

# Problema do Roteamento de Veículos Capacitados

Iago Silva - 2022035881  
Vitor Moreira - 2022036012

## 1 Problema

O Problema de Roteamento de Veículos Capacitados é uma questão fundamental no setor de distribuição, enfrentada diariamente por centenas de empresas e organizações responsáveis pela entrega e coleta de bens ou pessoas. Os cenários envolvidos são diversos, o que resulta em uma ampla variedade de funções objetivas e restrições. Ele é uma generalização do Problema do Caixeiro Viajante, em sua forma clássica, consiste em uma frota de veículos disponíveis para transportar bens demandados ou oferecidos por clientes dispersos em uma região. Os veículos partem de um depósito central e devem determinar rotas de modo a satisfazer a demanda de todos os clientes, retornar ao depósito de origem ao final da rota e minimizar o custo total do transporte. Essa abordagem visualiza a complexidade do problema e destaca a importância do problema no contexto da logística e da distribuição, onde a eficiência das operações de transporte pode resultar em significativas economias de tempo e recursos.

## 2 Explicações

### 2.1 Função Objetiva

Na função objetiva do Problema do Roteamento de Veículos Capacitado, o objetivo é minimizar a distância total percorrida pelos veículos para atender a demanda de todos os clientes.

$$\text{minimize} \quad \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot x_{ij}$$

Onde:

- $c_{ij}$  é o custo (ou distância) de ir do cliente  $i$  para o cliente  $j$ ;
- $x_{ij}$  é uma variável de decisão binária que indica se o arco  $(i, j)$  está presente na rota (ou seja, se o veículo vai de  $i$  para  $j$ );
- $\sum_{(i,j) \in A}$  significa que estamos somando sobre todos os arcos possíveis no grafo.

## 2.2 Restrições

### 2.2.1 Número de veículos saindo dos clientes

$$\sum_{(0,j) \in A} x_{0j} = m$$

A restrição garante que exatamente  $m$  veículos saiam do nó 0.

### 2.2.2 Número de veículos chegando aos clientes

$$\sum_{(i,0) \in A} x_{i0} = m$$

A restrição garante que exatamente  $m$  veículos retornem ao cliente de nó 0.

### 2.2.3 Visita a cada cliente uma única vez

$$\begin{aligned} \forall i \in N \setminus \{0\} \quad \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} &= 1 \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \\ \forall i \in N \setminus \{0\} \quad \sum_{(i,j) \in A} x_{ji} &= 1 \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \end{aligned}$$

Essas restrições garantem que todos os clientes sejam visitados exatamente uma vez, sem repetições.

### 2.2.4 Quantidade de produto fictício saindo

$$\sum_{(0,j) \in A} f_{0j} = \sum_{i \in N \setminus \{0\}} d_i$$

A restrição garante que a quantidade total de produto fictício saindo seja igual à soma das demandas de todos os clientes.

### 2.2.5 Balanço de fluxo de produto

$$\forall j \in N \setminus \{0\} \quad \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} - \sum_{(j,i) \in A} f_{ji} = d_j$$

Restrição que garante a eliminação de subciclos ou subrotas. Dessa forma, esta restrição se baseia na seguinte regra: a diferença entre a quantidade de fluxo que entra no cliente de demanda  $j$  e a quantidade que sai é igual a demanda desse cliente.

### 2.2.6 Capacidade do veículo

$$f_{ij} \leq Qx_{ij} \quad \text{e} \quad f_{ij} \geq 0$$

As restrições garantem que a quantidade de produto fictício transportada em cada arco seja não negativa e respeite a capacidade (Q) do veículo.

### 2.2.7 Binariedade das variáveis de decisão

$$x_{ij} \in \{0, 1\}$$

A restrição garante que as variáveis de decisão  $x_{[i,j]}$  sejam binárias, ou seja, assumam apenas valores 0 ou 1.

## 3 Discussão dos resultados

### 3.1 Instância 01

#### 3.1.1 Tamanho da instância

16 clientes.

#### 3.1.2 Instância

Número de clientes	16
Conjunto de veículos	3
Quantidade que os veículos suportam	19

Índice	Coordenada x	Coordenada y	Demanda
1	25.00	25.00	0
2	25.00	46.00	4
3	27.00	39.00	5
4	3.00	10.00	2
5	17.00	20.00	3
6	33.00	7.00	3
7	32.00	5.00	6
8	26.00	22.00	3
9	20.00	31.00	3
10	31.00	36.00	2
11	23.00	45.00	3
12	38.00	23.00	4
13	14.00	28.00	1
14	45.00	21.00	2
15	9.00	14.00	2
16	19.00	42.00	3

### 3.1.3 Resultados

<b>Custo da rota:</b>	174.63
<b>Rota 0:</b>	0 7 6 5 13 11 0
<b>Rota 1:</b>	0 8 12 3 14 4 0
<b>Rota 2:</b>	0 15 10 1 2 9 0

## 3.2 Instância 02

### 3.2.1 Tamanho da instância

18 clientes.

### 3.2.2 Instância

Número de clientes	18
Conjunto de veículos	3
Quantidade que os veículos suportam	25

Índice	Coordenada x	Coordenada y	Demanda
1	18.00	30.00	0
2	30.00	35.00	7
3	21.00	12.00	3
4	5.00	8.00	3
5	12.00	22.00	2
6	27.00	15.00	4
7	34.00	3.00	5
8	24.00	17.00	4
9	16.00	28.00	3
10	29.00	40.00	1
11	25.00	18.00	6
12	37.00	46.00	3
13	10.00	5.00	3
14	42.00	25.00	2
15	7.00	11.00	4
16	22.00	29.00	2
17	33.00	38.00	3
18	5.00	13.00	2

### 3.2.3 Resultados

<b>Custo da rota:</b>	200.25
<b>Rota 0:</b>	0 2 12 3 14 17 4 0
<b>Rota 1:</b>	0 13 6 5 7 10 8 0
<b>Rota 2:</b>	0 15 1 16 11 9 0

## 3.3 Instância 03

### 3.3.1 Tamanho da instância

20 clientes.

### 3.3.2 Instância

Número de clientes	20
Conjunto de veículos	5
Quantidade que os veículos suportam	19

Índice	Coordenada x	Coordenada y	Demanda
1	18.00	30.00	0
2	30.00	35.00	7
3	21.00	12.00	3
4	5.00	8.00	3
5	12.00	22.00	2
6	27.00	15.00	4
7	34.00	3.00	5
8	24.00	17.00	4
9	16.00	28.00	3
10	29.00	40.00	1
11	25.00	18.00	6
12	37.00	46.00	3
13	10.00	5.00	3
14	42.00	25.00	2
15	7.00	11.00	4
16	22.00	29.00	2
17	33.00	38.00	3
18	14.00	20.00	9
19	8.00	6.00	3
20	38.00	43.00	2

### 3.3.3 Resultados

<b>Custo da rota:</b>	233.45
<b>Rota 0:</b>	0 4 14 3 18 12 2 0
<b>Rota 1:</b>	0 7 6 5 10 0
<b>Rota 2:</b>	0 13 19 11 16 9 1 0
<b>Rota 3:</b>	0 15 0
<b>Rota 4:</b>	0 17 8 0

## Referências