

به نام خدا



جبر خطی

نیمسال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۲

تمرین سری دوم

(۱) با استفاده از روش حذف گاوسی دستگاه‌های معادلات زیر، حل کنید.

$$\begin{array}{lll} -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 4 & & \\ 3x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 6 & & \\ a. \quad 3x_1 - 6x_2 = 9 & ; & b. \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 = 3; \quad c. \quad -2x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 4x_1 - 2x_2 = 18 & & 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 10 \\ & & 4x_1 + 6x_2 = 0 \\ & & -3x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 17 \end{array}$$

(۲) ماتریس انتقال را برای تبدیلات زیر بنویسید. (منظور از  $R$  سطر و  $C$  ستون است.)

$$\text{الف) } R_2 \rightarrow R_2 - 4R_1$$

$$\text{ب) } R_3 \rightarrow -16R_3$$

$$\text{ج) } C_1 \rightarrow C_1 - 2C_3$$

$$\text{د) } C_2 \rightarrow 3C_2$$

(۲) نشان دهید اگر یک ماتریس پاد متقارن باشد ( $A^T = -A$ )، آنگاه جمع عناصر قطری آن صفر است.

(۴) فرض کنید ماتریس  $A$ ،  $n \times n$  باشد و ماتریس  $B = A + A^T$  و  $C = A - A^T$ . آنگاه ثابت کنید:

الف)  $B$  متقارن و  $C$  پاد متقارن است.

ب) هر ماتریس  $n \times n$  را میتوان به صورت جمع یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پاد متقارن نمایش داد.

(۵) برای هریک از جفت ماتریس‌های زیر، ماتریس  $E$  را به گونه‌ای بدست آورید که  $EA = B$  شود.

$$a. A = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 16 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 12 & 32 \\ 5 & 16 \end{bmatrix}$$

$$b. A = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 2 & 0 & 9 \\ -8 & 7 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -8 & 7 & 4 \\ 2 & 0 & 9 \\ 7 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$c. A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 9 \\ 0 & 6 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 2 & -3 \\ 3 & -3 & 9 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 9 \\ 6 & 0 & 20 & 1 \\ -4 & 5 & 2 & -3 \\ 3 & -3 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

(۶) برای هریک از جفت ماتریس‌های زیر، ماتریس  $E$  را به گونه‌ای بدست آورید که  $AE = B$  شود.

$$a. A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 3 & -12 \end{bmatrix}$$

$$b. A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ -5 & 6 & 10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 2 \\ 6 & -5 & 10 \end{bmatrix}$$

$$c. A = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 7 & 3 \\ 2 & -1 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & -4 & -5 \\ 7 & -9 & 6 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 10 & 8 & 7 & 3 \\ 2 & -1 & 0 & 6 \\ -1 & 2 & -4 & -5 \\ 13 & -9 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

(۷) معادلات خطی زیر را حل کنید.

$$a. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 11 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 10 \end{cases}; \quad b. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 24 \\ x_2 + x_3 - 3x_4 = 18 \\ 4x_3 + 5x_4 = 10 \\ x_1 - x_3 = 7 \end{cases}; \quad c. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

$$d. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}; \quad e. \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 = -15 \\ 3x_1 + 2x_2 + 37x_3 = 0 \\ -4x_1 + 6x_2 - 5x_3 = 25 \end{cases}; \quad f. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4 \\ -4x_2 - 6x_3 = 26 \end{cases}$$