

Групповой проект. Этап 4

**Защита проекта. Коллективное обсуждение результата проекта,
самооценка деятельности**

Королёв Иван Андреевич
Кудряшов Александр Николаевич
Оганнисян Давит Багратович
Шуплецов Андрей Алексеевич
Мугари Абдеррахим

Содержание

1	Введение	7
1.1	Актуальность	7
1.2	Объект и предмет исследования	7
1.3	Цель	8
1.4	Задачи	8
2	Теоретическое описание задачи	9
2.1	Определения	9
2.2	Основные понятия и уравнения	9
2.2.1	Образование стримеров	9
2.2.2	Механизмы пробоя	10
2.2.3	Уравнение Пуассона	10
2.2.4	Уравнения движения заряженных частиц	11
2.2.5	Уравнение непрерывности	11
2.2.6	Модель ионизации (модель Тауна)	11
2.2.7	Определение критического напряжения	12
3	Описание алгоритма	13
3.1	Шаг 1: Инициализация параметров среды	13
3.1.1	Физические параметры:	13
3.1.2	Расчетная область:	13
3.1.3	Пример:	14
3.2	Шаг 2: Решение уравнения Пуассона	14
3.2.1	Уравнение:	14
3.2.2	Численный метод:	14
3.2.3	Граничные условия:	15
3.3	Шаг 3: Вычисление электрического поля	15
3.3.1	Формула:	15
3.3.2	Шаги:	16
3.4	Шаг 4: Моделирование движения носителей заряда	16
3.4.1	Уравнение движения:	16
3.4.2	Численный метод:	17
3.4.3	Результат:	17
3.5	Шаг 5: Решение уравнения непрерывности	17
3.5.1	Уравнение:	17
3.5.2	Численная реализация:	17

3.6	Шаг 6: Обработка условий пробоя	17
3.6.1	Критерий:	17
3.6.2	Действия:	17
3.6.3	Варианты:	18
3.7	Шаг 7: Анализ устойчивости и точности	18
3.7.1	Погрешности:	18
3.7.2	Устойчивость:	18
3.7.3	Тестирование:	18
4	Программная реализация	20
4.1	Язык и инструменты	20
4.2	Модуль инициализации	20
4.3	Модуль решения уравнения Пуассона	21
4.4	Модуль расчета электрического поля	22
4.5	Модуль уравнения непрерывности	22
4.6	Модуль проверки пробоя	22
4.7	Основной цикл моделирования	23
4.8	Модуль визуализации	23
5	Защита проекта. Коллективное обсуждение результатов проекта	24
5.1	Презентация результатов	24
5.2	Обсуждение результатов	28
5.2.1	Достижения проекта	28
5.2.2	Оценка выполнения задач	29
5.2.3	Выявленные проблемы и ограничения	31
5.2.4	Направления дальнейшего развития	31
6	Самооценка деятельности	33
6.1	Личный вклад участников	33
6.1.1	Разработка теоретической модели:	33
6.1.2	Создание алгоритма:	33
6.1.3	Программная реализация:	33
6.1.4	Анализ результатов:	34
6.1.5	Подготовка документации:	34
6.2	Приобретенные знания и навыки	34
6.2.1	Теоретические знания:	34
6.2.2	Практические навыки:	34
6.2.3	Командные навыки:	34
6.2.4	Презентационные навыки:	35
6.3	Эффективность командной работы	35
6.3.1	Организация работы	35
6.3.2	Коммуникация	35
6.3.3	Сроки выполнения	35

6.4	Удовлетворенность результатами	36
6.4.1	Положительные аспекты:	36
6.4.2	Области для улучшения:	36
7	Выводы	37
	Список литературы	38

Список иллюстраций

3.1	Схема расчётной области	14
3.2	Векторное поле электрического потенциала	16
3.3	Блок-схема алгоритма моделирования электрического пробоя . .	19
5.1	Схема расчётной области	25
5.2	Векторное поле электрического потенциала	26
5.3	Блок-схема алгоритма моделирования электрического пробоя . .	27
5.4	Электрический пробой	28

Список таблиц

5.1	Оценка выполнения поставленных задач	30
-----	--	----

1 Введение

1.1 Актуальность

Электрический пробой — это явление резкого увеличения проводимости диэлектрика при достижении критического напряжения. При этом происходит лавинное размножение носителей заряда, что приводит к быстрому снижению сопротивления материала и переходу его из изолятора в проводник.

Изучение электрического пробоя важно для различных областей, таких как: - Электроэнергетика и линии передачи энергии - Высоковольтное оборудование - Электронные и силовые установки

Понимание процессов пробоя позволяет: - Разрабатывать материалы с повышенной устойчивостью - Оптимизировать конструктивные решения - Предотвращать аварийные ситуации за счёт контроля над критическими режимами работы

1.2 Объект и предмет исследования

Объектом нашего исследования является электрический пробой в диэлектриках и формирование стримерных структур.

1.3 Цель

Целью проекта является: - Разработка алгоритма для численного моделирования электрического пробоя - Реализация модели в виде рабочего программного комплекса - Проведение вычислительных экспериментов по моделированию процесса пробоя

1.4 Задачи

В ходе работы над проектом были поставлены следующие задачи: - Преобразовать физические уравнения в численные формы - Выбрать оптимальные численные методы - Описать пошаговый алгоритм моделирования - Учесть условия возникновения пробоя - Разработать программную реализацию алгоритма - Провести анализ полученных результатов

2 Теоретическое описание задачи

2.1 Определения

Электрический пробой — физическое явление, при котором диэлектрик теряет изолирующие свойства под воздействием сильного электрического поля, что приводит к резкому увеличению проводимости.

Стример — слабосветящийся проводящий канал, образующийся при электрическом разряде в газах или диэлектриках.

2.2 Основные понятия и уравнения

2.2.1 Образование стримеров

Развитие электрического разряда проходит через несколько этапов:

1. **Коронный разряд** — при относительно низком напряжении возникает синевато-фиолетовое свечение на участках электродов с сильным полем.
2. **Стримерная структура** — при дальнейшем увеличении напряжения образуются слабосветящиеся проводящие каналы (стримеры), которые могут разветвляться.

Согласно модели НПВ, рост стримеров определяется локальным электрическим полем, а вероятность роста ветви может аппроксимироваться зависимостью:

$$p(E) \sim E^\eta$$

где η — показатель роста.

3. **Лидерное образование** — при определённых условиях стримеры превращаются в лидерные каналы с очень высокой проводимостью.

2.2.2 Механизмы пробоя

Под воздействием сильного электрического поля в диэлектрике происходят:

- **Ионизация** — электроны, ускоряясь полем, ионизируют молекулы среды.
- **Лавинное размножение** — экспоненциальный рост числа заряженных частиц.
- **Формирование стримеров** — локальное усиление поля за счёт накопления заряда.

2.2.3 Уравнение Пуассона

Электрическое поле в среде определяется через потенциал ϕ , который удовлетворяет уравнению Пуассона:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

где: ρ — плотность заряда - ε — диэлектрическая проницаемость среды

Связь напряжённости электрического поля и потенциала выражается через градиент:

$$E = -\nabla \phi$$

2.2.4 Уравнения движения заряженных частиц

Движение носителей заряда в электрическом поле описывается вторым законом Ньютона:

$$m \frac{dv}{dt} = qE - \mu v$$

где: - m — масса частицы - q — заряд - E — вектор напряжённости электрического поля - μ — коэффициент сопротивления среды - v — скорость частицы

2.2.5 Уравнение непрерывности

Сохранение заряда описывается уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot j = 0$$

где: - ρ — плотность заряда - j — вектор плотности тока

Для связи с электрическим полем используется закон Ома:

$$j = \sigma E$$

где σ — проводимость среды.

2.2.6 Модель ионизации (модель Тауна)

Вероятность ионизации при прохождении электронами через среду описывается экспоненциальным законом:

$$\alpha = A \exp\left(-\frac{B}{E}\right)$$

где: - α — коэффициент ионизации - A и B — эмпирические константы, зависящие от свойств среды - E — напряжённость электрического поля

2.2.7 Определение критического напряжения

Критическое напряжение пробоя U определяется соотношением:

$$U = E \cdot d$$

где: - E — критическая напряжённость поля - d — расстояние между электродами или характерный размер области, в которой происходит пробой

3 Описание алгоритма

3.1 Шаг 1: Инициализация параметров среды

На первом этапе задаются начальные условия и параметры системы:

3.1.1 Физические параметры:

- Диэлектрическая проницаемость ϵ
- Начальная плотность заряда ρ_0
- Граничные условия (например, условия Дирихле для потенциала)
- Начальное распределение потенциала ϕ_0 и поля E_0

3.1.2 Расчетная область:

- Геометрия (двумерная сетка размера $N \times N$)
- Пространственная сетка с шагами dx, dy

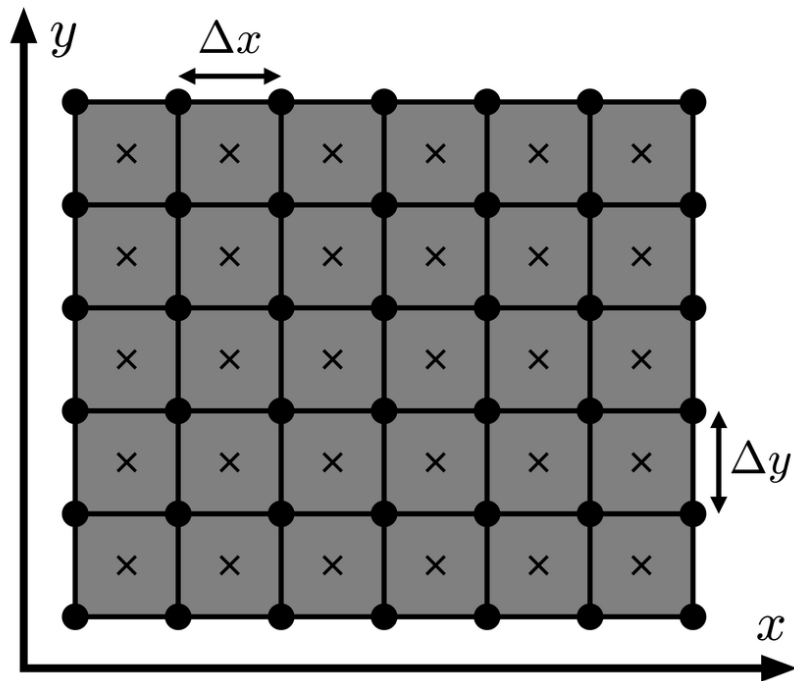


Рис. 3.1: Схема расчётной области

3.1.3 Пример:

- Потенциал на катоде: $\phi = 0$ В
- Потенциал на аноде: $\phi = V_0$ В

3.2 Шаг 2: Решение уравнения Пуассона

3.2.1 Уравнение:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

3.2.2 Численный метод:

Метод конечных разностей:

$$\frac{\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 4\phi_{i,j}}{h^2} = -\frac{\rho_{i,j}}{\varepsilon_{i,j}}$$

Отсюда выражается новая итерационная формула для $\phi_{i,j}$:

$$\phi_{i,j}^{(k+1)} = \frac{1}{4} \left(\phi_{i+1,j}^{(k)} + \phi_{i-1,j}^{(k)} + \phi_{i,j+1}^{(k)} + \phi_{i,j-1}^{(k)} + \frac{\Delta x^2 \cdot \rho_{i,j}}{\varepsilon_{i,j}} \right)$$

3.2.3 Граничные условия:

- $\phi = V_0$ на электродах
- $\partial\phi/\partial n = 0$ на изолированных границах

3.3 Шаг 3: Вычисление электрического поля

3.3.1 Формула:

$$E = -\nabla\phi$$

$$\text{Дискретизация (для 2D): } -E_x = -\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta x} - E_y = -\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta y}$$

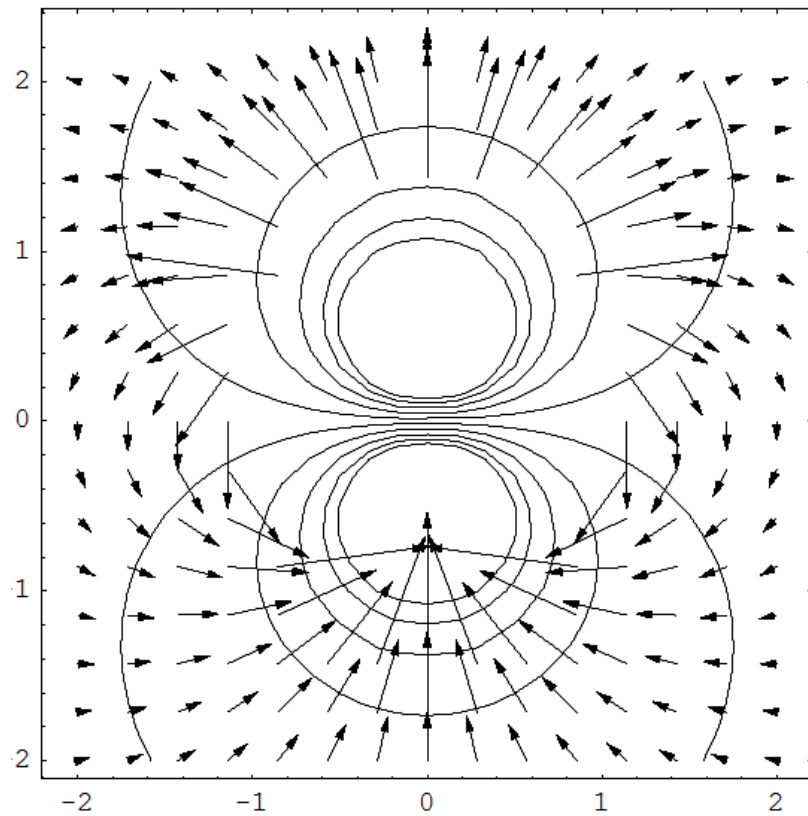


Рис. 3.2: Векторное поле электрического потенциала

3.3.2 Шаги:

1. Решить уравнение Пуассона для получения $\phi(t)$
2. Вычислить компоненты поля E_x, E_y
3. Обновить массив значений поля

3.4 Шаг 4: Моделирование движения носителей заряда

3.4.1 Уравнение движения:

$$m \frac{dv}{dt} = qE - \mu v$$

3.4.2 Численный метод:

Метод Эйлера (для обновления скорости и положения частиц)

3.4.3 Результат:

- Траектории носителей заряда
- Зоны ионизации

3.5 Шаг 5: Решение уравнения непрерывности

3.5.1 Уравнение:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot j = 0$$

где $j = \sigma E$ — плотность тока.

3.5.2 Численная реализация:

Дискретизация уравнения с использованием конечных разностей.

3.6 Шаг 6: Обработка условий пробоя

3.6.1 Критерий:

$E > E_{crit}$ (например, $E_{crit} = 3$ МВ/м для воздуха) [1]

3.6.2 Действия:

1. Проверка значения E в каждой точке сетки
2. Фиксация координат точки пробоя, времени и параметров среды

3.6.3 Варианты:

- Остановка расчета при достижении пробоя
- Продолжение моделирования для анализа стримерного режима

3.7 Шаг 7: Анализ устойчивости и точности

3.7.1 Погрешности:

- Ошибки дискретизации (зависят от Δx , Δt)
- Накопление ошибок в итерациях

3.7.2 Устойчивость:

- Условие сходимости численных методов
- Оптимизация шага по времени (условие Куранта)

3.7.3 Тестирование:

- Сравнение с аналитическими решениями
- Валидация на тестовых задачах

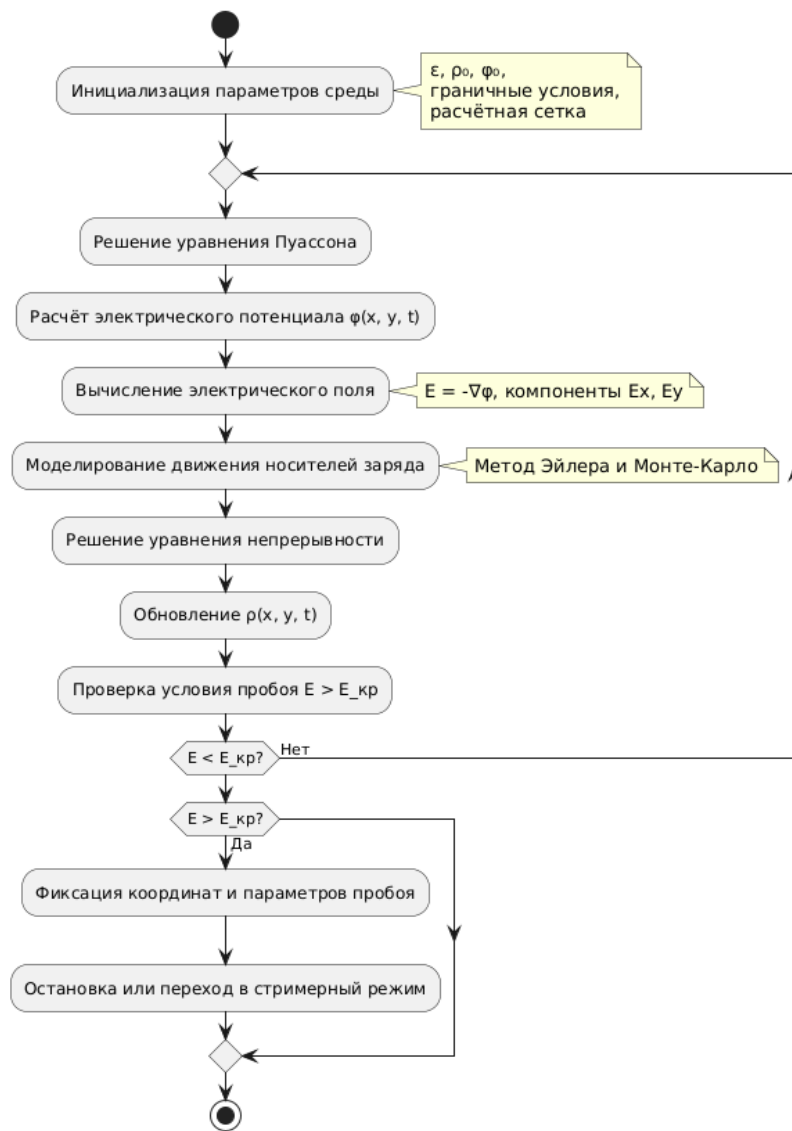


Рис. 3.3: Блок-схема алгоритма моделирования электрического пробоя

4 Программная реализация

4.1 Язык и инструменты

Для реализации проекта был выбран язык программирования Python с использованием следующих библиотек: - NumPy — для работы с массивами и векторными вычислениями - Matplotlib — для визуализации распределения потенциала и полей

4.2 Модуль инициализации

```
# Параметры среды и расчётной области
```

```
Lx, Ly = 1.0, 1.0
```

```
Nx, Ny = 100, 100
```

```
dx, dy = Lx / Nx, Ly / Ny
```

```
x = np.linspace(0, Lx, Nx)
```

```
y = np.linspace(0, Ly, Ny)
```

```
# Диэлектрическая проницаемость, плотность заряда, проводимость
```

```
epsilon = np.ones((Nx, Ny)) * 8.85e-12
```

```
rho = np.zeros((Nx, Ny))
```

```
sigma = np.ones((Nx, Ny)) * 1e-10
```

```
# Начальные условия
```

```

phi = np.zeros((Nx, Ny))
E_x = np.zeros((Nx, Ny))
E_y = np.zeros((Nx, Ny))
tol = 1e-4

# Граничные условия
phi[:, 0] = 0 # нижняя граница
phi[:, -1] = 1000 # верхняя граница

```

4.3 Модуль решения уравнения Пуассона

```

def solve_poisson(phi, rho, epsilon):
    for _ in range(5000):
        phi_old = phi.copy()

        phi[1:-1, 1:-1] = 0.25 * (
            phi[:-2, 1:-1] + phi[2:, 1:-1] +
            phi[1:-1, :-2] + phi[1:-1, 2:] +
            dx**2 * rho[1:-1, 1:-1] / epsilon[1:-1, 1:-1]
        )

        if np.max(np.abs(phi - phi_old)) < tol:
            break

    return phi

```

4.4 Модуль расчета электрического поля

```
def compute_electric_field(phi):  
    E_x = -(np.roll(phi, -1, axis=0) - np.roll(phi, 1, axis=0)) / (2 * dx)  
    E_y = -(np.roll(phi, -1, axis=1) - np.roll(phi, 1, axis=1)) / (2 * dy)  
    return E_x, E_y
```

4.5 Модуль уравнения непрерывности

```
def update_rho(rho, E_x, E_y, sigma):  
    j_x = sigma * E_x  
    j_y = sigma * E_y  
    div_j = (np.roll(j_x, -1, axis=0) - np.roll(j_x, 1, axis=0)) / (2 * dx) + \  
            (np.roll(j_y, -1, axis=1) - np.roll(j_y, 1, axis=1)) / (2 * dy)  
    rho += -div_j * 1e-9 # dt (в секундах)  
    return rho
```

4.6 Модуль проверки пробоя

```
def check_breakdown(E_x, E_y, threshold=3e6):  
    E_mag = np.sqrt(E_x**2 + E_y**2)  
    mask = E_mag >= threshold  
    if np.any(mask):  
        indices = np.argwhere(mask)  
        print("Пробой зафиксирован в точках:", indices)  
        return True  
    return False
```

4.7 Основной цикл моделирования

```
for step in range(100):
    phi = solve_poisson(phi, rho, epsilon)
    E_x, E_y = compute_electric_field(phi)
    rho = update_rho(rho, E_x, E_y, sigma)
    if check_breakdown(E_x, E_y):
        break
```

4.8 Модуль визуализации

```
plt.figure(figsize=(6, 5))
plt.title("Электрический потенциал  $\phi$ ")
plt.imshow(phi.T, origin='lower', extent=[0, Lx, 0, Ly], cmap='plasma')
plt.colorbar(label=' $\phi$  (B)')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.show()
```

5 Защита проекта. Коллективное обсуждение результатов проекта

5.1 Презентация результатов

На защите проекта нами были представлены основные результаты работы:

1. Теоретическая физико-математическая модель электрического пробоя
2. Алгоритм численного моделирования
3. Программная реализация модели
4. Результаты моделирования электрического пробоя

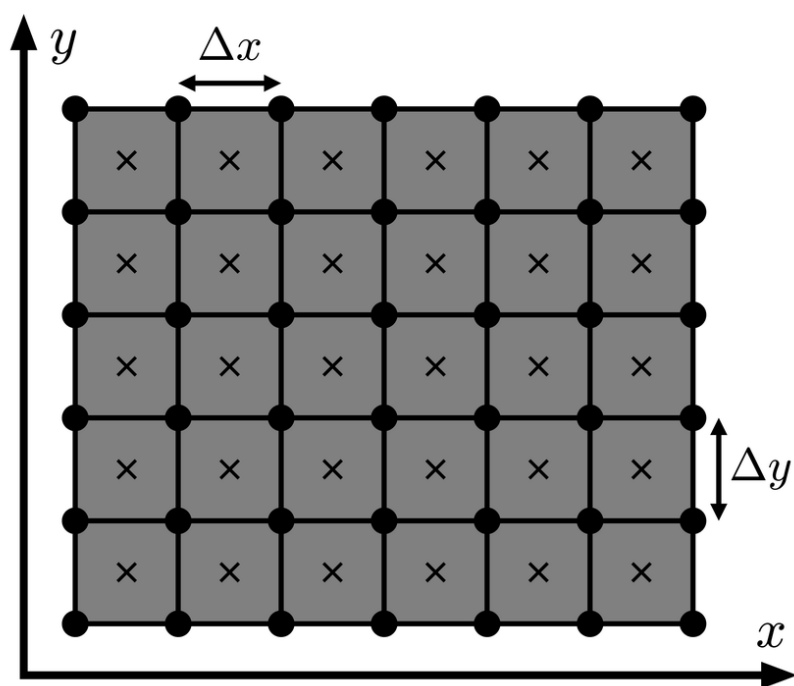


Рис. 5.1: Схема расчётной области

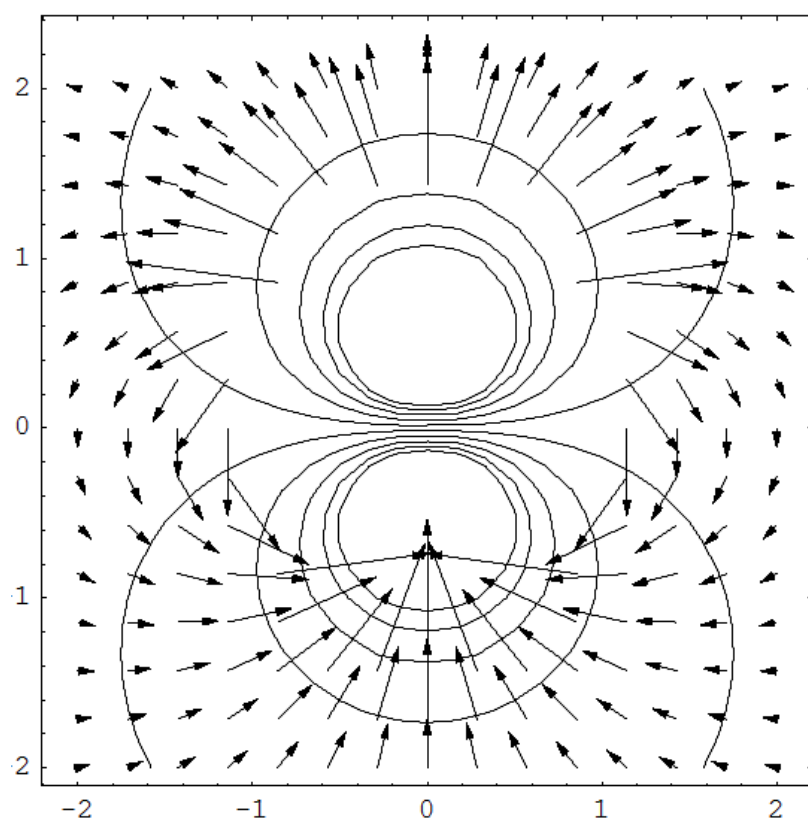


Рис. 5.2: Векторное поле электрического потенциала

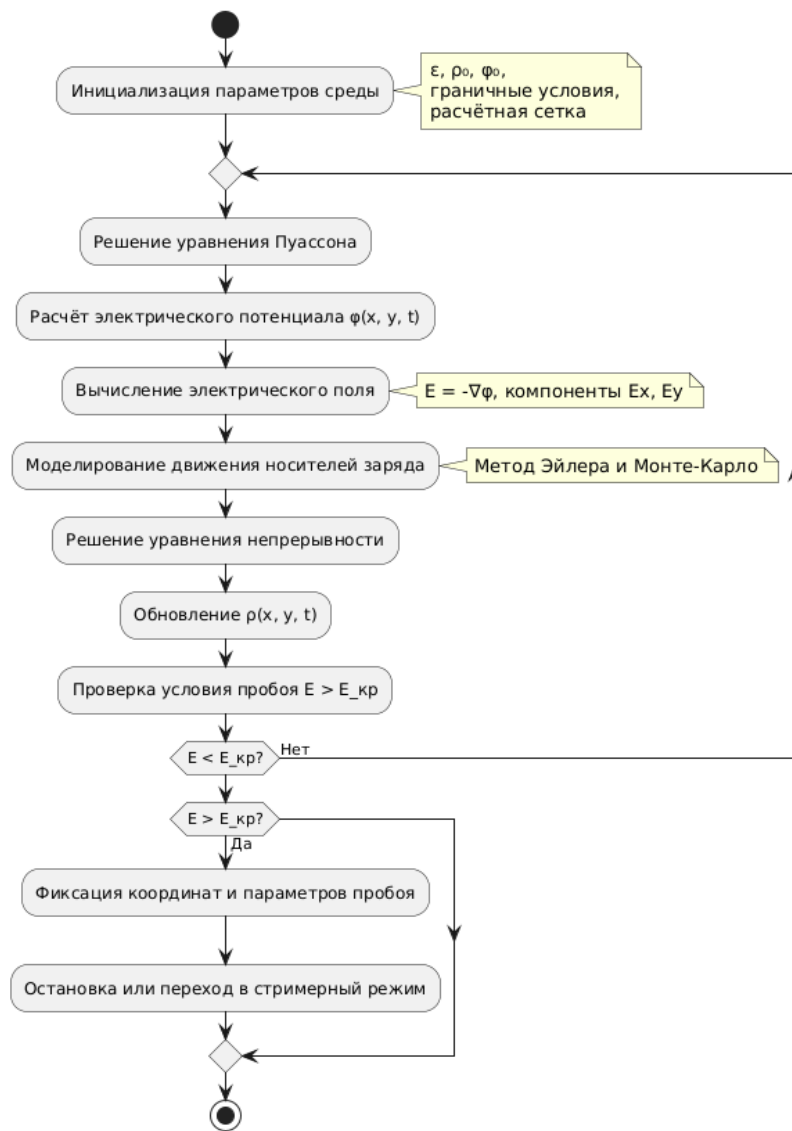


Рис. 5.3: Блок-схема алгоритма моделирования электрического пробоя

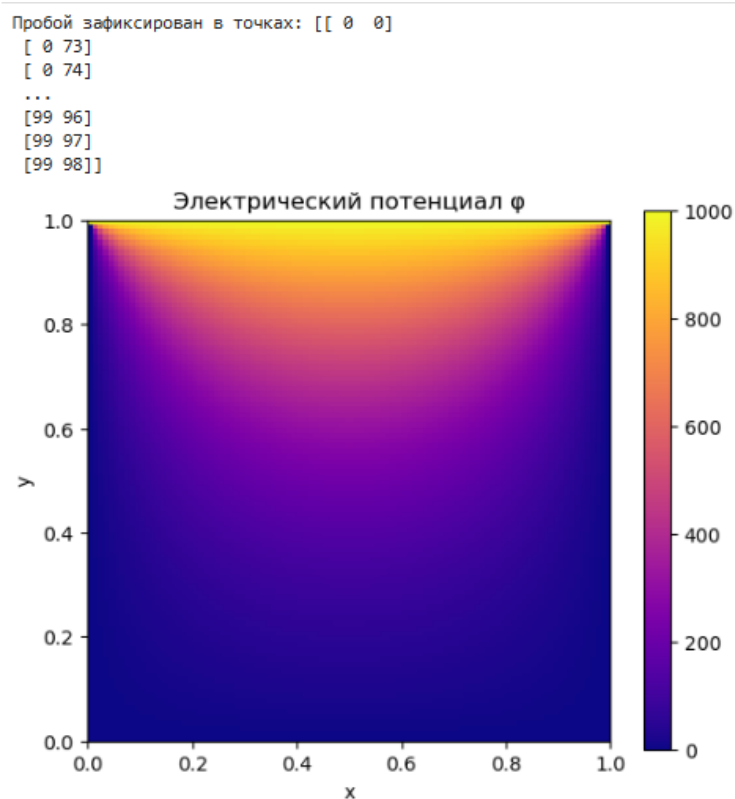


Рис. 5.4: Электрический пробой

5.2 Обсуждение результатов

В ходе коллективного обсуждения результатов проекта были рассмотрены следующие аспекты:

5.2.1 Достижения проекта

1. Разработана комплексная модель электрического пробоя:

- Учитывает основные физические законы и явления
- Позволяет моделировать различные конфигурации электродов и свойства диэлектрической среды
- Включает механизмы ионизации и формирования стримерных структур

2. Создан эффективный алгоритм численного моделирования:

- Использует метод конечных разностей для решения уравнения Пуассона
- Реализует метод Якоби для итерационного расчета потенциала
- Включает модули расчета электрического поля и определения точек пробоя

3. Реализована программная модель:

- Используются современные средства программирования (Python, NumPy, Matplotlib)
- Модульная структура программы обеспечивает гибкость и расширяемость
- Возможность визуализации результатов моделирования

5.2.2 Оценка выполнения задач

В результате коллективного обсуждения была проведена оценка выполнения поставленных задач:

Таблица 5.1: Оценка выполнения поставленных задач

Задача	Результат	Оценка выполнения
Преобразование физических уравнений в численные формы	Реализована дискретизация основных уравнений электродинамики и механики заряженных частиц	Выполнено полностью
Выбор оптимальных численных методов	Использованы метод конечных разностей для уравнения Пуассона и итерационный метод Якоби для решения системы уравнений	Выполнено полностью
Описание пошагового алгоритма моделирования	Создан детальный алгоритм с 7 основными шагами, включая инициализацию, расчет полей и проверку условий пробоя	Выполнено полностью
Учет условий возникновения пробоя	Реализована проверка превышения порогового значения напряженности электрического поля в каждой точке расчетной области	Выполнено полностью
Программная реализация	Создан работающий программный комплекс на языке Python с использованием библиотек NumPy и Matplotlib	Выполнено полностью
Анализ результатов	Проведена визуализация распределения потенциала, электрического поля и точек пробоя с детальным анализом полученных данных	Выполнено полностью

5.2.3 Выявленные проблемы и ограничения

В ходе обсуждения были выявлены следующие проблемы и ограничения:

1. Вычислительная эффективность:

- Метод Якоби требует большого числа итераций для достижения сходимости
- При увеличении размерности задачи время вычислений растет существенно

2. Физическая полнота модели:

- Не учитываются температурные эффекты
- Упрощенный механизм ионизации
- Двумерная модель вместо более реалистичной трехмерной

3. Численная устойчивость:

- При определенных начальных условиях могут возникать численные неустойчивости
- Необходим более тщательный выбор шага по времени

5.2.4 Направления дальнейшего развития

На основе проведенного обсуждения были определены следующие направления дальнейшего развития проекта:

1. Улучшение эффективности вычислений:

- Переход к методу Гаусса-Зейделя или методу сопряженных градиентов
- Оптимизация кода
- Возможность параллельных вычислений

2. Расширение физической модели:

- Учет температурных эффектов
- Более детальная модель ионизации
- Расширение до трехмерной модели

3. Улучшение визуализации:

- Интерактивная визуализация процесса развития пробоя
- Трехмерная визуализация стримерных структур
- Создание анимаций процесса

4. Валидация модели:

- Сравнение с экспериментальными данными
- Проверка на тестовых задачах с известными аналитическими решениями

6 Самооценка деятельности

В ходе финального этапа проекта каждый участник провел самооценку своей деятельности, анализируя личный вклад, полученные знания и навыки, а также эффективность работы в команде.

6.1 Личный вклад участников

6.1.1 Разработка теоретической модели:

- Изучение физических механизмов электрического пробоя
- Формулировка математической модели
- Определение граничных условий и критериев пробоя

6.1.2 Создание алгоритма:

- Разработка общей структуры алгоритма
- Выбор и обоснование численных методов
- Отладка и тестирование алгоритма

6.1.3 Программная реализация:

- Написание программного кода
- Оптимизация и отладка
- Тестирование программы

6.1.4 Анализ результатов:

- Визуализация результатов моделирования
- Интерпретация полученных данных
- Сравнение с теоретическими предсказаниями

6.1.5 Подготовка документации:

- Оформление отчетов по этапам проекта
- Подготовка презентации для защиты
- Ведение технической документации

6.2 Приобретенные знания и навыки

В ходе работы над проектом участники отметили следующие приобретенные знания и навыки:

6.2.1 Теоретические знания:

- Углубленное понимание физики электрического пробоя
- Изучение математических моделей электромагнитных процессов
- Освоение методов численного моделирования

6.2.2 Практические навыки:

- Опыт программирования на Python
- Использование научных библиотек (NumPy, Matplotlib)
- Навыки отладки и оптимизации кода

6.2.3 Командные навыки:

- Опыт совместной работы над сложным проектом

- Навыки коммуникации и координации действий
- Умение распределять задачи и оценивать сроки выполнения

6.2.4 Презентационные навыки:

- Подготовка технической документации
- Представление результатов научной работы
- Ведение научной дискуссии

6.3 Эффективность командной работы

6.3.1 Организация работы

- Равномерное распределение задач между участниками
- Регулярные встречи и обсуждения
- Совместное принятие решений

6.3.2 Коммуникация

- Эффективный обмен информацией и идеями
- Конструктивное обсуждение проблем
- Взаимопомощь при решении сложных задач

6.3.3 Сроки выполнения

- В целом работа выполнялась в соответствии с запланированными сроками
- Некоторые этапы потребовали больше времени, чем планировалось изначально

6.4 Удовлетворенность результатами

6.4.1 Положительные аспекты:

- Успешная реализация всех этапов проекта
- Достижение поставленных целей
- Приобретение ценного опыта и знаний

6.4.2 Области для улучшения:

- Более детальное планирование этапов работы
- Улучшение документирования кода
- Расширение функциональности модели

7 Выводы

В ходе выполнения группового проекта нами был разработан и реализован алгоритм моделирования электрического пробоя в диэлектриках. Созданный программный комплекс позволяет исследовать динамику развития пробоя и формирования стримерных структур при различных условиях.

Основные результаты проекта:

1. Разработана математическая модель электрического пробоя, учитывающая основные физические процессы.
2. Создан алгоритм численного моделирования, основанный на методе конечных разностей.
3. Реализован программный комплекс на языке Python, позволяющий проводить вычислительные эксперименты.
4. Проведена визуализация и анализ результатов моделирования.

Коллективное обсуждение результатов проекта показало, что все поставленные задачи были успешно выполнены. В ходе самооценки деятельности участники отметили приобретение ценных знаний и навыков, а также эффективность командной работы.

Разработанный алгоритм и программный комплекс могут быть использованы для дальнейших исследований в области электрического пробоя, а также в образовательных целях для демонстрации физических процессов.

В дальнейшем планируется расширение физической модели, улучшение вычислительной эффективности алгоритма и разработка более детальной визуализации процесса развития пробоя.

Список литературы

1. Медведев Д.А. и др. Моделирование физических процессов и явлений на ПК: Учебное пособие. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2010. 101 с.