

به نام خدا



جبر خطی

نیمسال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۲

تمرین سری پنجم

۱- برای ماتریس های زیر ، مقادیر ویژه و بردار های ویژه را بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 1-j & 3 \\ 1+j & 4 & j \\ 3 & -j & 2 \end{bmatrix}$$

۲- ماتریس A را یک ماتریس ۳ در ۳ با مقادیر ویژه ی ۱-، ۲، ۳ در نظر بگیرید. حال مقادیر زیر را در صورت امکان بدست آورید.

a. $\det(A^T)$

b. $\text{trace}(A^{-1})$

c. $\det(A-2I)$

۳- مقادیر ویژه و بردار های ویژه ماتریس A را محاسبه کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

در صورت امکان ماتریس T را به گونه ای بیابید که ماتریس $T^{-1}AT$ یک ماتریس قطری باشد.

۴- نشان دهید مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ی ماتریس دوری $N \times N$ با l, m عنصر

$\exp(j(2\pi/N)(l-1)(m-1))$ به صورت زیر میباشد:

$$\lambda_k = \exp(j \frac{2\pi}{N} k), x_k = [1 \lambda_k \dots \lambda_k^{(n-1)}]$$

۵- مشخص کنید ماتریس‌های زیر در کدام دسته‌بندی قرار می‌گیرند (۱) مثبت معین (۲) مثبت نیمه معین (۳) منفی

معین (۴) منفی نیمه معین.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -4 & -1 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$