

Exercice A. Nombre d'occurrence des valeurs d'un tableau. Un tableau $T[0 : n]$ contient des valeurs entières positives ou nulles. Soit m sa valeur maximum. On veut connaître le nombre d'occurrences dans T de chaque valeur x , $x \in [0 : m + 1]$.

Une fonction `nombreOccurrences(int[] T)` retourne un tableau $N[0 : m + 1]$ qui contient les nombres d'occurrence des valeurs de T .

Exemple : $n = 4$, $T[0 : n] = [2, 0, 0, 0]$. On a $m = 2$ et $N[0 : m + 1] = [3, 0, 1]$.

On donne l'invariant $I(k) : N$ contient les nombre d'occurrences des valeurs du k -préfixe de T .

Questions : condition d'arrêt, initialisation, progression et fonction `int[] nombreOccurrences(int[] T)` commentée par l'invariant $I(k)$. Son temps de calcul est linéaire fonction de la taille n du tableau T .

Exercice B. Renverser les valeurs d'un tableau. La fonction `void renverser(int[] T)` calcule dans T la permutation inverse des valeurs de T .

Exemple : $n = 5$, $T[0 : n] = [2, 1, 4, 3, 5]$. Après l'exécution de cette fonction on aura $T[0 : n] = [5, 3, 4, 1, 2]$.

Construire cette fonction sur l'invariant $I(k) : k$ -préfixe de T est le renversé du $(n - k)$ -suffixe de T . Écrire la fonction commentée par l'invariant.

Exercice C. Ensemble des valeurs d'un tableau. Le tableau $T[0 : n]$ est croissant au sens large.

Exemple : $n = 6$, $T[0 : n] = [1, 1, 2, 2, 3, 3]$.

Soit $e(n)$ l'ensemble des valeurs présentes dans T . Sur cet exemple, $e(n) = \{1, 2, 3\}$.

Une fonction `int[] bagToSet(int[] T)` calcule dans T une permutation des valeurs de T dont le k -préfixe est l'ensemble $ens(n)$ puis retourne cet ensemble. La dernière instruction de la fonction `bagToSet(...)` est `return Arrays.copyOfRange(T, 0, k)`.

On propose l'invariant $I(k, j) : T[0 : k] = ens(j)$.

Écrire la fonction `int[] bagToSet(int[] T)` commentée par l'invariant. Son temps de calcul est linéaire en fonction de la taille n du tableau T .