

EXERCÍCIOS

DCE692 - Pesquisa Operacional

Atualizado em: 6 de setembro de 2023

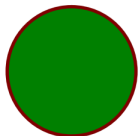
Iago Carvalho

Departamento de Ciência da Computação

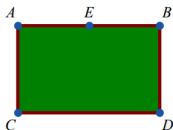


CONVEXIDADE

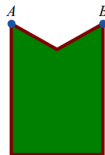
Quais polígonos são convexos?



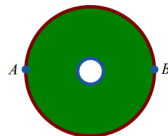
a



b



c



d

MODELAGEM

Um agricultor deve decidir a quantidade de **soja** e **milho** que vai plantar.

Ele dispõe de **350** reais.

Cada saco de sementes de **soja** custa **70** reais e cada saco de sementes de **milho** custa **50** reais.

Para buscar as sementes o agricultor tem uma picape capaz de carregar **400** kilos.

Cada saco de sementes de **soja** pesa **50** quilos e cada saco de sementes de **milho** pesa **80** kilos.

Consultando o vendedor, ele verificou que o vendedor dispõe de **4** sacos de **soja** e uma grande quantidade de sacos de **milho**.

O agricultor calculou que irá lucrar na época da colheita **300** reais por saco de **soja** e **280** reais por saco de **milho** plantados.

Quanta soja/milho ele deve plantar para **maximizar** o lucro?

Variáveis

- $x_1 \rightarrow$ Quantidade de soja
- $x_2 \rightarrow$ Quantidade de milho

Função objetivo

- $\max \quad z = 300x_1 + 280x_2$

Restrições

- **Dinheiro:** $70x_1 + 50x_2 \leq 350$
- **Peso:** $50x_1 + 80x_2 \leq 400$
- **Disponibilidade:** $x_1 \leq 4$

Resolva graficamente o modelo abaixo

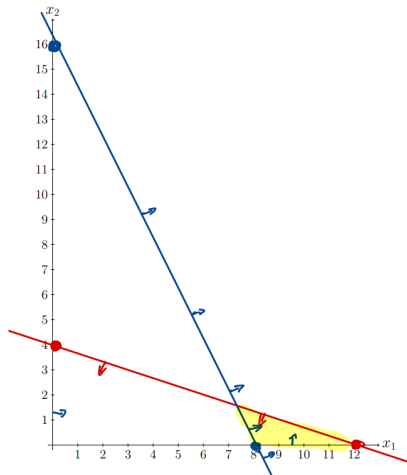
$$\min \quad 3x_1 + 2x_2$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

RESOLUÇÃO GRÁFICA



RESOLUÇÃO GRÁFICA

Quais são os vértices do gráfico?

- ☐ (0,12)
- ☐ (8,0)

Calculando a interseção das retas

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 12 \\ 2x_1 + x_2 = 16 \end{cases}$$

$$(1.6, 7.2)$$

FORMA PADRÃO

Coloque o modelo abaixo na forma padrão

$$\begin{aligned}\max. \quad & 300x_1 + 280x_2 \\ & 70x_1 + 50x_2 \leq 350 \\ & 50x_1 + 80x_2 \leq 400 \\ & x_1 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{aligned}$$

FORMA PADRÃO

$$\begin{array}{rcll} \text{min.} & -300x_1 - 280x_2 & & \\ & 70x_1 + 50x_2 + s_1 & = & 350 \\ & 50x_1 + 80x_2 + s_2 & = & 400 \\ & x_1 & + s_3 & = 4 \\ & x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Seja a equação $2x_1 + 3x_2 \leq 5$.

Suponha que $x_2 \in \mathbb{R}$.

Como podemos fazer para passar esta equação para a forma padrão?

$$2x_1 + 3x_2^+ + 3x_2^- + s_1 = 5$$

$$2x_1 + 3(x_2^+ + x_2^-) + s_1 = 5$$

TABLEAU SIMPLEX

Monte o *tableau* simplex do gráfico abaixo

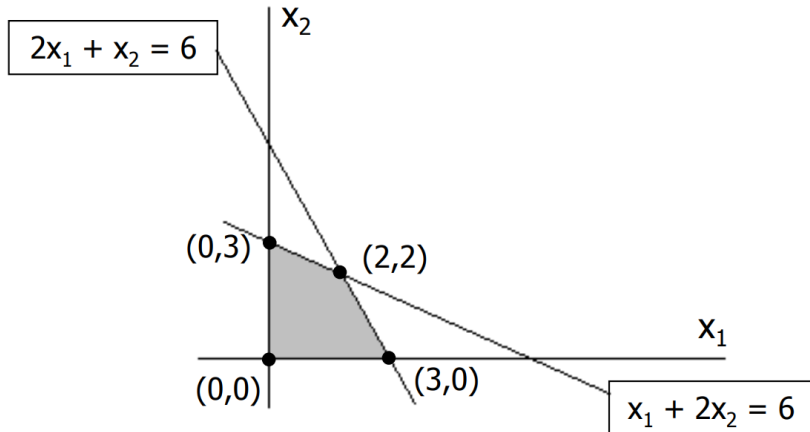


TABLEAU SIMPLEX

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	-z	b
x_3	1	2	1	0	0	6
x_4	2	1	0	1	0	6
-z	-1	-1	0	0	1	0

TABLEAU SIMPLEX

Dê o modelo de otimização relacionado ao *tableau* abaixo

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	b
x_5	1	2	3	0	1	0	0	15
x_6	2	1	5	0	0	1	0	20
x_7	1	2	1	1	0	0	1	10
-FO	-1	-2	-3	1	0	0	0	0

$$\begin{array}{ll}\min & -x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_5 = 15 \\ & 2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_6 = 20 \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_7 = 10 \\ & x_i \geq 0 \ (i = 1, \dots, 7)\end{array}$$

Qual é a solução ótima do modelo abaixo?

- Resolva pelo método gráfico
- Resolva pelo algoritmo Simplex

$$\text{max. } 15x_1 + 17x_2$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 300$$

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

$$x_2 \leq 50$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

O modelo do slide anterior pode ser expresso na forma padrão como

$$\begin{aligned} \text{min.} \quad & -15x_1 - 17x_2 \\ & 4x_1 + 3x_2 + s_1 = 300 \\ & x_1 + x_2 + s_2 = 100 \\ & x_2 + s_3 = 50 \\ & x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0 \end{aligned}$$