UNIFESSPA | IGE

COMUNICAÇÕES DIGITAIS

Prof. Claudio Coutinho

Turma EC
2018

Aula 05

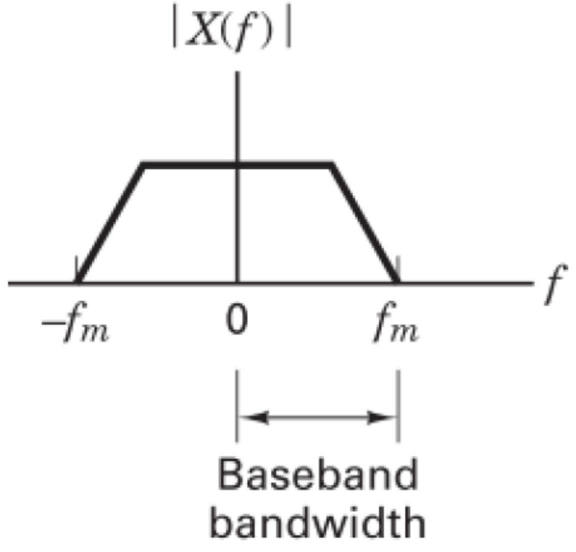
Formulação e modulação Banda-Base

Largura de Banda de Dados Digitais

Banda-Base vs Banda-Passante

Sinal Banda-Base

- A grande parte dos sinais que geramos é banda-base.
  - A maior parte de sua energia está ao redor de DC.
- Considere o sinal $x(t)$ banda base com espectro exibido abaixo:



Sinais Passa-Banda

- Sinais cuja maior parte da energia está nas altas frequências são chamados de *passa-banda* (ou banda-passante).
- Uma maneira de transladar o espectro de um sinal passa baixa, é *heterodinar* ou multiplicar por uma senóide.
- O sinal resultante é chamado de *sinal modulado double-sideband*, cuja representação no tempo é:

$$x_c(t) = x(t)\cos(2\pi f_c t)$$

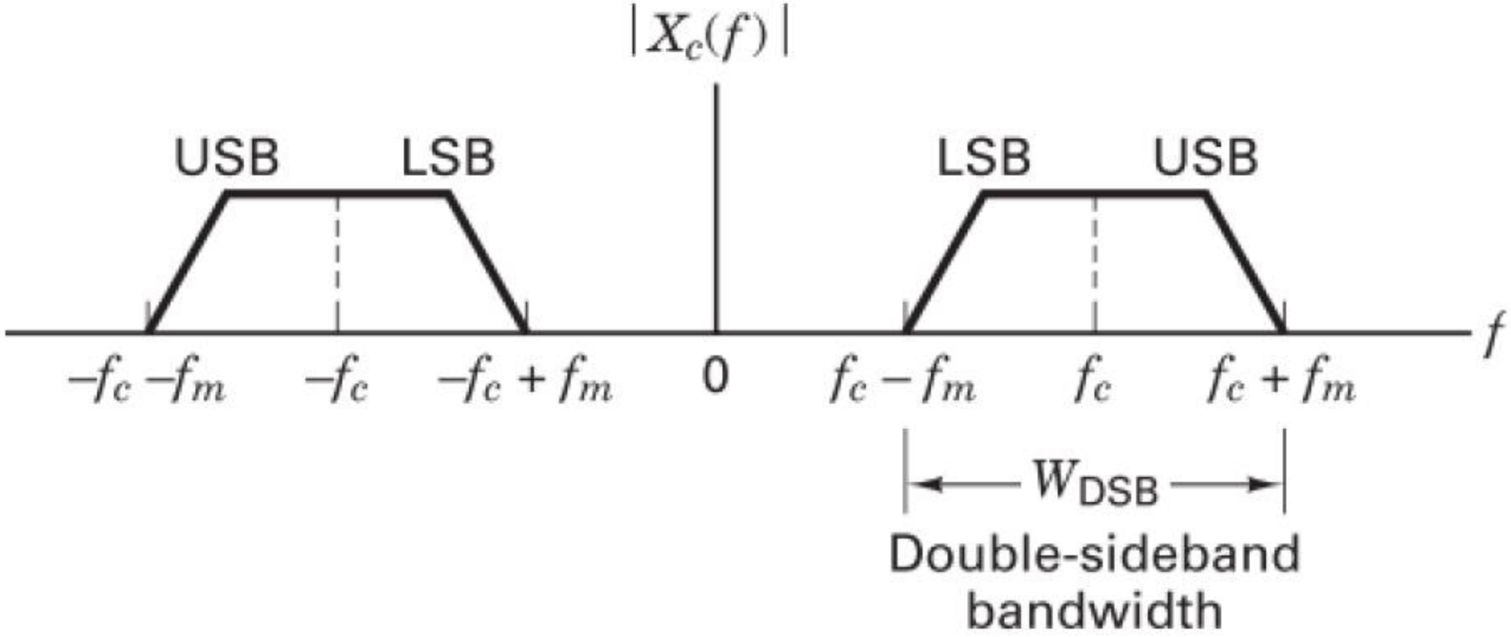
onde f_c é a frequência nominal de traslado.

- Pela propriedade da multiplicação da transformada de Fourier o seu espectro é:

$$X_c(f) = \frac{1}{2}\left[X(f - f_c) + X(f + f_c)\right]$$

Espectro do Sinal DSB

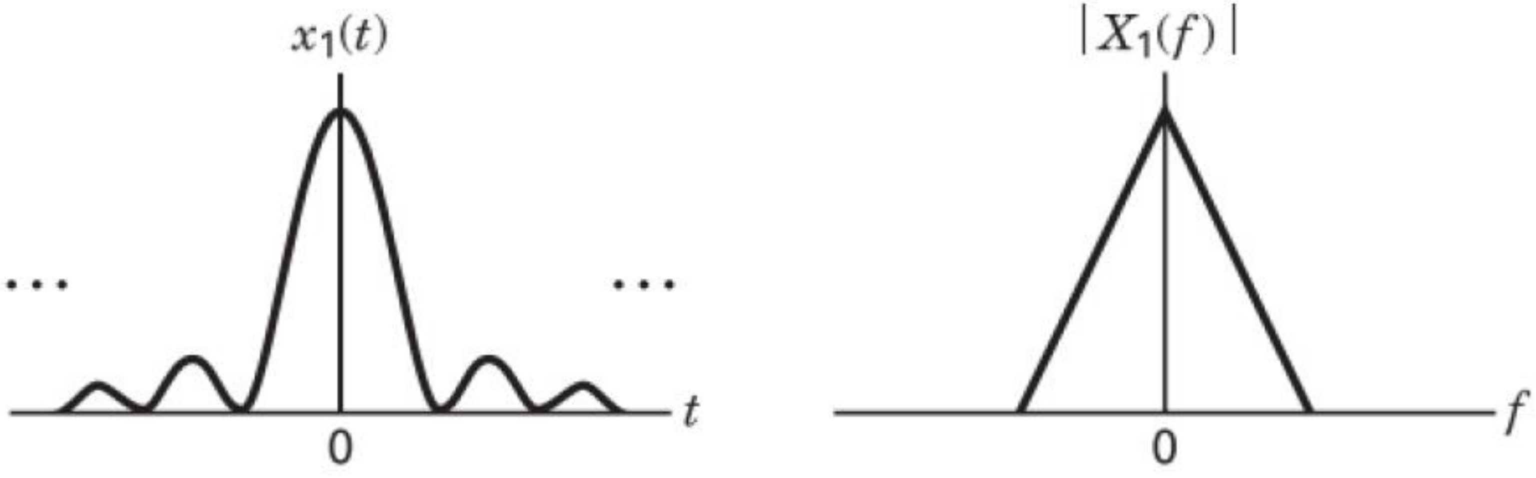
- A região $|f| < f_c$ é chamada de *banda lateral inferior*, e a região $|f| > f_c$ é chamada de *banda lateral superior*.



O Dilema da Largura de Banda

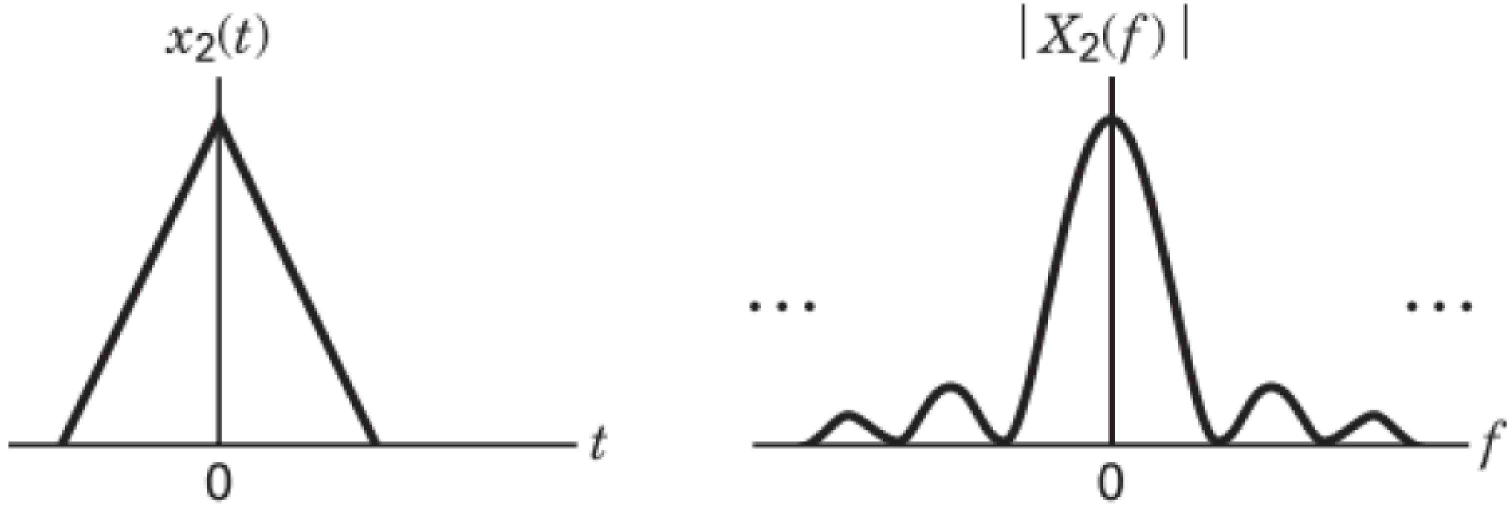
O Dilema da Largura de Banda

- Muitos teoremas de comunicações são definidos para sinais com largura de banda *estritamente limitada*.
- Todavia, tais sinais são irrealizáveis por serem de duração infinita e não-causais.



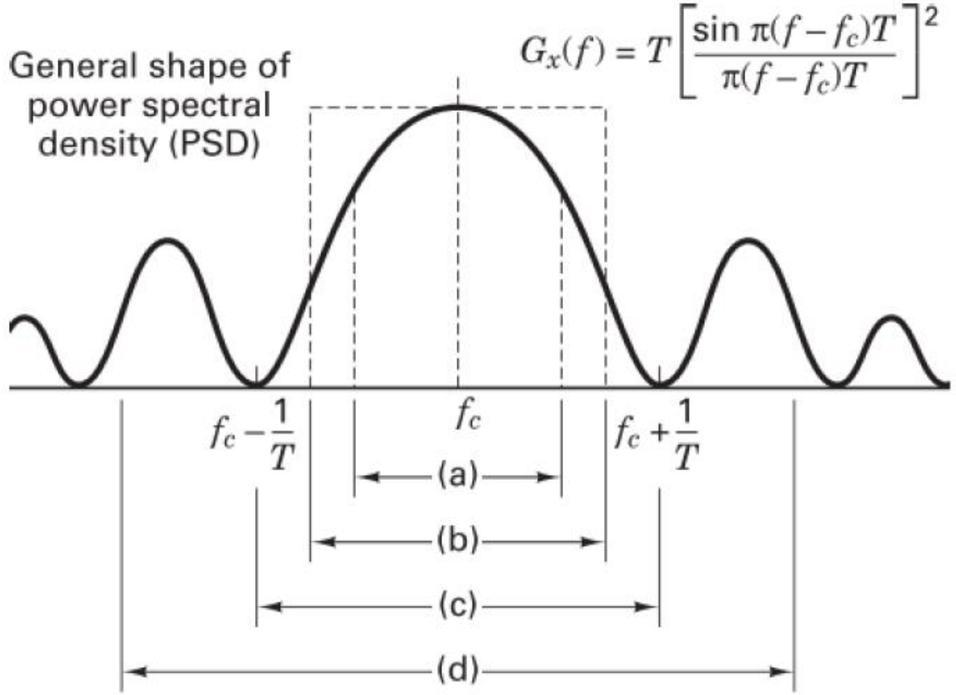
O Dilema da Largura de Banda

- Por outro lado podemos pensar nos sinais que podemos implementar, que são de duração finita.
- Porém, tais sinais têm o inconveniente de possuírem largura de banda, a rigor, infinita.



Critérios de Largura de Banda

- Para lidar com o fato de que a largura banda de fato é infinita, vários critérios foram adotados para se definirem valores praticáveis de largura de banda.



Critérios de Largura de Banda

a) Largura de banda de metade da potência: define W como sendo o ponto em que a potência cai pela metade.

b) Largura de Banda equivalente a Ruído: $W = P_x / G_x\,(f_c)$, onde P_x é a potência total do sinal.

c) Largura de Banda Não-Nula: Define a largura de banda como sendo a largura do lóbulo principal.

d) Largura de Banda de Contenção de Potência Fracionada: define W como sendo o valor que define uma região $|f| < W$ que contém 99% da potência do sinal.

Importância da Largura de Banda

- Largura de banda é considerada hoje como um recurso escasso, de alto valor de mercado.
- Empresas pagam milhões por alguns kHz.
- Esse recurso determina a taxa de transmissão que um sistema pode fornecer.
- Para operadoras também permite acomodar mais usuários.

Sistemas Banda-Base

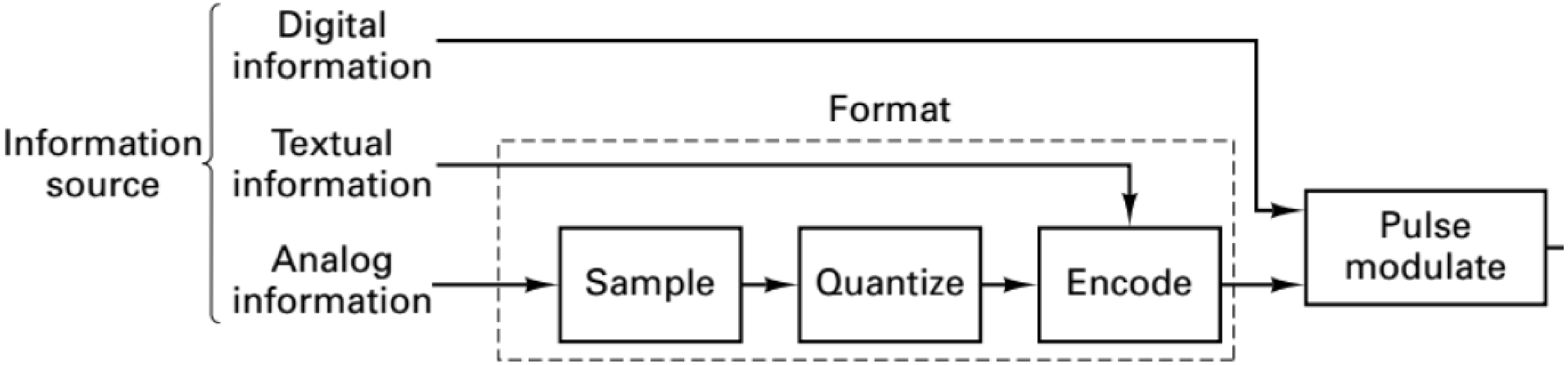
Formatação e Modulação

Formatação

- A **formatação** permite que o sinal tenha as características adequadas para ser processado digitalmente.
- Neste processo uma fonte de informação é transformada em **símbolos digitais**.
- As transformações geralmente incluem: amostragem, quantização e codificação de caractere.
- Nesse estágio os dados estão na forma **lógica**, e devem ser posteriormente transformados em formas de onda para serem transmitidos.

Tipos de Formatação de Informação

- A Figura abaixo mostra os tipos de formatação aplicados de acordo com o tipo de informação.



Tipos de Formatação de Informação

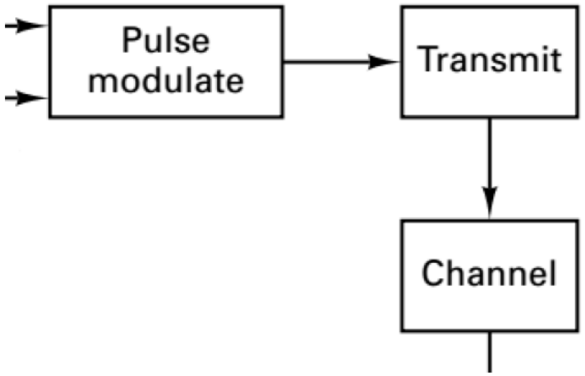
- **Informação analógica** é formatada através dos processos de amostragem, quantização e codificação.

- **Mensagem textual** é transformada em bits através de um codificador.

- Informação do tipo **digital** não passa pela formatação.

Transformação em Formas de Onda

- Os dígitos podem ser transmitidos por canais banda base, como cabos coaxiais e fibra ótica.
- Porém, antes devem ser convertidos em formas de onda adequadas para serem enviadas pelo canal.
- Este processo ocorre com a **modulação de pulso**.



Formatação de Dados Textuais

Transformação em Formas de Onda

- Se os dados são compostos de texto alfanumérico, eles devem ser **codificados** com algum tipo de padrão.
  - ASCII, EBCDIC, etc.

- Esses padrões especificam uma regra para **mapear** caracteres para uma sequência de bits.

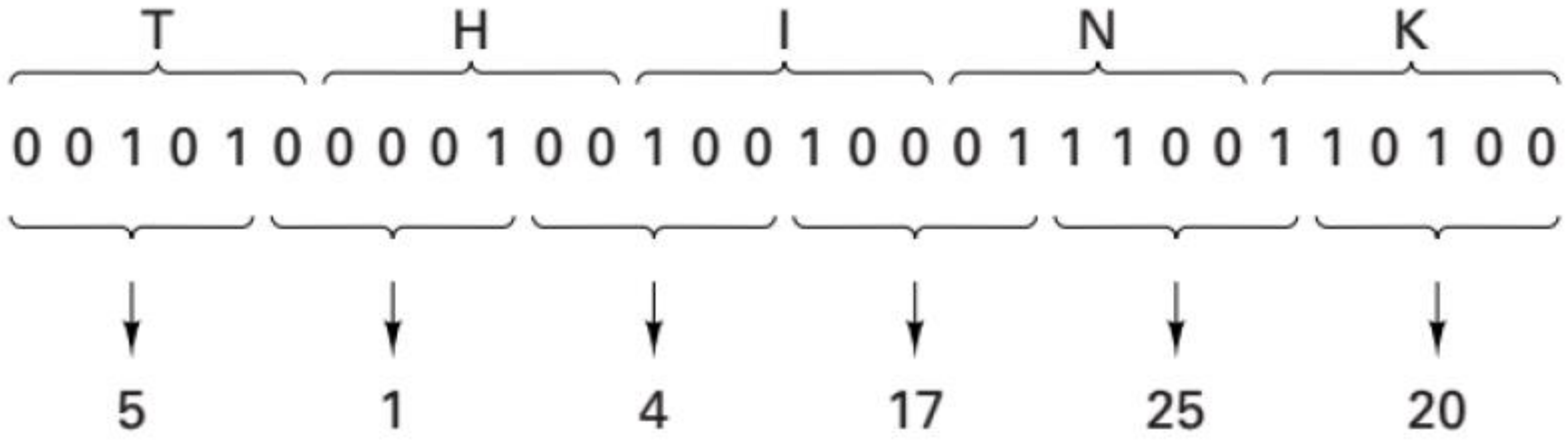
Mensagens, Caracteres e Símbolos

De Texto a Formas de Onda

- Quando mensagens textuais são codificadas em sequências de *bits*, temos um *bitstream*.
  - por exemplo, o texto `OI` é convertido (usando ASCII) para o *bitstream* 10011111001001 .
- Esse *bitstream* é então organizado em grupos de k *bits*.
- Cada combinação desse grupo de *bits é* chamada símbolo, num total de $M = 2^k$ símbolos.
- Sistemas com M símbolos são ditos M-ários.
  - Por exemplo, com $k = 2$ temos um sistema 4-ário.
  - Para o *bitstream* acima teremos 10 01 11 11 00 10 01.
- Cada símbolo é então mapeado para uma forma de onda $s_1(t), \dots, s_M(t)$.

Comentários

- Os limites de cada símbolo não precisam coincidir com os limites dos caracteres da mensagem.



Experimento

- Experimento 1: verificar como uma mensagem textual pode ser mapeada para um *bitstream*.

Exercício

- Exercício 1: Informe quais seriam os símbolos para o *bitstream* a seguir, se considerarmos símbolos com $k = 2; 4$ e 5 *bits*. Que nome receberia cada sistema com esses valores de k?
- `0101000101101101 01`

Formatação de Informação Analógica

Introdução

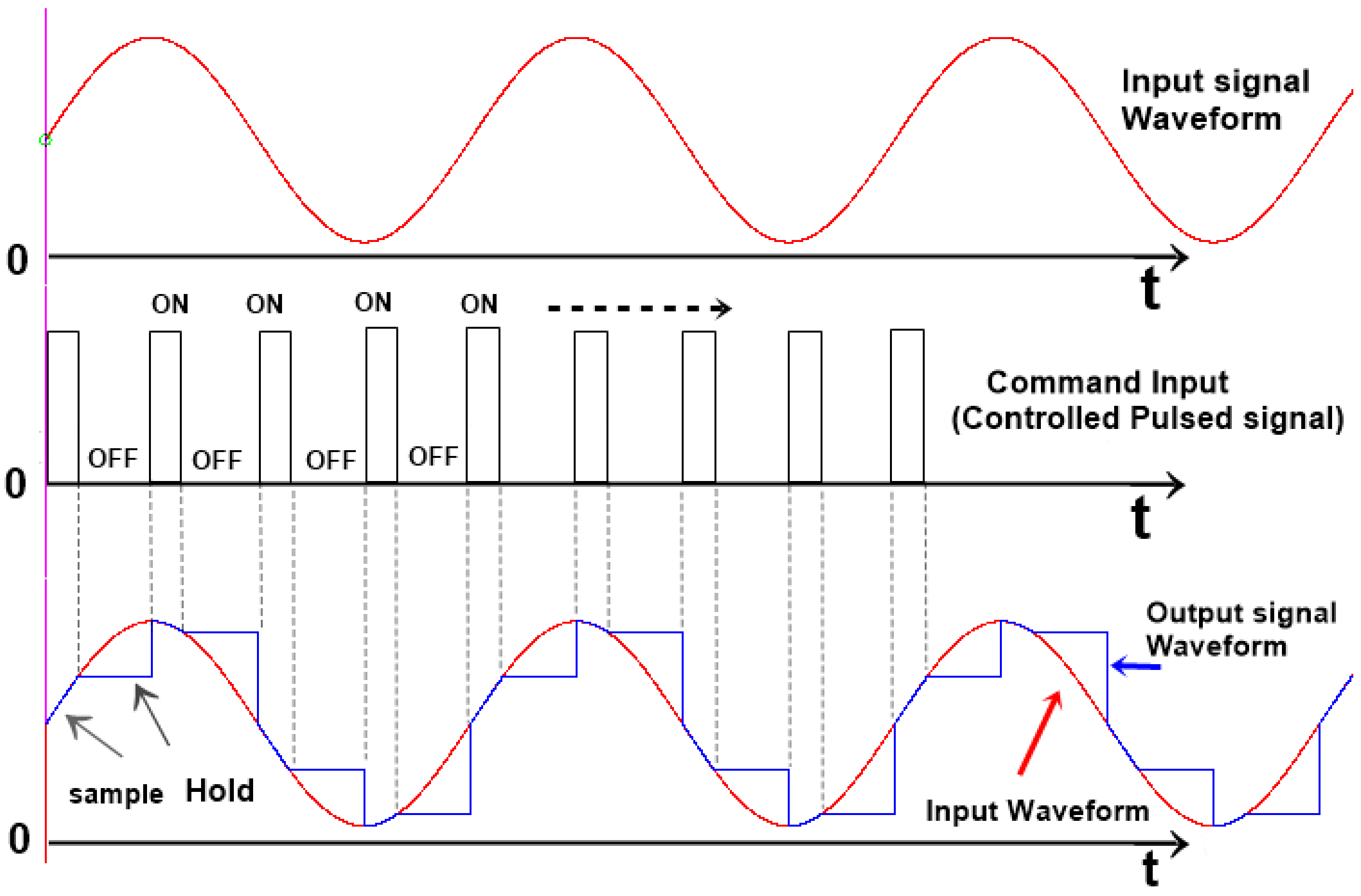
- Informação analógica não pode ser codificada da forma usada para mensagens textuais.
- Esse tipo de informação deve passar primeiro pelos processos de amostragem e quantização, para então ser codificado.

Teorema da Amostragem

Introdução

- O processo de amostragem transforma um sinal do domínio analógico para o amostrado (**discreto**).

- Um dos processos utilizados para tal tarefa é o de **amostragem e retenção** (*sample-and-hold*).
- Nesse método, uma chave é utilizada em conjunto com um componente de armazenamento (um transistor e um capacitor por exemplo).
- O sinal resultante é uma sequência de valores igualmente espaçados.



Input signal
Waveform
0
t
ON
ON
ON
ON
Command Input
(Controlled Pulsed signal)
OFF
OFF
OFF
OFF
0
t
Output signal
Waveform
sample
Hold
Input Waveform
0
t

Em que condições conseguimos recuperar o sinal original?

- Em algum momento, esse sinal discreto pode ser transformado novamente na sua versão analógica (restauração).
- Um filtro passa baixas pode ser utilizado neste processo.
- Todavia, o sinal amostrado pode representar infinitos sinais analógicos.
- Nesse ponto surge a questão: o quão próximo o sinal restaurado é do sinal analógico original?

O Teorema da Amostragem

Um sinal com banda limitada de $f_m\ Hz$ pode ser unicamente determinado por valores amostrados em intervalos uniformes com período:

$$T_s \leq \frac{1}{2f_m}, \text{em segundos}$$

- Essa declaração também é conhecida como teorema da amostragem uniforme.
- Esse teorema também pode ser declarado em termos da frequência de amostragem, $f_s = {}^{1}/_{T_s}$

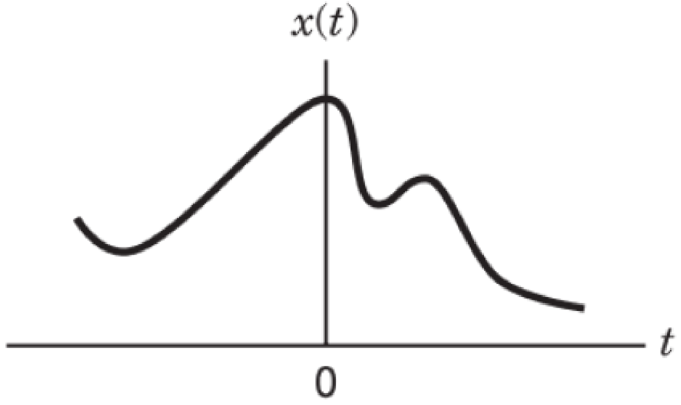
$$f_s \geq 2f_m$$

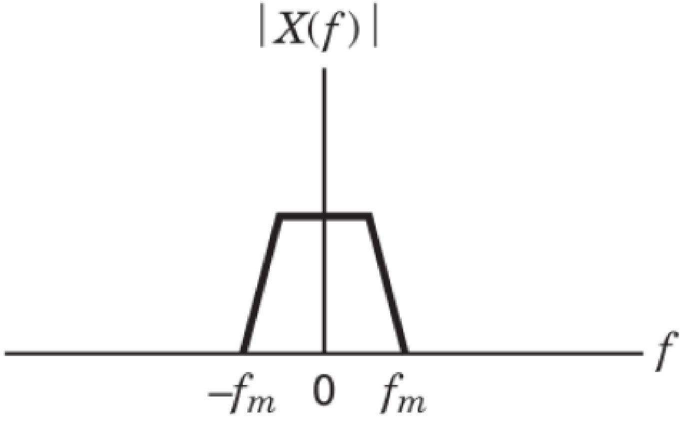
- Essa relação também é conhecida como **critério de Nyquist**, e $2f_m$ é a **taxa de Nyquist**.

Amostragem por Impulsos

Sinal Analógico Limitado em Banda

- Amostragem ideal.
- Nessa demonstração usaremos a propriedade de multiplicação da Transformada de Fourier.
- Considere o sinal analógico $x(t)$, com banda limitada em f_m como abaixo.





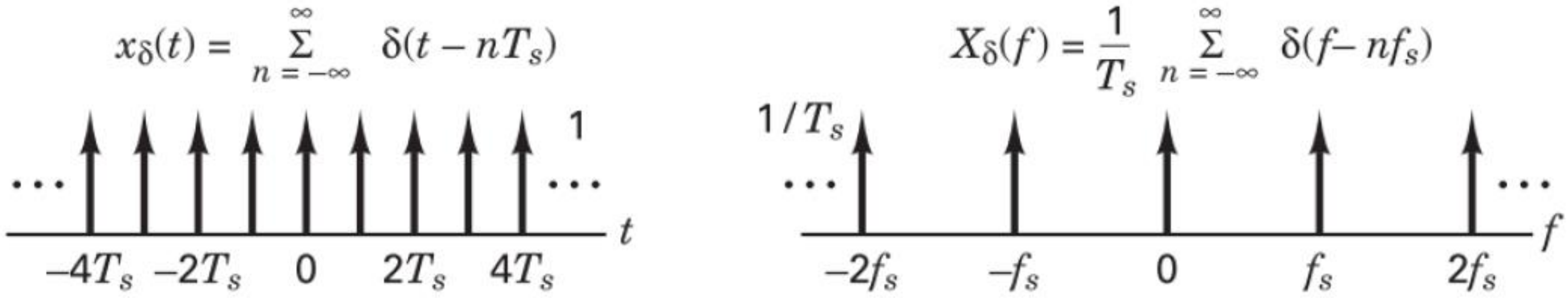
Amostragem pela Multiplicação por um Trem de Impulsos

- Modelamos o processo de amostragem de $x(t)$ como a sua multiplicação por um trem de impulsos

$$x_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

que tem espectro

$$X_\delta(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s)$$



Amostragem pela Multiplicação por um Trem de Impulsos

- A propriedade do *peneiramento* (ou filtragem) do impulso nos permite escrever:

$$x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0)$$

- Assim, a multiplicação entre $x(t)$ e $x_\delta(t)$ se torna:

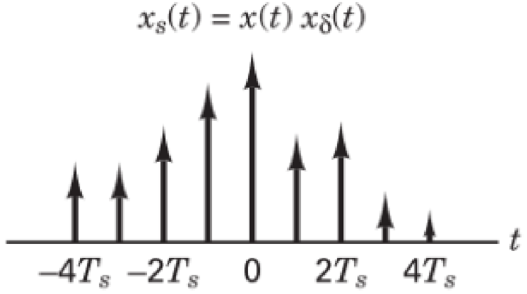
$$\begin{aligned} x_s(t) &= x(t)x_\delta(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)\delta(t-nT_s) \end{aligned}$$

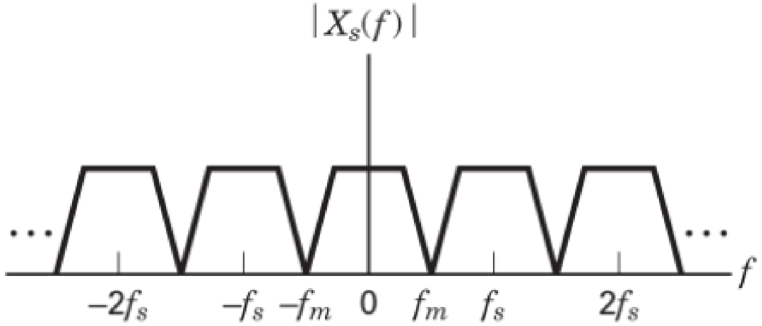
- No espectro, pela propriedade da multiplicação da TF, $x(t)x_\delta(t)$ gera $X(f) * X_\delta(f)$

Espectro do Sinal Amostrado

- Seguindo o conceito de convolução, o espectro do sinal amostrado será composto por réplicas do espectro de $x(t)$, multiplicadas por $1/Ts$, localizadas nas posições dos impulsos no espectro.

$$X_s(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f - nf_s)$$



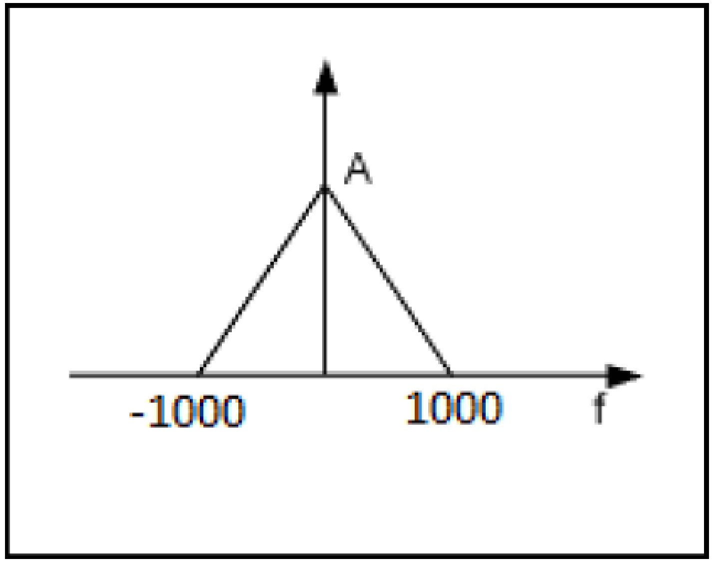


Exercício

- Exercício 2: Desenhe os gráficos de tempo discreto dos sinais abaixo, de acordo com a taxa de amostragem e o intervalo informados.
- $x(t) = 2t - 1, F_s = 5\ sps, [0,1]$
- $x(t) = \sin(2\pi 3t)\, , F_s = 3\ sps, [0,2]$

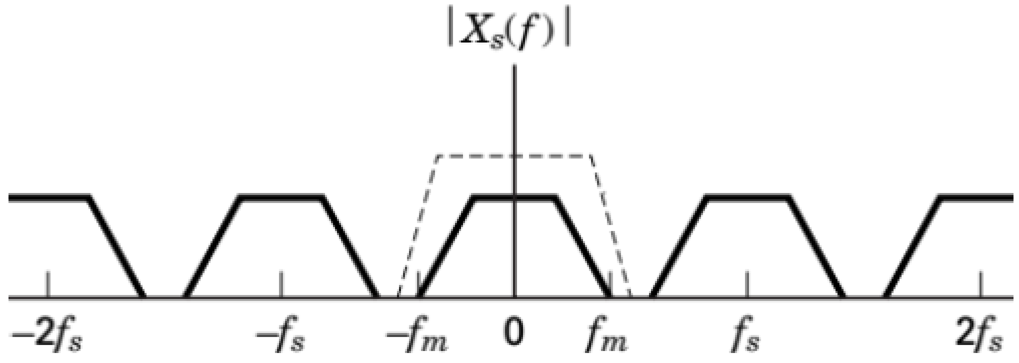
Exercício

- Exercício 3: A Figura abaixo mostra o espectro de um sinal analógico banda base limitado em banda. Desenhe o espectro resultante da amostragem desse sinal com as taxas de amostragem de: $Fs = 3000\ sps$, $Fs = 2000\ sps$ e $Fs = 1000\ sps$.



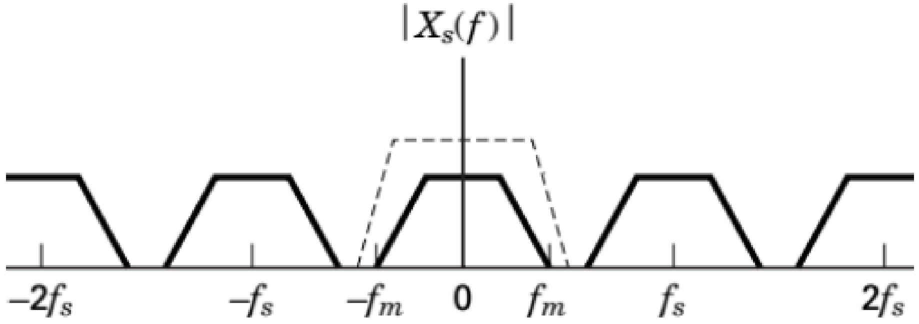
Recuperação do Sinal Analógico

- Após algumas operações realizadas sobre o sinal amostrado, pode ser necessário convertê-lo novamente para o formato analógico.
- Dentre outras operações, a conversão digital para analógico aplica uma filtragem passa baixas.
- Há bastante informação redundante que pode ser eliminada.



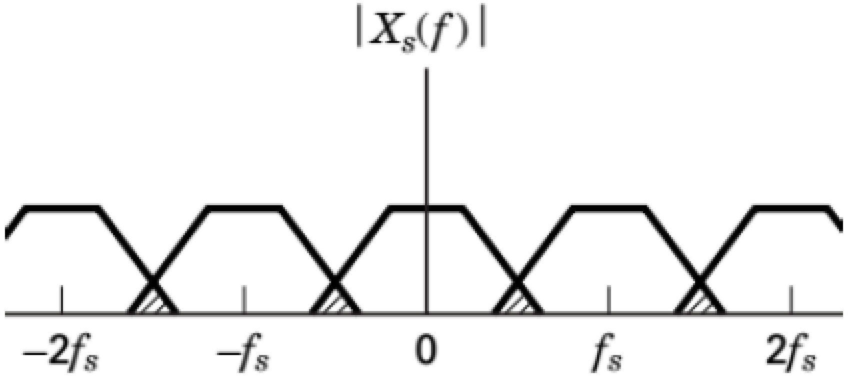
Recuperação do Sinal Analógico

- Note que o espectro filtrado deve corresponder ao espectro do sinal analógico original.
- Portanto, precisamos determinar uma relação entre f_m e f_s afim de determinar um espaçamento adequado entre as réplicas.
- Observando a Figura abaixo, notamos que uma condificação adequada para a recuperação de $x(t)$ é $f_m < f_s/2$, ou $f_s > 2f_m$.



Subamostragem

- Quando $f_s < 2f_m$, diz-se que há subamostragem do sinal.
- Na subamostragem há sobreposição das réplicas do espectro.
  - Quando aplicamos o filtro passa-baixas não recuperamos o espectro do sinal original
- Esta sobreposição dos espectro das réplicas é chamada de *aliasing*.
- O sinal recuperado é distinto do original e possui componentes de alta, média e baixa frequências que não existiam anteriormente.



Aliasing em Situações Práticas

- Em situações reais, nem $x(t)$ é limitado em banda, e nem o filtro é ideal.
- Para reduzir os efeitos do filtro não ideal, aumentamos a distância entre as réplicas.
- Entretanto, como o sinal não é estritamente limitado em banda sempre há um pouco de *aliasing* no sinal recuperado.
- Todavia, o projeto do sistema deve ser de tal maneira que a porção do espectro em *aliasing* deve ter energia desconsiderável.

Exemplo do Efeito de *Aliasing* em Áudio

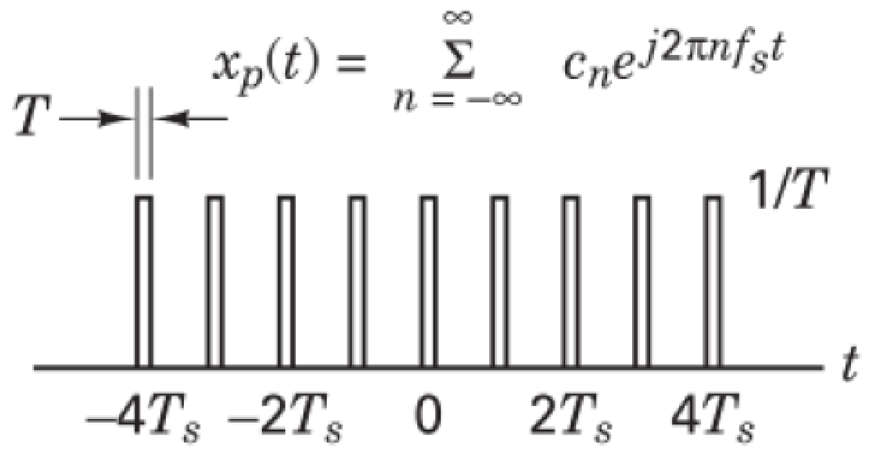
Amostragem Natural

Introdução

- O modelo da amostragem por impulsos serve bem para mostrar as condições de frequência de amostragem para recuperação de um sinal analógico.
- Todavia, não temos equipamentos que conseguem tomar amostras com largura infinitesimal.
- Nesse sentido, o modelo da amostragem natural representa melhor o funcionamento de um equipamento ADC baseado em *switching*.

Definição da Amostragem Natural

- Na amostragem natural consideramos que na tomada de cada amostra, o equipamento mantém a observação do sinal por um período T.
- Assim, o processo de amostragem é modelado como a multiplicação do sinal $x(t)$ por um sinal $x_p(t)$, o qual é representado por:

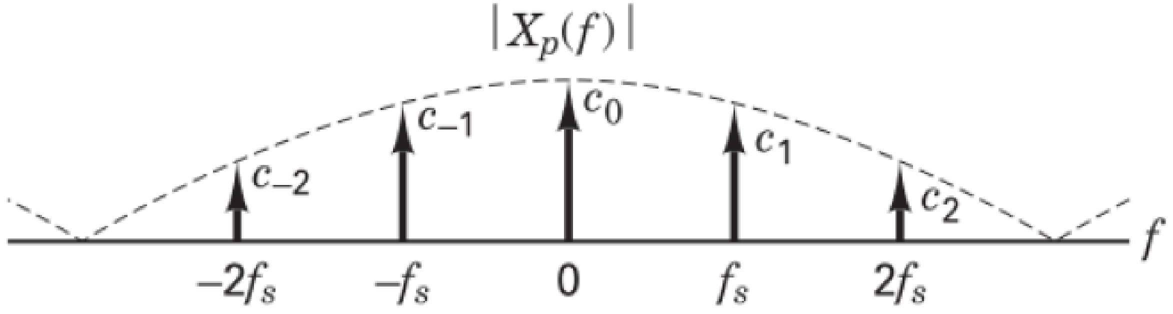


Espectro do Trem de Pulsos da Amostragem Natural

- O espectro do trem de pulsos é dado por:

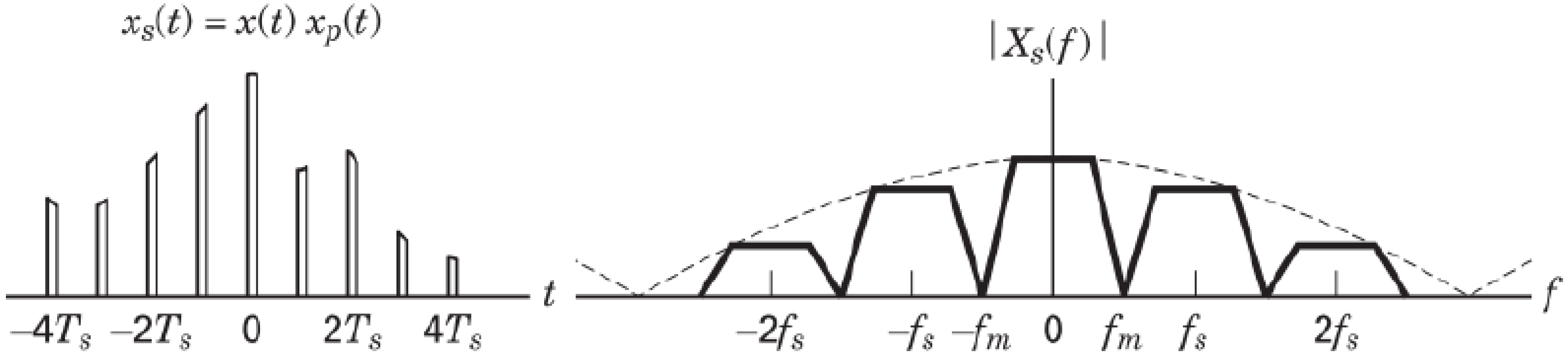
$$X_p(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} sinc\left(k\frac{T}{T_s}\right) \delta(f - kf_s)$$

- Enquanto na amostragem por impulso temos impulsos constantes, na amostragem natural a magnitude dos impulsos decai.



Espectro da Amostragem Natural

- Com a amostragem natural chegamos a mesma condição para recuperação do sinal analógico, $f_s > 2f_m$.
- No entanto, nesta perspectiva o impacto do *aliasing* é reduzido devido à redução da magnitude das réplicas.



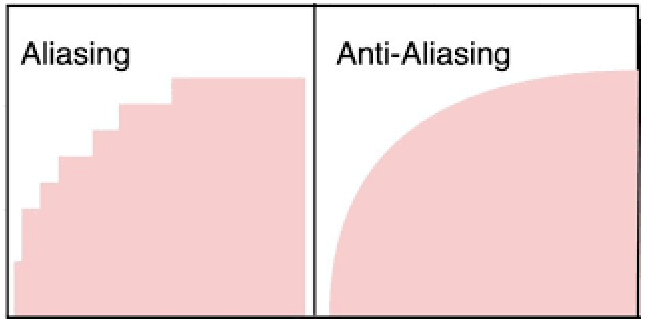
Experimento

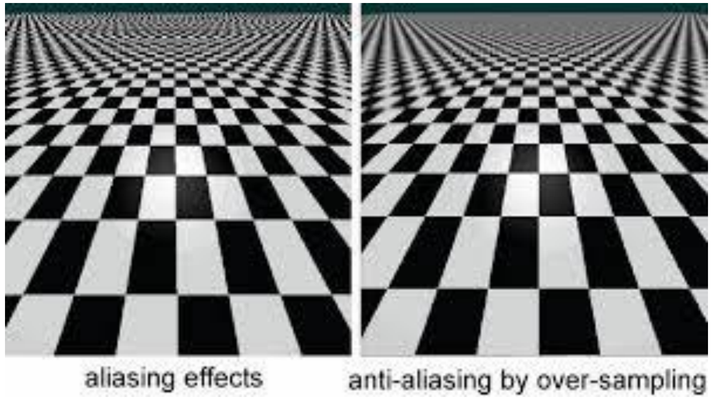
- Experimento 2: Verificar o efeito da subamostragem sobre um sinal de áudio.

Experimento

- Experimento 3: Verificar o efeito da subamostragem sobre uma imagem.

Experimento

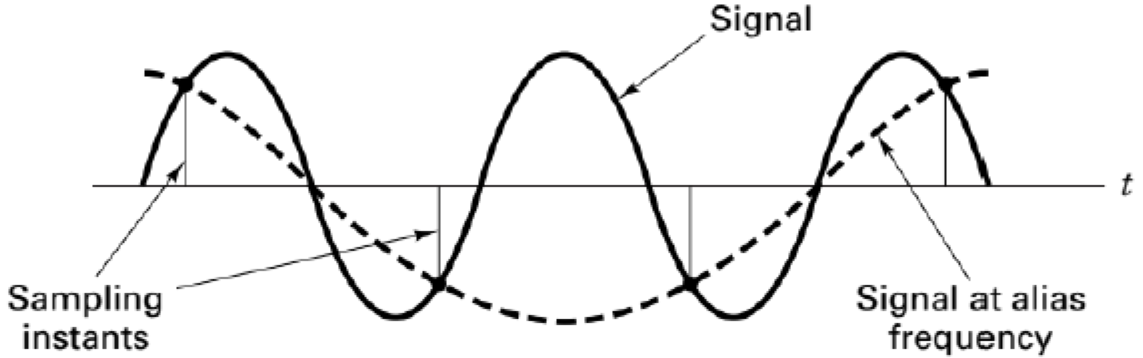




Aliasing

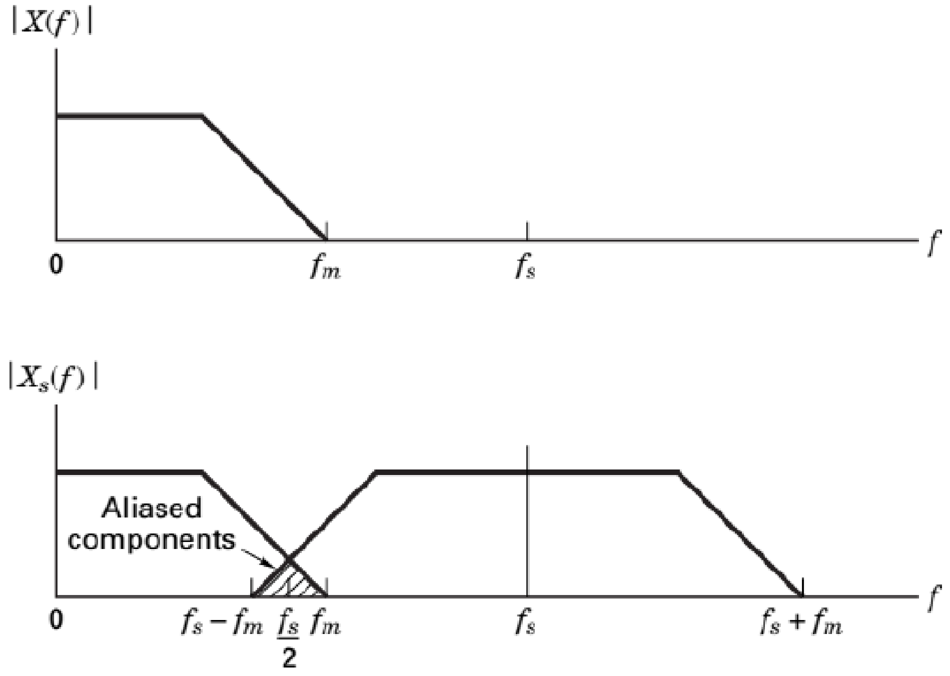
Efeito do *Aliasing* no Tempo

- Um conversor AD não descarta toda a energia das senoides com frequências fora da sua região de representação;
- Ele as mapeia para uma senoide discreta com frequência dentro da sua banda.
- Nesse caso, há ambiguidades sobre que senoide analógica as amostras representam.



Efeito do *Aliasing* no Espectro

- A Figura abaixo mostra em detalhes as regiões do espectro sobrepostas (ambíguas), entre $f_s - f_m$ e f_s, devido à subamostragem.



Efeito do *Aliasing* no Espectro

- Como observado nas Figuras anteriores o *aliasing* cria um região de ambiguidade no espectro.
  - Região compartilhada pelas baixas frequências de uma réplica e as altas frequências de outra.
- O impacto disso no sinal amostrado é a modificação da magnitude de algumas componentes espectrais do sinal final em relação ao original.
  - Na realidade, ocorre um “vazamento” das energias das altas frequências das réplicas superiores para a réplica na banda base.

Experimento

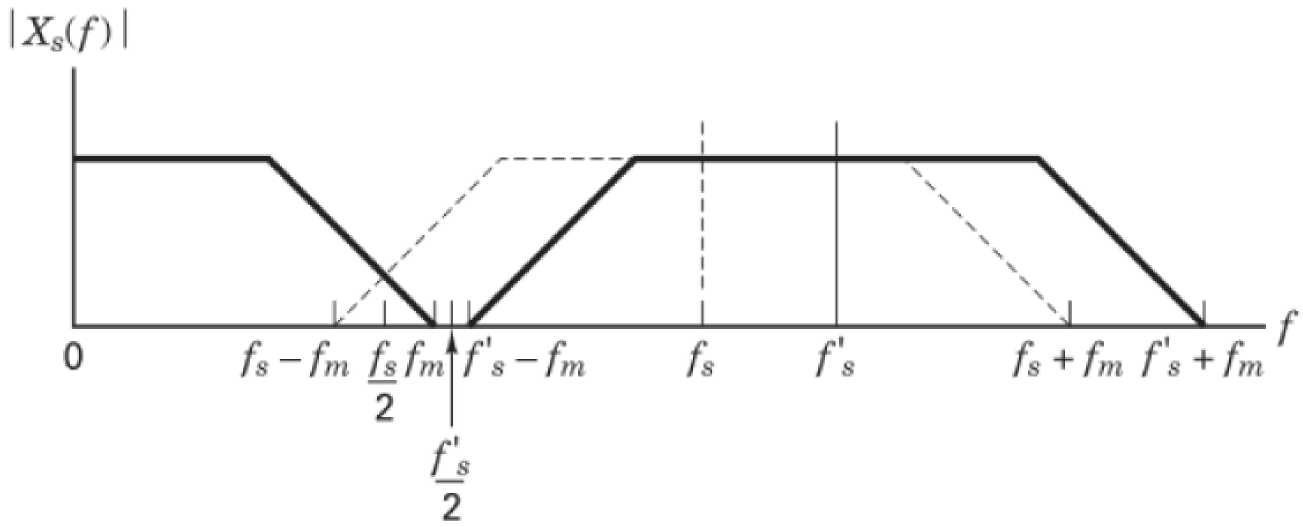
- Experimento 4: Verificar o efeito da subamostragem sobre o espectro.

Amenizando o *Aliasing*

- *Aliasing* é um fenômeno problemático
  - Não permite a representação de altas frequências.
  - Modifica o comportamento das frequências menores que a de Nyquist.
- Porém, pode ser amenizado pelo aumento da taxa de amostragem, ou pela redução da banda do sinal amostrado (filtro *anti-aliasing*).

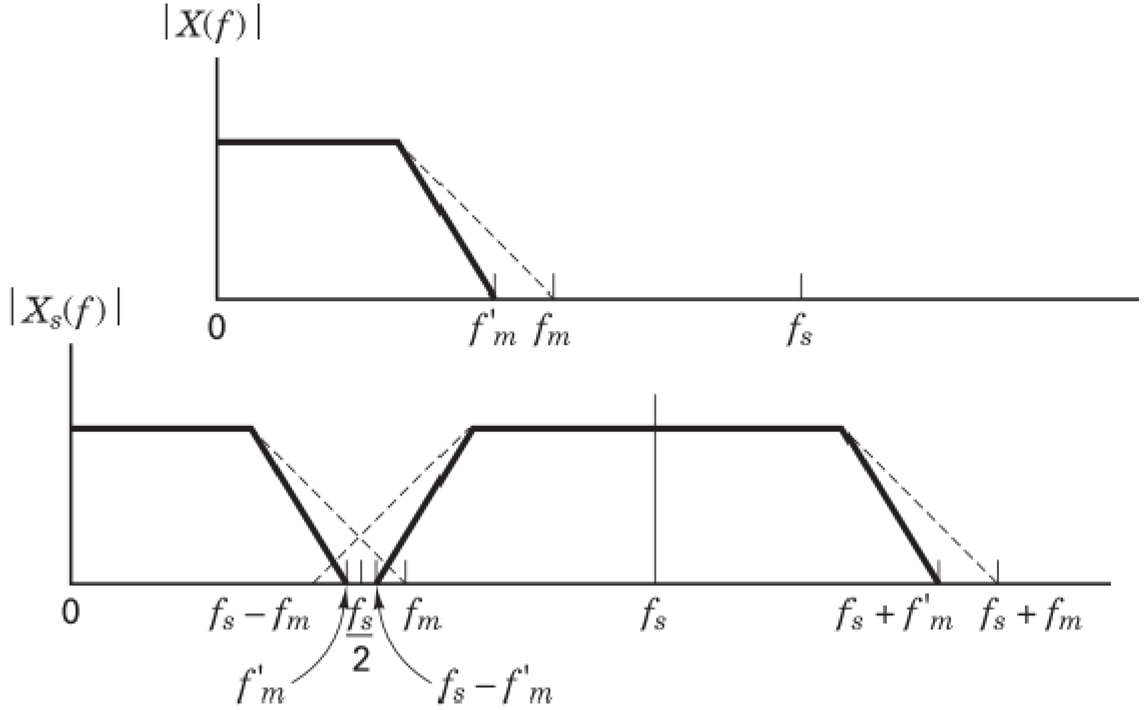
Amenizando o *Aliasing* pelo Aumento de f_s

- O *aliasing* do caso anterior pode ser eliminado (amenizado) usando-se uma frequência de amostragem maior f_s' (*oversampling*).
- Uma frequência de amostragem maior pode separar adequadamente as réplicas afim de que não se sobreponham.



Filtro *Anti-Aliasing* (Pré-Filtragem)

- Uma boa prática de engenharia é usar um filtro *anti-aliasing* antes da amostragem.
- Esse filtro elimina as componentes de alta frequência para se obter um $f_m{}'$ menor que f_m.

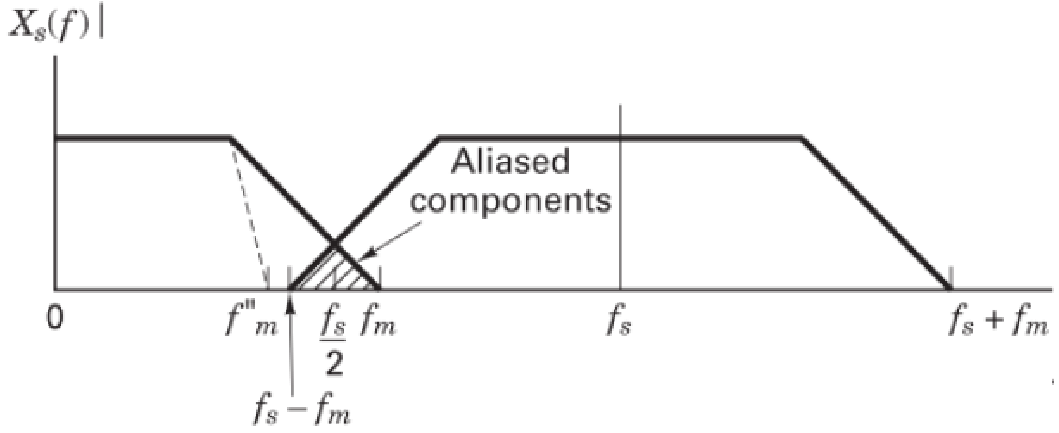


Experimento

- Experimento 5: Verificar o efeito da pré-filtragem na redução de *aliasing*.

Filtro *Anti-Aliasing* (Pós-Filtragem)

- Quando o sinal é bem conhecido, pode-se aplicar um filtro passa-baixas após a filtragem.
- Esse filtro elimina as componentes de alta frequência para se obter um f_m'' menor que $f_s - f_m$.
- O sinal deve ser bem conhecido afim de que se determine corretamente os efeitos da filtragem.



Questões Práticas sobre Filtragem *Anti-Aliasing*

- Filtros reais possuem uma banda de transição.
  - Região no espectro com largura diferente de zero entre a banda passante e a banda rejeição.
- Por um lado, é desejável se ter uma banda de transição pequena, afim de reduzir a taxa de amostragem.
- Por outro, bandas de transição curtas implicam em filtros mais complexos.
- Assim, um sistema de amostragem deve avaliar a relação de custos entre taxa de amostragem e complexidade do filtro.
- Em muitos sistemas assume-se que a banda de transição é de 10% a 20% da banda do sinal, implicando em uma taxa de amostragem prática de até $f_s \geq 2.2 f_m$.

Exemplo: Amostragem de Sinal de Áudio

- Sinais de áudio possuem conteúdo perceptível por humanos até cerca de 20 kHz.
- Assim, sistema práticos não usam um valor de amostragem determinado pelo teorema de amostragem.
- Sistemas padrão usam $f_s = 44100\ sps$, i.e., $f_s = 2.205 f_m$
- Sistemas de estúdios de gravação usam $f_s = 48000\ sps$, ou seja, $f_s\ =\ 2.4fm$.

Sobre-Amostragem vs Filtro *Anti-Aliasing*

- Sobre-amostragem exige um conversor AD mais rápido e o tratamento de mais dados por segundo.
- Filtros *anti-aliasing* analógicos com banda de transição estreita podem causar distorções, além de exigirem mais componentes de alta qualidade.
- A indústria tem apresentado conversores AD mais rápidos a preços menores, porém, os custos de componentes analógicos de alta qualidade não têm reduzido tanto.
- Uma boa solução é usar uma préfiltragem simples, sobreamostrar,filtrar digitalmente (que é mais barato) e depois subamostrar.

Fontes de Corrupção do Sinal

Introdução

- Os sinais manipulados em um sistema de comunicação são afetados por várias fontes de corrupção.

- Em geral, tais fontes de corrupção podem ser organizadas em dois grupos: (i) efeitos de amostragem e quantização; e (ii) efeitos do canal.

Efeitos da Amostragem e Quantização

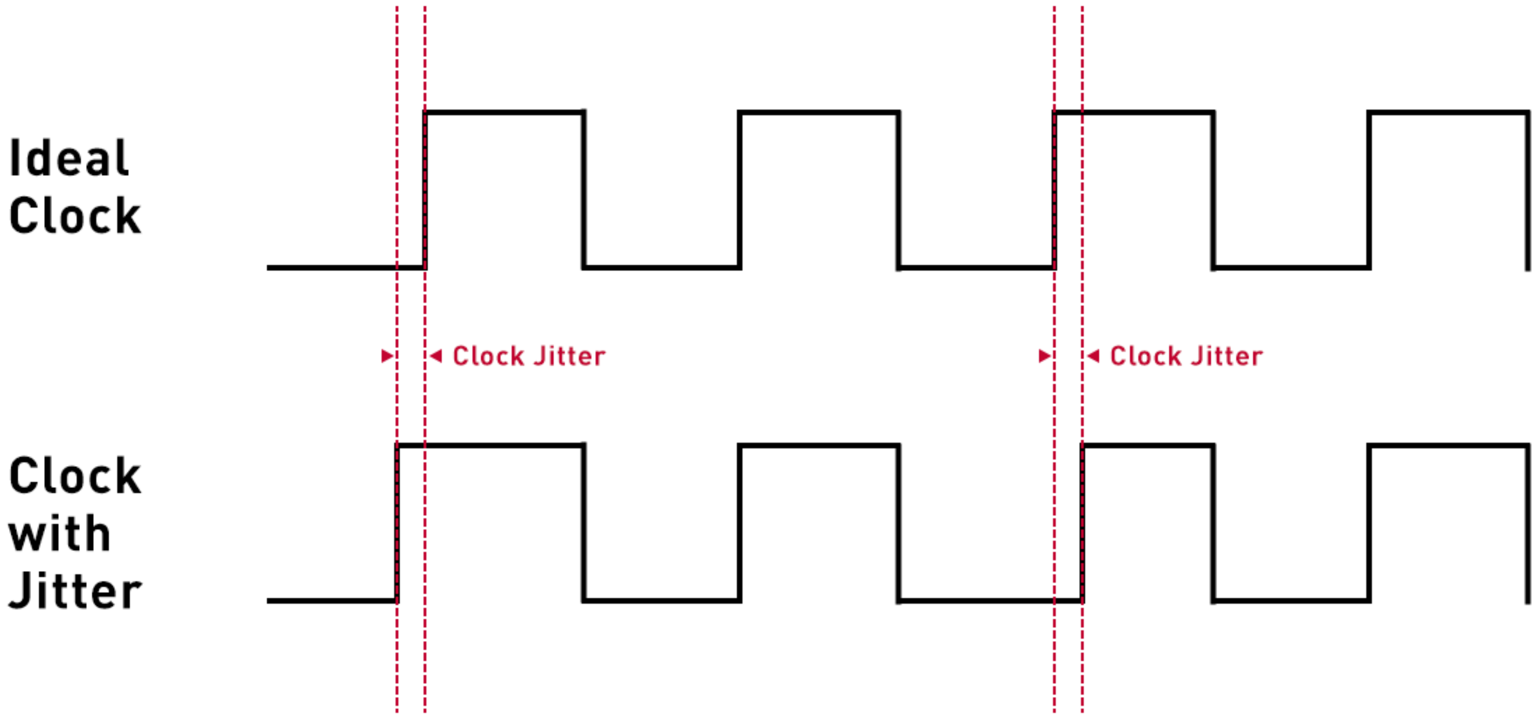
Jitter de Tempo

- A modelagem da amostragem considera que as amostras são uniformemente espaçadas.

- Todavia, sistemas mal aterrados ou com *clocks* de baixa qualidade podem fazer com que o período de amostragem torne-se aleatório.

- Tal problema pode fazer com que a banda do sinal amostrado torne-se distinta do sinal original.

Jitter de Tempo

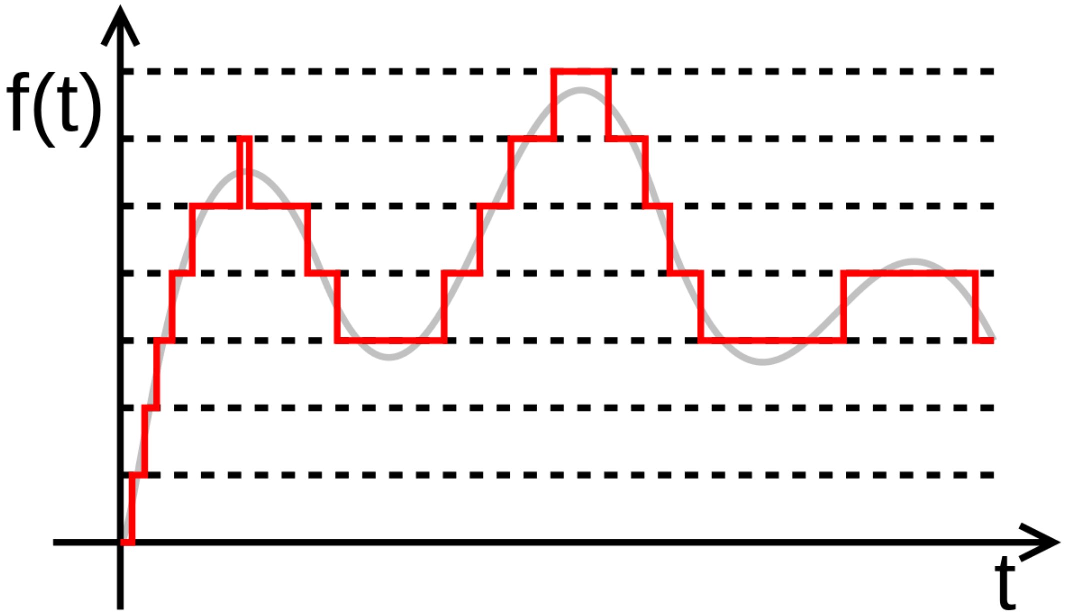


Experimento

- Experimento 6: Verifcar o efeito do *jitter* sobre a qualidade de um sinal de áudio. Código jitter_over_audio.m.

Introdução à Quantização

- Na quantização, os valores amostrados de um sinal analógico, são mapeados para um conjunto de patamares (níveis).



Introdução à Quantização

- A própria natureza do processo adiciona erros ao sinal quantizado, e de maneira geral

$$x_s(t) \neq x_q(t)$$

- Neste tópico, veremos como quantificar esse erro de quantização

Parâmetros de um Quantizador

- No **quantizador uniforme**, a distância entre os níveis, em volts, é constante, o qual chamamos **passo de quantização**, Δ_q ou q.

- A escala de valores de tensão que pode ser representada por um quantizador é chamada de **faixa dinâmica**.

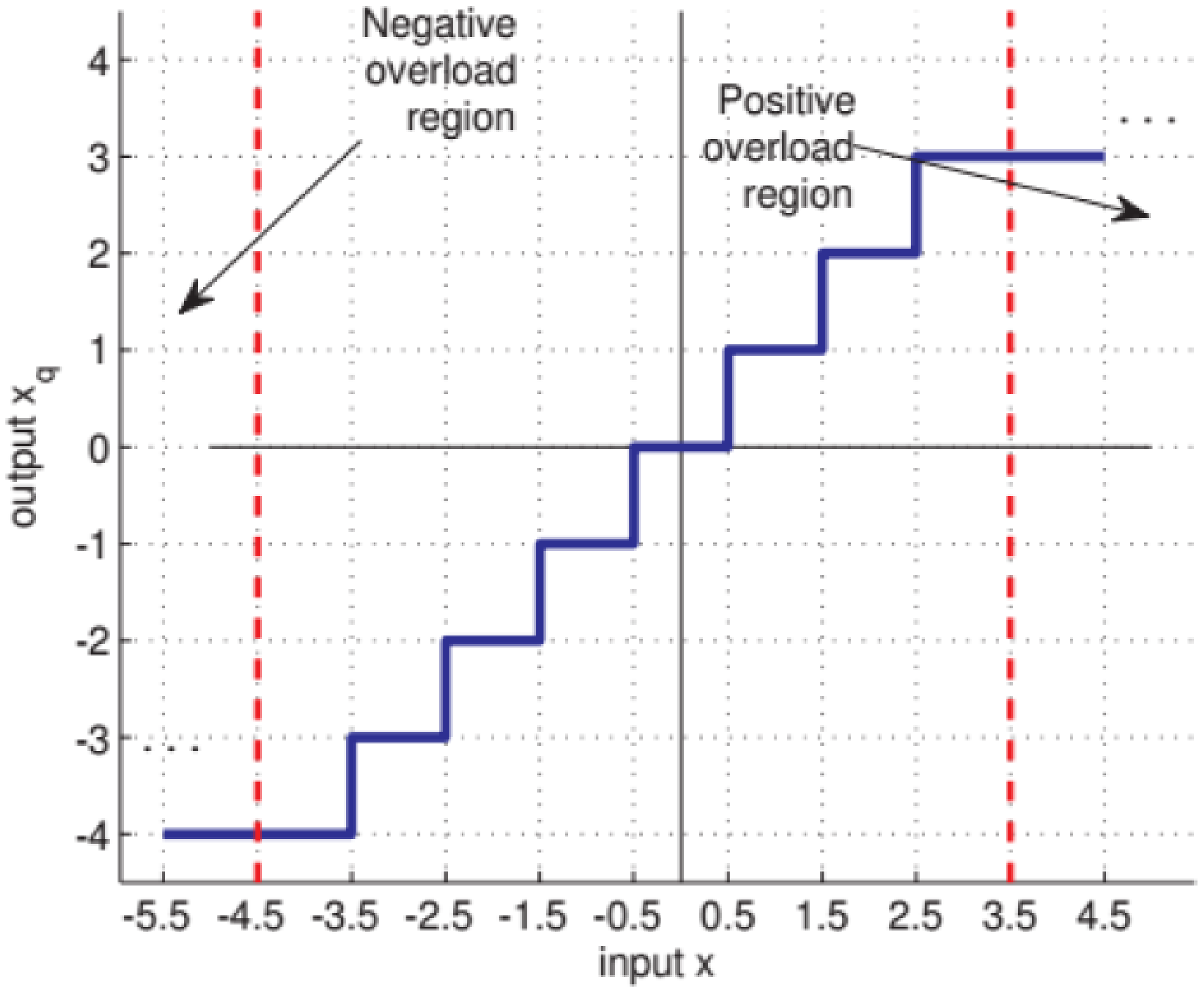
- O quantizador ótimo, o qual minimiza o erro, deve levar em consideração as estatísticas do sinal.

Ruído de Quantização

- Quantização é o processo no qual a magnitude do sinal amostrado é mapeada para um conjunto finito de níveis.
- O número de níveis depende da quantidade b de bits, dada por 2^b.
- Um erro inerente a este processo é o que ocorre quando um valor de magnitude é arredondado ou truncado para um dos níveis permitidos.
- Esse erro é chamado de **ruído de quantização**.
  - Modelamos a quantização como um sinal espúrio que é adicionado ao sinal de interesse.
- A quantidade de ruído nesse processo é inversamente proporcional à quantidade de níveis na quantização.

Região Granular e de Saturação

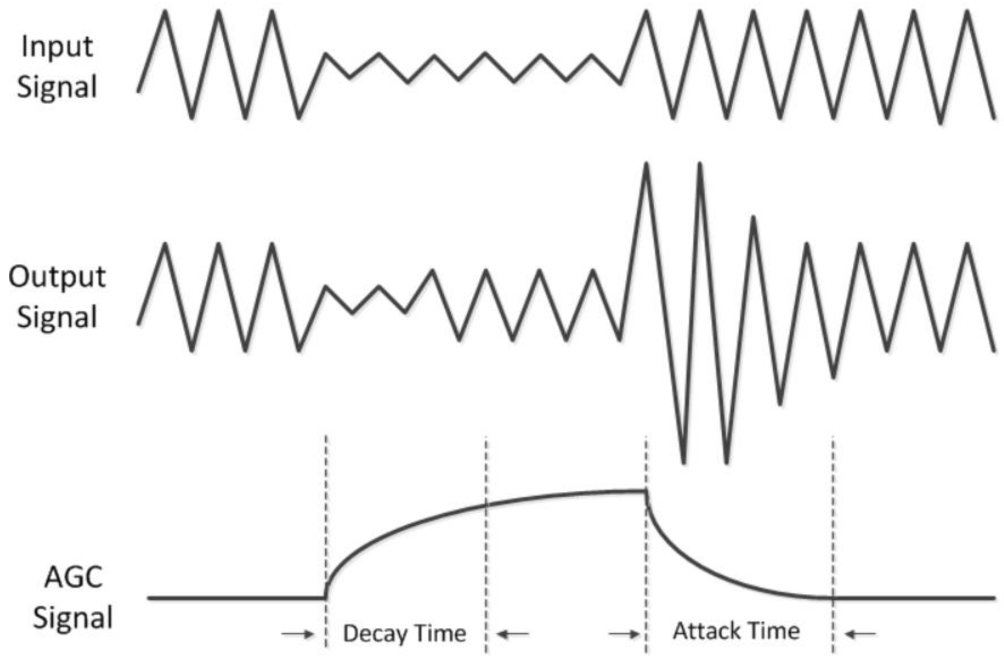
- A **região granular** do quantizador é aquela para os quais os valores do sinal amostrado estão dentro da faixa dinâmica. Já a região de saturação é aquela em que os valores ultrapassam a faixa dinâmica.

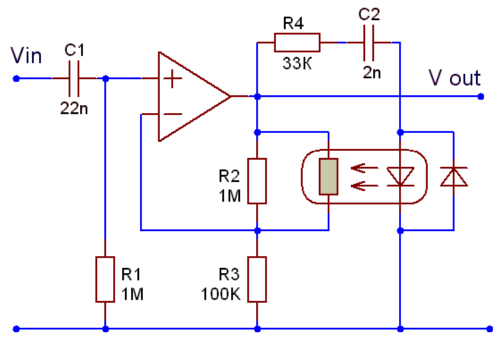


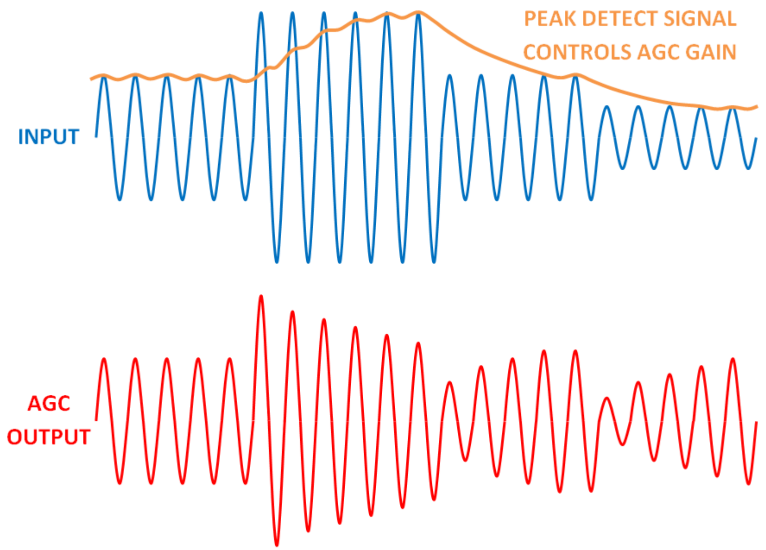
Saturação do Quantizador

- Sistemas digitais mapeiam sinais amostrados para L níveis, os quais especificam o menor e o maior valor do sinal que será amostrado.
  - Por exemplo, o sistema está preparado para mapear sinais analógicos que variam de $-5V$ a $5V$.
- No entanto, o sinal de entrada pode exceder estes limites, situação na qual os valores excedentes são **saturados** para os níveis das extremidades.
- A diferença entre o sinal original e o saturado é conhecida como **saturação do quantizador**.
- Saturação pode ser combatida com o uso de um **controlador automático de ganho** (AGC).

Controlador Automático de Ganho (AGC).







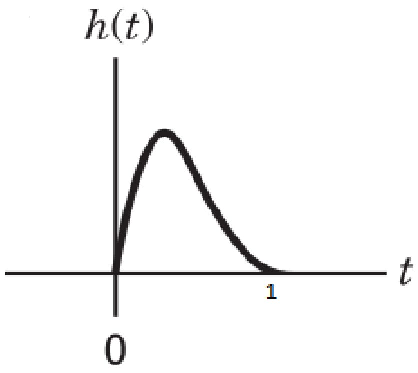
Efeitos do Canal

Ruído do Canal

- Ruído térmico, interferência de outros usuários e chaveamento de circuitos geram pulsos que alteram os sinais recebidos por um sistema e podem causar erros de detecção.
- Esses processos podem degradar a qualidade da transmissão devido ao **efeito de limiar**.
  - Esses ruídos podem modificar um símbolo além do limiar que o separa de outro.
- Assim, os símbolos podem ser decodificados incorretamente, ocasionando erros na detecção.

Dispersão do Canal

- A banda do canal é **sempre limitada**, de maneira que os sinais passando por ele sofrem dispersão.
  - A resposta ao impulso do canal é sempre diferente de um sinal impulso.

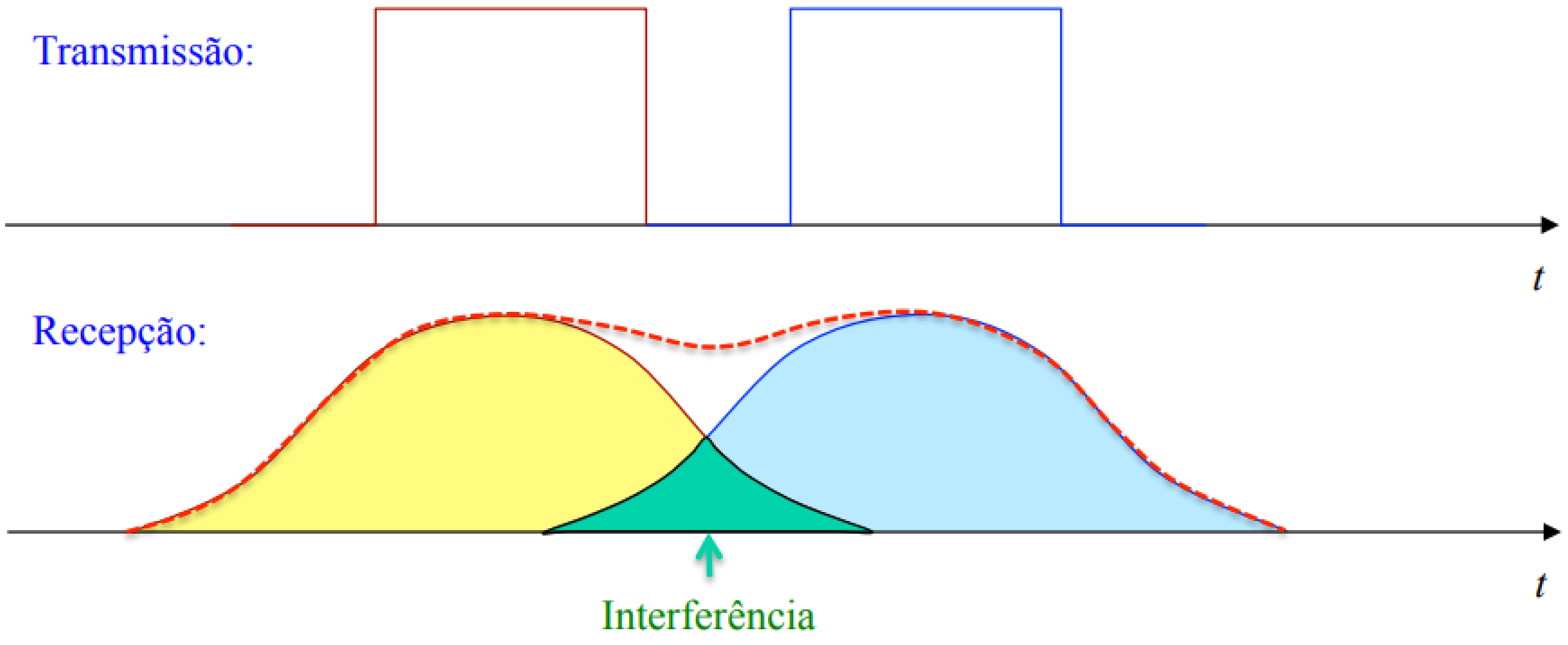


- O canal filtra as altas frequências, fazendo com que variações rápidas tornem-se lentas.
  - Ondas quadradas tornam-se arredondadas, e mais largas.

Interferência Intersímbolo

- Quando a banda do canal é muito maior do que a do sinal passando por ele, o efeito de dispersão sobre o sinal transmitido é, proporcionalmente, pequeno.
- Porém, quando a banda do canal é próxima à do sinal transmitido, a dispersão é tamanha que pode fazer com que **símbolos adjacentes se sobreponham**.
- Esse efeito é conhecido como **interferência intersímbolo**.
- Como qualquer outra degradação, esse tipo de interferência pode causar erro nos *bits* decodificados.
- Essa interferência é particularmente “difícil”, pois aumentar a potência do sinal nem sempre resolve.

Interferência Intersímbolo



Exercício

- Exercício 4: Considerando que um canal possui resposta ao impulso como mostrado na Figura abaixo, informe em quais das situações a seguir ocorrerá interferência intersímbolo.
- (a) Os símbolos são do tipo impulso, enviados a $0.5\ baud$.
- (b) Os símbolos são do tipo impulso, enviados a $1\ baud$.
- (c) Os símbolos são do tipo impulso, enviados a $2\ bauds$.