Universidade Federal do Sul de Sudeste do Pará
Faculdade de Computação e Engenharia Elétrica
Inteligência Artificial

Capítulo 3-Raciocínio Nebuloso (Parte 1)

Prof. Dr. Elton Alves

Introdução

- O que significa o termo “Fuzzy”?
  - A palavra fuzzy nos dicionários de língua inglesa significa, ‘**borrado**’, ‘**indistinto**’, ‘**imprecisamente**’, ‘**indistinto**’, ‘**confuso**’, ‘**vago**’).
  - No brasil, alguns chamam de ‘**nebuloso**’, ‘**difuso**’.

O que é a Lógica Fuzzy

- A lógica fuzzy diz respeito à importância relativa da precisão.
- Quão importante, no mundo real, é ser exatamente correto quando uma resposta aproximada é suficiente.
- Exemplos:

- **QUAL SUA IDADE?**

R1 = tenho 47 anos, 4 meses, 15 dias, 21 horas e 17 minutos.

R2 = tenho 47.

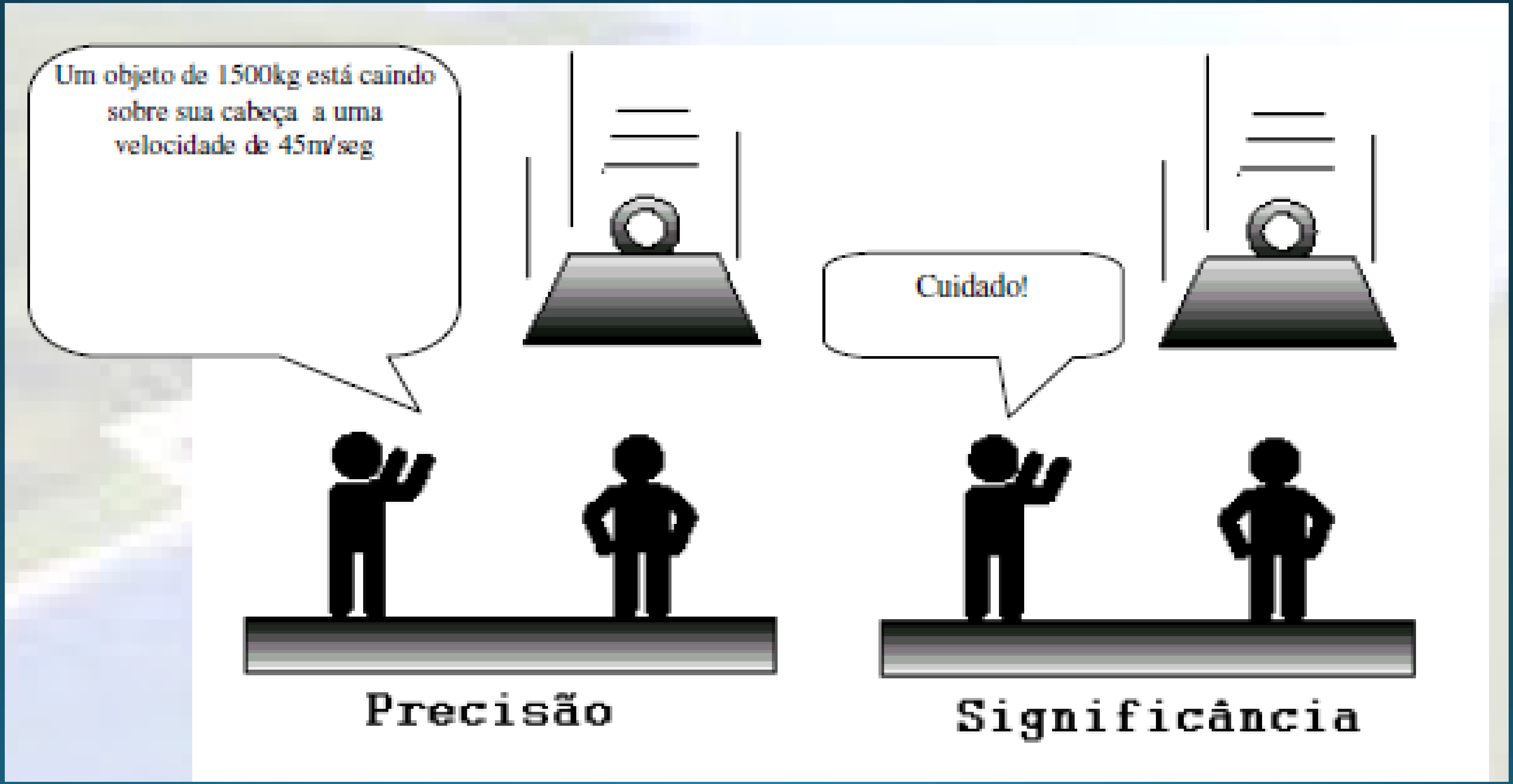
- **QUE HORAS SÃO?**

R1 = São 14 horas, 15 minutos e 32 segundos.

R 2 = são duas horas e quinze (da tarde)

Precisão e significância no mundo real

- Em diversas situações o importante não é dispor de resultados precisos, mas dispor de <u>resultados de grande significância.</u>



Precisão e significância no mundo real

"Quando a complexidade aumenta, declarações precisas perdem o significado e declarações compreensíveis perdem precisão".

(Lotfi Zadeh)

Algumas razões para usar lógica Fuzzy

- Ela é conceitualmente fácil de entender.
- Ela é flexível.
- Ela pode modelar funções não lineares de arbitrária complexidade.
- Sistemas Fuzzy podem ser construídos baseando-se somente na experiência de especialistas.
- Lógica Fuzzy pode ser misturada com técnicas de controle convencional.
- Lógica Fuzzy é baseada em linguagem natural.

Conceitos sobre lógica Fuzzy

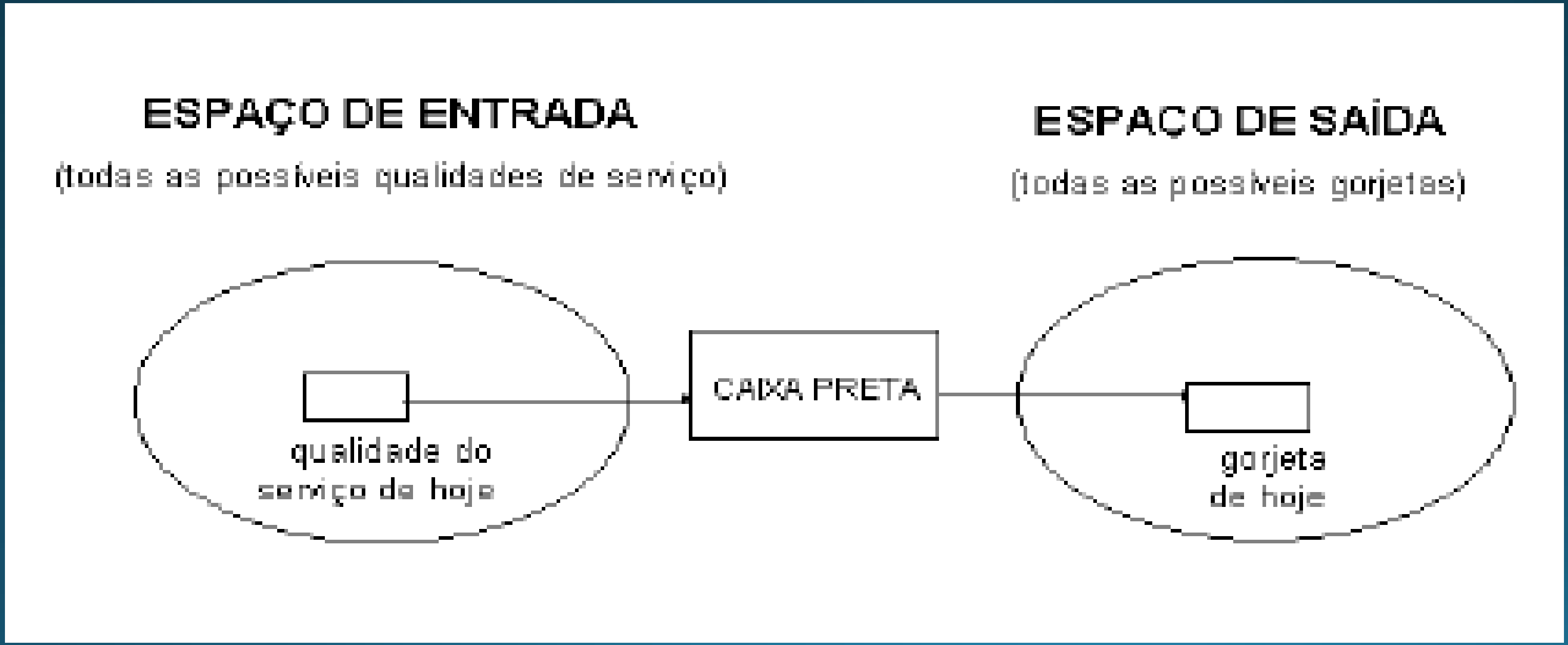
- **A lógica fuzzy, que é uma área fascinante de pesquisa, permiti-nos fazer um bom trabalho de ponderação entre significância e precisão. (algo com que temos de lidar toda a vida).**
- **A lógica fuzzy é um meio ‘conveniente’ de mapear um espaço de entrada para um espaço de saída.**

Conceitos sobre lógica Fuzzy

- **EXEMPLOS DE MAPEAMENTO DE ENTRADA X SAÍDA**

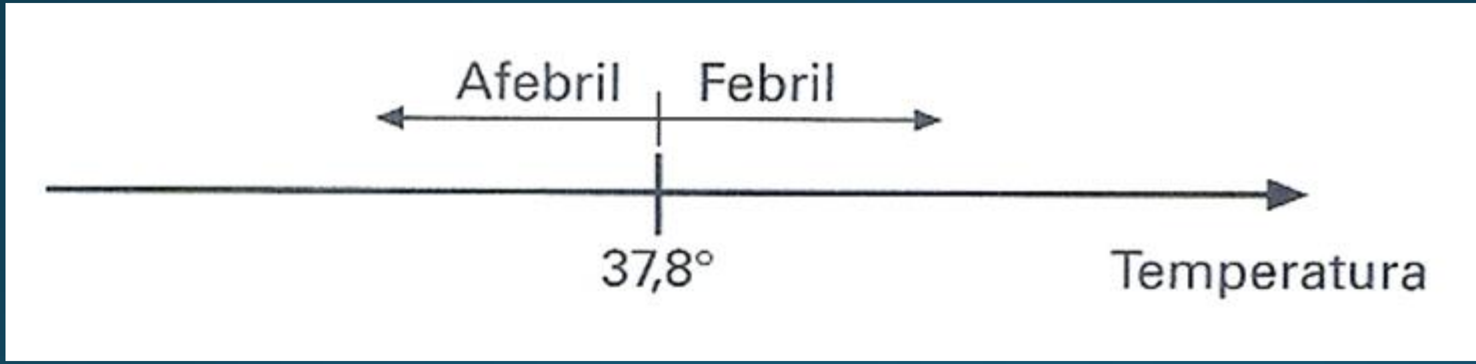
❑PROBLEMA DE GORJETA:

- Quanto dar de gorjeta, em função da qualidade do serviço prestado?



Lógicas Bivalentes e Polivalente

- Na lógica clássica (aristotélica) há dois valores possíveis: **TRUE** ou **FALSE**.



Lógicas Bivalentes e Polivalente

- **A lógica polivalente considera <u>0</u> para representar <u>falso</u>, <u>1</u> para representar <u>verdadeiro</u> e números reais <u>entre 0 e 1</u> para representar <u>graus de certeza</u>.**
- **É importante observar a diferença entre a lógica multivalente e a probabilidade - P (A) = 0,5 significa que A pode ser verdadeiro ou falso (não ambas) - um valor lógico de 0,5 significa verdadeiro e falso ao mesmo tempo (<u>Raciocínio Vago</u>).**

Variáveis Linguísticas

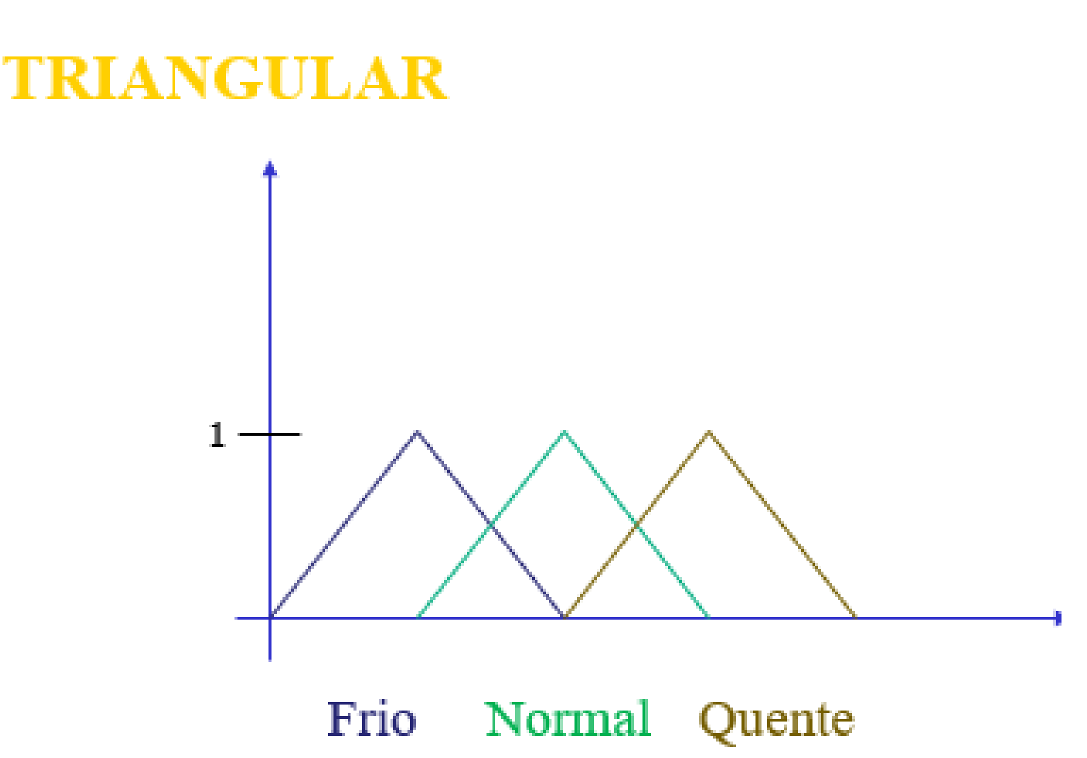
- No dia a dia, são sempre usadas palavras para descrever variáveis:
  - Na expressão " o dia está quente", ou "temperatura de hoje está alta".
  - A palavra 'alta' descreve a variável 'temperatura hoje'.
  - Então não é comum se ouvir: " a temperatura está 40 º C à sombra".

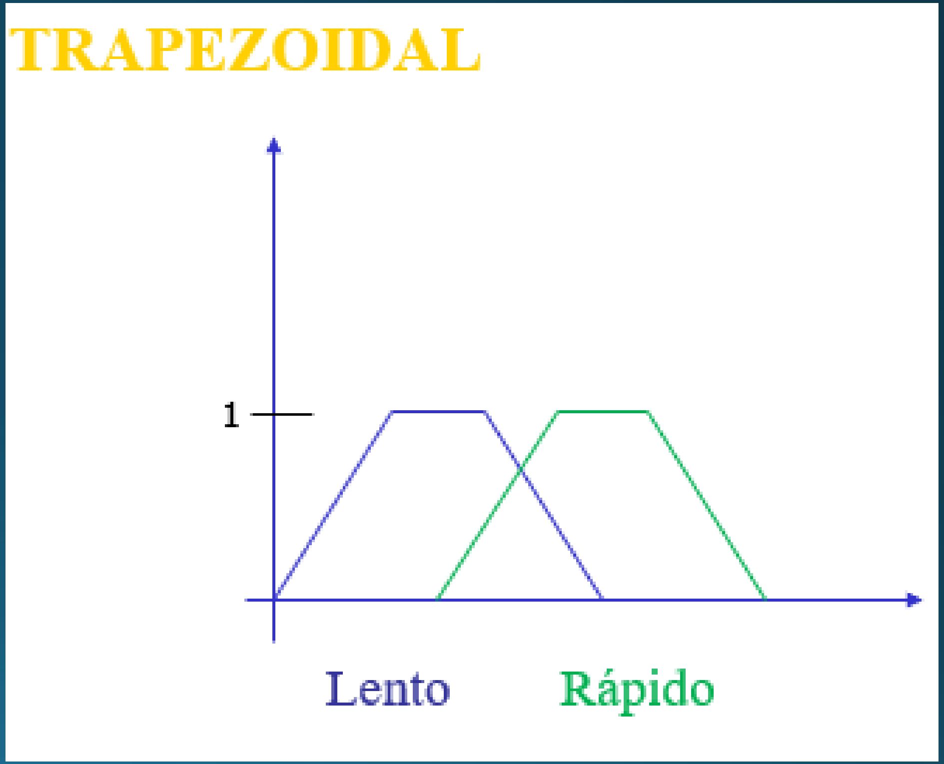
Variáveis Linguísticas

❑Conceito:

- Se uma variável pode assumir palavras em linguagem natural como seus valores, ela é chamada de variável linguística.
- As palavras são caraterizadas por conjuntos fuzzy definidos no universo do discurso no qual a variável é definida.

Exemplos de variáveis Fuzzy





Modificadores Linguísticos

- Com o conceito de variáveis linguísticas, estamos habilitados a tomar palavras como valores de variáveis (linguísticas). **Na vida diária, empregamos frequentemente mais de uma palavra para descrever uma variável.**

- **Exemplo:** Para a variável linguística velocidade de um carro:
  - **"não baixa", "muito baixa", "ligeiramente alta".**

Modificadores Linguísticos (Termos primários, complemento, conectores e modificadores)

- ***Termos Primários:*** **são os rótulos dos conjuntos *fuzzy* do universo de discurso (grande, pequeno, rápido, etc.)**
- ***Complemento*** **"NÃO" e *Conectores* "E" e "OU".**
- ***Modificadores*****: palavras como *muito*, *pouco*, *mais ou menos*, *não muito*, etc.**

➢ **Exemplo:**

A temperatura está MUITO ALTA e humidade está MUITO BAIXA.

Dos conjuntos clássicos aos conjunto Fuzzy

➢ Seja ***U* o *universo de discurso*** de todos os possíveis elementos do vetor de entrada. Então, um conjunto clássico (*crisp*) $A \subset U$ pode definido das seguintes maneiras:

- **Método da Lista**: Lista todos os elementos de *A*.

- Exemplo: A = {0, 1, 2, 3, 4}

- **Método da Regra:** Especifica as propriedades que devem ser satisfeitas pelos elementos de *A*.

EX. $A = \{x \in U \mid x \text{ obedece algumas condições}\}$

$A = \{x \in U \mid x > 10\}$

Dos conjuntos clássicos aos conjunto Fuzzy

- **Método da Pertinência:** Introduz uma função de pertinência *zero-um* para *A*.

$$\mu_A = \begin{cases} 1 & se \quad x \in A \\ 0 & se \quad x \notin A \end{cases}$$

Noções Básicas sobre Conjunto

❑Subconjunto:

- Seja E um conjunto e A um subconjunto de E: $A \subset E$. Logo cada elemento de A é também um elemento de E.
- Exemplo:

E=$\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}; A = \{x_3, x_4, x_5\}; A \subset E; x \in E$.

Determine a função de pertinência para o subconjunto A com relação a cada elemento do conjunto E.

$$\mu_A(x_1) = 0; \mu_A(x_2) = 0; \mu_A(x_3) = 1; \mu_A(x_4) = 1; \mu_A(x_5) = 1; \mu_A(x_6) = 0$$

Intersecção de Conjuntos Booleanos

- Define-se **A∩B** como um conjunto de todos os elementos *x*, que são membros de **ambos** os conjuntos A e B.
- Vetor intersecção: $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$

- Observar que a intersecção é o maior subconjunto do universo de discurso E, que é ao mesmo tempo parte de A e também de B, e portanto é *sempre* menor que os conjuntos individuais A e B. Dessa forma:

$$\mu_{A \cap B}(x) = min[\mu_A, \mu_B(x)]$$

Intersecção de conjuntos booleanos - Exemplo

- E=$\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$; $\boldsymbol{A = \{0, 1, 1, 0, 1\}}$; $\boldsymbol{B = \{1, 0, 1, 0, 1\}}$; $\boldsymbol{A \subset E}$; $\boldsymbol{B \subset E}$;
- ***Determine o vetor pertinência.***

$$A \cap B = \{(0,1), (1,0), (1,1), (0,0), (1,1)\}$$

Vetor pertinência $\mu_{A \cap B} = \{0, 0, 1, 0, 1\}$

Conjuntos Booleanos Disjuntos

- **Conjuntos que não possuem membros em comum são chamados por conjuntos disjuntos.**
- **A intersecção entre ambos é o conjunto vazio:** $\boldsymbol{A \cap B = \emptyset}$

União de Conjuntos Booleanos

- Dados dois conjuntos A e B, $A \subset B, B \subset E$, ou seja, E é um universo comum a ambos. A união $A \cup B$ é o conjunto de todos os elementos de x que pertencem ou ao conjunto A, ou ao conjunto B, ou ambos A e B.
- Vetor união: $\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x)$
- Observar que a união é o menor subconjunto do universo de discurso E, que inclui ambos os conjuntos A e B. A união é o contorno que inclui ambos A e B, o resultado é sempre maior que conjuntos individuais. Assim: $\mu_{A \cup B} = max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$

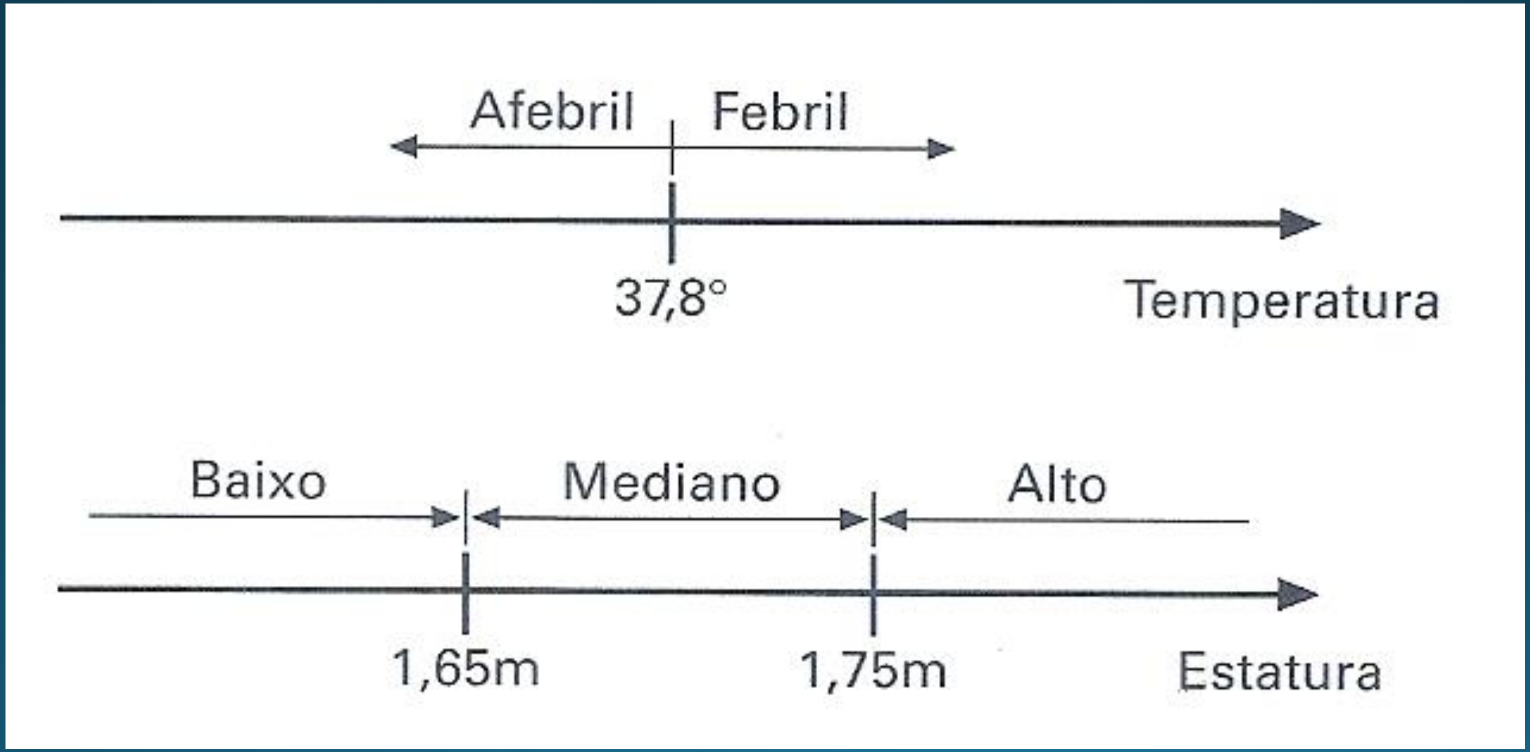
Complemento de conjuntos booleanos

- Seja A um subconjunto de um universo de discurso E. O complemento de A em relação à E, é $\bar{A}$, um conjunto de elementos $x \in E$ que não são membros de A.
- Vetor de pertinência: $\boldsymbol{\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)}$
- Exemplo: E={ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5}; $A = \{0, 1, 1, 0, 1\}$. Qual o complemento de A?

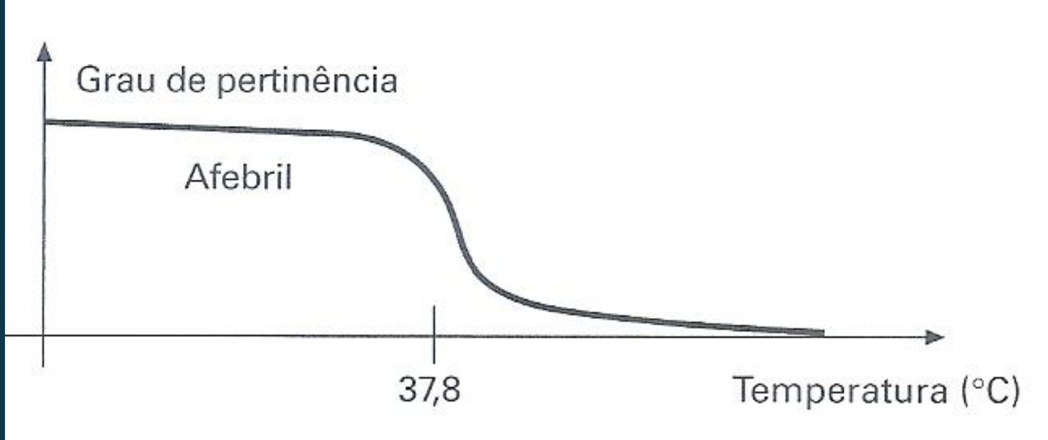
$$\mu_{\bar{A}} = \{1, 0, 0, 1, 0\}$$

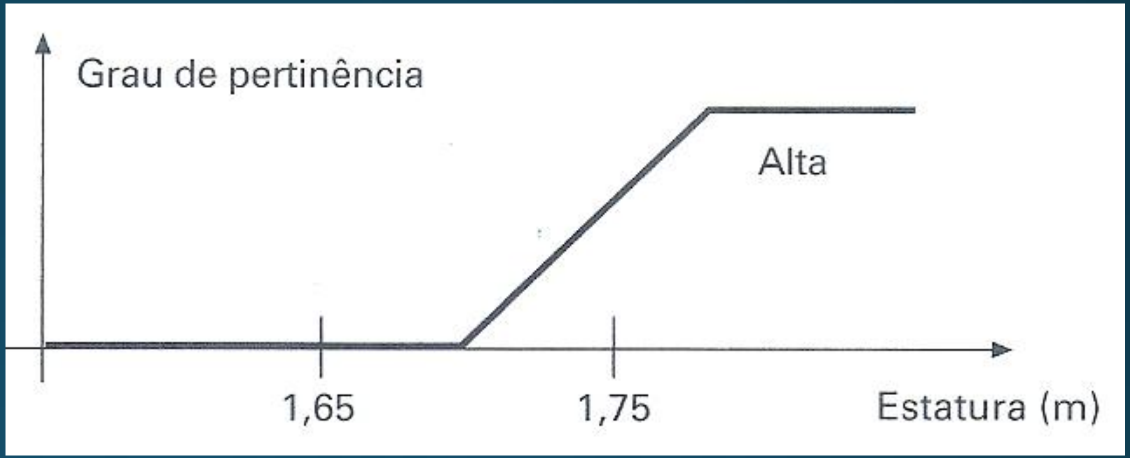
Conjuntos Nebulosos

Lógica Nebulosa é usada para raciocinar sobre conjuntos nebulosos

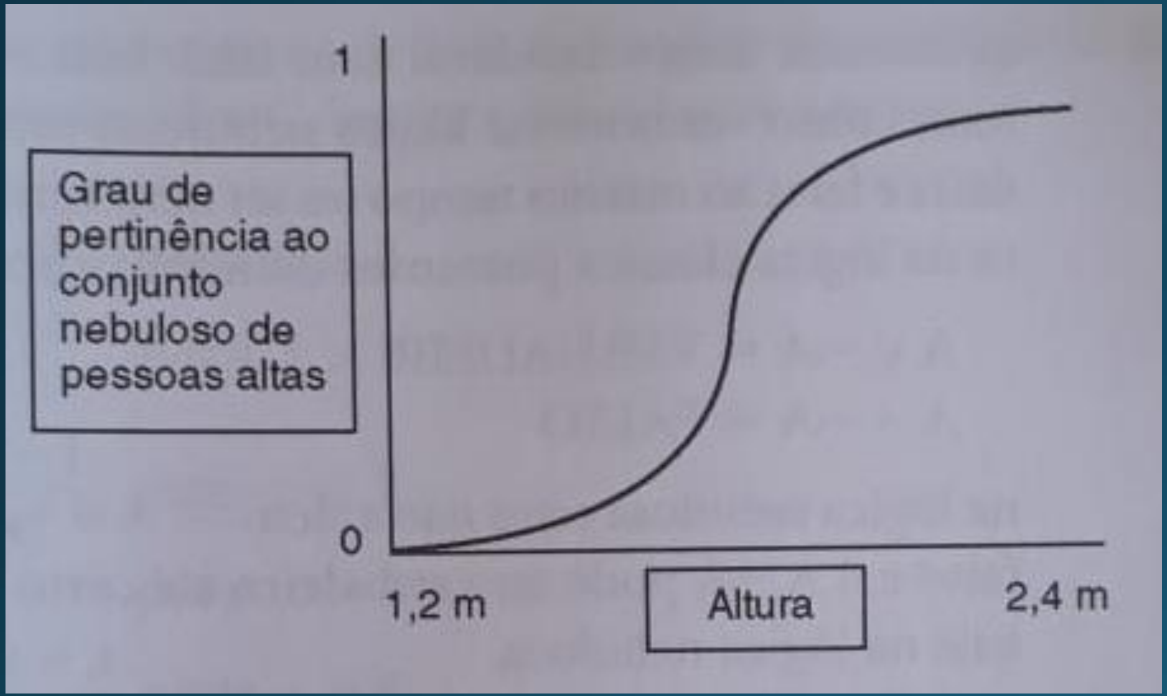


Conjuntos Nebulosos





Conjunto Nebulosos de Pessoas Altas

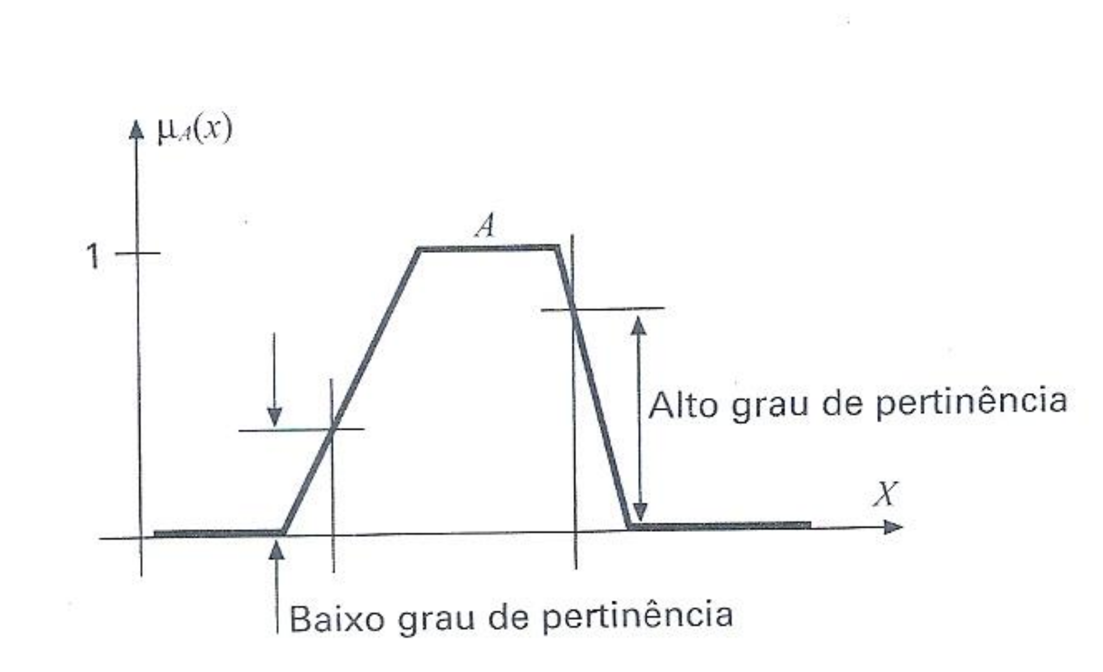


Bill = 2,1 metros de altura
Jonh = 1,2 metros de altura
Jane = 1,78 metros de altura
Quem é alto?

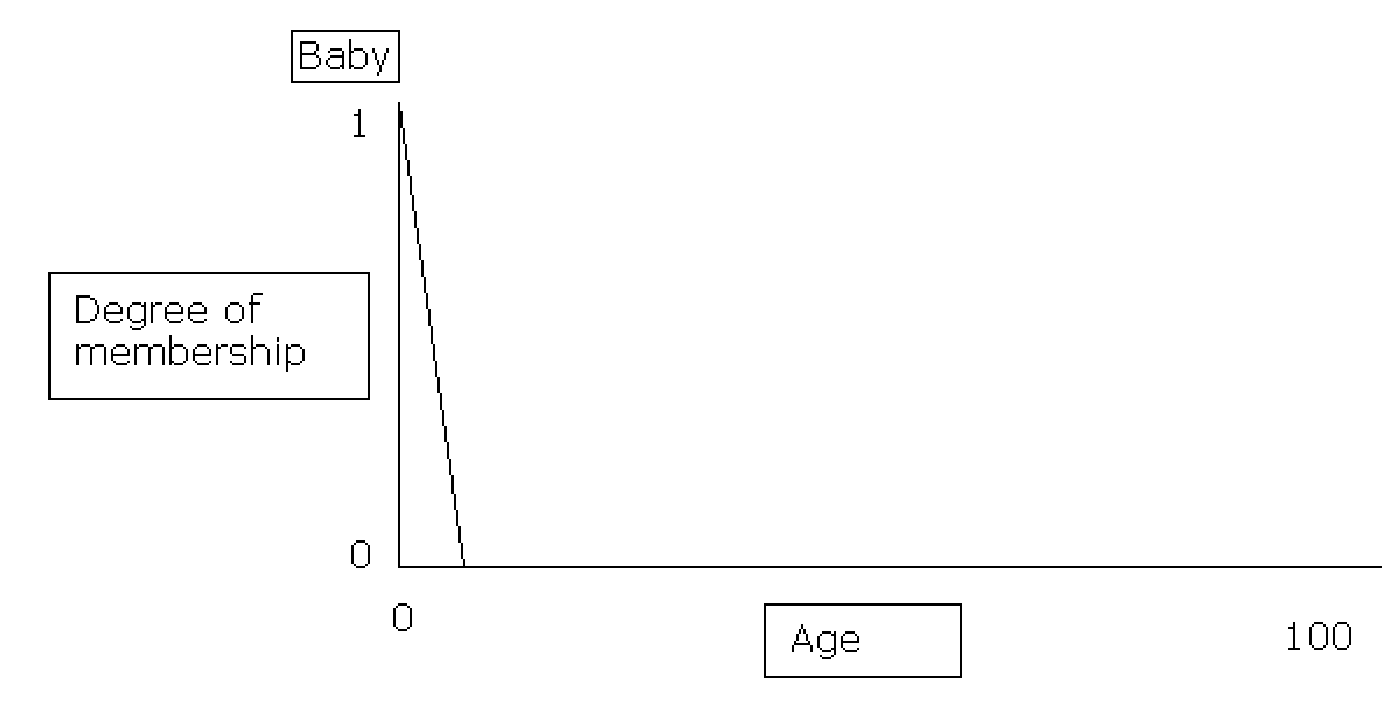
Conjunto Fuzzy

- Um conjunto fuzzy em um universo de discurso U é caracterizado por uma função pertinência $\mu_A(x)$, que assume valores no intervalo [0,1].
- O conjunto fuzzy A em U pode ser representado por um par ordenado, como segue:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in U\}$$



Funções de Pertinência a Conjuntos Nebulosos



$$P_B(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x}{2} & para \ \ x \leq 2 \\ 0 & para \ \ x > 2 \end{cases}$$