

ALGORITMO SIMPLEX

DCE692 - Pesquisa Operacional

Atualizado em: 10 de agosto de 2021

Iago Carvalho

Departamento de Ciência da Computação



PROGRAMAÇÃO LINEAR

Problemas de programação linear são descritos utilizando um conjunto de equações lineares

- Função objetivo
- Variáveis
- Restrições

É possível representar graficamente um problema de programação linear

- 3 variáveis
- Poucas restrições

E problemas maiores?

- Algoritmo Simplex!

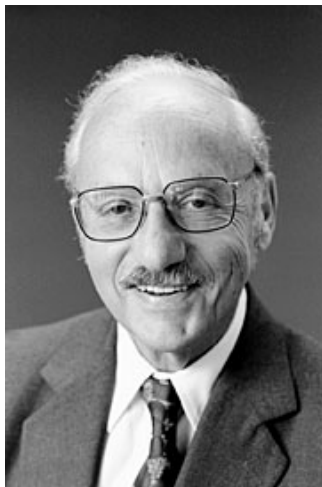
ALGORITMO SIMPLEX

Criado por George Dantzig em 1940s

- Inicialmente, feito como um trabalho de uma disciplina
- Usado para resolver sistemas de equações lineares

O Simplex (e demais trabalhos) renderam uma série de prêmios para Dantzig

- Prêmio Teoria John von Neumann (1975)
- Medalha Nacional de Ciências (1975)
- Prêmio Harvey (1985)
- Prêmio Harold Pender (1995)



Durante seu desenvolvimento, Dantzig viu a oportunidade de minimizar/maximizar uma função objetivo

- Assim, ao invés de simplesmente resolver sistemas lineares, foi possível otimizar a solução destes sistemas

Assim, nascia a programação linear!

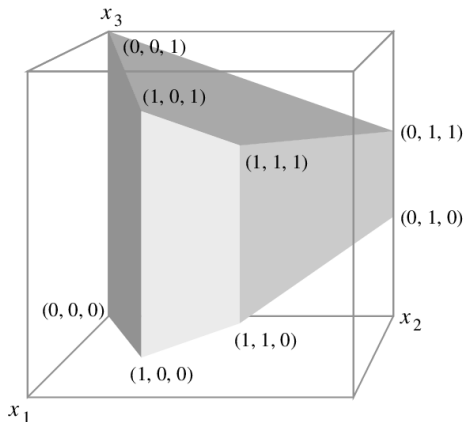
COMPLEXIDADE DO ALGORITMO SIMPLEX

Problemas de programação linear podem ser resolvidos em tempo polinomial

Entretanto, o Simplex é um algoritmo exponencial! [▶ Link](#)

- Demonstrado em um caso extremamente particular
- Politopo de Klee–Minty

No caso médio, ele tem tempo polinomial



VISUALIZAÇÃO DO ALGORITMO SIMPLEX

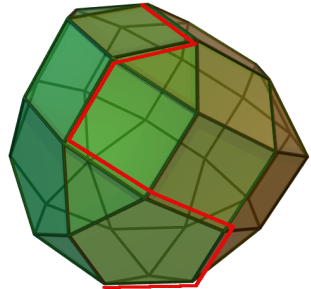
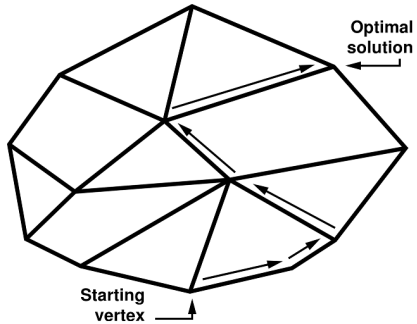


TABLEAU SIMPLEX

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax + y = B \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$c = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$$

$$x^T = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

$$B^T = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & y_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & y_m \end{bmatrix}$$

TABLEAU SIMPLEX

Modelo linear

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax + y = B \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

Tableau Simplex

$$\begin{bmatrix} 1 & -c^T & 0_{|m|} & 0 \\ 0 & A & y & B \end{bmatrix}$$

TABLEAU SIMPLEX

Modelo linear

$$\begin{array}{ll}\min & -2x - 3y - 4z \\ & 3x + 2y + z \leq 10 \\ & 2x + 3z \leq 15 \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \\ & z \geq 0\end{array}$$

Tableau

$$\begin{array}{c} -c^T \\ \left[\begin{array}{ccc|cc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 1 & 15 \end{array} \right] \\ \begin{array}{ccccccc} & A & & Y & & B & \end{array} \end{array}$$