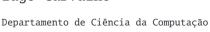
# DUALIDADE EM PROGRAMAÇÃO LINEAR

DCE692 - Pesquisa Operacional

Atualizado em: 6 de setembro de 2021

Iago Carvalho





#### PROBLEMAS DUAIS

Problemas de programação linear são descritos utilizando um conjunto de equações lineares

- Função objetivo
- Variáveis
- Restrições

Estes são chamados de problemas primais

Todo problema de programação linear possui um problema *dual* associado

- Problema de programação linear
- Cada variável do primal torna-se uma restrição no dual
- Cada restrição do primal torna-se uma variável no dual
- Sentido da função objetivo é invertida

## PROBLEMAS DUAIS

Primal	Dual
min cx	max zb
$Ax \le b$	$zA \ge c$
$x \ge 0$	$z \ge 0$

Uma indústria deseja produzir três tipos de molhos a partir de ketchup e mostarda.

- A indústria possui, ao todo, 80kg de ketchup e 30kg de mostarda
- O objetivo é produzir molhos de tal forma que o lucro da venda seja maximizado

и

Suponha que outra empresa deseje adquirir a fábrica de molhos

- Esta segunda empresa deseja realizar uma boa compra para poder lucrar
- Deseja-se precificar o preço de venda de cada kg de ketchup e mostarda

Para que o vendedor não saia no prejuízo, ele também tem que ter algum lucro

 Para isto, pode-se utilizar o dual do modelo de programação linear

Uma unidade do molho  $x_1$  é vendido por 10. Além disso, consome

- 5kg de ketchup
- O 2kg de mostarda

Deste modo, só vale a pena vender 5kg de ketchup e 2kg de mostarda por 10 ou mais unidades monetárias, isto é

$$5z_1 + 2z_2 \ge 10$$

3

Da mesma forma para os outros dois molhos. Ao fim, temos que

$$\begin{array}{llll} 5z_1 & + & 2z_2 & \geq & 10 \\ 4z_1 & + & 3z_2 & \geq & 7 \\ z_1 & + & 5z_2 & \geq & 15 \end{array} \right\} \leftarrow \text{vantagem do vendedor}$$

7

Já o comprador quer minimizar seus gastos ao adquirir a empresa de molhos.

Seja  $z_1$  o valor que ele desembolsará para comprar cada kg de ketchup e  $z_2$  por cada kg de mostarda.

Então, temos que o comprador deseja

min 
$$80z_1 + 30z_2$$

Ao fim, temos que o comprador deseja otimizar um problema de otimização linear

 Este problema é o dual associado ao problema de produção primal

9

#### Primal

#### Dual

min 
$$80z_1 + 30z_2$$
  
 $5z_1 + 2z_2 \ge 10$   
 $4z_1 + 3z_2 \ge 7$   
 $z_1 + 5z_2 \ge 15$   
 $z_i \ge 0, \forall i \in \{1,2\}$ 

#### PRIMAL-DUAL: FORMA GERAL

#### Primal

#### Dual