

Лабораторная работа № 5

Имитационное моделирование

Королев И.А.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Королев Иван Андреевич
- Студент, НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов

Цель работы

Построение модели эпидемии (SIR) в xcos, с помощью блока Modelica и в OpenModelica.

Задание

1. Необходимо реализовать модель эпидемии в xcos
2. Необходимо реализовать модель эпидемии с помощью блока Modelica в xcos
3. Выполнить упражнение построения модели эпидемии в OpenModelica
4. Задание для самостоятельного выполнения. Требуется:
 - реализовать модель SIR с учётом процесса рождения / гибели особей в xcos (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica;
 - построить графики эпидемического порога при различных значениях параметров модели (в частности изменяя параметр μ);
 - сделать анализ полученных графиков в зависимости от выбранных значений параметров модели.

Теоретическое введение

Модель SIR предложена в 1927 г. (W. O. Kermack, A. G. McKendrick). С описанием модели можно ознакомиться, например в [1]. Предполагается, что особи популяции размера N могут находиться в трёх различных состояниях: * S (susceptible, уязвимые) — здоровые особи, которые находятся в группе риска и могут подхватить инфекцию; * I (infective, заражённые, распространяющие заболевание) — заразившиеся переносчики болезни; * R (recovered/removed, вылечившиеся) — те, кто выздоровел и перестал распространять болезнь (в эту категорию относят, например, приобретших иммунитет или умерших). Внутри каждой из выделенных групп особи считаются неразличимыми по свойствам.

Выполнение лабораторной работы

Реализация модели эпидемии в xcos

Зафиксируем начальные данные: $\beta = 1$, $\nu = 0,3$, $s(0) = 0,999$, $i(0) = 0,001$, $r(0) = 0$.

Реализация модели эпидемии в xcos

В меню моделирования устанавливаем переменные окружения

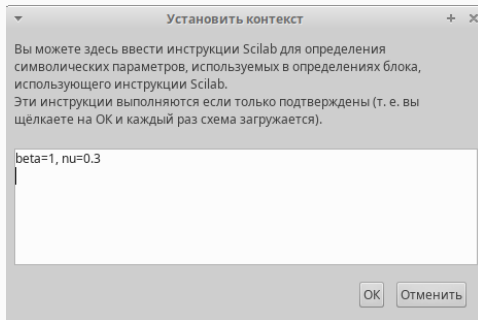


Рис. 1: beta, nu

Реализация модели эпидемии в xcos

Для реализации модели потребуется: * CLOCK_c — запуск часов модельного времени; * CSCOPE — регистрирующее устройство для построения графика; * TEXT_f — задаёт текст примечаний; * MUX — мультиплексер, позволяющий в данном случае вывести на графике сразу несколько кривых; * INTEGRAL_m — блок интегрирования * GAINBLK_f — в данном случае позволяет задать значения коэффициентов β и ν ; * SUMMATION — блок суммирования; * PROD_f — поэлементное произведение двух векторов на входе блока.

Реализация модели эпидемии в xcos

Добавляем эти блоки из палитры инструментов и строим с их помощью данную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t), \end{cases}$$

где β – скорость заражения, ν – скорость выздоровления.

Реализация модели эпидемии в xcos

Реализация модели эпидемии в Xcos

Реализованная модель эпидемии. Выходы трёх блоков интегрирования соединяем с мультиплексором

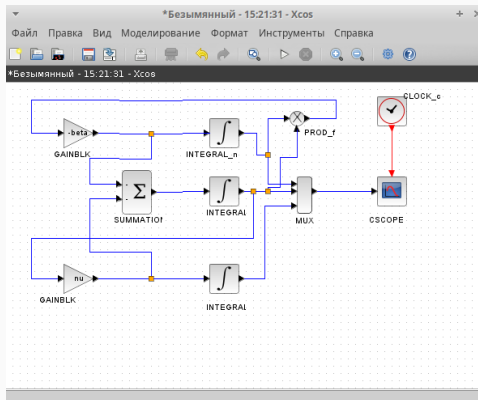


Рис. 2: Реализованная модель эпидемии

Реализация модели эпидемии в xcos

В параметрах верхнего блока интегрирования задаем значения $s(0) = 0,999$, который отвечает за здоровых особей.

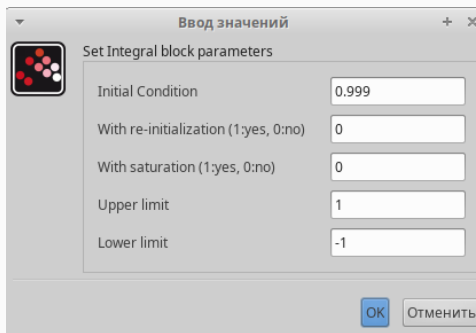


Рис. 3: Начальные значения для верхнего блока интегрирования

Реализация модели эпидемии в xcos

В параметрах среднего блока интегрирования задаем значения $i(0) = 0,001$, который отвечает за переносчиков болезни.

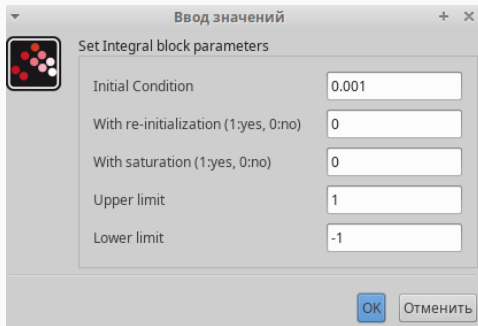


Рис. 4: Начальные значения для среднего блока интегрирования

Реализация модели эпидемии в xcos

В нижнем блоке интегрирования начальные значения по умолчанию заданы нулю, как в нашем условии. Данная часть отвечает за тех, кто имеет иммунитет.

Реализация модели эпидемии в xcos

Далее, устанавливаем конечное время интегрирования. Оно равно 30

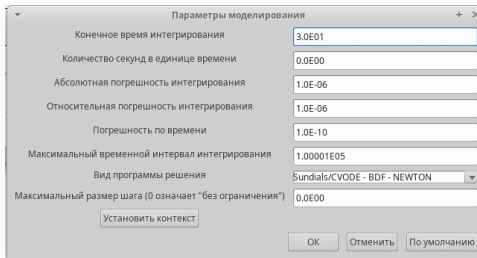
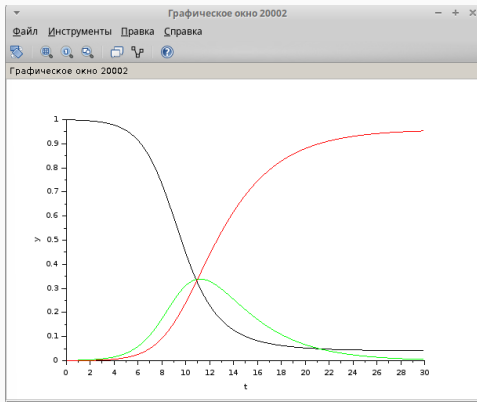


Рис. 5: Конечное время интегрирования

Реализация модели эпидемии в xcos

Реализация модели эпидемии в xcos

Результат моделирования представлен, где черной линией обозначен график $s(t)$ (динамика численности уязвимых к болезни особей), красная линия $r(t)$ — динамику численности выздоровевших особей, наконец, зеленая линия $i(t)$ — динамику численности заражённых особей. Пересечение трёх линий определяет порог эпидемии.



Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcoss

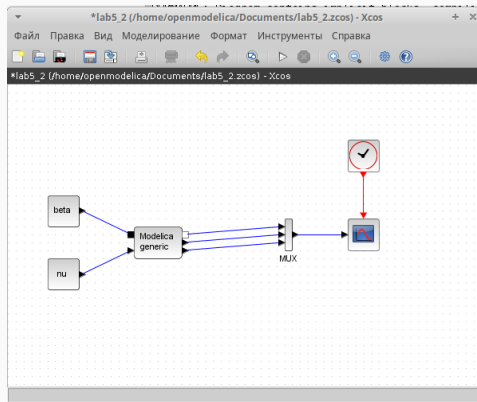
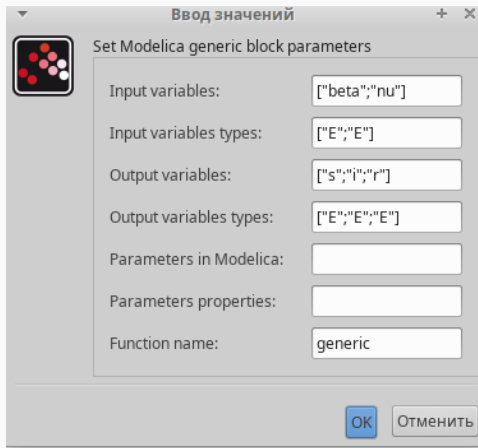


Рис. 7: Модель эпидемии

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

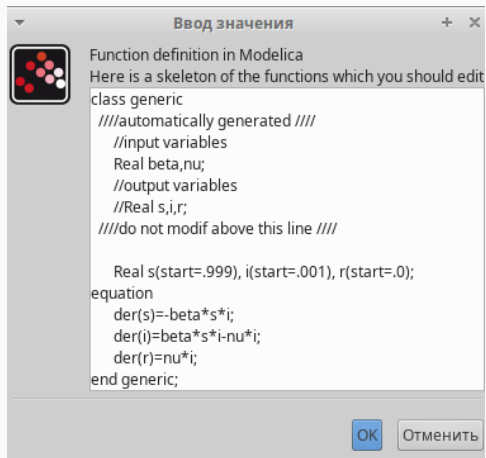
Указываем параметры для блока реализации. Переменные на входе ("beta", "nu") и выходе ("s", "i", "r") блока заданы как внешние ("E").



Задаем переменные β , μ .

Указываем начальные значения для s , i , r и пишем систему уравнения.

Задаем переменные beta, nu. Указываем начальные значения для s, i, r и пишем систему уравнения.



Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Результат работы модели. Он идентичен с реализацией в xcos.

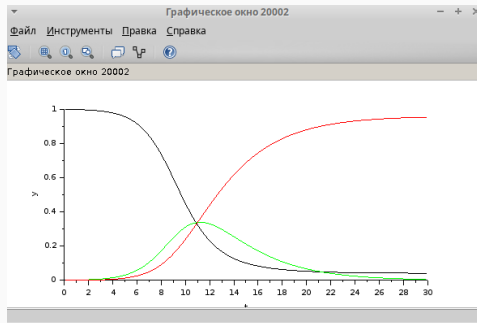
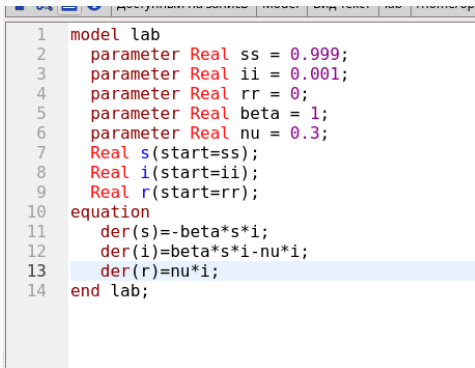


Рис. 9: Модель эпидемии Modelica

Выполнение упражнения построения модели эпидемии в OpenModelica

Выполнение упражнения построения модели эпидемии в OpenModelica

Задаем все начальные параметры с помощью parameter Real, как было в реализациях xcos. Записываем систему уравнения, реализация очень сильно схожа с реализацией с помощью блока Modelica в xcos

The image shows a screenshot of the OpenModelica code editor. The code is written in a text area with line numbers on the left. The code defines a model named 'lab' with several parameters and state variables. The parameters are 'ss', 'ii', 'rr', 'beta', and 'nu', all of type 'Real'. The state variables are 's', 'i', and 'r', also of type 'Real'. The initial values for 's', 'i', and 'r' are set to 'ss', 'ii', and 'rr' respectively. The equations define the derivatives of 's', 'i', and 'r' based on the parameters and the state variables. The line 'der(r)=nu*i;' is highlighted with a light blue background.

```
1 model lab
2   parameter Real ss = 0.999;
3   parameter Real ii = 0.001;
4   parameter Real rr = 0;
5   parameter Real beta = 1;
6   parameter Real nu = 0.3;
7   Real s(start=ss);
8   Real i(start=ii);
9   Real r(start=rr);
10  equation
11    der(s)=-beta*s*i;
12    der(i)=beta*s*i-nu*i;
13    der(r)=nu*i;
14  end lab;
```

Рис. 10: Реализация модели эпидемии в OpenModelica

Выполнение упражнения построения модели эпидемии в OpenModelica

Выполнение упражнения построения модели эпидемии в OpenModelica

Результат модели. Результат идентичен с построением с помощью других способов, значит все выполнено правильно.

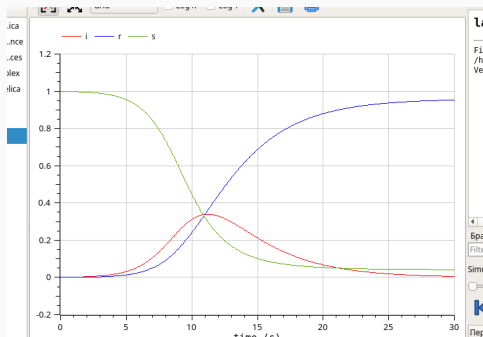


Рис. 11: Модель эпидемии в OpenModelica

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация с
помощью xcos

Необходимо реализовать такую же модель эпидемии, только с учётом процесса рождения / гибели особей в xcoss (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica.

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация с
помощью xcOS

Так выглядит система уравнения:

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t) + \mu(N - s(t)); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t) - \mu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t) - \mu r(t), \end{cases}$$

где μ — константа, которая равна коэффициенту смертности и рождаемости.

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация с
помощью xcOS

Задание для самостоятельного выполнения. Реализация с помощью xcos

Реализуем эту модель в xcos. Тут нам понадобятся три блока суммирования и 4 блока констант (добавляется константа ν).

В меню моделирования
устанавливаем переменные
окружения.

В меню моделирования устанавливаем переменные окружения.

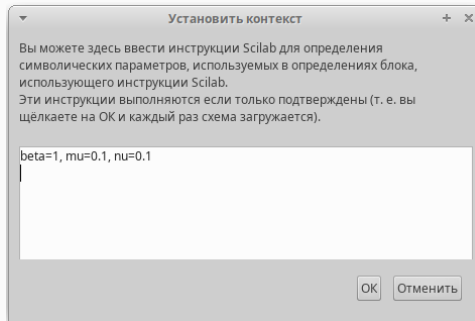


Рис. 12: Переменные окружения

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация с
помощью xcOS

Задание для самостоятельного выполнения. Реализация с помощью xcos

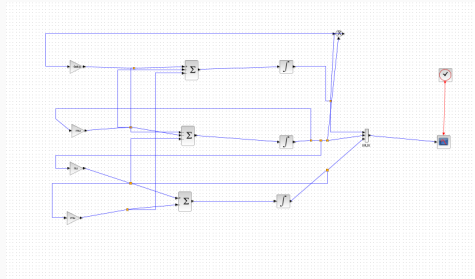


Рис. 13: Реализация модели эпидемии с учетом процесса рождения / гибели особей с помощью xcos

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация с
помощью xcOS

Задание для самостоятельного выполнения. Реализация с помощью xcos

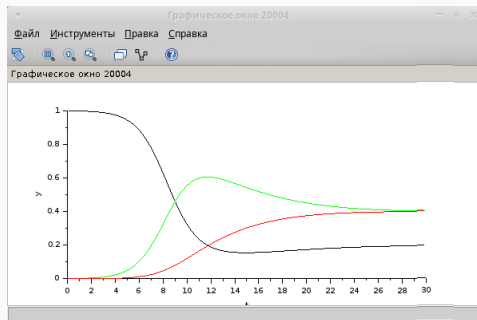


Рис. 14: Модель эпидемии при $\beta=1$, $\nu=0.1$, $\mu=0.1$

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация с
помощью блока Modelica в xcos

Задание для самостоятельного выполнения. Реализация с помощью блока Modelica в xcos

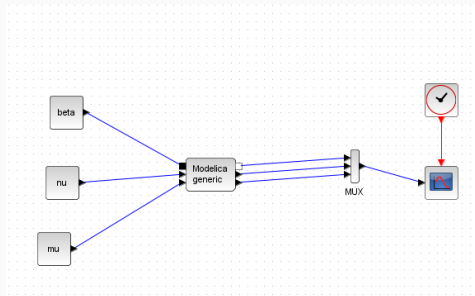


Рис. 15: Реализация модели эпидемии с учетом процесса рождения / гибели особей с помощью блока Modelica в xcos

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация с
помощью блока Modelica в xcos

Задание для самостоятельного выполнения. Реализация с помощью блока Modelica в xcos

Переменные на входе (“beta”, “nu”, “mu”) и выходе (“s”, “i”, “r”) блока заданы как внешние (“E”).

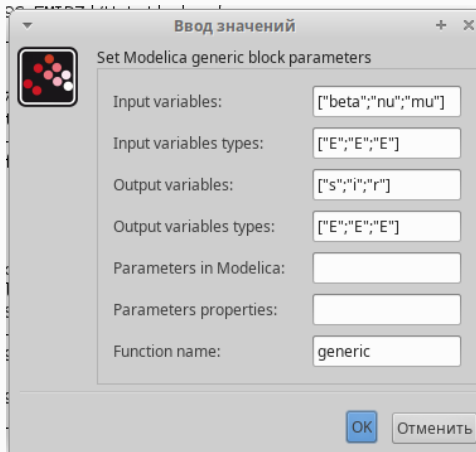
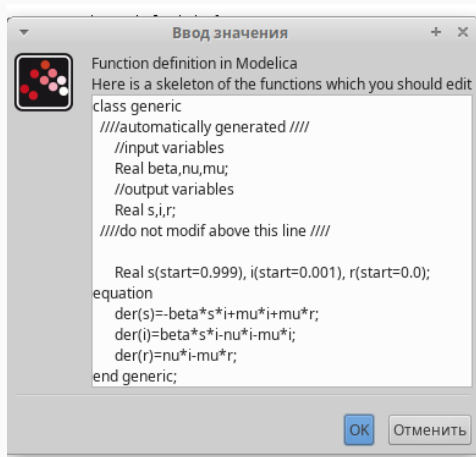


Рис. 16: Параметры блока реализации

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация с
помощью блока Modelica в xcos

Задание для самостоятельного выполнения. Реализация с помощью блока Modelica в xcos

Задаем переменные beta, nu, mu. Указываем начальные значения для s, i, r и пишем систему уравнения.



Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация с
помощью блока Modelica в xcos

Задание для самостоятельного выполнения. Реализация с помощью блока Modelica в xcos

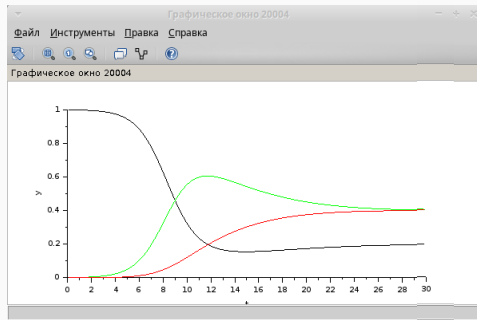


Рис. 18: Модель эпидемии при $\beta=1$, $\nu=0.1$, $\mu=0.1$

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация в
OpenModelica

Задание для самостоятельного выполнения. Реализация в OpenModelica

```
1  model lab
2    parameter Real ss = 0.999;
3    parameter Real ii = 0.001;
4    parameter Real rr = 0;
5    parameter Real beta = 1;
6    parameter Real nu = 0.1;
7    parameter Real mu = 0.1;
8    Real s(start=ss);
9    Real i(start=ii);
10   Real r(start=rr);
11   equation
12     der(s)=-beta*s*i+mu*i+mu*r;
13     der(i)=beta*s*i-nu*i-mu*i;
14     der(r)=nu*i-mu*r;
15   end lab;
```

Рис. 19: Реализация модели с учетом процесса рождения / гибели особей эпидемии в OpenModelica

Задание для самостоятельного
выполнения. Реализация в
OpenModelica

Задание для самостоятельного выполнения. Реализация в OpenModelica

Результат модели. Результат идентичен с построением с помощью других способов, значит все выполнено правильно.

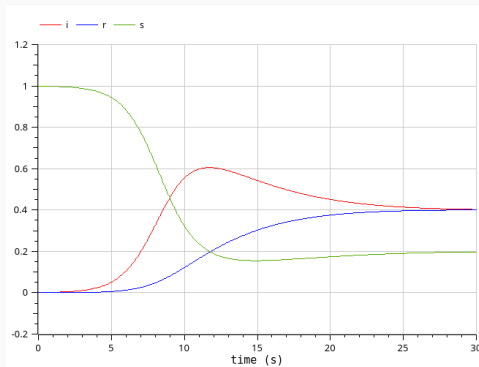
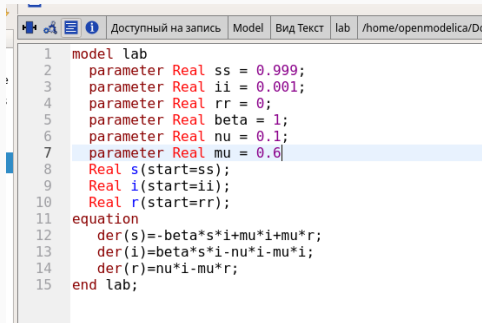


Рис. 20: Модель эпидемии с учетом процесса рождения / гибели особей в OpenModelica

Результаты на различных
параметрах.

Результаты на различных параметрах.

При $\mu=0.6$, $\nu=0.1$, $\beta=1$



The screenshot shows a code editor window with a toolbar at the top containing icons for file operations, search, and help. The window title bar includes the text 'Доступный на запись', 'Model', 'Вид Текст', 'lab', and the file path '/home/openmodelica/Dc'. The code is as follows:

```
1 model lab
2   parameter Real ss = 0.999;
3   parameter Real ii = 0.001;
4   parameter Real rr = 0;
5   parameter Real beta = 1;
6   parameter Real nu = 0.1;
7   parameter Real mu = 0.6;
8   Real s(start=ss);
9   Real i(start=ii);
10  Real r(start=rr);
11  equation
12    der(s)=-beta*s*i+mu*i+mu*r;
13    der(i)=beta*s*i-nu*i-mu*i;
14    der(r)=nu*i-mu*r;
15  end lab;
```

Рис. 21: Результаты на различных параметрах.

Результаты на различных
параметрах.

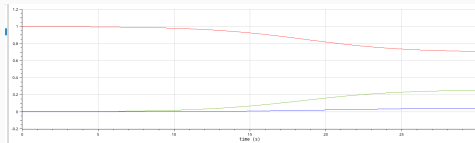
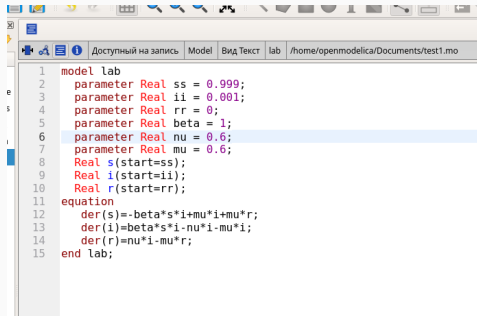


Рис. 22: Результаты на различных параметрах.

Результаты на различных
параметрах.

Результаты на различных параметрах.

При $\mu=0.6$, $\nu=0.6$, $\beta=1$



```
1 model lab
2   parameter Real ss = 0.999;
3   parameter Real ii = 0.001;
4   parameter Real rr = 0;
5   parameter Real beta = 1;
6   parameter Real nu = 0.6;
7   parameter Real mu = 0.6;
8   Real s(start=ss);
9   Real i(start=ii);
10  Real r(start=rr);
11  equation
12    der(s)=-beta*s*i+mu*i+mu*r;
13    der(i)=beta*s*i-nu*i-mu*i;
14    der(r)=nu*i-mu*r;
15  end lab;
```

Рис. 23: Результаты на различных параметрах.

Результаты на различных
параметрах.

Результаты на различных параметрах.

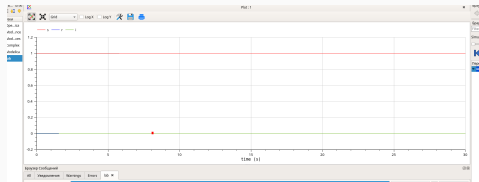


Рис. 24: Результаты на различных параметрах.

Результаты на различных
параметрах.

Исходя из анализа графиков, можно сделать вывод, что чем выше значение любого из параметров, тем быстрее система достигает стационарного состояния. При высоком коэффициенте заражения β система быстро проходит через пик развития эпидемии и достигает стационарного состояния.

Выводы

Построил модели эпидемии (SIR) в xcos, с помощью блока Modelica и в OpenModelica.

Список литературы
