

УДК 512.547.214

ПОИСК КОНЕЧНЫХ ГРУПП С ПОЧТИ БОЛЬШОЙ СТЕПЕНЬЮ НЕПРИВОДИМОГО ХАРАКТЕРА В СИСТЕМЕ GAP

А.В. Иванова, С.С. Поисеева

Научный руководитель – **С.С. Поисеева**, канд. физ.-мат.
наук, доцент

Северо-Восточный федеральный университет

Работа посвящена поиску конечных групп G порядка больше трех со степенью неприводимого характера θ , что $2\theta(1)^2 < |G| \leq 3\theta(1)^2$ с помощью системы GAP.

Ключевые слова: конечные группы, характер конечных групп, степень неприводимого характера конечных групп.

FINDING FINITE GROUPS WITH AN ALMOST LARGE DEGREE IRREDUCIBLE CHARACTER IN GAP

A.V. Ivanova, S.S. Poiseeva

Scientific Supervisor – **S.S. Poiseeva**, Candidate of Physics and
Mathematics, Associate Professor

North-Eastern Federal University

The paper examines the search for finite groups of order greater than three with a degree of irreducible character that $2\theta(1)^2 < |G| \leq 3\theta(1)^2$ using the system GAP.

Keywords: finite groups, characters of finite groups, irreducible character degree of finite groups.

Пусть G – конечная группа и $|G| > 3$ с неприводимым представлением над полем комплексных чисел с характером θ . Как известно по двум соотношениям ортогональности сумма квадратов степеней неприводимых характеров равна порядку группы, причем порядок всякой конечной группы строго больше квадрата степени любого ее неприводимого характера. Однако, в [1] были определены и изучены группы G порядка больше двух, обладающие неприводимым характером θ таким, что, $2\theta(1)^2 \geq |G|$, которые были названы группами с большим неприводимым характером, т.е. $LC(\theta)$ -группами.

А в [2] были определены конечные группы с почти большим неприводимым характером, т.е. конечные группы порядка больше 3, обладающие таким неприводимым характером θ , что $3\theta(1)^2 \geq |G| > 2\theta(1)^2$, которые были названы $ALC(\theta)$ -группами (от английского “Almost_Large_Character”).

Цель настоящей статьи – поиск конечных $ALC(\theta)$ -групп небольших порядков и построение их таблиц характеров с помощью системы GAP.

Для того, чтобы найти группы с почти большой степенью неприводимого характера, воспользуемся программой:

```
n:=1600;
for i in [4..n] do
l:=AllSmallGroups(Size,i);;
list:=List(l,CharacterDegrees);;
for j in [1..Length(list)] do
b:=false;
for object in list[j] do
if object[1]*object[1]*3>=i and object[1]*object[1]*2<i then
b:=true;
fi;
od;
if b=true then
Print(StructureDescription(l[j]), " ", object[1], " ", i, "\n");
fi;
od;
od;
```

где i – порядок группы, $object[1]$ – наибольшая степень характера.

Всего с 4 порядка по 1600 порядка мы получили 394 группы, удовлетворяющие определению $ALC(\theta)$ -группы, и для этих групп имеются 23 разных степеней характера такие, как 2, 3, ..., 16, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 26, 27. В итоге при $n=1600$, получаем, что только 63 порядка удовлетворяют условию групп с почти большим неприводимым характером. У групп, имеющих порядки 1176, 1200 и 1512, нашлись по

два характера, удовлетворяющие нашему условию. А именно у групп порядка 1176 – это характеры со степенями 21 и 24, у группы порядка 1200 – 20 и 24, а у группы порядка 1512 – 24 и 27. Наибольшее число групп содержит порядок 192, а именно 66 групп. Заметим также, что наименьшая степень неприводимого характера в полученной нами таблице равна 2, а наибольшая – 27.

Замечание. Система GAP не смогла проверить группы, имеющие порядки: 256, 356, 384, 512, 640, 768, 896, 960, 1024, 1152, 1280, 1344, 1408, 1536.

Представим таблицы характеров некоторых $ALC(\Theta)$ -групп с неприводимым характером Θ степени p (p – простое число).

$$1. G = C_7 \rtimes C_3$$

$$|G| = 21 = 3 \cdot 7,$$

$$\Theta(1) = 3, \text{ где } a = \varepsilon_3^2 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}, b = \varepsilon_7 + \varepsilon_7^2 + \varepsilon_7^4 = \frac{-1-\sqrt{7}}{2}$$

Таблица №1:

	$ G $ 1A	3 3A	7 7A	3 3B	7 7B
χ_1	1	1	1	1	1
χ_2	1	a	1	\bar{a}	1
χ_3	1	\bar{a}	1	a	1
χ_4	3	0	b	0	\bar{b}
χ_5	3	0	\bar{b}	0	b

$$2. G = S_7$$

$$|G| = 24 = 2^3 \cdot 3,$$

$$\Theta(1) = 3, \text{ где } a = \varepsilon_3^2 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$$

Таблица №2:

	$ G $ 1A	4 2A	3 3A	8 2B	4 4A
χ_1	1	1	1	1	1
χ_2	1	-1	1	1	-1
χ_3	2	0	-1	2	0
χ_4	3	-1	0	-1	1
χ_5	3	1	0	-1	-1

$$3. G = (C_3 \times C_3) \rtimes C_3$$

$$|G| = 27 = 3^3,$$

$$\Theta(1) = 3, \text{ где } a = \varepsilon_3^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}, \quad b = 3\varepsilon_3^2 = \frac{-3-3\sqrt{-3}}{2},$$

Таблица №3:

	G 1A	9 3A	9 3B	G 3C	9 3D	9 3E	9 3F	G 3G	9 3H	9 3I	9 3J
χ_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
χ_2	1	1	a	1	1	a	\bar{a}	1	a	\bar{a}	\bar{a}
χ_3	1	1	\bar{a}	1	1	\bar{a}	a	1	\bar{a}	a	a
χ_4	1	a	1	1	\bar{a}	a	1	1	\bar{a}	a	\bar{a}
χ_5	1	\bar{a}	1	1	a	\bar{a}	1	1	a	\bar{a}	a
χ_6	1	a	a	1	\bar{a}	\bar{a}	\bar{a}	1	1	1	a
χ_7	1	\bar{a}	\bar{a}	1	a	a	a	1	1	1	\bar{a}
χ_8	1	a	\bar{a}	1	\bar{a}	1	a	1	a	\bar{a}	1
χ_9	1	\bar{a}	a	1	a	1	\bar{a}	1	\bar{a}	a	1
χ_{10}	3	0	0	b	0	0	0	\bar{b}	1	1	1
χ_{11}	3	0	0	\bar{b}	0	0	0	b	1	1	1

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Казарин Л.С.* О конечных группах с большой степенью неприводимого характера / Л.С. Казарин, С.С. Поисеева // Моделирование и анализ информационных систем. – Якутск, 2015. – С. 483-499.
2. *Никитина А.А.* О группах с почти большим характером/ А.А. Никитина // Семьдесят вторая всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием: Сборник материалов конф. Ярославль, 24 апреля 2019 г. Часть 1 [Электронный ресурс] / ЯГТУ. — Ярославль, 2019. – С.554-556.
3. *GAP – Groups, Algorithms and Programming, Version 4.9.1.* / Aachen, St. Andrews. - 2008. – Режим доступа: <http://www.Gap-system.org>.
4. *Богопольский О.В.* Введение в теорию групп / О.В. Богопольский, Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 148 с.
5. *Кострикин А.И.* Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры: учебник для вузов / А.И. Кострикин. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 272 с.