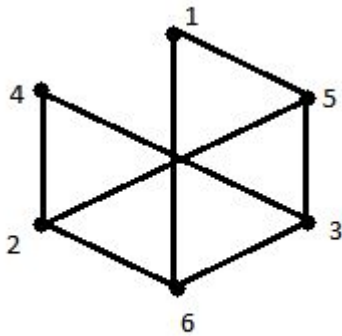
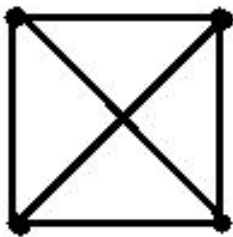


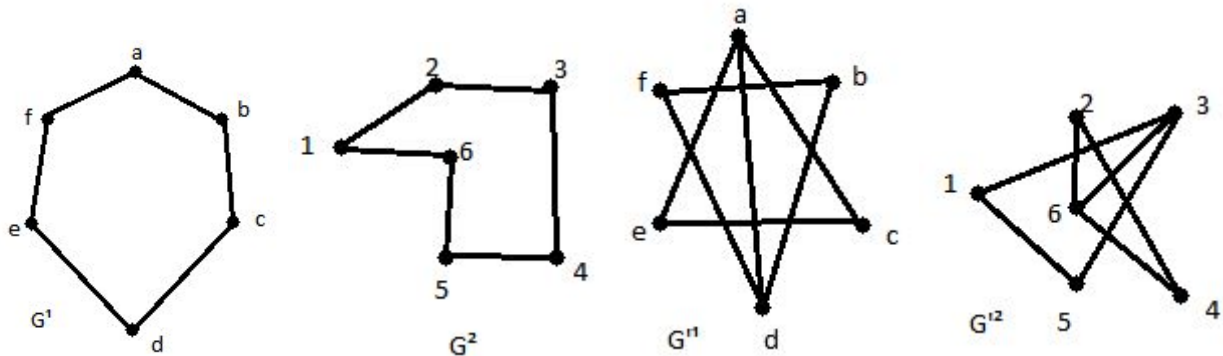
Questão 31:



Questão 32:



Questão 33:



Ao perceber que grafo G^1 e o grafo G^2 são isomorfos onde $a \Rightarrow 3$, $b \Rightarrow 4$, $c \Rightarrow 5$, $d \Rightarrow 6$, $e \Rightarrow 1$ e $f \Rightarrow 2$ o seu complemento que são G^{11} e G^{12} também são isomorfos.

Questão 34:

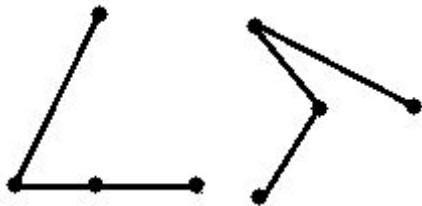
Se um grafo G é isomorfo de G^c , então eles possuem o mesmo número de arestas. Considerando todas as arestas de um grafo K_n , a metade pertence a G e a outra metade a G^c , então o número de arestas em K_n deve ser par. Para algum inteiro k , n assume um valor par ou um valor ímpar, onde ao assumir par, deve ser múltiplo de 4.

Para par ($n = 4k$) e ímpar ($n = 4k + 1$)

Questão 35:

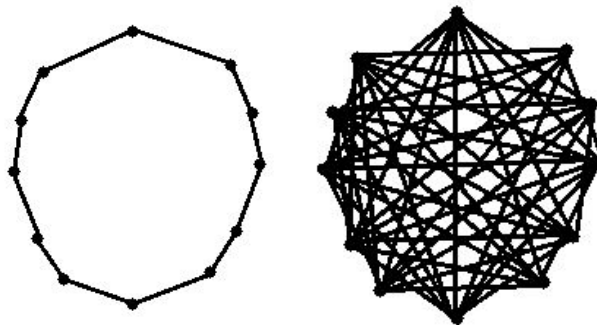
a) Se G é desconexo, então G consiste em dois ou mais subgrafos conexos que não tenham caminho entre eles. Seja x e y vértices distintos. Se x e y estão em subgrafos diferentes, então não há nenhuma aresta $x-y$ em G ; portanto, existe uma aresta $x-y$ em G' e existe um caminho de x a y em G' . Se x e y estão no mesmo subgrafo, então pegue um vértice z em um subgrafo diferente. Existe uma aresta $x-z$ e uma aresta $z-y$ em G' ; portanto existe um caminho de x a y em G

b)

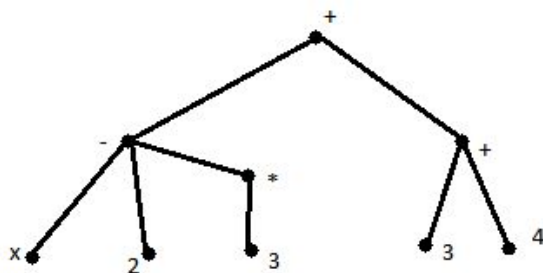


Questão 36:

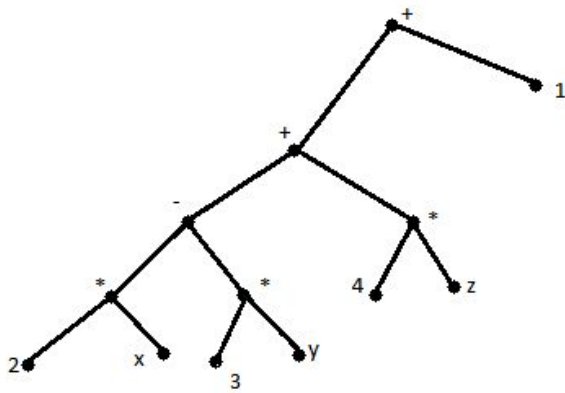
Um grafo de 11 lados pode ser representado por um undecágono. O undecágono acima é um grafo planar. No entanto, o seu complemento, sendo o que falta em um grafo, não será planar, pois haverá cruzamento de arestas. A representação no plano do complemento desse undecágono não pode ser planar



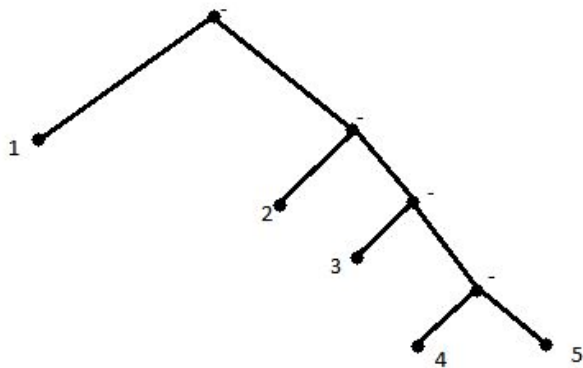
Questão 45:



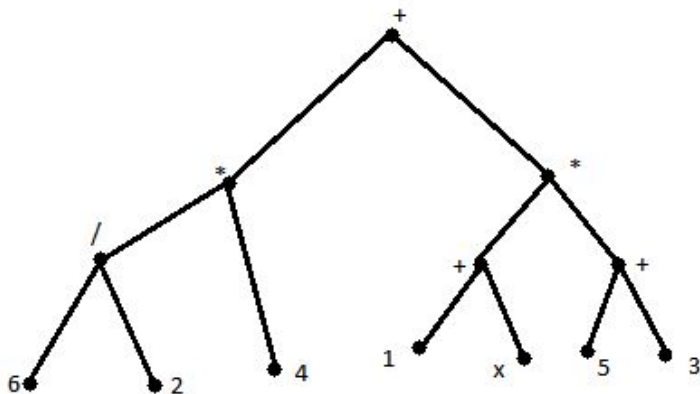
Questão 46:



Questão 47:



Questão 48:

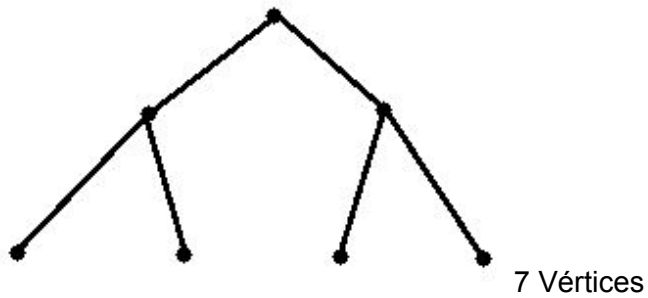


Questão 56:

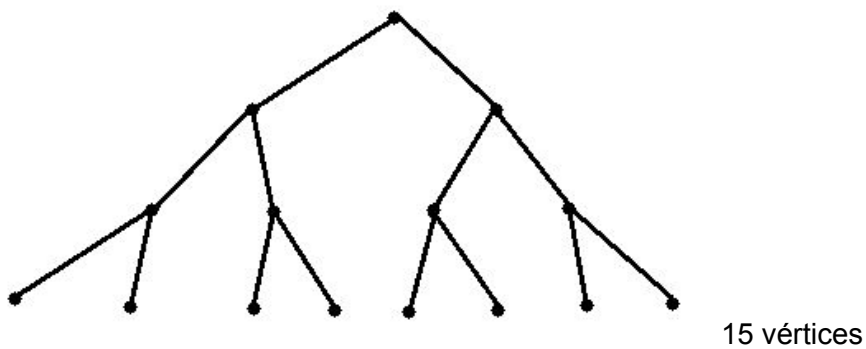
A prova é realizada por indução em d . Para $d = 0$, o único vértice é a raiz, e $2_0 = 1$. Admita que existem pelo menos 2^d vértices na profundidade d e considere a profundidade $d + 1$. Existem no máximo dois filhos para cada vértice da profundidade d , de forma que o número máximo de vértices na profundidade $d + 1$ é $2 \cdot 2^d = 2^{d+1}$.

Questão 57:

a)



b)



c) Para encontrar o número de vértices de uma árvore binária de altura '**N**' identificamos que para cada altura temos **2 filhos + a raiz ENTÃO** $2^{(altura+1)}$ porém retiramos **1** para o valor de vértices de ímpar, ficando $2^{(n+1)}-1$

d) Para provar a fórmula acima, questão 56, em que a altura da árvore é 3 Vértices:
 $2^{(3+1)} - 1 = 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$

Questão 58:

Demonstre que uma árvore binária completa com x vértices internos tem x + 1 folhas:

