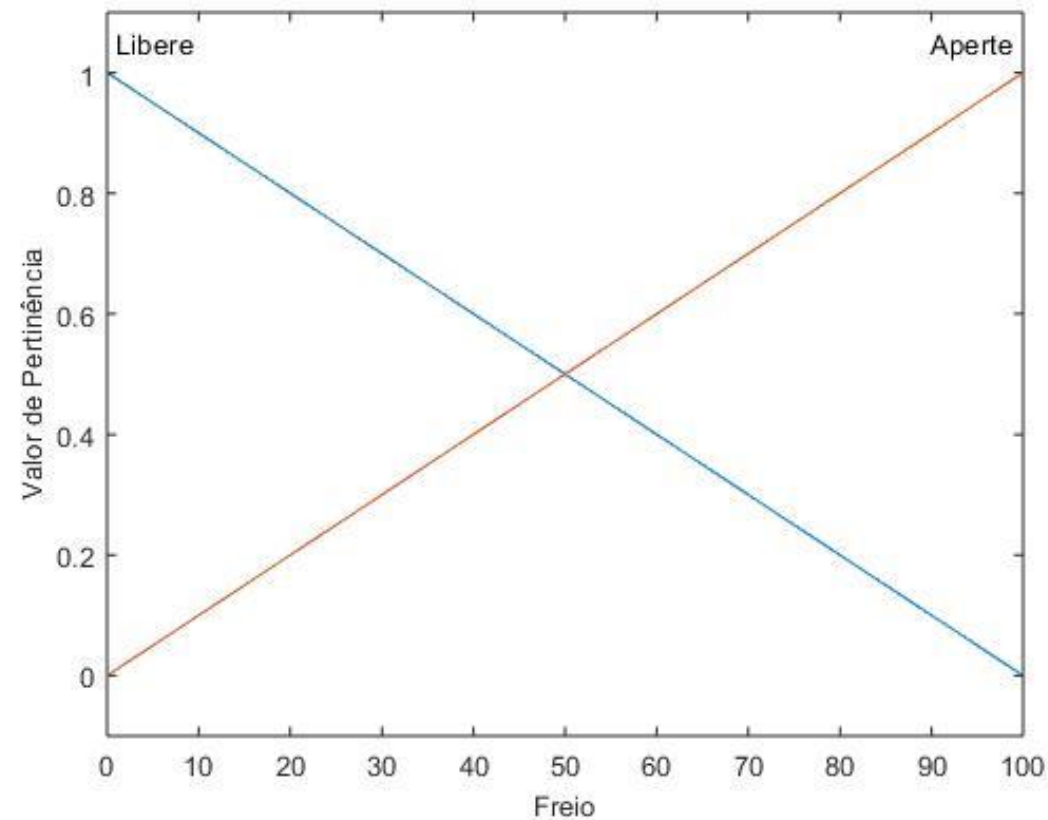
REGRA 4 SE a pressão no pedal de freio for baixa
Então liberar o freio



Regra 4 $Pl(60) = 0$
para “Libere o
freio”

Aplicação da Base de Regras

□ Saída



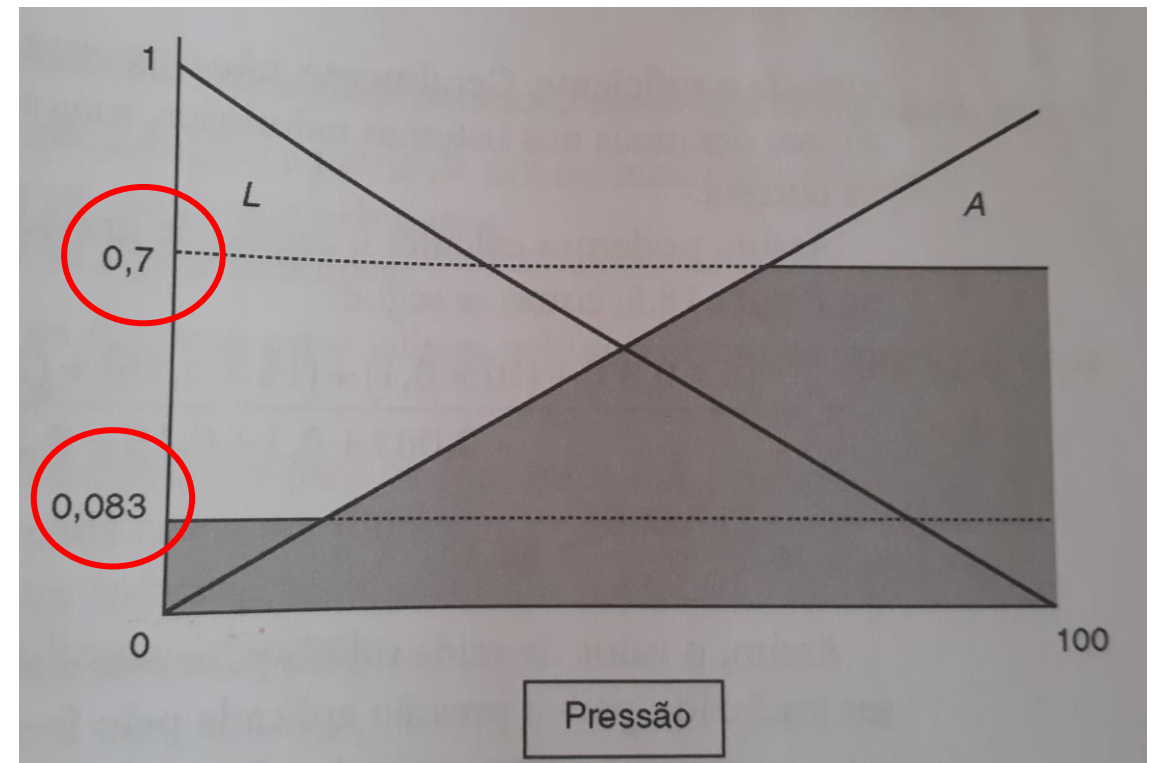
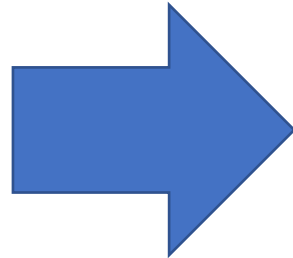
Aplicação da Base de Regras – Combinação dos valores

Temos **0,2** e **0,5** para “**Aperte o freio**” e
0,083 e **0** para “**Libere o freio**”.

↓ Combinando
cumulativamente

“Aperte o freio” = 0,7

“Libere o freio” = 0,083



Defuzzificação

❑ Definindo a saída através do **centro de gravidade (ou centroide)**.

❑ Obtém o centro de gravidade (centroide) da forma sombreada.

$$C = \frac{\sum P_A(x)x}{\sum P_A(x)}$$

❑ Cálculo do centro de gravidade:

$$C = \frac{(5 \times 0,83) + (10 \times 0,1) + (20 \times 0,2) + \dots + (100 \times 1)}{0,083 + 0,1 + 0,15 + 0,2 + \dots + 1}$$

$$C = \frac{717,666}{10,533} = 68,13$$

