

```

1 import java.util.Arrays; // 11/10/2023 - rene.natowicz@esiee.fr
2 /* Juliette dispose de H heures pour réviser n unités.
3 Pour toute unité i, 0 ≤ i < n et tout nombre h d'heures de révision, 0 ≤ h < H+1,
4 Juliette a estimé la note e(i,h) qu'elle obtiendra au contrôle de l'unité i si elle
5 consacre h heures à la révision de cette unité.
6 Ces estimations sont dans un tableau E[0:n][0:H+1] de terme général E[i][h] = e(i,h).
7 Les coefficients des unités sont dans le tableau C[0:n].
8 Les données du problème sont les estimations E et les coefficients.
9 Le nombre d'heures H est E[0].length - 1.
10
11 Supposons le problème résolu.
12
13 Notation m(n,H) : somme pondérée maximum des notes aux contrôles des n premières
14 unités, pour H heures de révision réparties sur les n premières unités.
15
16 (Pour avoir la moyenne, il faudra diviser m(n,H) par la somme des coefficients.)
17
18 m(n,H) = Max { c_{n-1} * e(n-1, h) + m(n-1, H-h) }
19 sur h, 0 ≤ h < H+1.
20
21 Généralisation : m(k,t) est la somme pondérée maximum des notes aux contrôles
22 des k premières unités, pour t heures de révision réparties sur les k premières unités.
23
24 Equation de récurrence :
25 Base k = 0, 0 ≤ t < H+1 :
26 m(0,t) = 0 car le sous-ensemble [0:0=k] d'unités est vide.
27 Hérédité, 1 ≤ k < n+1, 0 ≤ t < H+1 :
28 m(k,t) = max { c_{k-1} * e(k-1,h) + m(k-1,t-h) }
29 sur h, 0 ≤ h < t+1
30
31 Explication de l'hérédité : h heures accordées à la k-ème unité "rapportent"
32 c_{k-1} * e(k-1,h) ; il reste t-h heures à répartir au mieux sur les k-1 premières
33 unités. Cette répartition de t-h heures sur le sous-ensemble [0:k-1] des k-1 premières
34 unités a la valeur m(k-1, t-h).
35
36 Voir exemple d'exécution en fin de fichier.
37 */
38 class Juliette{
39     public static void main(String[] Args){
40         int[] C = {4, 3, 4}; // coefficients des unités
41         int[][] E = {
42             {8, 10, 10, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 16, 16}, // unité 0
43             {16, 16, 18, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20}, // unité 1
44             {8, 12, 14, 14, 16, 18, 18, 18, 18, 20, 20} // unité 2
45         };
46         int n = E.length, H = E[0].length-1;
47         System.out.printf("\n%d unités, %d heures de révision\n", n, H);
48         System.out.println("Coefficients des unités : " + Arrays.toString(C));
49         System.out.println("Tableau E des notes estimées :");
50         afficherTableauE(E);
51         int[][] MA = calculerMA(E,C);
52         int[] M = MA[0], A = MA[1];
53         System.out.println("\nTableau M de terme général m(k,t) :");
54         afficherTableauM(M);
55         System.out.println("\nTableau A de terme général a(k,t) = arg m(k,t) :");
56         afficherTableauA(A);
57         System.out.printf("\nValeur maximum m(%d,%d) = %d\n", n, H, M[n][H]);
58         int SC = somme(C); // somme des coefficients
59         System.out.printf("Moyenne : %d/%d = %.2f\n", M[n][H], SC, (float)M[n][H]/(float)SC);
60         System.out.println("\nUne répartition optimale du temps de révision :");
61         aro(A,E,C,n,H);
62         System.out.println();
63         // aro(A,E,C,n,6); // Répartition optimale de 6 heures de révision...
64         // System.out.println();
65     }
66
67     static int[][][] calculerMA(int[][] E, int[] C){
68         // calcule et retourne les deux tableaux M et A de terme généraux m(k,t) et arg m(k,t)
69         int n = E.length, H = E[0].length - 1;
70         int[][] M = new int[n+1][H+1], A = new int[n+1][H+1];
71         // M de terme général M[k][t] = m(k,t) et A de terme général A[k][t] = arg m(k,t).
72         // Base de la récurrence : m(0,t) = 0, qsoit t, 0 ≤ t < H+1
73         for (int t = 0; t < H+1; t++) {M[0][t] = 0;
74             A[0][t] = 0;} // les valeurs A[0][t] sont quelconques
75         for (int k = 1; k < n+1; k++) // cas général, résolution par k croissant
76             for (int t = 0; t < H+1; t++){ // pour tout nombre d'heures t à répartir
77                 // ici : k et t sont fixés.
78                 // calcul de m(k,t) = max_{0 ≤ h < t+1}{ c_{k-1} * e(k-1,h) + m(k-1,t-h) }
79                 M[k][t] = Integer.MIN_VALUE;
80                 for (int h = 0; h < t+1; h++){
81                     /* mkth : somme pondérée maximum si h heures sont allouées à la révision
82                     de la k-ème unité dans une répartition optimale de t heures de révision
83                     sur les k premières unités */
84                     int mkth = C[k-1]*E[k-1][h]+M[k-1][t-h];
85                     if (mkth > M[k][t]){
86                         M[k][t] = mkth;
87                         A[k][t] = h; /* arg m(k,t) : h heures données à la k-ème
88                         unité dans la répartition optimale de t heures sur le
89                         sous-ensemble des k premières unités. */
90                     }
91                 }
92             }
93         return new int[][][] {M,A};
94     } // Temps de calcul : alpha x n H**2 + ... ( "..." est négligeable pour n et H "grands")
95
96     static void aro(int[][] A, int[][] E, int[] C, int k, int t){
97         /* affichage d'une répartition optimale (R0) de t heures sur le sous-ensemble
98         des k premières unités.
99         Notation : R0(k,t) est une répartition optimale de t heures sur les unités [0:k]. */
100         if (k==0) return; // R0(0,t) = 0. Sans rien faire, R0(0,t) a été affichée.
101         int h = A[k][t]; // R0(k,t) = R0(k-1,t-h) union { "k-1<--h" }
102         aro(A,E,C,k-1,t-h); // R0(k-1,t-h) a été affichée
103         System.out.printf("C[%d] * e(%d,%d) = %d * %d = %d\n",
104             k-1, k-1, h, C[k-1], E[k-1][h], C[k-1]*E[k-1][h]); // { "k-1<--h" } affiché
105         // R0(k-1,t-h) a été affichée, "k-1<--h" a été affiché, donc R0(k,t) a été affichée
106     }
107     static void afficherTableauE(int[][] T){ int n = T.length;
108         for (int i = n-1; i > -1; i--)
109             System.out.printf("Unité %d : %s\n", i, Arrays.toString(T[i]));
110     }
111     static void afficherTableauM(int[][] T){ int n = T.length;
112         for (int k = n-1; k > -1; k--)
113             System.out.printf("k=%d : %s\n", k, Arrays.toString(T[k]));
114     }
115     static void afficherTableauA(int[][] T){ int n = T.length;
116         for (int k = n-1; k > -1; k--)
117             System.out.printf("k=%d : %s\n", k, Arrays.toString(T[k]));
118     }
119     static int somme(int[] T){int n = T.length;
120         int s = 0; for (int i=0; i<n; i++) s=s+T[i];
121         return s;
122     }
123 }
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133

```

```

134 /*
135
136 % javac Juliette.java
137 % java Juliette
138
139 3 unités, 10 heures de révision
140 Coefficients des unités : [4, 3, 4]
141 Tableau E des notes estimées :
142 unité 2 : [8, 12, 14, 14, 16, 18, 18, 18, 18, 20, 20]
143 unité 1 : [16, 16, 18, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20]
144 unité 0 : [8, 10, 10, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 16, 16]
145
146 Tableau M de terme général m(k,t) :
147 k=3 : [112, 128, 136, 144, 144, 152, 160, 160, 168, 172, 174]
148 k=2 : [80, 88, 88, 96, 100, 102, 108, 108, 108, 112, 112]
149 k=1 : [32, 40, 40, 48, 48, 48, 48, 48, 48, 64, 64]
150 k=0 : [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
151
152 Tableau A de terme général a(k,t) = arg m(k,t) :
153 k=3 : [0, 1, 1, 2, 1, 2, 5, 4, 5, 5, 5]
154 k=2 : [0, 0, 0, 0, 3, 2, 3, 3, 3, 0, 0]
155 k=1 : [0, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 9, 9]
156 k=0 : [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
157
158 Valeur maximum m(3,10) = 174
159 Moyenne : 174/11 = 15,82
160
161 Une répartition optimale du temps de révision :
162 C[0] * e(0,3) = 4 * 12 = 48
163 C[1] * e(1,2) = 3 * 18 = 54
164 C[2] * e(2,5) = 4 * 18 = 72
165
166 %
167 */

```