

REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

DCE692 - Pesquisa Operacional

Atualizado em: 6 de agosto de 2021

Iago Carvalho

Departamento de Ciência da Computação



PROGRAMAÇÃO LINEAR

Problemas de programação linear são descritos utilizando um conjunto de equações lineares

- Função objetivo
- Variáveis
- Restrições

É possível representar graficamente um problema de programação linear

- 3 variáveis
- Poucas restrições

E problemas maiores?

PROGRAMAÇÃO LINEAR - REPRESENTAÇÃO MATRICIAL

De forma geral, um problema de programação linear é representado como

$$\begin{array}{ll}\min & c^T x \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0\end{array}$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} c = \{c_1, c_2, \dots, c_n\} \\ x^T = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \\ b^T = \{b_1, b_2, \dots, b_m\} \end{array}$$

REPRESENTAÇÃO COMO SOMATÓRIOS

Representação matricial

$$\begin{array}{ll}\min & c^T x \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0\end{array}$$

Representação com somatórios

$$\begin{array}{ll}\min & \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ & \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq b_j, \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \\ & x_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}\end{array}$$

REPRESENTAÇÃO MATRICIAL EXTENDIDA

Representação matricial

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Representação estendida

$$\begin{array}{llllllll} \min & c_1 x_1 & + & c_2 x_2 & + & \dots & + & c_n x_n & & \\ & a_{11} x_1 & + & a_{12} x_2 & + & \dots & + & a_{1n} x_n & \leq & b_1 \\ & a_{21} x_1 & + & a_{22} x_2 & + & \dots & + & a_{2n} x_n & \leq & b_2 \\ & \vdots & & \vdots & & \ddots & & \vdots & & \vdots \\ & a_{m1} x_1 & + & a_{m2} x_2 & + & \dots & + & a_{mn} x_n & \leq & b_m \\ & x_1, & & x_2, & & \dots & & x_n & \geq & 0 \end{array}$$

VARIÁVEIS DE FOLGA

Representação matricial

$$\begin{array}{ll}\min & c^T x \\ & Ax + y = b \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0\end{array}$$

Representação estendida

$$\begin{array}{llllllllllllll} \min & c_1 x_1 & + & c_2 x_2 & + & \dots & + & c_n x_n & & & & & & & \\ & a_{11} x_1 & + & a_{12} x_2 & + & \dots & + & a_{1n} x_n & + & y_1 & = & b_1 & & & \\ & a_{21} x_1 & + & a_{22} x_2 & + & \dots & + & a_{2n} x_n & + & y_2 & = & b_2 & & & \\ & \vdots & & \vdots & & \ddots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & & \\ & a_{m1} x_1 & + & a_{m2} x_2 & + & \dots & + & a_{mn} x_n & + & y_m & = & b_m & & & \\ & x_1, & & x_2, & & \dots & & x_n & & & \geq & 0 & & & \end{array}$$