

ALGORITMOS ÓTIMOS DE ORDENAÇÃO

DCE792 - AEDs II (Prática)

Atualizado em: 19 de outubro de 2023

Iago Carvalho

Departamento de Ciência da Computação



O problema de ordenação tem complexidade de $\Omega(n \log n)$ para um vetor de n posições

Desta forma, algoritmos de complexidade $O(n \log n)$ são dito serem algoritmos ótimos para o problema de ordenação

Aqui nós vamos ver dois destes algoritmos

- Merge sort
- Quick sort

MERGE SORT

MERGE SORT

Também conhecido como ordenação por intercalação

Algoritmo recursivo que utiliza a ideia de dividir para conquistar

- Um paradigma de projeto de algoritmos que vocês estudarão em AEDS 3
- Utiliza a premissa de que é mais fácil resolver múltiplos problemas de menor porte do que um problema muito grande

O Merge sort divide os dados em conjuntos cada vez menores

- Depois, recombina os conjuntos ordenando seus elementos

MERGE SORT

O Merge sort é um algoritmo estável

- Não altera a ordem de dados com mesmo valor

Entretanto, ele possui um gasto de memória maior do que outros algoritmos de ordenação

- Método recursivo
- Necessário criar uma cópia do vetor para cada chamada recursiva
 - Existe uma implementação avançada do Merge sort que utiliza um único vetor auxiliar grande durante toda a execução do método

MERGE SORT - FUNCIONAMENTO

1. Divide, recursivamente, o vetor em partes cada vez menores
 - Operação realizada até obter partes com um único elemento
2. Combina as sub-partes duas a duas de forma a obter uma parte maior
 - Processo denominado *merge*
 - Esse processo de combinação é realizado ordenando os elementos de cada parte
3. Processo de *merge* é repetido até que exista somente uma grande parte (um vetor)

MERGE SORT

```
def mergeSort(V, inicio, fim):  
    if(inicio < fim):  
        meio = int((inicio+fim)/2)  
        mergeSort(V, inicio, meio)  
        mergeSort(V, meio+1, fim)  
        merge(V, inicio, meio, fim)
```

Chama a função
para as 2 metades

Combina as 2 metades
de forma ordenada

Combinar ordenando

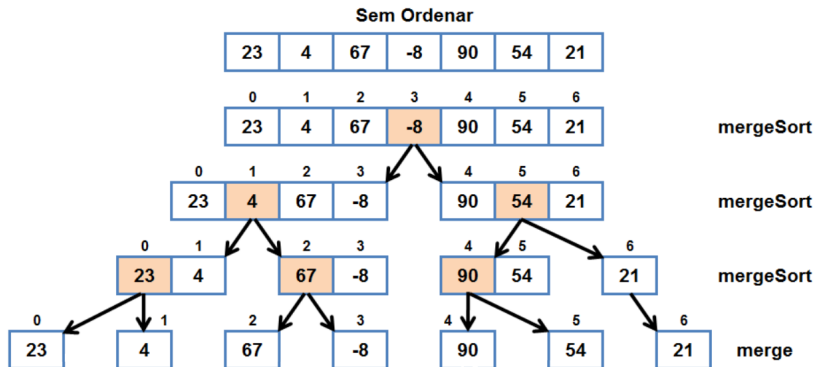
Vetor acabou?

Copia o que sobrar

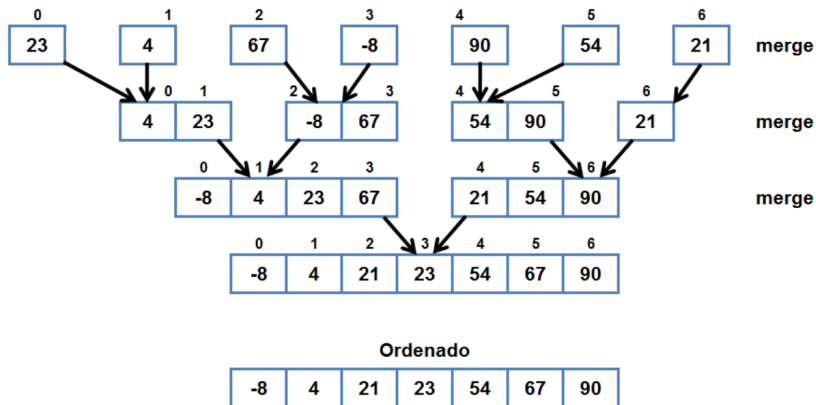
Copiar do auxiliar
para o original

```
def merge(V, inicio, meio, fim):  
    tamanho = fim-inicio+1  
    p1 = inicio  
    p2 = meio+1  
    fim1 = False  
    fim2 = False  
  
    temp = [0 for i in range(tamanho)]  
  
    for i in range(tamanho):  
        if(not fim1 and not fim2):  
            if(V[p1] < V[p2]):  
                temp[i] = V[p1]  
                p1 = p1 + 1  
            else:  
                temp[i] = V[p2]  
                p2 = p2 + 1  
  
            if(p1 > meio):  
                fim1 = True  
            if(p2 > fim):  
                fim2 = True  
        else:  
            if(not fim1):  
                temp[i] = V[p1]  
                p1 = p1 + 1  
            else:  
                temp[i] = V[p2]  
                p2 = p2 + 1  
  
        k = inicio  
        for j in range(tamanho):  
            V[k] = temp[j]  
            k = k + 1
```

MERGE SORT



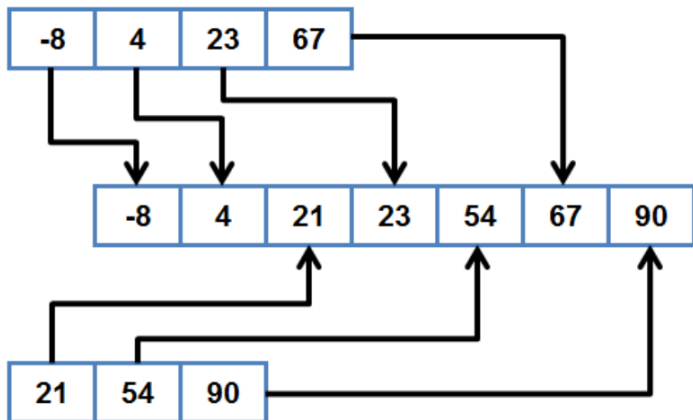
MERGE SORT



MERGE SORT - FUNCIONAMENTO

A função **merge** intercala os dados de forma ordenada em um vetor maior

- Para isto, ela utiliza um vetor auxiliar



QUICK SORT

QUICK SORT

Talvez este seja o método de ordenação mais famoso e utilizado

- Também conhecido como ordenação por partição
- Outro algoritmo que utiliza a estratégia de dividir para conquistar

Consiste em ordenar o vetor utilizando um valor como **pivô**.
Considerando um método de ordenação crescente, temos que

- Valores menor que o pivô ficam a sua esquerda
- Valores maiores que o pivô ficam a sua direita

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----|---|----|----|----|----|----|
| 23 | 4 | 67 | -8 | 90 | 54 | 21 |
| -8 | 4 | 21 | 23 | 90 | 54 | 67 |

pivô

O Quick sort **não** é um algoritmo estável

- Ele pode alterar a ordem de dados com mesmo valor

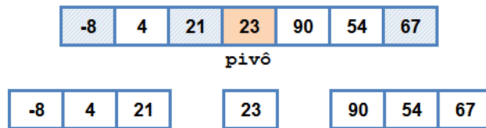
Não utiliza memória adicional

Na prática, ele é o mais rápido dos algoritmos de ordenação

- Entretanto, ele possui um pior caso de $O(n^2)$
- Esse pior caso acontece devido a uma má escolha do pivô
 - No pior caso, duas partições são criadas: uma com 0 elementos e outra com $n - 1$ elementos

QUICK SORT - FUNCIONAMENTO

1. Um elemento do vetor é escolhido como pivô
 - Valores menores que o pivô são inseridos a sua esquerda
 - Valores maiores que o pivô são inseridos a sua direita
2. Duas novas partições são criadas
 - Partição a esquerda do pivô
 - Partição a direita do pivô
3. Quick sort é aplicado recursivamente a cada partição
 - Procedimento é realizado até que cada partição contenha um único elemento



QUICK SORT

O Quick sort utiliza duas funções

1. quickSort
2. particiona

A função **quickSort** divide os dados em partições cada vez menores

```
def quickSort(V, inicio, fim):  
    if(fim > inicio):  
        pivo = particiona(V, inicio, fim)  
        quickSort(V, inicio, pivo-1)  
        quickSort(V, pivo+1, fim)
```

Separa os dados em 2 partições

Chama a função para as 2 metades

A FUNÇÃO PARTICIONA

A função **particiona** calcula o pivô e ordena os dados

```
def particiona(V, inicio, final):  
    esq = inicio  
    dir = final  
    pivo = V[inicio]  
    while(esq < dir):  
        while(esq <= final and V[esq] <= pivo): } Avança posição  
            esq = esq + 1                        da esquerda  
  
        while(dir >= 0 and V[dir] > pivo): } Recua posição  
            dir = dir - 1                    da direita  
  
        if(esq < dir):  
            aux = V[esq]  
            V[esq] = V[dir]  
            V[dir] = aux } Trocar esq e dir  
  
    V[inicio] = V[dir]  
    V[dir] = pivo  
    return dir
```


CALCULO DO PIVÔ

particiona(V,0,6)

| esq | | | | | | | dir |
|-----|---|----|----|----|----|----|-----|
| 23 | 4 | 67 | -8 | 90 | 54 | 21 | |

esq <= pivo:
incrementa esq

| esq | | | | | | | dir |
|-----|---|----|----|----|----|----|-----|
| 23 | 4 | 67 | -8 | 90 | 54 | 21 | |

esq <= pivo:
incrementa esq

Primeira chamada

while(esq < dir)

| esq | | | | | | | dir |
|-----|---|----|----|----|----|----|-----|
| 23 | 4 | 67 | -8 | 90 | 54 | 21 | |

esq > pivo:
comparar dir

| esq | | | | | | | dir |
|-----|---|----|----|----|----|----|-----|
| 23 | 4 | 67 | -8 | 90 | 54 | 21 | |

dir < pivo:
trocar esq e dir de lugar

| esq | | | | | | | dir |
|-----|---|----|----|----|----|----|-----|
| 23 | 4 | 21 | -8 | 90 | 54 | 67 | |

esq < dir:
continua o while

CALCULO DO PIVÔ

Segunda chamada
while(esq < dir)

| esq | | | | dir | | | |
|-----|---|----|----|-----|----|----|--------------------------------|
| 23 | 4 | 21 | -8 | 90 | 54 | 67 | |
| | | | | | | | esq <= pivo: incrementa esq |

| esq | | | | dir | | | |
|-----|---|----|----|-----|----|----|--------------------------------|
| 23 | 4 | 21 | -8 | 90 | 54 | 67 | |
| | | | | | | | esq <= pivo: incrementa esq |

| esq | | | | dir | | | |
|-----|---|----|----|-----|----|----|-----------------------------|
| 23 | 4 | 21 | -8 | 90 | 54 | 67 | |
| | | | | | | | esq > pivo: comparar dir |

| esq | | | | dir | | | |
|-----|---|----|----|-----|----|----|-------------------------------|
| 23 | 4 | 21 | -8 | 90 | 54 | 67 | |
| | | | | | | | dir > pivo: decrementa dir |

| esq | | | | dir | | | |
|-----|---|----|----|-----|----|----|-------------------------------|
| 23 | 4 | 21 | -8 | 90 | 54 | 67 | |
| | | | | | | | dir > pivo: decrementa dir |

| esq | | | | dir | | | |
|-----|---|----|----|-----|----|----|-------------------------------|
| 23 | 4 | 21 | -8 | 90 | 54 | 67 | |
| | | | | | | | dir > pivo: decrementa dir |

| dir | | | | esq | | | |
|-----|---|----|----|-----|----|----|---|
| 23 | 4 | 21 | -8 | 90 | 54 | 67 | |
| | | | | | | | dir < pivo e dir < esq: terminar o while |

CALCULO DO PIVÔ

| | | | | | | | |
|--------|---|----|-----|-----|----|----|---|
| início | | | dir | esq | | | |
| 23 | 4 | 21 | -8 | 90 | 54 | 67 | Trocar dir e início de lugar: dir é o pivô |
| início | | | dir | esq | | | |
| -8 | 4 | 21 | 23 | 90 | 54 | 67 | dir é o pivô |

QUICK SORT

Sem Ordenar

| | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|
| 23 | 4 | 67 | -8 | 90 | 54 | 21 |
|----|---|----|----|----|----|----|

| | | | | | | | |
|-------------------|----|---|----|----|----|----|----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| particiona(V,0,6) | 23 | 4 | 67 | -8 | 90 | 54 | 21 |

| | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|
| -8 | 4 | 21 | 23 | 90 | 54 | 67 |
|----|---|----|----|----|----|----|

pivô

particiona(V,0,2)

| | | |
|----|---|----|
| -8 | 4 | 21 |
|----|---|----|

particiona(V,4,6)

| |
|----|
| 23 |
|----|

| | | |
|----|----|----|
| 90 | 54 | 67 |
|----|----|----|

QUICK SORT

particiona(V, 0, 2)

| | | |
|----|---|----|
| -8 | 4 | 21 |
|----|---|----|

| |
|----|
| 23 |
|----|

particiona(V, 4, 6)

| | | |
|----|----|----|
| 90 | 54 | 67 |
|----|----|----|

| | | |
|----|---|----|
| -8 | 4 | 21 |
|----|---|----|

pivô

| | | |
|----|----|----|
| 67 | 54 | 90 |
|----|----|----|

pivô

particiona(V, 0, 1)

| |
|----|
| -8 |
|----|

| | |
|---|----|
| 4 | 21 |
|---|----|

particiona(V, 4, 5)

| | |
|----|----|
| 67 | 54 |
|----|----|

| |
|----|
| 90 |
|----|

| | |
|---|----|
| 4 | 21 |
|---|----|

pivô

| | |
|----|----|
| 54 | 67 |
|----|----|

pivô

| |
|----|
| -8 |
|----|

| |
|---|
| 4 |
|---|

| |
|----|
| 21 |
|----|

| |
|----|
| 23 |
|----|

| |
|----|
| 54 |
|----|

| |
|----|
| 67 |
|----|

| |
|----|
| 90 |
|----|

Ordenado

| | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|
| -8 | 4 | 21 | 23 | 54 | 67 | 90 |
|----|---|----|----|----|----|----|

ATIVIDADE PRÁTICA

Deve-se implementar os dois algoritmos de ordenação

Código-base está disponível no Github [▶ Link](#)

Os algoritmo pode ser visualizados em [▶ Link](#)

PRÓXIMA AULA:

ALGORITMOS DE ORDENAÇÃO EM
TEMPO LINEAR