# CONCEITOS DE OTIMIZAÇÃO EM REDES

DCE692 - Pesquisa Operacional

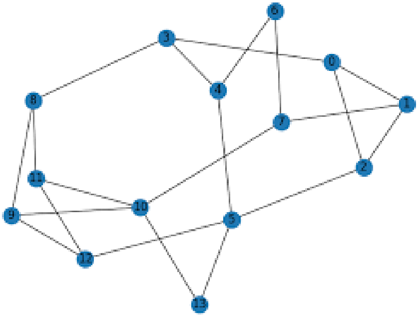
Atualizado em: 9 de outubro de 2023

Iago Carvalho

Departamento de Ciência da Computação

Problemas em redes são aqueles que podem ser representados como uma rede

- Conjunto de elementos
  - Nós
  - Vértices
- Conexões entre os elementos
  - Arcos
  - Arestas



# GRAFOS

Problemas de otimização em redes são definidos sob grafos

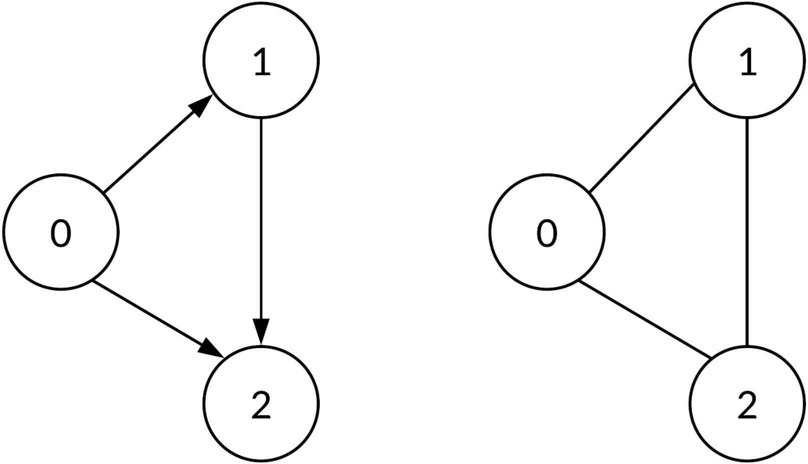
- Uma estrutura de dados especial
- Representação de uma rede
- Talvez seja a estrutura mais útil em toda a Ciência da Computação

Um grafo $G$ é definido como $G = (V, E)$

- $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ é o conjunto de vértices
- $E = \{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$
  - $e_i = (u, v) \mid u, v \in V$

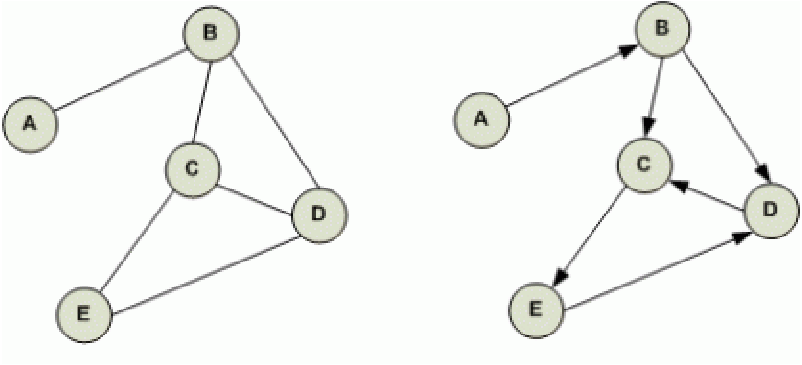
# DIREÇÃO

Um grafo pode ser direcionado ou não-direcionado

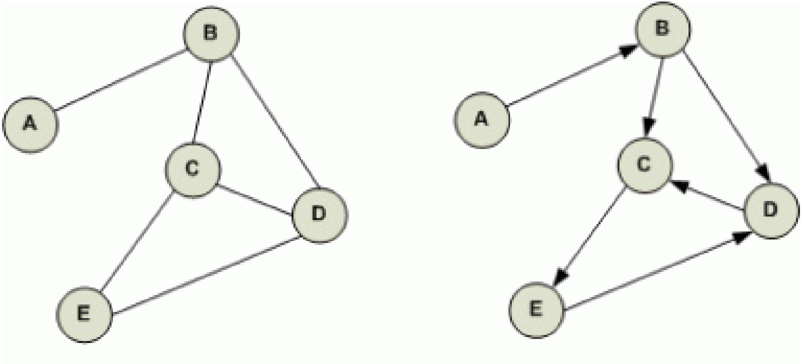


## CAMINHOS E CICLOS

Caminho $C = < c, e, d, c >$

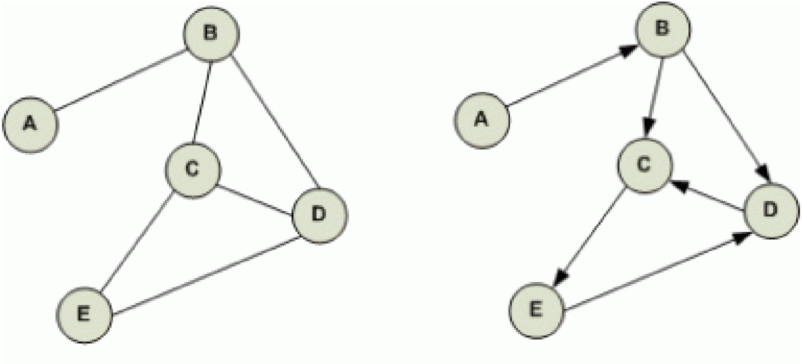


# ADJACÊNCIA E GRAU

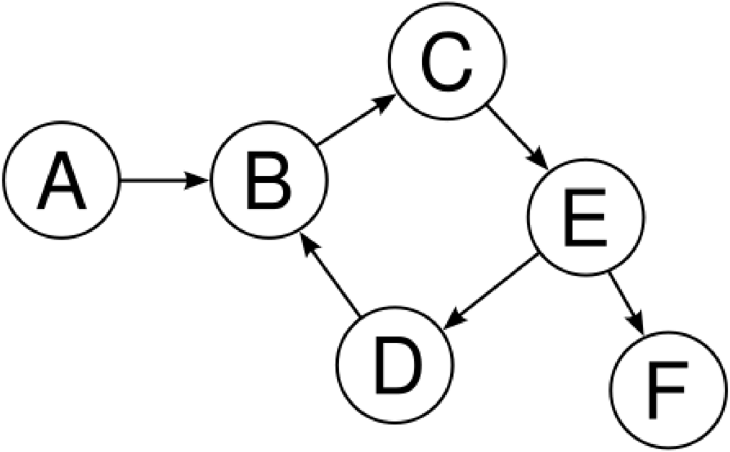


# FECHO TRANSITIVO

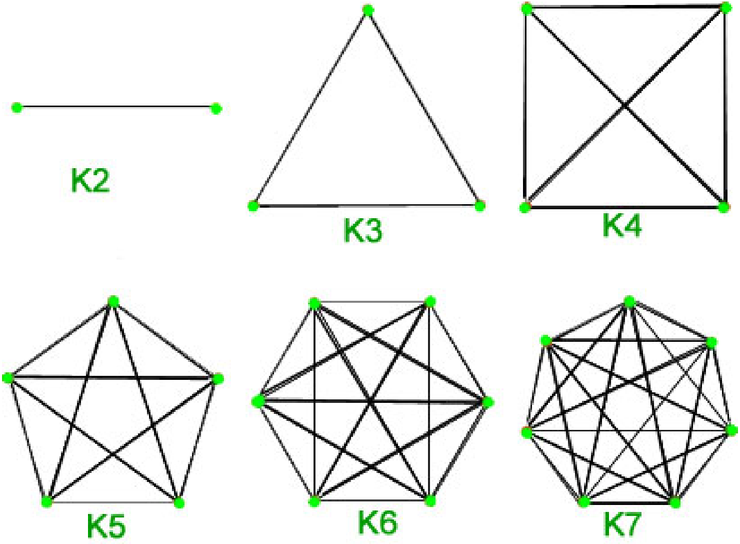
Direto e inverso



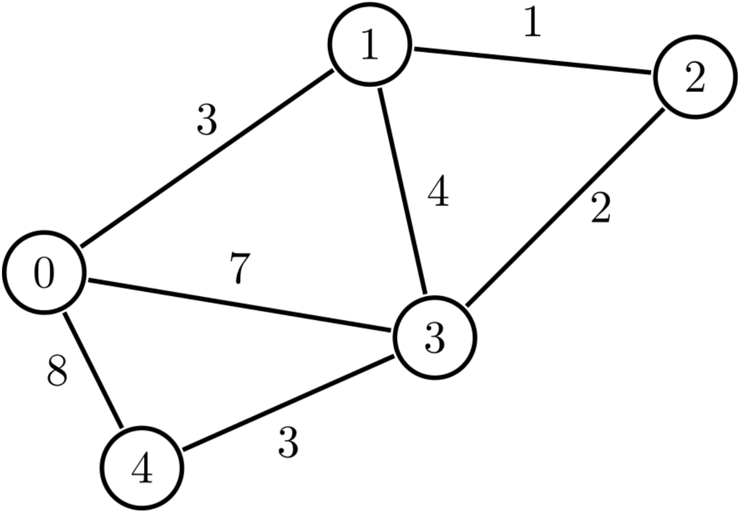
# FONTE E SUMIDOURO



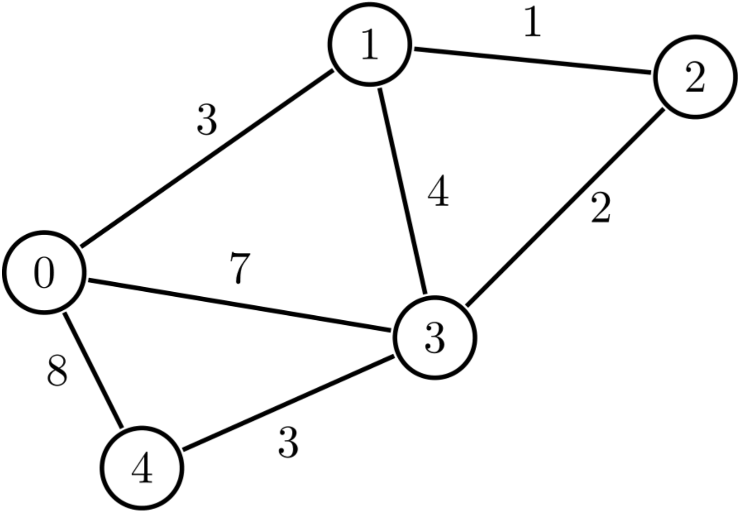
# GRAFO COMPLETO



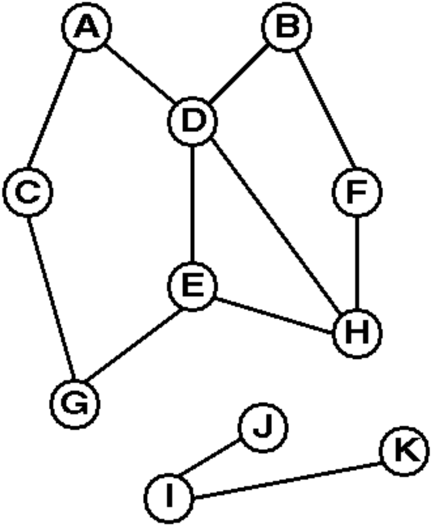
# GRAFO COM PESOS

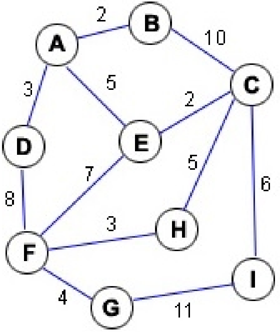


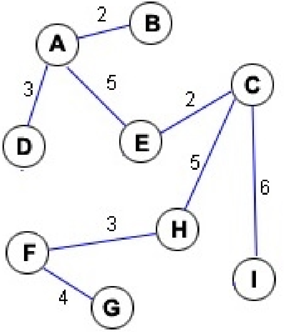
# GRAFO CONEXO



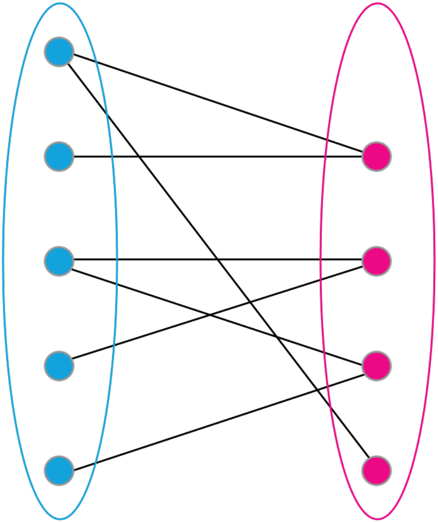
# GRAFO DESCONECTADO E COMPONENTES CONEXAS




A
B
C
D
E
F
G
H
I
2
10
3
5
2
5
7
6
8
3
4
11


A
B
C
D
E
F
G
H
I
2
3
5
2
5
6
3
4

# GRAFO BIPARTIDO



# PROPRIEDADES ADICIONAIS

Diversas destas propriedades serão utilizadas no decorrer deste curso

Grafos são uma das estruturas mais importantes em Ciência da Computação, tendo aplicações em uma infinidade de áreas

- Redes
- Biologia
- Eletrônica
- Pesquisa Operacional
- . . . Link

Interessados em um pouco mais de propriedades de grafos podem acessar o seguinte link Link

# ESTRUTURAS DE DADOS

Existem duas estruturas de dados capazes de representar grafos

- Matriz de adjacência
- Lista de adjacência

Cada estrutura difere-se da outra pela complexidade de suas operações

- Complexidade de adicionar ou retirar nós
- Complexidade de inserir ou remover arestas
- Complexidade de pesquisa
  - Saber se uma aresta existe ou não
- Diferentes complexidades de espaço

# MATRIZ DE ADJACÊNCIA

Talvez seja a maneira mais natural de se representar um grafo

- Grafo com $n$ vértices
- Matriz bi-dimensional $n \times n$
- Complexidade de espaço: $\mathcal{O}(n^2) = \mathcal{O}(m)$

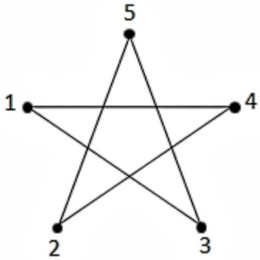
Inserção e remoção de vértices é cara

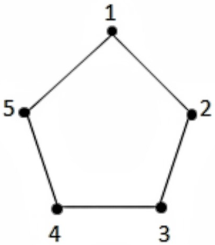
- Necessário alocar ou desalocar memória

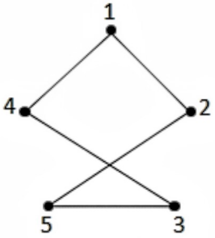
Modificação de arestas e pesquisa é barata

- Necessário apenas modificar (ou verificar) uma célula específica da matriz

# MATRIZ DE ADJACÊNCIA



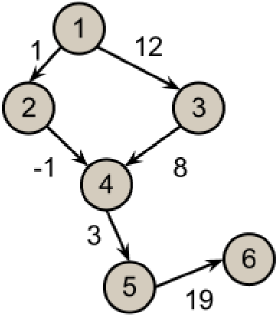




| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | 1 | 1 | |
| **2** | | | | 1 | 1 |
| **3** | 1 | | | | 1 |
| **4** | 1 | 1 | | | |
| **5** | | 1 | 1 | | |

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | 1 | | | 1 |
| **2** | 1 | | 1 | | |
| **3** | | 1 | | 1 | |
| **4** | | | 1 | | 1 |
| **5** | 1 | | | 1 | |

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | 1 | | 1 | |
| **2** | 1 | | | | 1 |
| **3** | | | | 1 | 1 |
| **4** | 1 | | 1 | | |
| **5** | | 1 | 1 | | |

# MATRIZ DE ADJACÊNCIA




| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 12 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | -1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 3 | -12 | 0 | 0 | 8 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | -8 | 0 | 3 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | -3 | 0 | 19 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | -19 | 0 |

# LISTA DE ADJACÊNCIA

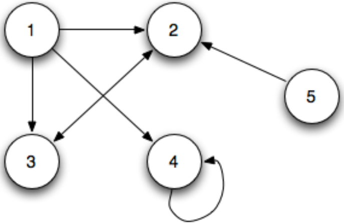
Uma lista de adjacência pode ser representada como uma lista de listas

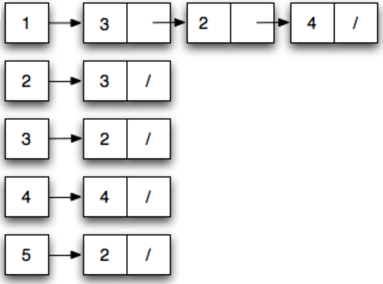
- Uma lista que contém todos os vértices do grafo
- Cada lista contém outra lista
    - Contém todos os vértices adjacentes

Complexidades diferem das de matriz de adjacência

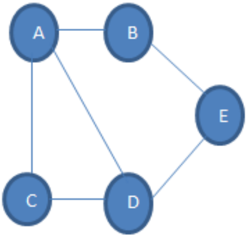
- Complexidade de espaço: $\mathcal{O}(n^2) = \mathcal{O}(m)$
- Inserção, pesquisa e remoção de arestas: $\mathcal{O}(n)$
- Inserção e remoção de vértices: $\mathcal{O}(1)$

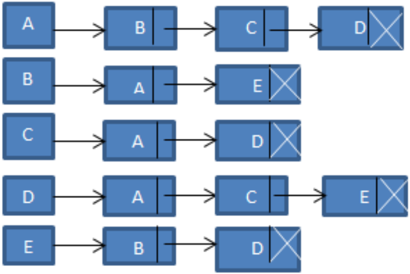
# LISTA DE ADJACÊNCIA



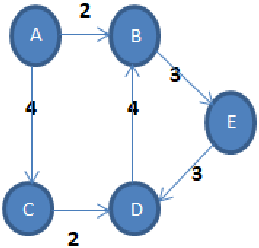



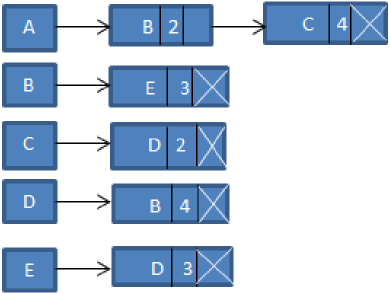
# LISTA DE ADJACÊNCIA



# LISTA DE ADJACÊNCIA



# PROPRIEDADES ADICIONAIS

Todas estas propridades de grafos nos serão úteis para estudar problemas de otimização em redes

Grafos, por si só, são um assunto para uma disciplina inteira de graduação

Interessados em um pouco mais de propriedades de grafos podem acessar o seguinte link ▸ Link