

Научная проблема проекта «Электрический пробой»

Разработка алгоритма моделирования электрического пробоя

Королёв Иван Андреевич , Кудряшов Артём Николаевич , Оганнисян Давит Багратович , Шуплецов Александр Андреевич , Мугари Абдерахим.

07 апреля 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Кулябов Дмитрий Сергеевич
- д.ф.-м.н., профессор
- профессор кафедры прикладной информатики и теории вероятностей
- Российский университет дружбы народов
- kulyabov-ds@rudn.ru
- <https://yamadharma.github.io/ru/>



- Кудряшов Артём Николаевич
- Студент третьего курса
- фундаментальная информатика и информационные технологии
- Российский университет дружбы народов
- 1132226433@rudn.ru

- На данном этапе группового проекта рассматривается разработка алгоритмов для численного моделирования электрического пробоя в диэлектриках.

Электрический пробой играет ключевую роль в электротехнике, материаловедении и физике твердого тела. Его моделирование позволяет:

- Анализировать условия возникновения пробоя.
- Оптимизировать свойства диэлектрических материалов.
- Прогнозировать поведение электрических систем в экстремальных условиях.

- Разработать алгоритм для численного моделирования электрического пробоя, пригодный для программной реализации.

- Преобразовать физические уравнения в численные формы.
- Выбрать оптимальные численные методы.
- Описать пошаговый алгоритм моделирования.
- Учесть условия возникновения пробоя.
- Подготовить основу для программной реализации.

- **Электрический пробой** — физическое явление, при котором диэлектрик теряет изолирующие свойства под воздействием сильного электрического поля, что приводит к резкому увеличению проводимости.
- **Алгоритм** — последовательность шагов, систематизирующая решение задачи для достижения воспроизводимых результатов.

Алгоритм моделирования электрического пробоя состоит из нескольких этапов, каждый из которых решает конкретную задачу в процессе перехода от физической модели к вычислительной реализации.

Шаг 1: Инициализация параметров среды

На первом этапе задаются начальные условия и параметры системы, которые определяют достоверность моделирования.

Физические параметры:

- **Диэлектрическая проницаемость ϵ :** Характеризует способность материала поляризоваться в электрическом поле.
- **Начальная плотность заряда ρ_0 :** Определяет исходное распределение зарядов в диэлектрике.
- **Граничные условия:** Например, условия Дирихле ($\varphi = V_0$ на электродах) или Неймана ($\partial\varphi/\partial n = 0$ на изолированных границах).
- **Начальное распределение потенциала φ_0 и поля E_0 .**

Расчетная область:

- Геометрия (например, 2D: $L_x \times L_y$).
- Пространственная сетка с шагами dx, dy (например, $dx = dy = 0.01$ мм).

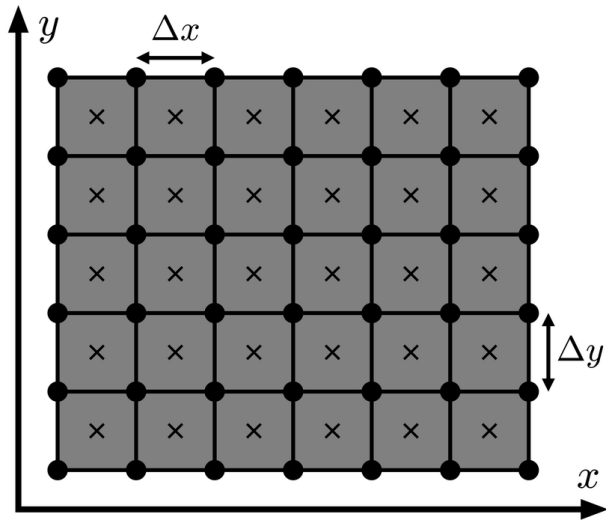


Рис. 1: Схема расчётной области

Шаг 2: Решение уравнения Пуассона

Этот этап вычисляет распределение электрического потенциала в системе.

Уравнение:

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1)$$

Где:

- φ — электрический потенциал,
- ρ — плотность заряда,
- ε — диэлектрическая проницаемость.

Шаг 2: Решение уравнения Пуассона

Численный метод:

- Метод конечных разностей:

$$\frac{\varphi_{i+1,j} + \varphi_{i-1,j} + \varphi_{i,j+1} + \varphi_{i,j-1} - 4\varphi_{i,j}}{h^2} = -\frac{\rho_{i,j}}{\varepsilon_{i,j}} \quad (2)$$

\$\$

- Итерационные методы: Якоби, Гаусс-Зейдель или метод сопряженных градиентов

Граничные условия:

- $\varphi = V_0$ на электродах.
- $\partial\varphi/\partial n = 0$ на изолированных границах.

Шаг 3: Вычисление электрического поля

Электрическое поле рассчитывается на основе потенциала

Формула:

$$E = -\nabla\varphi$$

Дискретизация (для 2D):

- $E_x = -\frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{2\Delta x},$
- $E_y = -\frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}}{2\Delta y}.$

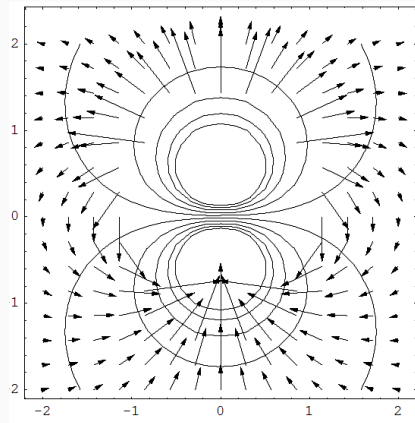


Рис. 2: Векторное поле электрического потенциала

Шаги:

1. Решить уравнение Пуассона для получения $\varphi(t)$.
2. Вычислить компоненты поля E_x, E_y .
3. Обновить массив значений поля.

Шаг 4: Моделирование движения носителей заряда

На этом этапе учитывается динамика зарядов в электрическом поле.

Уравнение движения:

$$m \frac{dv}{dt} = qE - \nu v \quad (3)$$

Где:

- m — масса носителя,
- q — заряд,
- ν — коэффициент сопротивления среды.

Шаг 4: Моделирование движения носителей заряда

Численный метод:

- **Метод Эйлера:** Для обновления скорости и положения частиц
- **Метод Монте-Карло:** Учет случайных процессов (например, ионизация):
 1. Расчет свободного пробега.
 2. Генерация случайных событий.
 3. Корректировка траекторий.

Результат:

- Траектории носителей заряда.
- Зоны ионизации.

Шаг 5: Решение уравнения непрерывности

Этот этап описывает сохранение заряда в системе.

Уравнение:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot j = 0$$

Где $j = \sigma E$ — плотность тока, σ — проводимость.

Численная реализация:

- Дискретизация:

$$\frac{\rho_{i,j}^{n+1} - \rho_{i,j}^n}{\Delta t} + \nabla \cdot j = 0 \quad (4)$$

\$\$

- Итерационное обновление ρ .

Шаг 6: Обработка условий пробоя

Критерий:

- $E > E_{crit}$ (например, $E_{crit} = 3$ МВ/м для воздуха).

Действия:

1. Проверка значения E в каждой точке сетки
2. Фиксация:
 - Координаты точки пробоя.
 - Время пробоя.
 - Параметры среды.

Варианты:

- Остановка расчета при достижении пробоя.
- Продолжение моделирования для анализа стримерного режима.

Погрешности:

- Ошибки дискретизации (зависят от $\Delta x, \Delta t$).
- Накопление ошибок в итерациях.

Устойчивость:

- Условие сходимости численных методов.
- Оптимизация шага по времени (условие Куранта).

Тестирование:

- Сравнение с аналитическими решениями.
- Валидация на тестовых задачах.

Блок-схема алгоритма

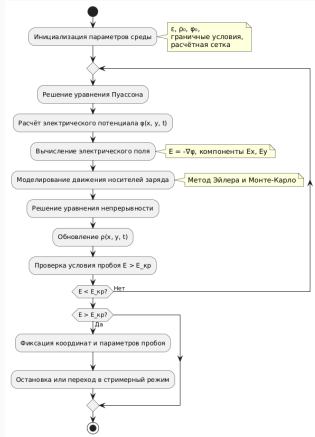


Рис. 3: Блок-схема алгоритма моделирования электрического пробоя

Вывод

Разработан полный алгоритм моделирования электрического пробоя, включающий инициализацию параметров, численное решение ключевых уравнений и обработку условий пробоя. Алгоритм готов к программной реализации и дальнейшему тестированию для анализа поведения диэлектриков в экстремальных условиях.