

# OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO E NSGA-II

DCE770 - Heurísticas e Metaheurísticas

Atualizado em: 17 de janeiro de 2023

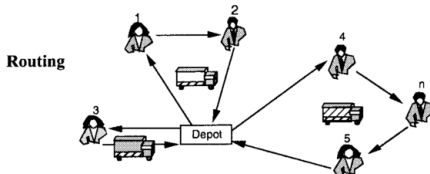
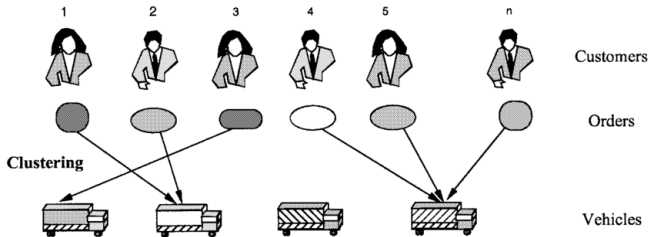
Iago Carvalho

Departamento de Ciência da Computação



# OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

Quando temos dois ou mais diferentes objetivos a serem otimizados





# ÁRVORES GERADORAS COM RESTRIÇÕES ADICIONAIS

Variantes do problema da AGM que possuem características (ou restrições) adicionais

- Saltos
- Delay
- Ângulo
- Grau
- Folhas
- ...

Estas variantes são problemas de otimização NP-Difíceis

- Algoritmos sofisticados
  - Programação por restrições
  - Branch-and-cut
  - Geração de colunas
  - Heurísticas e meta-heurísticas

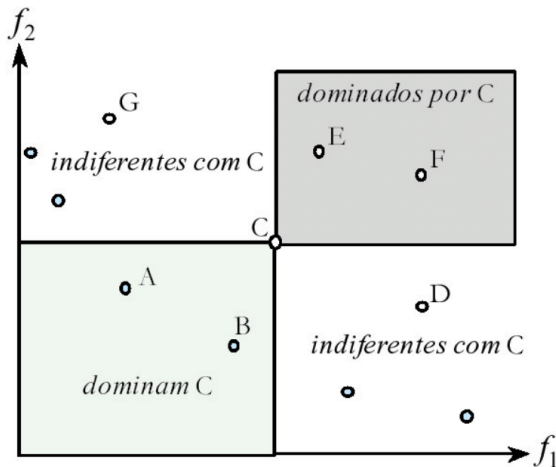
$$\min_{\phi \in \Phi} [f^1(\phi), f^2(\phi), \dots, f^m(\phi)]^T \quad (1)$$

*s.t.*

$$q_j(\phi) \leq 0, \quad j = 1, \dots, J \quad (2)$$

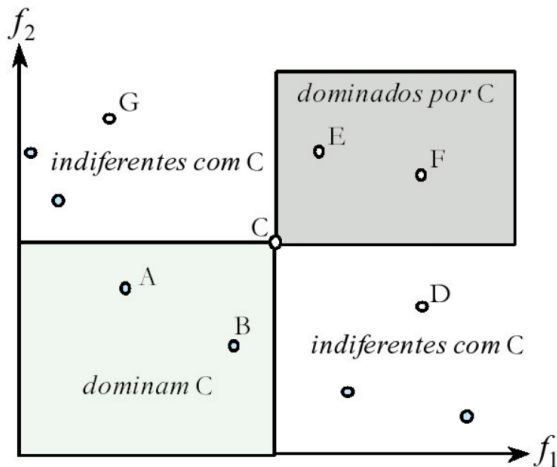
# DOMINAÇÃO

Uma solução  $\phi_1 \in \Phi$  *domina* outra solução  $\phi_2 \in \Phi$  se e somente se  $f^i(\phi_1) \leq f^i(\phi_2)$  para todas as funções objetivo  $\{f^1, f^2, \dots, f^m\}$  e  $f^i(\phi_1) < f^i(\phi_2)$  para ao menos uma função objetivo  $f^i$ .



# NÃO-DOMINAÇÃO

Uma solução  $\phi' \in \Phi$  é dita ser *não-dominada* se e somente se não existe nenhuma outra solução  $\phi \in \Phi$  such that  $\phi$  que domina  $\phi'$ .



Seja  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  uma função que mapeia as soluções de  $\Phi$  no espaço  $m$ -dimensional de imagens de soluções  $\Psi$ , tal que

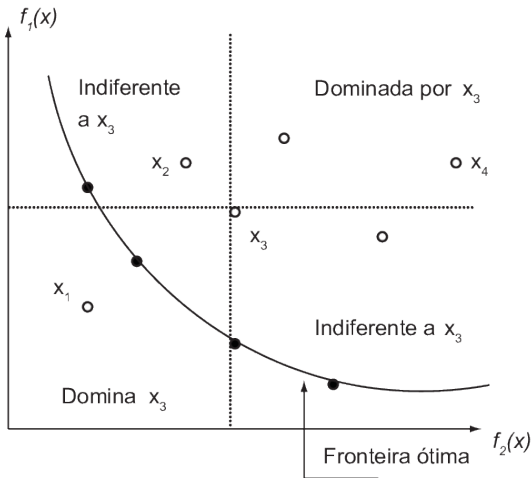
$$\Psi = \{\psi \in \mathbb{R}^m : \psi = f(\phi), \phi \in \Phi\}.$$

Portanto, a  $i$ -ésima posição do vetor  $\psi$  corresponde ao valor da função objetivo  $f^i$  para a solução  $\phi$ ,  $\psi_i = f^i(\phi)$



# PONTO PARETO-ÓTIMO

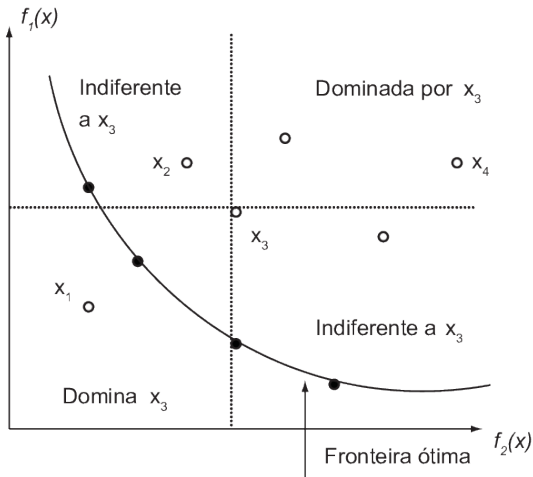
Um ponto  $\psi^* \in \Psi$  é dito ser *Pareto-ótimo* se e somente se não existe nenhum ponto  $\psi \in \Psi$  tal que  $\psi_i \leq \psi_i^*$ , para  $i \in \{1, \dots, m\}$ , e que  $\psi_i < \psi_i^*$ , para ao menos um  $i \in \{1, \dots, m\}$ .



# FRONTEIRA DE PARETO

É o conjunto de todos os pontos pareto-ótimos

A fronteira de pareto é a solução de um problema multi-objetivo

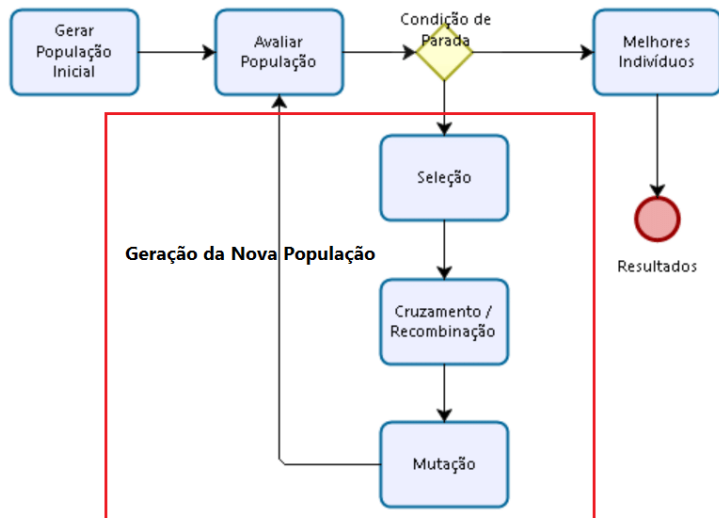


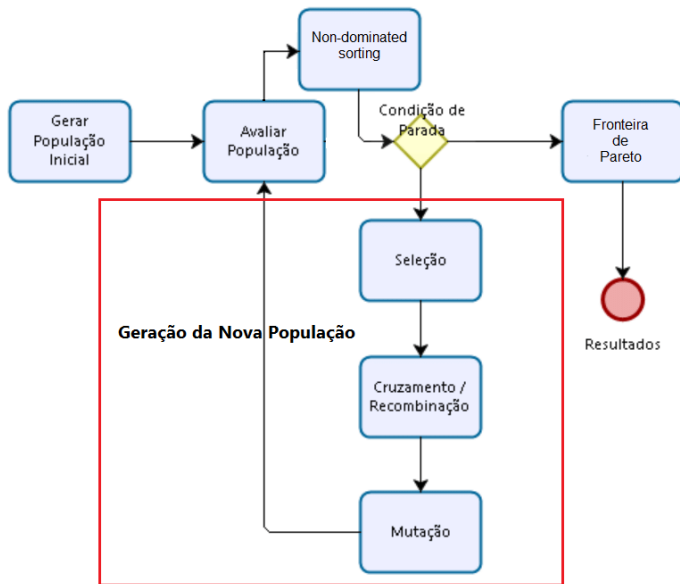
## Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II

- A heurística mais utilizada e conhecida para resolver problemas de otimização multi-objetivo

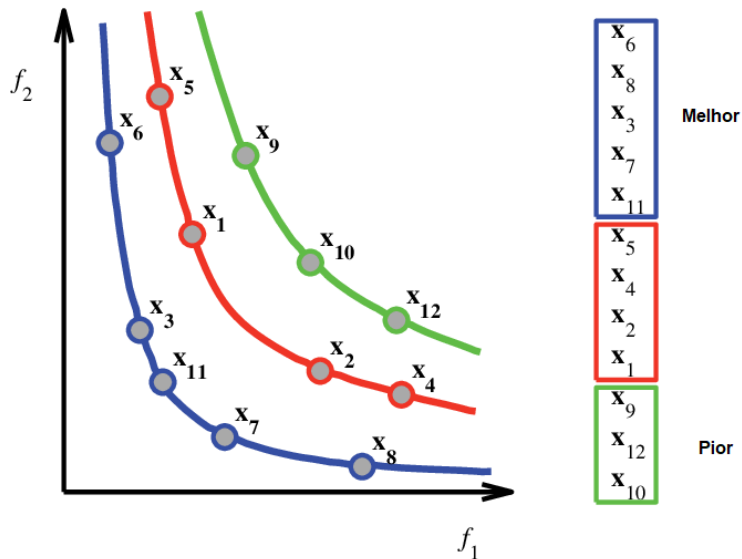
Framework extremamente semelhante aos algoritmos genéticos visto em aula

# ALGORITMO GENÉTICO

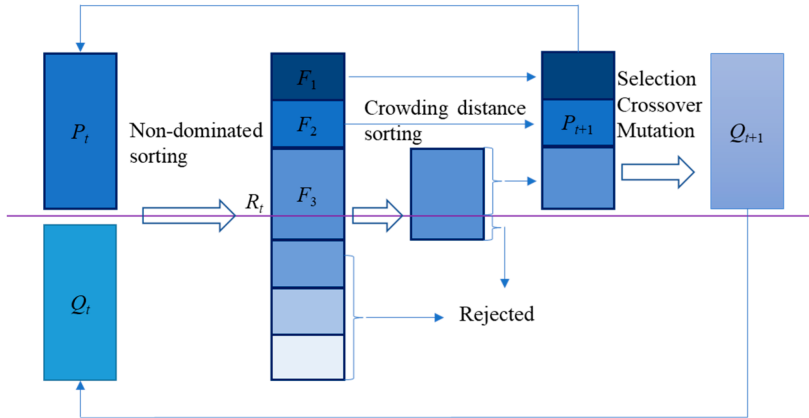




# NON-DOMINATED SORTING



# NON-DOMINATED SORTING



# CROWDING DISTANCE SORTING

Tem como objetivo obter soluções espaçadas dentro de uma fronteira de pareto

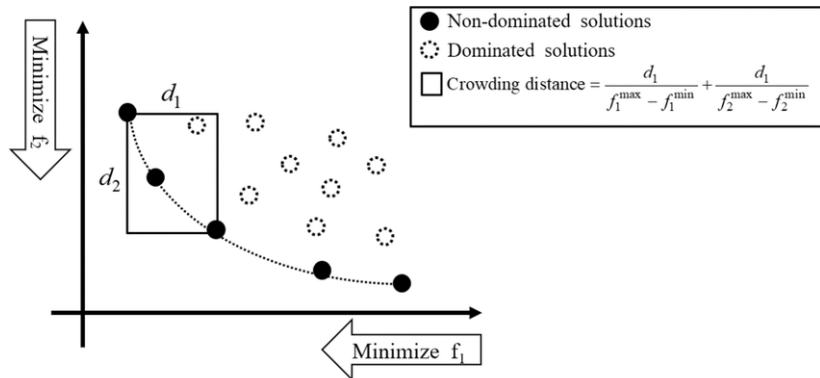
- Teoricamente, quanto mais espaçadas as soluções, mais ampla é a varredura do espaço de buscas

O *crowding distance* tem como objetivo estimar a densidade de soluções em uma determinada área

O valor de *crowding distance* de uma solução é igual a média da distância de uma solução para suas vizinhas



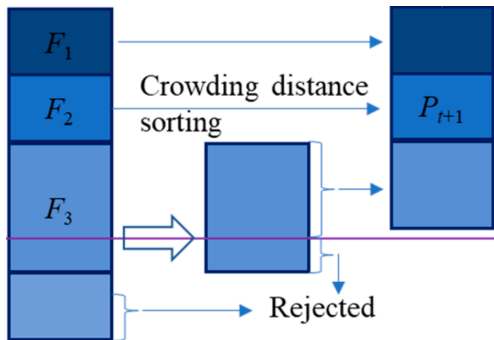
# CROWDING DISTANCE SORTING



# CROWDING DISTANCE SORTING

O *crowding distance sorting* equivale a fazer uma ordenação das soluções de acordo com seu valor de *crowding distance*

- Quanto maior, melhor



# OUTROS ALGORITMOS PARA MULTI-OBJETIVO

O NSGA-II é o mais conhecido e mais utilizado deles

Entretanto, diversos outros existem, sendo que a maioria deles é baseada em algoritmos evolucionários

- NSGA-III - Muitos ( $\geq 5$ ) objetivos
- Otimização por Enxame de Partículas Multi-objetivo
- ...

Entretanto, alguns poucos ainda trabalham com busca local

- GRASP multi-objetivo, por exemplo