O algoritmo de conversão de Autômato Finito Não-Determinístico - AFND para Expressão Regular - ER

Eduardo Couto Dinarte,
Iago Gade Gusmao Carrazzoni,
Lucca Maciel de Moraes

17 de Novembro de 2018

Resumo

Este artigo consiste na apresentação e explicação de um algoritmo para converter um autômato finito não determinístico num autômato finito determinístico e, por fim, converter este numa expressão regular. O método consiste em apresentar a teoria com imagens dos três estados da conversão seguida de um exemplo prático. O objetivo deste texto é fixar o conteúdo de conversão de autômatos e familiarizar os autores com a produção de artigos científicos utilizando a linguagem Latex.

1 Introdução aos Autômatos

Um autômato é uma máquina abstrata que deve operar entre estados previamente definidos. É um modelo matemático utilizado para representar programas ou circuitos lógicos. É bem definido por uma quíntupla, cujos elementos são:

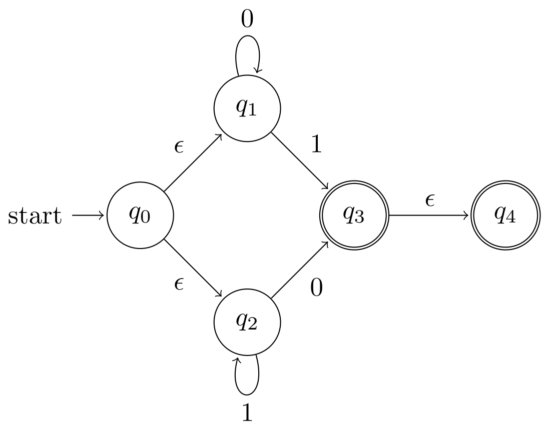
- Conjunto de estados (K);
- Alfabeto (A);
- Estado inicial (S);
- Conjunto de estados finais (F);
- Função de transição (ou função delta).

A função de transição, por sua vez, é representada por uma tripla ordenada, onde os elementos são:

- Estado inicial;
- Transição;
- Estado final;

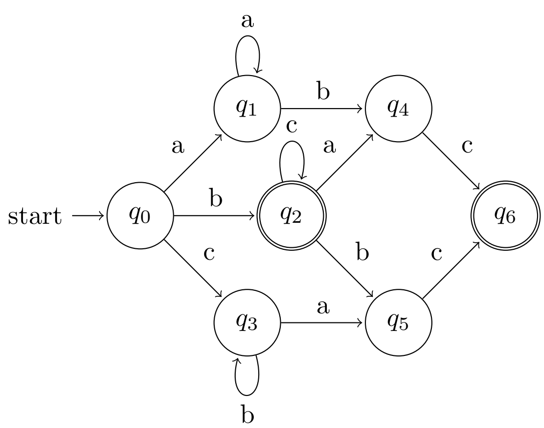
2 Introdução ao Autômato Finito Não-Determinístico - AFND

Autômato finito não determinístico é aquele em que, em algum momento, não se tem certeza de qual é o estado atual, ou seja, é aquele que tem a palavra vazia ligando algum de seus estados.



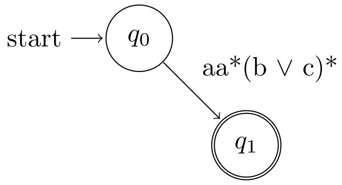
3 Introdução ao Autômato Finito Determinístico - AFD

Autômato finito determinístico é aquele em que se sabe exatamente qual o estado atual, ou seja, é aquele que não tem estados simultâneos (estados ligados por palavras vazias).



4 Introdução à Expressão Regular - ER

Expressão regular é uma cadeia de caracteres que engloba todas as palavras aceitas pelo autômato. Um autômato reduzido a expressão regular possui apenas um estado inicial e um estado final, ligados pela expressão regular.



No tipo citado, é comum a aparição do caractere ∨, assim como o parêntese. Este se aplica da mesma forma que na matemática. Aquele é o conectivo lógico 'ou', que se aplica da mesma forma que na lógica.

Também é comum a aparição do caractere '*' na expressão regular. Ele se chama estrela de Kleene, e denota zero ou mais repetições do caractere (ou cadeia de caracteres) ao qual foi aplicado.

No exemplo acima, a estrela de Kleene foi aplicada ao caractere 'a' e à expressão (b ∨ c). Neste, quer dizer que zero ou mais repetições da cadeia denotada serão aceitas, enquanto naquele, zero ou mais repetições do caractere denotado serão aceitos.

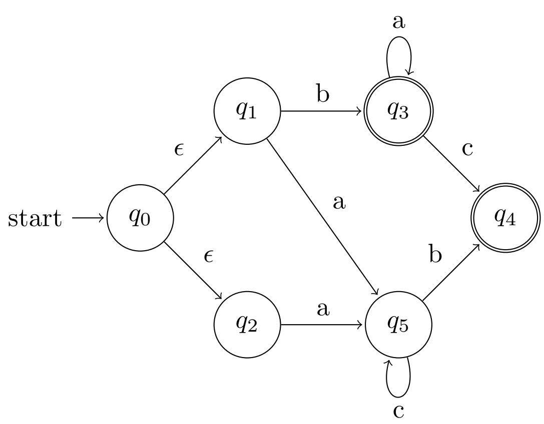
5 Conversão de AFND para AFD

Para essa conversão, é utilizado o Algoritmo de Conversão de um Autômato Finito Não-determinístico (AFND) em um Autômato Finito Determinístico, que consiste em:

- Identificar os estados simultâneos do AFND;
- Identificar o estado inicial P0, o qual seu conjunto possui apenas o estado inicial da AFND;
- Aplicar em P0 a leitura de todo o alfabeto. O conjunto novo será composto pelo lugar da chegada;
- Identificar os estados resultantes;
- Para cada estado resultante criado, aplica-se o alfabeto;
- Repetir o procedimento até que não existam mais estados novos;
- Identificar os estados finais, que serão aqueles estados que possuírem os estados finais da AFND;
- Montar a quíntupla do AFD;
- Por fim, esboçar o grafo.

Para exemplificar, será realizada a conversão do AFND a seguir, cuja quíntupla é:
K = 0, 1, 2, 3, 4, 5
A = a, b, c
S = 0
F = 3, 4

D = (0, ϵ, 1),
(0, ϵ, 2),
(1, b, 3),(1, a, 5),
(2, a, 5)
(3, a, 3),
(3, c, 4),
(5, c, 5),
(5, b, 4).



Daqui em diante as seguintes notações serão usadas:

- E(x): denota o conjunto de estados simultâneos a x;
- P(x): denota um estado maior, que engloba vários outros;
- D(P(x), A): denota a função delta de P(x) aplicando o alfabeto.

Seguindo o algoritmo, o procedimento será o seguinte:

- Identificar os estados simultâneos do AFND:
  E(0) = 0, 1, 2
  E(1) = 1
  E(2) = 2
  E(3) = 3
  E(4) = 4
  E(5) = 5
- identificar o estado inicial P0, o qual seu conjunto possui o estado inicial da AFND:
  P(0) = E(0) = 0, 1, 2
- aplicar em P0 a leitura de todo o alfabeto. O conjunto novo será composto pelo lugar da chegada:
  D(P(0), a) = (1, a, 5) U (2, a, 5) = E(5) U E(5) = 5
  D(P(0), b) = (1, b, 3) = E(3) = 3
  D(P(0), c) = vazio

- Identificar os estados resultantes:
  P(1) = D(P(0), a) = E(5) = 5
  P(2) = D(P(0), b) = E(3) = 3

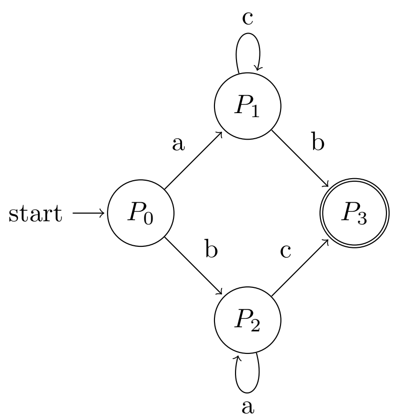
- para cada estado resultante criado, aplica-se o alfabeto:
  D(P(1), a) = vazio
  D(P(1), b) = (5, b, 4) = E(4) = 4
  D(P(1), c) = (5, c, 5) = E(5) = 5
  D(P(2), a) = (3, a, 3) = E(3) = 3
  D(P(2), b) = vazio
  D(P(2), c) = (3, c, 4) = E(4) = 4

- repetir o procedimento até que não existam mais estados novos:
  D(P(1), b) = P(3) = E(4) = 4
  D(P(1), c) = P(1) = E(1) = 1
  D(P(2), a) = P(2) = E(2) = 2
  D(P(2), c) = P(3) = 4

  D(P(3), a) = vazio
  D(P(3), b) = vazio
  D(P(3), c) = vazio

- identificar os estados finais, que serão aqueles estados que possuírem os estados finais do AFND:
  F = P(1), P(3)

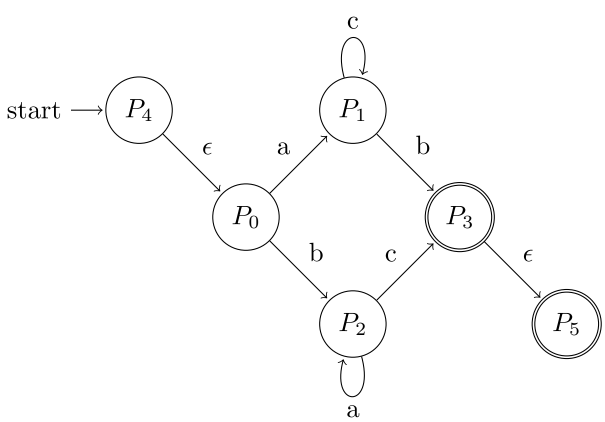
- montar a quíntupla do AFD:
  K = P(0), P(1), P(2), P(3)
  A = a, b, c
  S = P(0)
  F = P(2), P(3)
  Pode ser difícil observar os elementos da função delta. Eles serão todos os D(P(x), 'caractere') que calculamos. Assim:
  D =
  (P0, a, P1),
  (P0, b, P2),
  (P1, b, P3),
  (P1, c, P1),
  (P2, a, P2),
  (P2, c, P3).



6 Conversão AFD - ER

Nessa conversão, o número de transições que o estado inicial possui será muito importante: a ER será uma composição das expressões obtidas seguindo cada um dos caminhos a partir do estado inicial. Por exemplo, se o estado inicial possui 3 transições para outros estados, a ER será uma composição de três expressões, separadas, na ER final, pelo conectivo lógico 'OU'. Em suma, se há três caminhos, é possível seguir pelo primeiro OU pelo segundo OU pelo terceiro. Essa lógica se mantém na ER. Esclarecida esta questão, inicia-se o algoritmo.

- Identificar a quantidade de transições do estado inicial.
  Nº de transições do estado inicial: 2.
- Criar dois outros estados. Um estará ligado aos estados finais do autômato por uma palavra vazia, enquanto o outro estará ligado ao estado inicial pela mesma. Aquele ligado ao estado inicial passará a ser o novo estado inicial, enquanto o ligado aos estados finais, passará a ser o estado final. Eles serão os únicos existentes na ER.



- Colapsar estados até que só reste os dois criados. Consiste em retirar um estado, ligando o estado de chega nele ao estado no qual ele chega. A escolha do estado a se colapsar é completamente arbitrária.

No exemplo, os primeiros estados a serem colapsados serão o P4 e o P2. A única transição nesses estaddos tem os mesmos como estado inicial e final. Portanto, é a mais simples situação a se considerar. Basta inserir A* na transição, onde A é um caractere qualquer.