

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРИТЕРИЯ ВЗАИМНОЙ ИНФОРМАЦИИ В ЛОКАЛЬНЫХ АЛГОРИТМАХ ОБРАБОТКИ ВЕЙВЛЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Жизняков А.Л., Гай В.Е.

В работе предложен подход к определению структуры локальной области, используемой в моделях пространственного взаимодействия, адаптивной к характерным свойствам изображения на основе критерия взаимной информации. Приведены результаты вычислительных экспериментов, которые подтверждают возможность использования предложенного подхода для решения поставленной задачи.

Введение

Обычно, в основе различных алгоритмов обработки изображений лежит математическая модель изображения. Одним из наиболее известных способов описания изображения является описание с использованием моделей пространственного взаимодействия [1]. Такой способ использует предположение о том, что каждая точка изображения зависит от своей локальной области: $p(x_{i,j} | \mathbf{X} \setminus x_{i,j}) = p(x_{i,j} | \mathbf{L}(x_{i,j}))$, $x_{i,j}$ - рассматриваемая точка, $\mathbf{L}(x_{i,j})$ - точки, принадлежащие локальной области \mathbf{L} элемента $x_{i,j}$. Модели пространственного взаимодействия, определяемые на двумерной решётке описываются набором соседних элементов для рассматриваемого элемента и взаимосвязями, существующими между ними. Поэтому, эффективность алгоритмов обработки изображений (сегментации, фильтрации, анализа и синтеза текстур), основанных на моделях пространственного взаимодействия непосредственно зависит от выбранной структуры локальной области. Как правило, в качестве структуры локальной области для каждого элемента изображения рассматривается его восьмизлементная окрестность [1].

С появлением вейвлет преобразования и многомасштабного подхода к представлению изображений стали использоваться многомасштабные случайные поля, при этом, как и в классическом случае использовалась фиксированная структура локальной области каждого вейвлет коэффициента. При этом, указывается на возможность использования адаптивного подхода к выбору структуры локальной области [2].

Вейвлет преобразование позволяет разложить изображение на несколько частотных диапазонов, в каждом из которых находятся различные характерные особенности изображения ("вертикальные", "горизонтальные", "диагональные"). Следовательно, для описания связей между

УДК 681.32

вейвлет коэффициентами на одном уровне разложения для каждого частотного диапазона более эффективно было бы использовать локальные области, адаптивные к свойствам частотных диапазонов.

Существующие подходы к поиску структуры локальной области основаны или на методах полного перебора или на подходах к решению задач оптимизации, что не всегда позволяет получить наиболее выгодную в конкретном случае структуру. В данной работе предлагается подход к выбору структуры локальной области на основе критерия взаимной информации.

Целью работы является разработка алгоритма поиска структуры локальной области вейвлет коэффициента, адаптивной к характерным свойствам вейвлет - разложения.

1 Обзор существующих подходов к выбору локальной области

Допустим, что имеется конечный двумерный набор элементов $\mathbf{X}, \mathbf{X} = \{x_{i,j}, 1 \leq i \leq P, 1 \leq j \leq T\}$ (изображение, набор вейвлет коэффициентов). Необходимо определить структуру локальной области \mathbf{L} размером $N \times N$ для данного набора элементов.

Требуется выделить такую локальную область, что:

$$|x - \hat{x}_a| \leq |x - \hat{x}|$$

где $\hat{x}_a = \sum_{i,j \in \mathbf{L}_a} \alpha_{i,j} \cdot x_{i,j}$ - оценка величины элемента данных на основе значений элементов адаптивной локальной области \mathbf{L}_a , $\alpha_{i,j}$ - весовые коэффициенты элементов локальной области; $\hat{x} = \sum_{i,j \in \mathbf{L}} \alpha_{i,j} \cdot x_{i,j}$ - оценка величины элемента данных на основе значений элементов фиксированной локальной области \mathbf{L} .

В настоящее время для решения данной задачи существует большое число подходов. Например, подход на основе критерия AIC (Akaike's information criterion) [3], подход, использующий байесово решающее правило [4], подход на основе MDL критерия (minimum description length) [5]. Адаптивный способ к вычислению структуры локальной области предложен также в [6]. Он основан на минимизации ошибки между исходным изображением и сгенерированным на основе заданной модели с использованием оцениваемой локальной области, причём процесс вычисления локальной области является итерационным.

В [7] предлагается метод построения карт корреляции вейвлет коэффициентов. Полученные карты в дальнейшем могут быть использованы для вычисления структуры локальной области. Однако, данный метод требует больших затрат памяти. Так, для оценки структуры локальной области для изображения размером $M \times M$ точек, требуется построение матрицы размером $(M^2/2) \times (M^2/2)$ (для изображения размером 256×256 матрица будет занимать 1024 Мб).

В настоящей работе в качестве критерия при поиске локальной области предлагается использовать величину взаимной информации, которая позволяет оценить возможность предсказания значений элементов определённого набора данных на основе значений элементов другого набора данных.

2 Алгоритм поиска структуры локальной области на основе взаимной информации

При поиске структуры локальной области L в качестве критерия оптимальности можно воспользоваться величиной взаимной информации $I(X, Y)$. Величина взаимной информации $I(X, Y)$ показывает сколько информации о X содержится в Y [8]:

$$I(X, Y) = \sum \sum p(X, Y) \log \frac{p(X, Y)}{p(X)p(Y)}$$

где X, Y - двумерные наборы данных, в рассматриваемом случае две матрицы вейвлет коэффициентов; $p(X)p(Y)$ - плотности распределения вероятностей наборов вейвлет коэффициентов X и Y , $p(X, Y)$ - совместная плотность распределения вероятности вейвлет коэффициентов X и Y .

Предлагаемый метод основан на вычислении величины взаимной информации для каждого элемента локальной области L размером $N \times N$ с центром в точке $(0, 0)$, где N - нечётное число.

Предположим, необходимо вычислить величину взаимной информации между центральным элементом локальной области L и элементом с координатами (k, l) , $k \in \left[-\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right]$, $l \in \left[-\frac{N}{2}; \frac{N}{2}\right]$, который принадлежит локальной области. Для этого выполним сдвиг исходного набора вейвлет коэффициентов X таким образом, чтобы элемент с координатами (k, l) переместился в центр локальной области. Для выполнения этой операции надо выполнить сдвиг всего набора вейвлет коэффициентов на k элементов по оси

OX и на l элементов по оси OY (знак перед k и l будет показывать в каком направлении будет сдвинут набор вейвлет коэффициентов: вправо или влево, вверх или вниз).

Выполнив эту операцию для всего набора вейвлет коэффициентов и получив, таким образом, набор вейвлет коэффициентов Y вычислим величину взаимной информации между исходным X и смещённым Y наборами вейвлет коэффициентов. Полученное значение и будет являться величиной взаимной информацией между элементом локальной области с координатами (k, l) и центральным элементом локальной области.

Рассмотрев все возможные перемещения из некоторого элемента в центр локальной области, т.е. рассмотрев все возможные (в рамках локальной области) сдвиги исходного набора вейвлет коэффициентов получим матрицу величин $M_{I(X, Y)}$ взаимной информации между центральным элементом локальной области и всеми остальными элементами локальной области.

Результирующая матрица величин взаимной информации $M_{I(X, Y)}$ может быть использована для определения структуры локальной области. Для этого можно применить процедуру отсечения по порогу:

$$L(k, l) = \begin{cases} 1, & M_{I(X, Y)}(k, l) \geq Thr, \\ 0, & M_{I(X, Y)}(k, l) < Thr \end{cases}$$

где $Thr \in [0; 1]$ - порог, определяемый экспериментальным путём.

Порог Thr и структура локальной области выбирается на основе взаимной информации следующим образом:

- 1) устанавливается $Thr = 0.99$ и выбирается структура локальной области L_1 ;
- 2) вычисляется взаимная информация MI_1 между точкой и локальной областью L_1 ;
- 3) уменьшается порог Thr , выбирается новая структура локальной области L_2 на основе данного порога;
- 4) вычисляется взаимная информация MI_2 между точкой и локальной областью L_2 ;
- 5) если $MI_2 > MI_1$, то L_2 рассматривается как выбранная структура локальной области и осуществляется переход на шаг 2;
- 6) если $MI_2 \geq MI_1$, то вычисленная структура L_1 является результатом работы алгоритма.

Предложенный подход к поиску структуры локальной области позволяет одновременно решить задачу поиска весовых коэффициентов $\alpha_{i,j}$ для каждого элемента локальной области. Величины взаимной информации элементов, включённых в локальную область после нормализации могут быть использованы в качестве весовых коэффициентов элементов локальной области.

3 Эксперимент

3.1 Тестовые изображения

При анализе характеристик естественных изображений, а также до построения моделей и алгоритмов обработки изображений, необходимо, в первую очередь, осуществить анализ тестовых изображений, которые имеют некоторые ярко выраженные свойства (высокий уровень шума, высокий коэффициент корреляции в определённом направлении). Изучив тестовые изображения (согласовывая значения вычисленных характеристик с предполагаемыми значениями, таким образом подтверждая адекватность вычисленных характеристик изображению) можно перейти к обработке и анализу вычисленных параметров естественных изображений. Например, используя изображения с разными уровнями корреляции в определённых направлениях можно оценить чувствительность вычисляемой характеристики к корреляционным свойствам изображения.

Для исследования и оценки результатов работы предложенного алгоритма используются следующие тестовые изображения:

1) тестовое изображение №1, представляющее собой поле коррелированного шума, коэффициент корреляции по горизонтали $r_h = 0,97$, коэффициент корреляции по вертикали $r_v \approx 0$;

2) тестовое изображение №2, являющееся полем коррелированного шума, коэффициент корреляции по горизонтали $r_h \approx 0$, по вертикали - $r_v = 0,96$;

3) тестовое изображение типа "текстура";

4) тестовое изображение типа "портрет".

3.2 Результаты вычисления структуры локальной области

На рис. 1 показаны исследуемые тестовые изображения.

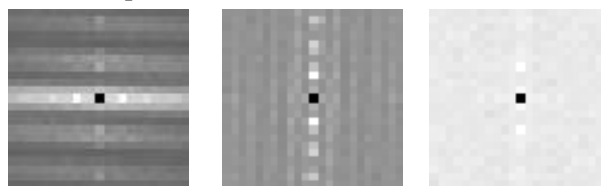


а.

б.

Рис. 1. Тестовые изображения а. "текстура"; б. "портрет"

Результаты работы предложенного алгоритма для тестового изображения типа "текстура" показаны на рис. 2.



а.

б.

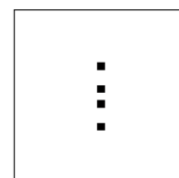
в.



г.



д.



е.

Рис. 2. Результаты выделения структуры локальной области для вейвлет - разложения изображения типа "текстура" а. вычисленная матрица взаимной информации для НЧВЧ диапазона; б. вычисленная матрица взаимной информации для ВЧНЧ диапазона; в. вычисленная матрица взаимной информации для ВЧВЧ диапазона; г. выбранная структура локальной области для НЧВЧ диапазона; д. выбранная структура локальной области для ВЧНЧ диапазона; е. выбранная структура локальной области для ВЧВЧ диапазона.

Из рис. 2.д можно видеть, что вычисленная величина взаимной информации достаточно точно позволяет оценить шаг текстуры (ярко выраженные горизонтальные полосы), причём из рис. 2.е это заметить сложнее, что говорит о большей корреляции по горизонтали, чем по вертикали.

Результаты работы предложенного алгоритма для тестового изображения типа "портрет" показаны на рис. 3.

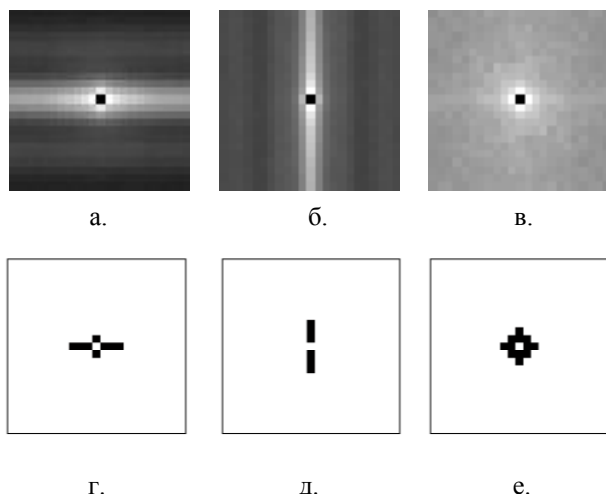


Рис. 3. Результаты выделения структуры локальной области для вейвлет - разложения изображения типа "портрет" а. вычисленная матрица взаимной информации для НЧВЧ диапазона; б. вычисленная матрица взаимной информации для ВЧНЧ диапазона; в. вычисленная матрица взаимной информации для ВЧВЧ диапазона; г. выбранная структура локальной области для НЧВЧ диапазона; д. выбранная структура локальной области для ВЧНЧ диапазона; е. выбранная структура локальной области для ВЧВЧ диапазона.

В данной работе рассмотрен подход к определению структуры локальной области для вейвлет коэффициентов, однако, предложенный подход позволяет вычислять структуру локальной области, не только для вейвлет - коэффициентов, но и для изображений (см. рис. 4).

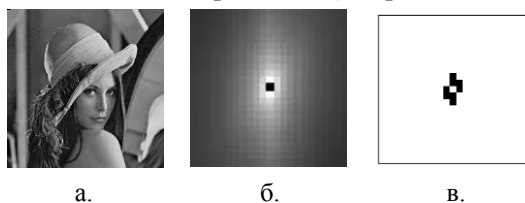


Рис. 4. Исходное изображение и вычисленная структура локальной области: а. исходное изображение; б. графическое отображение величины взаимной информации между центральной точкой и ей соседями; в. вычисленная структура локальной области, $Thr = 0,8$

Как было выяснено в ходе проведения эксперимента, структуру локальной области для некоторого набора вейвлет коэффициентов можно вычислять, если коэффициент корреляции исходного изображения составляет не менее 0,5. При этом достигается предельное сверху значение порога: $Thr = 0,99$.

Таблица 1. Соотношение между вычисляемым порогом Thr и коэффициентом корреляции r

r	0,50	0,66	0,75	0,80	0,86	0,97
Thr	0,99	0,85	0,65	0,55	0,47	0,41

На рис. 5 и в таблице 1 показана зависимость между коэффициентом корреляции исходного изображения и порогом Thr , используемым для выделения структуры локальной области.

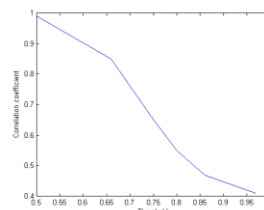


Рис. 5. Зависимость между коэффициентом корреляции r и порогом Thr

Коэффициент корреляции естественных изображений составляет 0,8-0,9. В таком случае, изменение значения порога Thr в достаточно широких пределах позволяет получать различные варианты структур локальных областей. В таблице 2 и на рис. 6 показана зависимость числа точек в локальной области K от выбираемого порога Thr .

Таблица 2. Зависимость числа точек в локальной области K от порога Thr

Thr	0,9	0,7	0,5	0,4	0,35	0,3	0,25
K	2	4	6	10	12	16	20

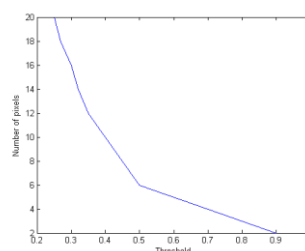


Рис. 6. Зависимость между порогом Thr и числом точек K локальной области

Для оценки точности выбора структуры локальной области на основе предложенного подхода рассмотрим величину взаимной информации между точкой и локальной областью точки L_a , выбранной в ходе выполнения предложенного алгоритма, и точкой и фиксированной локальной областью L_f размером 3×3 элемента. Данные, приведённые в таблице 3, являются усреднёнными по ансамблю изображений.

Таблица 3. Взаимная информация между точкой и её фиксированной L_f и адаптивной L_a локальными областями

	НЧВЧ	ВЧНЧ	ВЧВЧ
L_a	0,471	0,466	0,349
L_f	0,435	0,250	0,286

Как видно из таблицы 3 в адаптивной локальной области содержится больше информации о точке, чем в фиксированной локальной области.

Выводы

Использование моделей пространственного взаимодействия позволяет повысить эффективность различных алгоритмов обработки изображений, так как каждая точка изображения рассматривается не отдельно, а в контексте своей локальной области. Локальная область может быть фиксированной (например, состоять из восьми ближайших точек), так и адаптивной к свойствам изображения.

В работе предложен подход к определению структуры локальной области, адаптивной к характерным свойствам изображения. Результаты исследований показали возможность применения этого подхода к поиску структуры локальной области как для вейвлет коэффициентов, так и для изображений. Предложенный алгоритм поиска структуры локальной области может быть использован при определении параметров модели пространственного взаимодействия, а также непосредственно в обработке изображений (при решении задач сегментации, фильтрации, формировании контурного препарата). Также, в работе произведено исследование зависимостей между величиной взаимной информации и величиной корреляции исходного изображения.

Литература

1. Белокуров А., Сечко В. Стохастические модели в задачах анализа и обработки изображений // Зарубежная радиоэлектроника. 1994. № 2. – С. 3-17.
2. Buccigrossi R. W., Simoncelli E. P. Image compression via joint statistical characterization in the wavelet domain // IEEE Transaction on image processing. 2000. vol. 9. – P. 756-771.
3. Akaike H. Maximum likelihood identification of Gaussian autoregressive moving average models // Biometrika. 1974. vol. 60. – P. 255-265.
4. Rissanen J. Modeling by shortest data description // IEEE Transaction on Information Theory. 1978. vol. 14. – P. 465-471.
5. Kashyap R. L., Chellappa R. Estimation and choice of neighbors in spatial-interaction models of images // IEEE Transaction on Information Theory. 1983. vol. 29. – P. 60-72.
6. Khotanzad A., Bennett J. A spatial correlation method for neighbor set selection in random field image models // IEEE Transactions on image processing. 1999. vol. 8. – P. 578-593.
7. Azimifar Z., Feiguth P., Jernigan J. Hierarchical multiscale modeling of wavelet - based correlations // IEEE Transaction on image processing. 2001. vol. 7. – P. 427-445.
8. Liu J., Moulin P. Information-Theoretic analysis of interscale and intrascale dependencies between image wavelet coefficients // IEEE Transaction on image processing. 2001. vol. 10. – P. 1647-1658.