

# Segmentación de imágenes a través de lógica difusa y funciones REF, de Dombi y penalti

Iñigo Aguas Ardaiz

Humberto Bustince Sola

Fco. Javier Fernández Fernández

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Informática

E.T.S. de Ing. Industrial, Informática y de Telecomunicación

Universidad Pública de Navarra

25 de junio de 2015

# Outline

Introducción

Conceptos básicos

Experimentos con funciones de Dombi

Experimentos con funciones OWA

Conclusiones y líneas futuras

# Introducción

## Motivación

“¿Cómo podríamos siquiera *empezar* a explicar la substancia de tales problemas a una entidad que no sea ella misma consciente...?”

R. PENROSE

*La nueva mente del emperador*

## Definición del problema



**Figura:** Distinguir el molino del pueblo del fondo no es difícil para un humano aunque sí para una máquina.

# Definición del problema

## Definición

Dada una imagen  $Q$  que se puede subdividir en  $n$  regiones  $R_1, \dots, R_n$ , y conocida  $P$  que es una cierta propiedad booleana que cumplen todos los píxeles de la región  $R_i, \forall i = 1, \dots, n$ , se deberá cumplir siempre que:

- 1  $\bigcup_{i=1}^n R_i = Q$ ;
- 2 En una región  $R_i, \forall i = 1, \dots, n$  todos sus píxeles están conectados;
- 3  $R_i \cap R_j = \emptyset, \forall i, j : i \neq j$ ;
- 4  $P(R_i) = \text{VERDADERO}, \forall i = 1, \dots, n$ ;
- 5  $P(R_i \cup R_j) = \text{FALSO}, \forall i = 1, \dots, n$ .

## Ejemplos

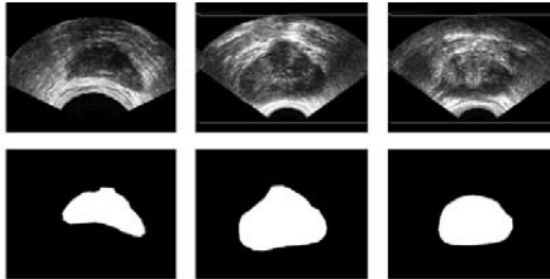


Figura: Segmentación de una imagen de próstata.

## Ejemplos



**Figura:** Utilización de técnicas de segmentación para extraer la información de una matrícula y poder ser procesada por un sistema de IA.



# Objetivos

- ① Investigar y conocer técnicas actuales de segmentación de imagen.
- ② Implementar diferentes algoritmos de segmentación evaluando su mejora y tratando de generalizarlos.
  - ① Analizar y evaluar las funciones de J. Dombi. Sustituir por funciones REF construcción de los conjuntos difusos para conocer sus efectos.
  - ② Umbralizar a través de la agregación de resultados y obtención del mejor con funciones penalti.
  - ③ Implementar algoritmos que incluyan la agregación OWA de la función original (media aritmética).
- ③ Analizar todos los puntos anteriores a fin de concluir los resultados del trabajo así como dirimir si se ha podido conseguir cumplir el propósito inicial.

## Fuentes

### **“Image thresholding using restricted equivalence functions and maximizing the measures of similarity”**

H. Bustince, E. Barreneche y M. Pagola  
Fuzzy Sets and Systems 158 (2007) pág. 496-516

# Conceptos básicos

## Imágenes digitales

$$\begin{pmatrix} 87 & 192 & 178 \\ 255 & 65 & 227 \\ 57 & 129 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Niveles de gris

$$\begin{pmatrix} 0.3412 & 0.7529 & 0.6980 \\ 1 & 0.2549 & 0.8902 \\ 0.2235 & 0.5059 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) Normalizada



(c) Gráfica

Figura: Imagen digital en diferentes representaciones.

### Definición (Definición)

Se define el histograma de una imagen  $Q$  con niveles de gris en el intervalo  $[0, 255]$  como la función  $h(q) = n_q$  donde  $n_q$  es el número de píxeles en la imagen con la intensidad  $q$ .

## Contraste



(a) Imagen original



(b) Imagen con poco contraste



(c) Imagen con muy poco contraste

Figura: Imagen del fotógrafo con diferentes contrastes

## Ruido



(a) Imagen original



(b) Imagen con ruido  
'sal y pimienta'



(c) Imagen con ruido  
gausiano

Figura: Imagen de Lena con diferentes tipo de ruido

# Funciones de Equivalencia Restringida (REF)

## Definición

Una función  $REF : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  es llamada de equivalencia restringida cuando cumple que:

- ①  $REF(x, y) = REF(y, x), \forall x, y \in [0, 1];$
- ②  $REF(x, y) = 1$ , si y sólo si,  $x = y$ ;
- ③  $REF(x, y) = 0$ , si y sólo si,  $x = 1$  e  $y = 0$  ó si  $x = 0$  e  $y = 1$ ;
- ④  $REF(x, y) = REF(c(x), c(y)), \forall x, y \in [0, 1]$ , siendo  $c$  una negación fuerte.
- ⑤  $\forall x, y, z \in [0, 1]$ , si  $x \leq y \leq z$ , entonces  
 $REF(x, y) \geq REF(x, z)$  y  $REF(y, z) \leq REF(x, z)$

# Funciones de Equivalencia Restringida (REF)

## Definición

Sean dos automorfismos  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$ , se llamará función *REF* a la construcción que cumpla que:

$$REF(x, y) = \varphi_1^{-1}(1 - |\varphi_2(x) - \varphi_2(y)|) \quad \text{con} \quad c(x) = \varphi_2^{-1}(1 - \varphi_2(x)).$$

Además, si tenemos una *REF* y un automorfismo en  $[0, 1]$ , la aplicación de estos ( $F = \varphi \circ REF$ ) es otra *REF*.



# Funciones de agregación

## Definición

Se dice que  $M : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$  es una función de agregación de dimensión  $n$  siempre que satisfaga:

- 1  $M(x_1, \dots, x_n) = 0$  si y sólo si  $x_1 = \dots = x_n = 0$ ;
- 2  $M(x_1, \dots, x_n) = 1$  si y sólo si  $x_1 = \dots = x_n = 1$ ;
- 3  $M$  es una función estrictamente creciente.

## Definición

Una función de agregación  $M$  será llamada media si

$$\min(x_1, \dots, x_n) \leq M(x_1, \dots, x_n) \leq \max(x_1, \dots, x_n).$$

# Funciones OWA

## Definición

Una función  $F : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$  será una función OWA de dimensión  $n$  si existe un vector  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \in [0, 1]^n$  tal que  $\sum_i w_i = 1$  de forma que

$$F(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n w_j x_{\sigma(j)}$$

donde  $x_{\sigma(j)}$  es el  $j$ -ésimo mayor elemento del vector  $(x_1, \dots, x_n)$ .

## Funciones de agregación

$$w_i = Q\left(\frac{i}{t+1}\right) - Q\left(\frac{i+1}{t+1}\right), \forall i \in \{1, \dots, n\}, \text{ sabiendo que}$$

$$Q(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r < 0,5 \\ \frac{r - 0,5}{0,5} & \text{si } 0,5 \leq r \leq 1 \\ 1 & \text{si } r > 1 \end{cases}$$

# Funciones de similitud

## Definición

Dada una función  $M$  de agregación (definición 5) y una función  $REF$  (definición 3) llamaremos a  $SM$  función de similitud si  $SM : \mathcal{F}(X) \times \mathcal{F}(X) \rightarrow [0, 1]$  está definida tal que

$$SM(A, B) = M_{i=1}^n REF(\mu_A(x_i), \mu_B(x_i))$$

y satisface las siguientes condiciones:

- ①  $SM(A, B) = SM(B, A), \forall A, B \in \mathcal{F}(X);$
- ②  $SM(A, A_c) = 0$ , si y sólo si  $A$  no es difuso;
- ③  $SM(A, B) = 1$  si y sólo si  $A = B$ ;
- ④ Si  $A \leq B \leq C$ , entonces  $SM(A, B) \geq SM(A, C)$  y  $SM(C, B) \geq SM(C, A)$ ;
- ⑤  $SM(A_c, B_c) = SM(A, B)$

# Funciones penalty

## Definición

La función  $P : [a, b]^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^+ = [0, \infty]$  es una función penalti si y sólo si satisface que:

- 1  $P(x, y) \geq 0, \forall x, y$
- 2  $P(x, y) = 0$  si  $x_i = y \forall i = 1, \dots, n$
- 3  $P(x, y)$  es cuasiconvexa en  $y$  para cualquier  $x$ , esto es,  
 $P(x, \lambda \cdot y_1 + (1 - \lambda) \cdot y_2) \leq \max(P(x, y_1), P(x, y_2))$ .

## Funciones penalty

La función en la que se basan las penalti es

$$f(x) = \arg \min_y P(x, y)$$

si  $y$  es el único mínimo e  $y = \frac{a+b}{2}$  si el conjunto de minimizadores es el intervalo  $(a, b)$ .

### Teorema

*Todas las funciones de agregación llamadas medias pueden ser escritas como una función basada en una función penalty expresada en la definición anterior.*

# Funciones de Dombi

## Definición

Dados  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  y  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ , denotaremos  $D$  como una función de equivalencia de Dombi cuando tengamos que

$$D(w, x) = \frac{1}{2} \left( 1 + \prod (1 - 2x_i)^{w_i} \right)$$

La función de equivalencia de Dombi,  $D$ , cumple las siguientes propiedades:

- ①  $D : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  es continua;
- ②  $D((w_1, w_2), (0, 0)) = 1$ ;  $D((w_1, w_2), (1, 1)) = 1$ ;
- ③  $D((w_1, w_2), (0, 1)) = 0$ ;  $D((w_1, w_2), (1, 0)) = 0$ ;
- ④  $D((w_1, w_2), (x, c(x))) = 0$ .

## Algoritmo 1. Maximización de la similitud

---

### Algoritmo 1 Maximización de la similitud

---

**Entrada:** Una imagen  $Q$  en escala de grises donde sus píxeles estén entre 0 y  $L - 1$ .

**Salida:** El umbral  $t$  a partir del cual se divide  $Q$  en objeto y fondo.

- 1: **para**  $t:=0$  hasta  $L - 1$  **hacer**
  - 2:   División de la imagen en dos clases  $C_b(t)$  y  $C_o(t)$ . Para cada una de estas clases, calcular su media:  $m_b(t)$  y  $m_o(t)$ .
  - 3:   Construcción del conjunto difuso  $Q_t$ .
  - 4:   Calcular la  $SM(\tilde{1}, Q_t)$ .
  - 5: **fin para**
  - 6: **devolver**  $\{t \mid \max(SM)\}$
-



## Algoritmo 1. Maximización de la similitud

### Definición

Teniendo en cuenta la definición de la media de una imagen que se ha dado, y disponiendo del histograma de la imagen  $h(q)$  para un cierto nivel  $q, \forall q \in Q$ , se define la media de los píxeles del fondo como:

$$m_b(t) = \frac{\sum_{q=0}^t qh(q)}{\sum_{q=0}^t h(q)};$$

y para los píxeles del objeto como:

$$m_o(t) = \frac{\sum_{q=t+1}^{L-1} qh(q)}{\sum_{q=t+1}^{L-1} h(q)}.$$

## Algoritmo 1. Maximización de la similitud

### Definición

Dada  $Q$ , una imagen en la escala de  $L$  niveles de gris, y  $t$ , un nivel de gris de forma que  $0 \leq t \leq L - 1$ . Teniendo en cuenta que  $F$  es una función  $REF$  ya que la  $REF \circ \varphi$  lo es, se define el conjunto

$$Q_t = \{(q, \mu_{Q_t}(q)) | q \in \{0, 1, \dots, L - 1\}\}$$

teniendo en cuenta que

$$\mu_{Q_t}(q) = \begin{cases} \varphi \left( REF \left( \frac{q}{L-1}, \frac{m_b(t)}{L-1} \right) \right) & \text{si } q \leq t, \\ \varphi \left( REF \left( \frac{q}{L-1}, \frac{m_o(t)}{L-1} \right) \right) & \text{si } q > t. \end{cases}$$

## Algoritmo 1. Maximización de la similitud

$$\mu_{Q_t}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 + \left( 1 - 2 \frac{q}{L-1} \right)^w \cdot \left( 1 - 2 \frac{m_b(t)}{L-1} \right)^w \right) & \text{si } q \leq t, \\ \frac{1}{2} \left( 1 + \left( 1 - 2 \frac{q}{L-1} \right)^w \cdot \left( 1 - 2 \frac{m_o(t)}{L-1} \right)^w \right) & \text{si } q > t. \end{cases}$$

---

## Algoritmo 2 Umbralización del área

---

**Entrada:** Una imagen  $Q$  en escala de grises donde sus píxeles estén entre 0 y  $L - 1$ .

**Salida:** El umbral  $t$  a partir del cual se divide  $Q$  en objeto y fondo.

1: **para**  $t:=0$  hasta  $L - 1$  **hacer**

2:

$$A(Q_t) = \sum_{q=0}^t h(q) \varphi_1^{-1} \left( 1 - \left| \varphi_2 \left( \frac{q}{L-1} \right) - \varphi_2 \left( \frac{m_b(t)}{L-1} \right) \right| \right) + \\ \sum_{q=t+1}^{L-1} h(q) \varphi_1^{-1} \left( 1 - \left| \varphi_2 \left( \frac{q}{L-1} \right) - \varphi_2 \left( \frac{m_o(t)}{L-1} \right) \right| \right)$$

3: **fin para**

4: **devolver**  $\{t \mid \max(A(Q_t))\}$

---

## Algoritmo 3. Selección del umbral óptimo.

---

### Algoritmo 3 Selección del umbral óptimo

---

**Entrada:** Una imagen  $Q$  en escala de grises donde sus píxeles estén entre 0 y  $L - 1$ .

**Salida:** El umbral óptimo  $t^*$  a partir del cual se divide  $Q$  en objeto y fondo.

- 1: **para**  $t:=0$  hasta  $L - 1$  **hacer**
  - 2:   Calcular los conjuntos  $Q_t$  como se describe en la definición 12.
  - 3:   Calcular los conjuntos  $H$  como se muestra en la definición 13.
  - 4:   Calcular la  $SM(Q_t, H(Q_t))$ .
  - 5: **fin para**
  - 6: **devolver**  $\{t^* \mid \max(SM)\}$
-

## Algoritmo 3. Selección del umbral óptimo.

### Definición

Dada  $Q$ , una imagen en la escala de  $L$  niveles de gris, y  $t$ , un nivel de gris de forma que  $0 \leq t \leq L - 1$ , se calcula su conjunto  $H(Q_t)$  como

$$H(Q_t) = \{(q, \mu_{H(Q_t)}(q) | q \in \{0, 1, \dots, L - 1\}\}$$

teniendo en cuenta que

$$\mu_{Q_t}(q) = \begin{cases} \frac{m_b(t)}{L-1} & \text{si } q \leq t, \\ \frac{m_o(t)}{L-1} & \text{si } q > t. \end{cases}$$

## Otros métodos de segmentación

- Umbralización global.
- Método de Otsu.
- Maximización de la entropía de Renyi.
- Clasificación *K-means*.

# Experimentos con funciones de Dombi



# Experimentos con funciones de Dombi

## Explicación del experimento

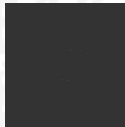
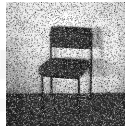
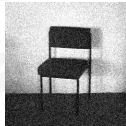
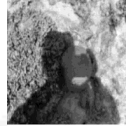
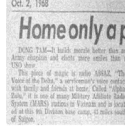
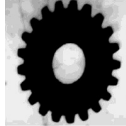
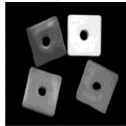
Sustitución de las funciones REF en la construcción de los conjuntos difusos con funciones de Dombi.

- Experimentos con casi 30 imágenes.
- Diferentes histogramas, ruidos y contrastes.

## Error cuadrático medio

$$ECM(Q, Q') = \frac{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M (q(x, y) - q'(x, y))^2}{N \cdot M}.$$

# Experimentación







Cuadro: Imágenes originales.

## Resultados al sustituir la función REF en el Algoritmo 1

w	Silla	Bloques	Engranaje	Letras	Sombra
0, 1	218	255	250	142	200
0, 5	226	255	250	39	230
0, 75	95	119	115	103	111
1	127	123	137	160	125
1, 25	70	97	96	80	91
1, 5	45	79	0	39	64
2	144	76	138	197	96
5	218	31	59	216	219

**Cuadro:** Umbrales de cada imagen con la función de Dombi y diferentes  $w$ .

# Resultados al sustituir la función REF en el Algoritmo 1

$REF_1 = 1 -  x - y $	$w = 0,75$	$w = 1$	$w = 1,25$
 <p>Oct. 2, 1968</p> <p><b>Home only a p</b></p> <p>DONG TAM—It looks more like better than an Army chaplain and elicits more smiles than a USO dog.</p> <p>The pace of military radio AMBAX, "The Voice of the 1st" a servicemen's radio contact with home, and friends is home. Called "High-Zulu" it is one of many Military Affiliate Radio System (MARS) outposts in Vietnam and is located at the 1st Airborne Base camp, 11 miles south of Saigon.</p>	 <p>Oct. 2, 1968</p> <p><b>Home only a p</b></p> <p>DONG TAM—It looks more like better than an Army chaplain and elicits more smiles than a USO dog.</p> <p>The pace of military radio AMBAX, "The Voice of the 1st" a servicemen's radio contact with home, and friends is home. Called "High-Zulu" it is one of many Military Affiliate Radio System (MARS) outposts in Vietnam and is located at the 1st Airborne Base camp, 11 miles south of Saigon.</p>	 <p>Oct. 2, 1968</p> <p><b>Home only a p</b></p> <p>DONG TAM—It looks more like better than an Army chaplain and elicits more smiles than a USO dog.</p> <p>The pace of military radio AMBAX, "The Voice of the 1st" a servicemen's radio contact with home, and friends is home. Called "High-Zulu" it is one of many Military Affiliate Radio System (MARS) outposts in Vietnam and is located at the 1st Airborne Base camp, 11 miles south of Saigon.</p>	 <p>Oct. 2, 1968</p> <p><b>Home only a p</b></p> <p>DONG TAM—It looks more like better than an Army chaplain and elicits more smiles than a USO dog.</p> <p>The pace of military radio AMBAX, "The Voice of the 1st" a servicemen's radio contact with home, and friends is home. Called "High-Zulu" it is one of many Military Affiliate Radio System (MARS) outposts in Vietnam and is located at the 1st Airborne Base camp, 11 miles south of Saigon.</p>

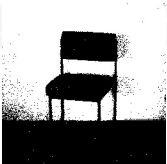
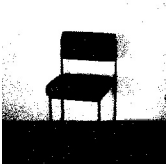

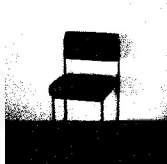
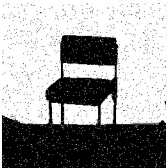
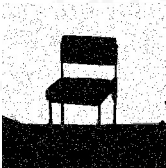
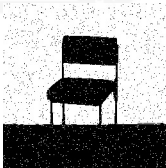
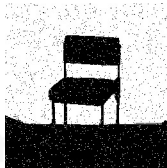
**Cuadro:** Resultado de las segmentaciones para el algoritmo con REF y Dombi con varios  $w = \{0,75; 1; 1,25\}$ .

## Resultados al sustituir la función REF en el Algoritmo 1

	R. gaussiano	R. impulsivo 0.05	R. impulsivo 0.2
<b>0, 1</b>	219	226	226
<b>0, 5</b>	234	226	242
<b>0, 75</b>	99	95	95
<b>1</b>	128	127	127
<b>1, 25</b>	74	70	62
<b>1, 5</b>	35	45	37
<b>2</b>	147	136	127
<b>5</b>	226	218	226

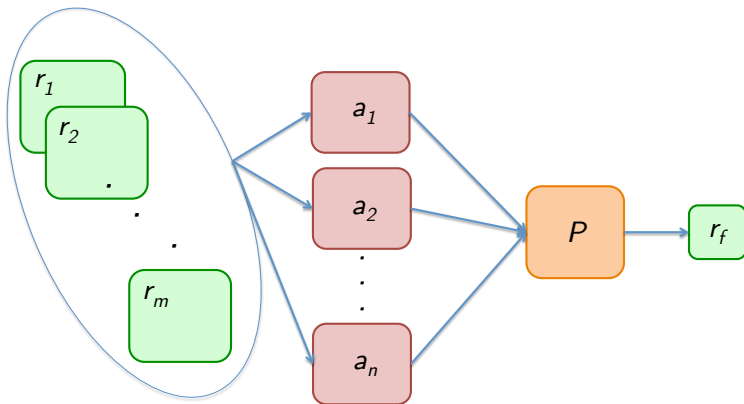
**Cuadro:** Umbrales para las imágenes con ruido con la función de Dombi y diferentes valores de  $w$ .

# Resultados al sustituir la función REF en el Algoritmo 1

$REF_1 = 1 -  x - y $	$w = 0,75$	$w = 1$	$w = 1,25$
			
			

**Cuadro:** Umbral para las imágenes con ruido con otras versiones de algoritmos.

## Algoritmo 1 con funciones penalti



## Algoritmo 1 con funciones penalti



**Cuadro:** Resultado para el nuevo algoritmo a través de penalti con todas las funciones propuestas.



## Algoritmo 3 con funciones de Dombi

	Silla	Bloques	Engranaje	Letras	Sombra
<b>Alg. 3A</b>	115	80	88	199	121
<b>Alg. 3B</b>	127	123	84	200	125
<b>Alg. 3C</b>	218	254	250	142	219

**Cuadro:** Umbral para cada imagen con el algoritmo 3 en todas sus nuevas versiones.

# Reestructuración de los algoritmos

## Propiedades de funciones de equivalencia

Sea  $e$  una función de equivalencia,

- ①  $e : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  es continua;
- ②  $e(0, 0) = 1, \quad e(1, 1) = 1;$
- ③  $e(0, 1) = 0, \quad e(1, 0) = 0;$
- ④  $e(x, x) = 1;$
- ⑤  $e(x, c(x)) = 0.$

## Reestructuración de los algoritmos

### Solución

$$\mu_{Q_t}(q) = \begin{cases} \min \left( 1, \frac{\frac{1}{2} \left( 1 + \left( 1 - \frac{2q}{L-1} \right) \left( 1 - \frac{2m_b}{L-1} \right) \right)}{\frac{1}{2} \left( 1 + \left( 1 - \frac{2m_b}{L-1} \right) \left( 1 - \frac{2m_b}{L-1} \right) \right)} \right) & \text{si } q \leq t \\ \min \left( 1, \frac{\frac{1}{2} \left( 1 + \left( 1 - \frac{2q}{L-1} \right) \left( 1 - \frac{2m_o}{L-1} \right) \right)}{\frac{1}{2} \left( 1 + \left( 1 - \frac{2m_o}{L-1} \right) \left( 1 - \frac{2m_o}{L-1} \right) \right)} \right) & \text{si } q > t \end{cases}$$

# Experimentos con funciones OWA

# Experimentos con funciones OWA

## Explicación del experimento

Sustitución de las medias por funciones OWA para la construcción de los conjuntos difusos.

- **Insertar datos normalizados.**
- Utilización del OWA 'de la mayoría'.

## Construcción del vector de pesos, $w$

Si tenemos un conjunto  $C = \{c_1, \dots, c_6\}$ , entonces el vector de pesos tendrá la forma  $(0, 0, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ .

## Algoritmo 1. Maximización de la similitud

### Definición

Teniendo en cuenta la definición de la media de una imagen que se ha dado, y disponiendo del histograma de la imagen  $h(q)$  para un cierto nivel  $q, \forall q \in Q$ , se define la media de los píxeles del fondo como:

$$m_b(t) = \frac{\sum_{q=0}^t qh(q)}{\sum_{q=0}^t h(q)};$$

y para los píxeles del objeto como:

$$m_o(t) = \frac{\sum_{q=t+1}^{L-1} qh(q)}{\sum_{q=t+1}^{L-1} h(q)}.$$

## Algoritmo 1 con funciones OWA

Silla	Media	OWA (1)	OWA (2)
Alg. 1 con $REF_1 = 1 -  x - y $	127	50	50
Alg. 1 con $REF_1 = 1 -  x - y ^2$	127	50	246
Alg. 1 con $REF_1 = 1 -  x - y ^{0,5}$	119	50	50
Alg. 1 con $REF_1 = (1 -  x - y )^2$	127	50	50
Alg. 1 con $REF_1 = (1 -  x - y )^{0,5}$	127	50	50

Letras	Media	OWA (1)	OWA (2)
Alg. 1 con $REF_1 = 1 -  x - y $	187	255	239
Alg. 1 con $REF_1 = 1 -  x - y ^2$	174	255	239
Alg. 1 con $REF_1 = 1 -  x - y ^{0,5}$	200	255	239
Alg. 1 con $REF_1 = (1 -  x - y )^2$	190	255	236
Alg. 1 con $REF_1 = (1 -  x - y )^{0,5}$	186	255	255

**Cuadro:** Umbralas para todas las versiones del algoritmo 1 con la aplicación de OWA.

## Algoritmo 2 con funciones OWA








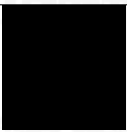

Silla	Media	OWA (1)	OWA (2)
Alg. 2 con $\varphi_1 = \varphi_2 = x$	119	50	50
Alg. 2 con $\varphi_1 = x^2$ y $\varphi_2 = x$	119	58	50
Alg. 2 con $\varphi_1 = x^{0.5}$ y $\varphi_2 = x$	103	114	172
Alg. 2 con $\varphi_1 = 1 - \sqrt{1 - x}$ y $\varphi_2 = x$	127	50	50

Letras	Media	OWA (1)	OWA (2)
Alg. 2 con $\varphi_1 = \varphi_2 = x$	121	46	85
Alg. 2 con $\varphi_1 = x^2$ y $\varphi_2 = x$	121	54	86
Alg. 2 con $\varphi_1 = x^{0.5}$ y $\varphi_2 = x$	101	136	136
Alg. 2 con $\varphi_1 = 1 - \sqrt{1 - x}$ y $\varphi_2 = x$	123	255	231

**Cuadro:** Umbrales para todas las versiones del algoritmo 2 con la aplicación de OWA.





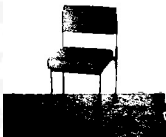
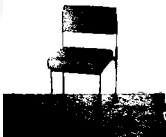


# Algoritmo 1 con funciones penalti y OWA

Media	OWA (1)	OWA (2)
		
		
		

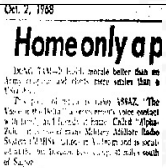
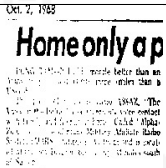
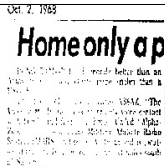

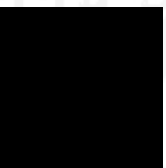

**Cuadro:** Resultados gráficos para la versión agregada del algoritmo 1 con la aplicación de OWA.

## Algoritmo 3 con funciones OWA

Silla	Media	OWA (1)	OWA (2)
<b>Alg. 3 (a)</b>			
<b>Alg. 3 (b)</b>			

**Cuadro:** Resultados gráficos para la versión agregada del algoritmo 1 con la aplicación de OWA.

## Algoritmo 3 con funciones OWA

Letras	Media	OWA (1)	OWA (2)
Alg. 3 (a)			
			

**Cuadro:** Resultados gráficos para la versión agregada del algoritmo 1 con la aplicación de OWA.

## Conclusiones y líneas futuras

## Conclusión y líneas futuras



## Conclusión y líneas futuras

- El ruido se mantiene. Utilización de filtros.

## Conclusión y líneas futuras

- El ruido se mantiene. Utilización de filtros.
- Mismo  $w$  produce el mismo resultado para imágenes con y sin ruido y con diferencias de contrastes.

## Conclusión y líneas futuras

- El ruido se mantiene. Utilización de filtros.
- Mismo  $w$  produce el mismo resultado para imágenes con y sin ruido y con diferencias de contrastes.
- La función penlati consume el doble de tiempo.



## Conclusión y líneas futuras

- El ruido se mantiene. Utilización de filtros.
- Mismo  $w$  produce el mismo resultado para imágenes con y sin ruido y con diferencias de contrastes.
- La función  $\text{penlati}$  consume el doble de tiempo.
- Las funciones de Dombi no son adecuadas directamente para *fuzzificar* conjuntos. Pregunta abierta: ¿Existe un parámetro que entrenado podría dar buenas soluciones?

## Conclusión y líneas futuras

- El ruido se mantiene. Utilización de filtros.
- Mismo  $w$  produce el mismo resultado para imágenes con y sin ruido y con diferencias de contrastes.
- La función penlati consume el doble de tiempo.
- Las funciones de Dombi no son adecuadas directamente para *fuzzificar* conjuntos. Pregunta abierta: ¿Existe un parámetro que entrenado podría dar buenas soluciones?
- Las OWA para los conjuntos difusos que representan imágenes no son buenos.

## Conclusión y líneas futuras

- El ruido se mantiene. Utilización de filtros.
- Mismo  $w$  produce el mismo resultado para imágenes con y sin ruido y con diferencias de contrastes.
- La función  $\text{penlati}$  consume el doble de tiempo.
- Las funciones de Dombi no son adecuadas directamente para *fuzzificar* conjuntos. Pregunta abierta: ¿Existe un parámetro que entrenado podría dar buenas soluciones?
- Las OWA para los conjuntos difusos que representan imágenes no son buenos.
- La OWA sin frecuencia obtiene buenos resultados para la creación del conjunto  $H$  que se utiliza en el algoritmo 3 para el cálculo de la similitud.

## Conclusión y líneas futuras

- El ruido se mantiene. Utilización de filtros.
- Mismo  $w$  produce el mismo resultado para imágenes con y sin ruido y con diferencias de contrastes.
- La función penlati consume el doble de tiempo.
- Las funciones de Dombi no son adecuadas directamente para *fuzzificar* conjuntos. Pregunta abierta: ¿Existe un parámetro que entrenado podría dar buenas soluciones?
- Las OWA para los conjuntos difusos que representan imágenes no son buenos.
- La OWA sin frecuencia obtiene buenos resultados para la creación del conjunto  $H$  que se utiliza en el algoritmo 3 para el cálculo de la similitud.
- Pregunta abierta: ¿Problemas en la creación de los OWA cuando se tiene que  $h(q) = h(q')$ ?

## Conclusión y líneas futuras

- El ruido se mantiene. Utilización de filtros.
- Mismo  $w$  produce el mismo resultado para imágenes con y sin ruido y con diferencias de contrastes.
- La función penlati consume el doble de tiempo.
- Las funciones de Dombi no son adecuadas directamente para *fuzzificar* conjuntos. Pregunta abierta: ¿Existe un parámetro que entrenado podría dar buenas soluciones?
- Las OWA para los conjuntos difusos que representan imágenes no son buenos.
- La OWA sin frecuencia obtiene buenos resultados para la creación del conjunto  $H$  que se utiliza en el algoritmo 3 para el cálculo de la similitud.
- Pregunta abierta: ¿Problemas en la creación de los OWA cuando se tiene que  $h(q) = h(q')$ ?

# Segmentación de imágenes a través de lógica difusa y funciones REF, de Dombi y penalti

Iñigo Aguas Ardaiz

Humberto Bustince Sola

Fco. Javier Fernández Fernández

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Informática

E.T.S. de Ing. Industrial, Informática y de Telecomunicación

Universidad Pública de Navarra

25 de junio de 2015