# UNIVERSIDADE FEDERAL ALFENAS (UNIFAL)

Bacharelado em Ciência da Computação

| Disciplina DCE692 - Pesquisa operacional                            | Método de entrega<br>Nenhum |
|---|-----------------------------|
| Professor Iago Augusto de Carvalho (iago.carvalho@unifal-mg.edu.br) |                             |

Tema: Revisão para prova 01

Esta lista não deverá ser entregue. Ela não contará nenhum ponto para a avaliação dos alunos

# Exercício 1

Observe o tableau abaixo que representa um modelo de programação linear e responda:

$$\begin{bmatrix} 1 & -20 & 30 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 15 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

- a) Quantas variáveis tem este modelo?
- b) Quantas restrições tem este modelo? Quais são elas?
- c) Identifique os vetores (ou matrizes)  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{y}$  e  $\mathbf{c}$

### Exercício 2

Observe o modelo de programação linear abaixo e faça o que se pede:

$$\begin{array}{lll} \max & 3x+2y \\ & 4x+2y & \leq 15 \\ & x+2y & \leq 8 \\ & x+y & \leq 5 \\ & x & \geq 0 \\ & y & \geq 0 \end{array}$$

- a) Desenhe o modelo em um plano 2D, indicando
  - Qual linha representa cada restrição
  - A área de soluções viáveis
- b) Qual é o valor da solução ótima?
- c) Qual é a solução ótima?
- d) Represente este modelo como um tableau do algoritmo simplex

### Exercício 3

Mariazinha é gerente de logística do Ministério da Saúde. Hoje pela manhã, o Ministério recebeu 3 novos lotes de vacina contra a COVID-19, sendo que cada lote foi recebido em um aeroporto diferente. Mariazinha deve, então, distribuir as vacinas que chegaram entre algumas cidades no entorno dos aeroportos. No total, foram recebidas

- 500 doses de vacina no aeroporto A
- 300 doses de vacina no aeroporto B
- 200 doses de vacina no aeroporto C

Estas vacinas devem ser entregues nas cidades D, E, F, G e H, de tal forma que

- A cidade D está pedindo 100 vacinas
- A cidade E está pedindo 500 vacinas
- A cidade F está pedindo 50 vacinas
- A cidade G está pedindo 150 vacinas
- A cidade H está pedindo 250 vacinas

Mariazinha quer fazer a entrega das vacinas da forma mais barata possível. O custo para transportar uma dose de vacina de um aeroporto para uma cidade é dado pela tabela abaixo.

|              | Cidade |    |    |   |    |  |
|--------------|--------|----|----|---|----|--|
| Aeroporto    | D      | Е  | F  | G | Н  |  |
| A            | 5      | 8  | 12 | 3 | 7  |  |
| В            | 10     | 5  | 9  | 8 | 9  |  |
| $\mathbf{C}$ | 12     | 15 | 5  | 4 | 13 |  |

Para resolver este problema, Mariazinha resolveu utilizar técnicas de programação linear. Entretanto, ela não é muito bom em modelagem. Ajude Mariazinha a modelar este problema, apresentando:

- a) A função objetivo do problema de programação linear
- b) As restrições que incidem sobre este problema
- c) O problema tem solução? Por quê?
- d) Considere que é possível pedir um lote adicional de vacina para um dos três aeroportos.
  - Quantas vacinas Mariazinha deverá pedir de forma a tornar o problema viável?

# Gabarito

#### Exercício 1

a) São três variáveis:  $x_1, x_2 \in x_3$ 

b) São três restrições. Elas são:

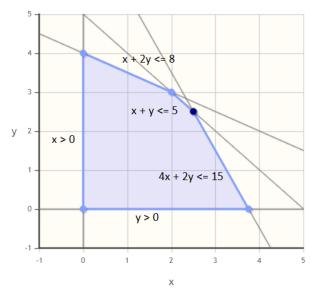
•  $2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 10$ 

•  $3x_1 - x_2 \le 15$ 

•  $x_1 \le 5$ 

c) 
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
,  $B = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \\ 5 \end{bmatrix}$ ,  $y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $c = \begin{bmatrix} 20 & -30 & 5 \end{bmatrix}$ 

#### Exercício 2



a)

b) O valor da solução ótima é 12,5

c) A solução ótima é o ponto (x = 2.5, y = 2.5)

d)

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

# Exercício 3

a) Podemos modelar este problema como o Problema do Transporte. Assim, a função objetivo visa a minimização dos custos de transporte das vacinas. Seja  $\mathcal A$  o conjunto de aeroportos e  $\mathcal C$  o conjunto de cidades. A função objetivo pode ser descrita como

$$\min \sum_{i \in A} \sum_{j \in C} w_{ij} x_{ij},$$

onde  $w_{ij}$  representa o custo de enviar uma dose de vacina do aeroporto  $i \in A$  até a cidade  $j \in C$  e  $x_{ij}$  representa a quantidade de vacinas a serem enviadas do aeroporto  $i \in A$  para a cidade  $j \in C$  e  $x_{ij}$ .

b) Existem dois conjuntos de restrições. A primeira delas diz respeito a capacidade máxima de envio de vacinas, limitando a quantidade de doses que podem ser enviadas a partir de um aeroporto. Elas podem ser descritas como

$$\sum_{j \in C} x_{ij} \le a_i, \quad \forall i \in A,$$

onde  $a_i$  representa o número de vacinas disponíveis no aeroporto  $i \in A$ . Já o segundo conjunto de restrições indica que a demanda de todas as cidades devem ser atendidas, sendo representada como

$$\sum_{i \in A} x_{ij} \ge b_j, \quad \forall j \in C,$$

onde  $b_j$  representa a demanda da cidade  $j \in C.$ 

- c) Não possui solução, pois a demanda das cidades é superior a quantidade disponível para transporte nos aeroportos.
- d) Um total de (100 + 500 + 50 + 150 + 250) (500 + 300 + 200) = 1050 1000 = 50 vacinas