# ПАКЕТНОЕ ВЕЙВЛЕТ - ПРЕОБРАЗОВАНИЕ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ СЖАТИЯ

**© 2008 г. В.Е. ГАЙ**

Муромский институт Владимирского государственного университета

## Введение

Часто, решение различных задач обработки изображений основано на использовании многомасштабного представления изображений. Обычно, при формировании многомасштабного представления изображения, используется жёстко заданный набор коэффициентов изменения масштаба. Применение такого набора коэффициентов, в ряде случаев, может привести к резкому отсечению части частотных составляющих спектра изображения, несущих значительную информацию об объектах изображения. Поэтому, многомасштабное преобразование с фиксированным набором коэффициентов не всегда подходит для формирования многомасштабного представления конкретного изображения. Вследствие этого, актуальной является задача генерации многомасштабного представления с переменным коэффициентом сжатия. Для этого существуют различные методы, которые часто оказываются сложны для реализации и вычислительно не эффективны. Одним из возможных способов генерации многомасштабного преобразования изображения является пакетное вейвлет - преобразование [1].

*Целью работы* является разработка алгоритма формирования многомасштабного представления изображения с произвольным коэффициентом сжатия на основе пакетного вейвлет - преобразования.

## Предлагаемый алгоритм

Допустим, необходимо сформировать многомасштабное представление с коэффициентом сжатия $k_v$ по вертикали и $k_h$ по горизонтали, $0 < k_h < 1$, $0 < k_v < 1$.

Для решения задачи предлагается следующий алгоритм:

1) Сформировать $N$ - уровневое пакетное вейвлет - разложение исходного изображения $f$ : $W = \{w_{ij}\}$, где $w_{ij}$ - вейвлет - пакет с координатами $(i, j)$, $i \in [1; wd]$, $j \in [1; ht]$, $ht = wd = 4^N$, $N$ - число уровней разложения. Многомасштабное представление изображения $W$ также можно представить в виде четырёх элементов: $W = \{L, H_1, H_2, H_3\}$, причём каждому из элементов соответствует определённая часть пакетов разложения $W$ и, соответственно, некоторая часть спектра изображения $f$, причём (Рис. 2.):

а) $L = \{w_{ij}\}$, где $i \in [wd/4+1; 3 \cdot wd/4]$, $j \in [ht/4+1; 3 \cdot ht/4]$.

б) $H_1 = \{w_{ij}\}$, где $i \in [wd/4+1; 3 \cdot wd/4]$, $j \in [1; ht/4] \cup [(3 \cdot ht/4)+1; ht]$.

в) $H_2 = \{w_{ij}\}$, где $i \in [1; wd/4] \cup [(3 \cdot wd/4)+1; wd]$, $j \in [ht/4+1; 3 \cdot ht/4]$.

г) $H_3 = \{w_{ij}\}$, где $i \in [1; wd/4] \cup [(3 \cdot wd/4)+1; wd]$, $j \in [1; ht/4] \cup [(3 \cdot ht/4)+1; ht]$.

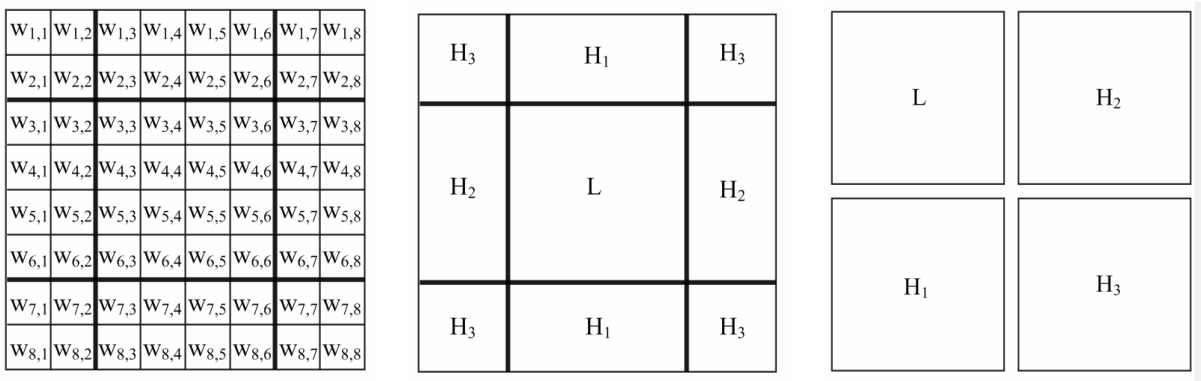


Рис. 1. Соответствие между спектром Фурье изображения: а – вейвлет - пакетами; б – элементами $L, H_1, H_2, H_3$; в – элементы $L, H_1, H_2, H_3$ при $k_h = 0{,}5$, $k_v = 0{,}5$.

2) Выбрать коэффициенты сжатия $k_h^a$ и $k_v^a$, которые являются ближайшими к коэффициентам $k_h$ и $k_v$:

$$k_h^a = \min_{k_h^a \in K} \left| k_h^a - k_v \right|, \; k_v^a = \min_{k_v^a \in K} \left| k_v^a - k_v \right|, \; K = \left\{ \frac{2}{\sqrt{4^N}}, \frac{4}{\sqrt{4^N}}, ..., \frac{\sqrt{4^N} - 2}{\sqrt{4^N}} \right\},$$

где $K$ - множество коэффициентов сжатия, которые могут быть использованы при построении нового многомасштабного представления.

3) Сформировать элементы $L^N$, $H_1^N$, $H_2^N$, $H_3^N$ с требуемыми коэффициентами сжатия (рис. 3.):

$$L^N = T_K^{-1}\left[W_L\right], \; H_1^N = T_K^{-1}\left[W_{H_1}^N\right], \; H_2^N = T_K^{-1}\left[W_{H_2}^N\right], \; H_2^N = T_K^{-1}\left[W_{H_3}^N\right],$$

где $T_K^{-1}[\bullet]$ - оператор обратного многомасштабного преобразования.

$$\text{где } W_L = \begin{cases} w_{ij}, i \in \left[ \frac{ht\left(1 - k_v^a\right) + 2}{2}; \frac{ht\left(1 + k_v^a\right)}{2} \right], j \in \left[ \frac{wd\left(1 - k_h^a\right) + 2}{2}; \frac{wd\left(1 + k_h^a\right)}{2} \right], \\ 0, \textit{иначе.} \end{cases}$$

$$W_{H_1}^N = \begin{cases} w_{ij}, i \in \left[ \frac{ht\left(1 - k_v^a\right) + 2}{2}; \frac{ht\left(1 + k_v^a\right)}{2} \right], j \in \left[ 1; \frac{wd\left(1 - k_h^a\right)}{2} \right] \cup \left[ \frac{wd\left(1 + k_h^a\right) + 2}{2}; wd \right], \\ 0, \textit{иначе.} \end{cases}$$

$$W_{H_2}^N = \begin{cases} w_{ij}, i \in \left[ 1; \frac{ht\left(1 - k_v^a\right)}{2} \right] \cup \left[ \frac{ht\left(1 + k_v^a\right) + 2}{2}; ht \right], j \in \left[ \frac{wd\left(1 - k_h^a\right) + 2}{2}; \frac{wd\left(1 + k_h^a\right)}{2} \right], \\ 0, \textit{иначе.} \end{cases}$$

$$W_{H_3}^N = \begin{cases} w_{ij}, i \in \left[ 1; \frac{ht\left(1 - k_v^a\right)}{2} \right] \cup \left[ \frac{ht\left(1 + k_v^a\right) + 2}{2}; ht \right], j \in \left[ 1; \frac{wd\left(1 - k_h^a\right)}{2} \right] \cup \left[ \frac{wd\left(1 + k_h^a\right) + 2}{2}; wd \right], \\ 0, \textit{иначе.} \end{cases}$$

4) Выполнить прореживание сгенерированных элементов $L^N$, $H_1^N$, $H_2^N$, $H_3^N$ в соответствии с выбранными коэффициентами сжатия.

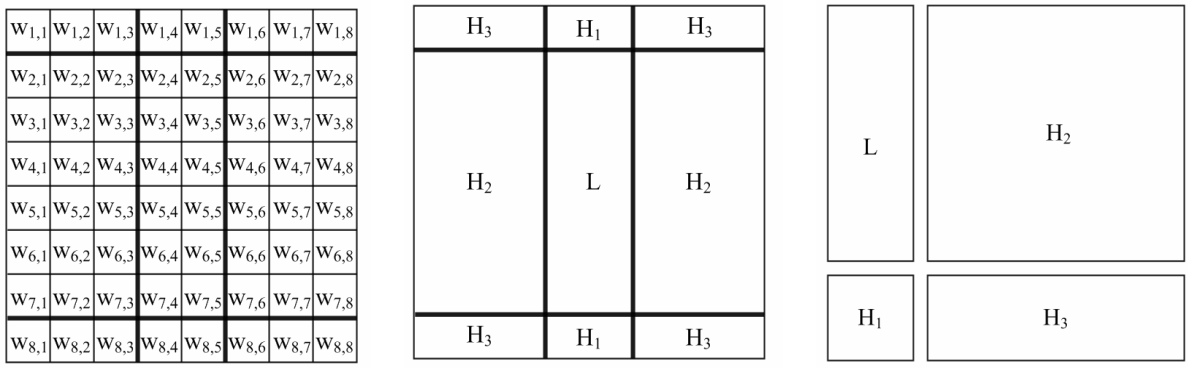


Рис. 2. Соответствие между спектром Фурье изображения: а – вейвлет - пакетами; б – элементами $L, H_1, H_2, H_3$; в – элементов $L, H_1, H_2, H_3$ при $k_h = 0{,}75$, $k_v = 0{,}25$.

При описании алгоритма рассматриваются не коэффициенты сжатия, а величины им обратные. Смысл алгоритма от этого не меняется, зато значительно упрощаются некоторые математические записи. На рис. 3 показаны элементы многомасштабного представления, сформированные с использованием коэффициентов сжатия $k_h = 0{,}5$, $k_v = 0{,}5$ (рис. 3.а) и $k_h = 0{,}75$, $k_v = 0{,}25$ (рис. 3б.).

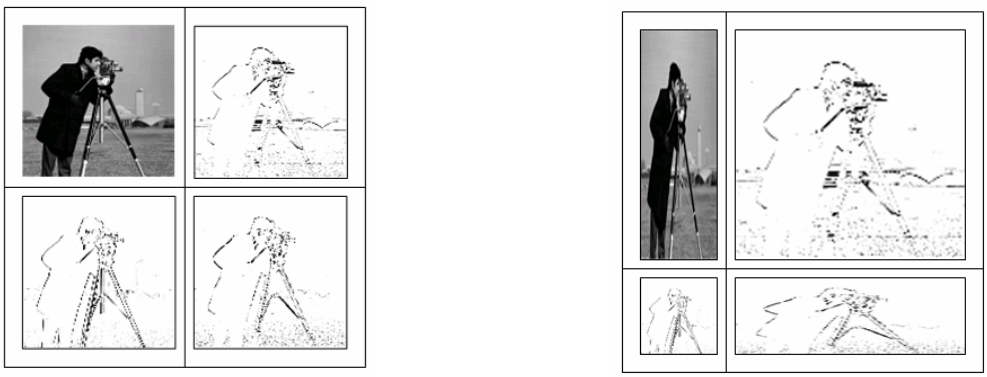


Рис. 3. Элементы $L, H_1, H_2, H_3$, сформированные с использованием коэффициентов сжатия: а – $k_h = 0{,}5$, $k_v = 0{,}5$; б – $k_h = 0{,}75$, $k_v = 0{,}25$.

## Заключение

В настоящее время существуют различные подходы к генерации многомасштабного представления изображения с переменным коэффициентом сжатия. Однако, в ряде случаев, такие подходы трудны для практической реализации. В настоящей работе предлагается подход к генерации многомасштабного представления с произвольным коэффициентом сжатия на основе пакетного вейвлет - преобразования. Многомасштабное представление, сгенерированное на основе предлагаемого подхода может быть использовано при решении тех задач обработки изображений, в которых не требуется выполнения восстановления изображения из его многомасштабного представления. Например, при сегментации изображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малла, С*. Вейвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. / *С. Малла* – М.: Мир, 2005. – 671 с.