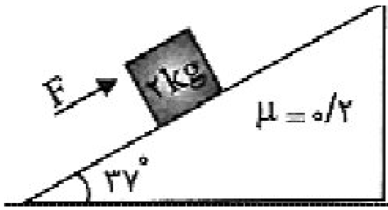
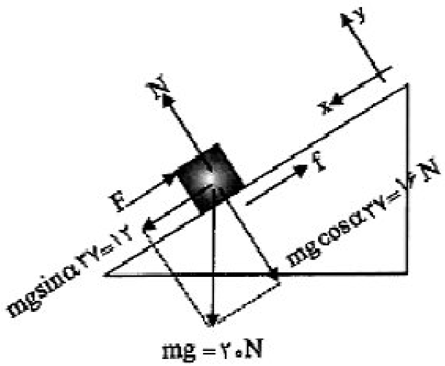
فیزیک ۱

حل تمرین دکتر غلام محمد پارسانسب
نسرین کریمی
دانشگاه شهید بهشتی -آذر۱۴۰۰

مثال ۲۰) حداقل و حداکثر نیروی F چند نیوتن باشد تا جسم روی سطح ساکن است ؟



الف) حداقل F: حداقل F، برای تعادل، جسم را در آستانه‌ی حرکت روبه پایین قرار می‌دهد پس نیروی اصطکاک به طرف بالا شکل می‌گیرد و چون جسم در آستانه‌ی لغزش است، مقدار نیروی اصطکاک از رابطه‌ی $f = \mu N$ محاسبه می‌شود.



پس از رسم شکل و نیروهای وارد بر جسم، آن‌ها را به دو مؤلفه در امتداد سطح و عمود بر آن تجزیه می‌کنیم و مقادیر مؤلفه‌های آن را حساب می‌کنیم سپس معادلات نیوتن را می‌نویسیم، در امتداد x و y جسم حرکتی ندارد پس می‌توان نوشت:

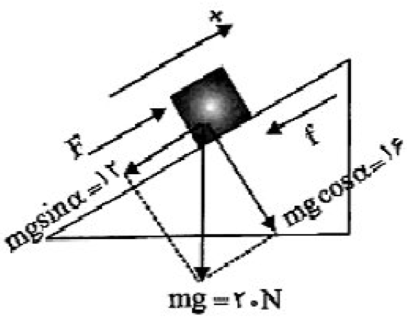
$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = mg\cos ۳۷ = ۱۶N$$

$$f = \mu N = ۰/۲ \times ۱۶ = ۳/۲N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow mg\sin\alpha - F - f = ۰$$

$$۱۲ - F - ۳/۲ = ۰ \Rightarrow F_{min} = ۸/۸N$$

ب) حداکثر F: برای تعادل، جسم را در آستانه لغزش روبه بالا قرار می‌دهد و نیروی اصطکاک روبه پایین است. مقدار آن با مقدار نیروی اصطکاک در حالت قبل برابر است پس مثل حالت قبل می‌نویسیم:

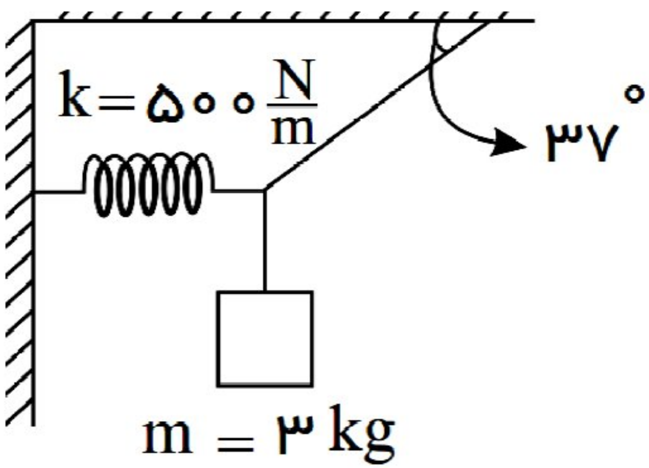


$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F - mg\sin\alpha - f = ۰$$

$$F = mg\sin ۳۷ + f = ۱۲ + ۳/۲ = ۱۵/۲N$$

بنابراین تمام نیروهایی که مقادیری بین ۱۵/۲ N و ۸/۸ N دارد جسم را به حال تعادل نگه می‌دارند.

$$۸/۸ \le F \le ۱۵/۲$$



دستگاه شکل روبرو، در حالت تعادل است. اندازه‌ی تغییر طول فنر از حالت طبیعی‌اش چند سانتی‌متر است؟ (از جرم نخ و قرقره صرف‌نظر شود و $g=10\frac{N}{kg}$, $\cos 37^\circ = 0/8$)

۱) ۴/۵

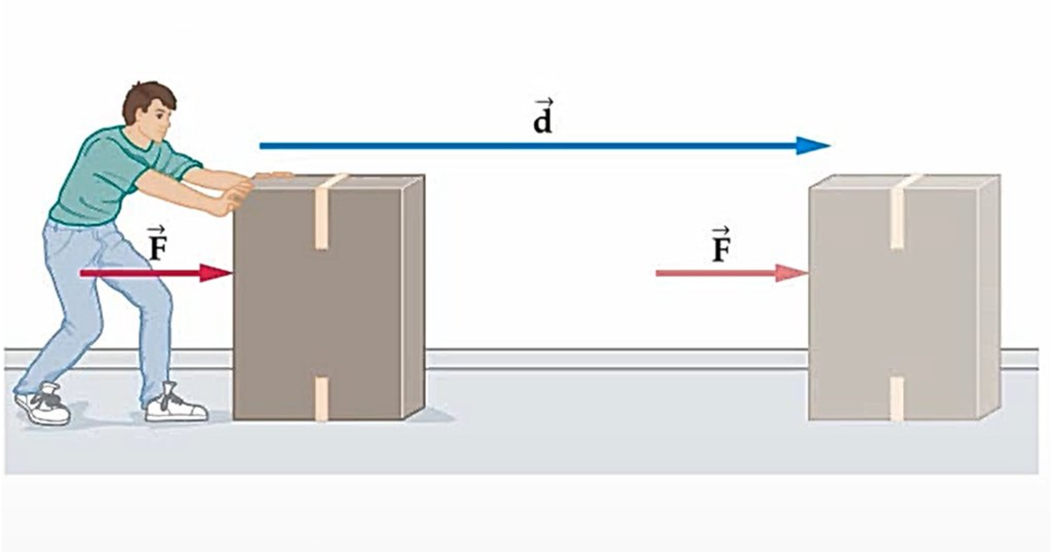
۲) ۴/۸

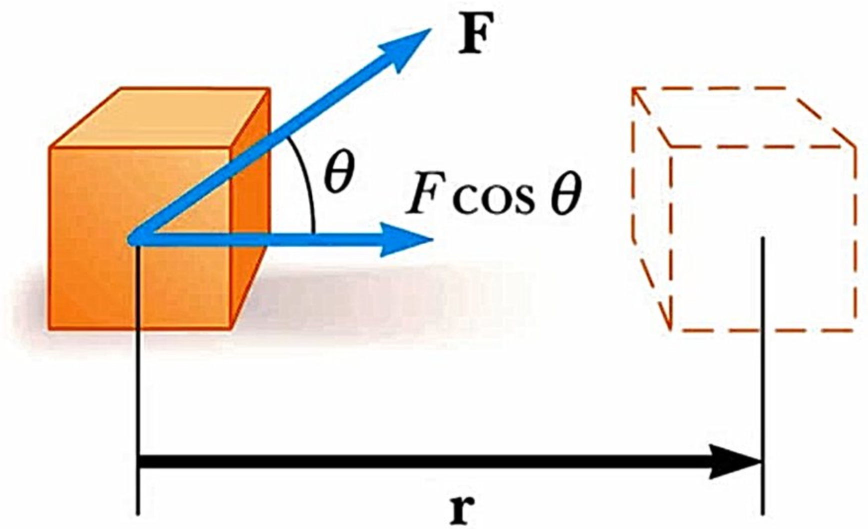
۳) ۸

۴) ۱۰

تعریف کار

کار = نیرو ضربدر جابجایی





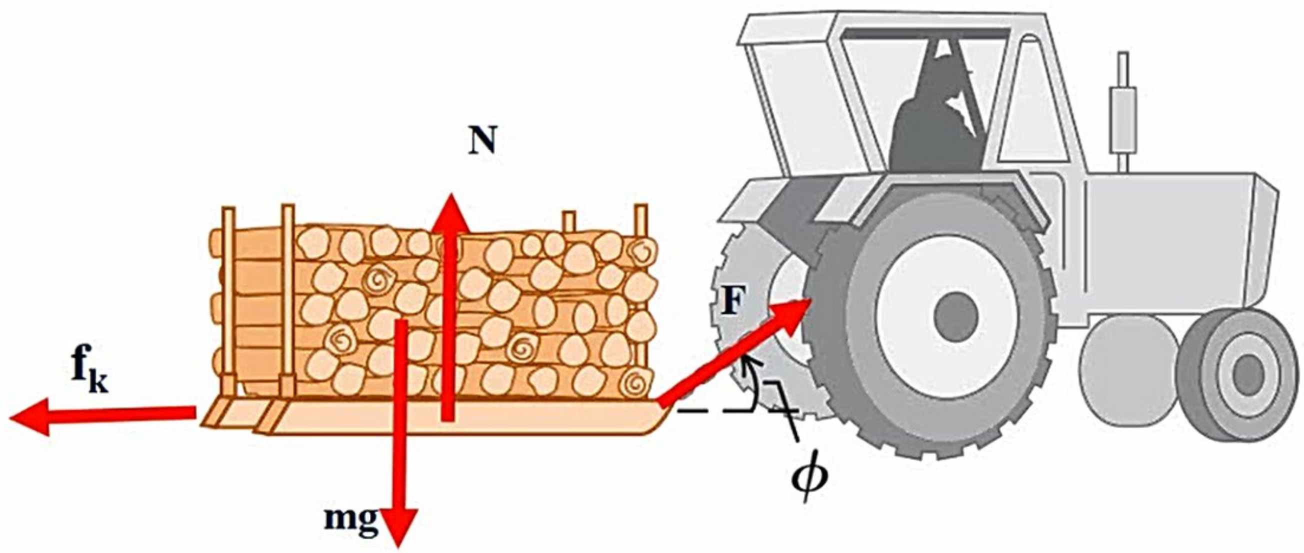
$$W = \vec{F} . \vec{r} = F\, r \cos\theta$$

کار صفر ← هر نیروی الزاماً باعث کار نمی شود.

کار منفی ← مثال وزنه بردار

مثال

یک کشاورز با استفاده از تراکتور، باری را به مسافت ۲۰ متر می کشد. وزن کل بار 14700 N است. تراکتور نیروی ثابت 5000 N تحت زاویه 36.9 بالای افق وارد می کند. نیروی اصطکاکی به بزرگی 3500 N نیز بر جسم وارد می گردد. کار هر یک از نیروهای وارد بر جسم را محاسبه کنید.



پاسخ

$$W_F = \vec{F}.\vec{d} = F\,d\cos\phi = (5000)\times(20)\times(0.8) = 80kJ$$

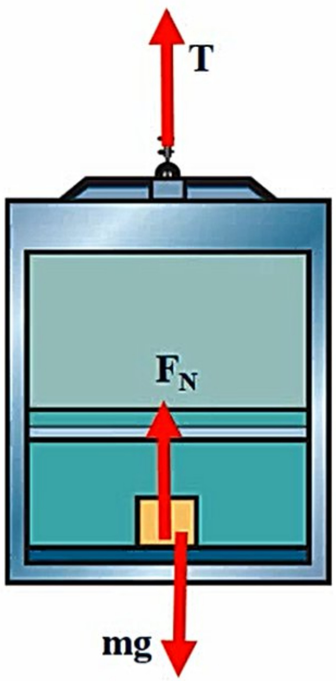
$$W_f = \vec{f}_k\ .\ \vec{d} = f_k\,d\cos\phi = (3500)\times(20)\times(-1) = -70kJ$$

$$W_N = 0$$
$$W_{mg} = 0$$

$$W_{total} = W_F + W_f + W_N + W_{mg} = 80 - 70 = 10kJ$$

مثال

در شکل زیر، یک قطعه به جرم $0.25\ kg$ بر روی کف یک اطاقک قرار گرفته است که توسط کابل به اندازه $d = 2.4\ m$ بالا می رود. جرم اطاقک $900\ kg$ می باشد. در طی مسافت d، اگر نیروی عمودی بر قطعه از سطح برابر با $F_N = 3\ N$ باشد، چه مقدار کار توسط کابل بر روی این قطعه صورت پذیرفته است؟



پاسخ

جهت مثبت را رو به بالا می گیریم. نیروی وارد شده از طرف کابل را T می نامیم،

در مورد کل سیستم داریم؛

$$T + F_N - (m + M)g = (M + m)a \qquad (1)$$

برای قطعه m داریم؛

$$F_N - mg = ma \qquad \Rightarrow \qquad a = 2.2\, m/s^2$$

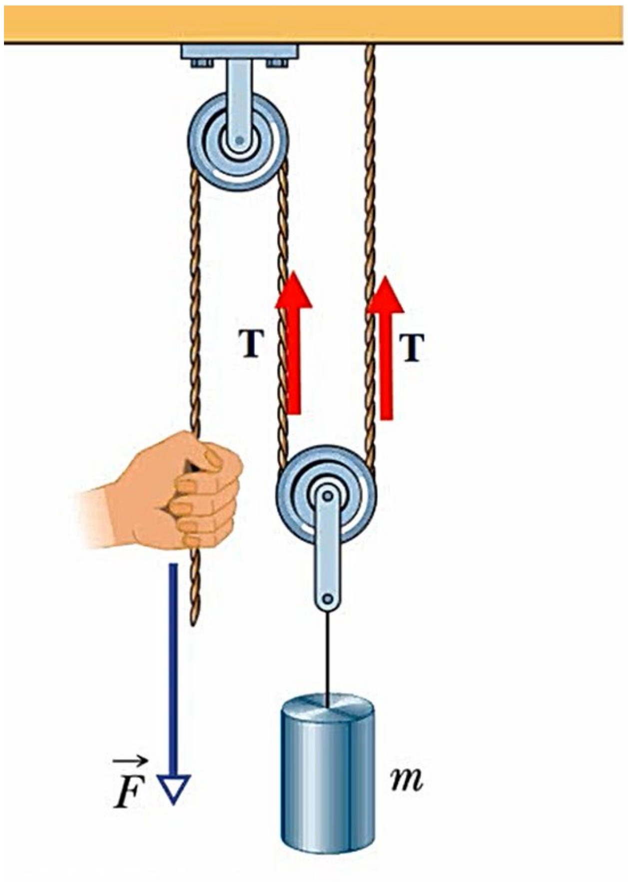
حال از رابطه ۱ می توان T را بدست آورد؛

$$T = 1.08 \times 10^4\, N$$

بنابراین کار انجام شده در طی جابجایی d برابر خواهد بود با ؛

$$W = T\, d = 1.59 \times 10^4\, J$$

مثال



در شکل مقابل، یک طناب بدور دو قرقره بدون جرم و بدون اصطکاک پیچیده شده است. یک قوطی به جرم $m = 20\ kg$ از یکی از قرقره ها آویزان شده است. شخصی نیروی F بر یک طرف طناب وارد می کند. (الف) برای اینکه قوطی در سرعت ثابت حرکت کند، نیروی F چقدر باید باشد؟ (ب) برای اینکه قوطی را به اندازه 2cm جابجا کنیم بخش آزاد طناب را چه اندازه باید کشید؟ در حین کشیدن، چه مقدار کار توسط نیروی گرانشی بر قوطی وارد می شود.

پاسخ

الف- چون سرعت ثابت است پس حرکت شتاب ندارد. در این شکل $2T = mg$ است. از طرفی $F = T$ ، در نتیجه نیروی F برابر با $\frac{1}{2}mg$ خواهد بود.

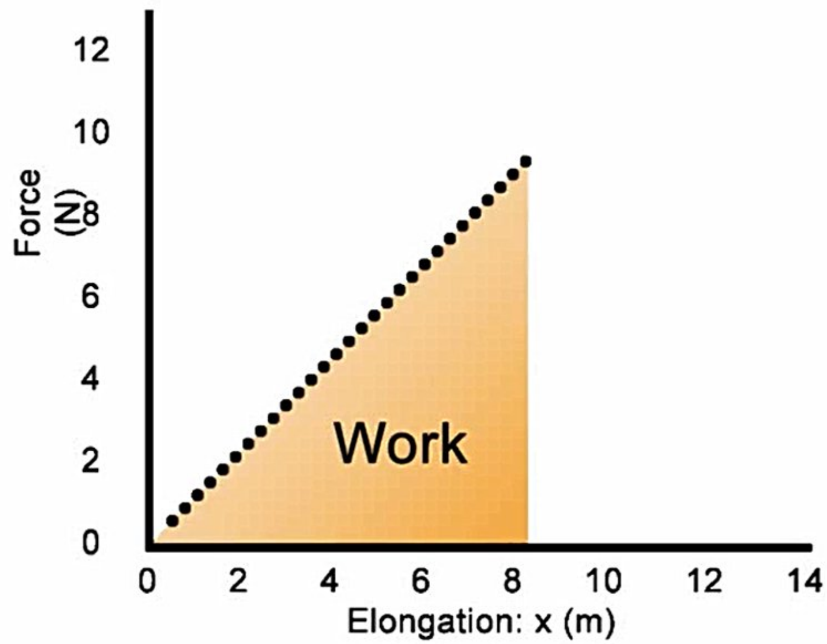
ب- برای اینکه قوطی $2\ cm$ به بالا کشیده می شود، باید دو طرف طناب نیز به همین اندازه بالا بروند؛ پس دست باید بخش آزاد را $4\ cm$ بالا ببرد.

کار نیروی وزن برابر خواهد بود با ؛

$$W_{mg} = -mg \times 0.02 = -(196) \times (0.02) = -3.9J$$

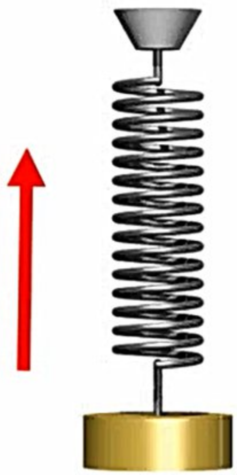
حال اگر نیرو ثابت نبوده و به مکان وابسته باشد:

(کار نیروی متغیر)



$$W = \int_{r_0}^{r} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

نیروی فنر



نیروی کشسانی فنر یک نیروی متغیر با مکان است؛

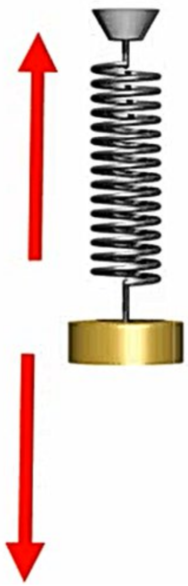
$$F = -k\,x$$

کار نیروی فنر، طی جابجایی از X_0 تا X ؛

$$W = \int_{x_0}^{x} \vec{F}\,.d\vec{x} = \int_{x_0}^{x} -(kx)\,dx = -\frac{1}{2}kx^2 \Big|_{x_0}^{x} = -\frac{1}{2}k\,(x^2 - x_0^{\,2})$$

مثال

فنری به طور قائم آویزان، و در ابتدا در حالت تعادل است. جسمی به جرم 6.4 kg به فنر می بندیم، اما ابتدا آن را همانجا نگه می داریم تا فنر کشیده نشود. سپس دستی را که جسم روی آن است به آرامی پایین می آوریم تا جسم با سرعت ثابت پایین بیاید و به نقطه تعادل برسد. فنر به اندازه 0.124 m نسبت به طول طبیعی اش کشیده شده است. کاری را که (الف) گرانش، (ب) فنر و (ج) دست ما روی جسم انجام داده است را حساب کنید.



پاسخ

$$mg = k\,d \;\Rightarrow\; k = \frac{mg}{d}$$

$$\Rightarrow\; k = 506\ N/m$$

کار نیروی وزن ؛

$$W_{mg} = m\vec{g}\,.\vec{d} = mgd = (6.4)\times(9.8)\times(0.124) = 7.78J$$

کار نیروی فنر؛

$$W_s = -\frac{1}{2}k\,(x^2 - x_0^2) = -\frac{1}{2}k\,d^2 = -\frac{1}{2}(506)\times(0.124)^2 = -3.89J$$

برای محاسبه کار نیروی دست؛ ابتدا باید نیروی دست را حساب کنیم

$$\sum F = 0 \;\Rightarrow\; mg - kx - F_{hand} = 0$$

$$F_{hand} = mg - kx$$

$$W_{hand} = \int_0^d -(mg - kx)\,dx = -mgd + \frac{1}{2}kd^2 = -3.89J$$

***اگر اینجا کار کل را از ما می خواست برابر چه مقداری می شد و چرا؟؟**

قضیه کار و انرژی

کار ← جابجایی ← سرعت ← انرژی جنبشی

$$W = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mV_2^{\,2} - \frac{1}{2}mV_1^{\,2}$$

مثال+پاسخ

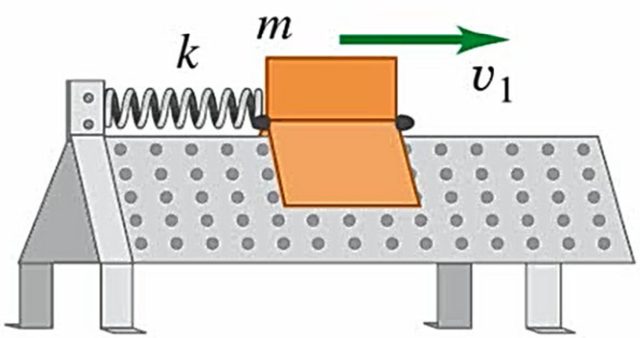
در یک مسابقه بیسبال، بازیکنی توپ را با سرعت 30 m /s پرتاب می کند. جرم توپ 0.15 kg می باشد. دست این بازیکن در حین پرتاپ چقدر کار روی توپ انجام داده است؟

طبق قضیه کار- انرژی ؛

$$W = K_2 - K_1 = K_2 - 0 = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2}(0.15)\times(30)^2 = 68J$$

مثال

مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 0.1 kg بر روی یک تخت هوا به فنری با ثابت 20 N/m متصل شده است. در ابتدا فنر کشیده نشده و جسم با سرعت 1.5 m/s به طرف راست در حرکت است. بیشینه فاصله d که جسم تا آنجا می تواند برود را درصورتی که تخت هوا روشن باشد، یعنی اصطکاک نداشته باشیم و همین طور در حالتی که دستگاه خاموش بوده و اصطکاک وجود دارد ($\mu_k = 0.47$) بدست آورید.



پاسخ

در حالتی که اصطکاک نداریم ؛

$$\Delta K = K_2 - K_1 = -K_1 = -\frac{1}{2}mV_1^2$$

$$W = -(\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2) = -\frac{1}{2}kd^2$$

$$W = \Delta K \Rightarrow -\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 \Rightarrow d = V_1\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.106m$$

ادامه پاسخ

در حالتی که اصطکاک داریم؛ علاوه بر کار نیروی فنر باید کار نیروی اصطکاک را نیز در نظر بگیریم، پس

کار کل = کار نیروی اصطکاک + کار فنر

کار کل = تغییر انرژی جنبشی

کار نیروی اصطکاک برابر است با ،

$$W_f = -f_k d = -\mu_k mgd$$

$$W_{Total} = W_f + W_s = -\frac{1}{2}kd^2 - \mu_k mgd$$

$$W_{Total} = \Delta K$$

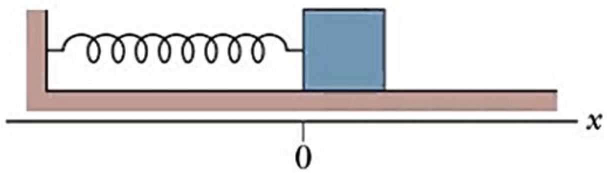
$$-\frac{1}{2}kd^2 - \mu_k mgd = \frac{1}{2}mV_1^2 \quad \Rightarrow -\frac{1}{2}kd^2 - \mu_k mgd - \frac{1}{2}mV_1^2 = 0$$

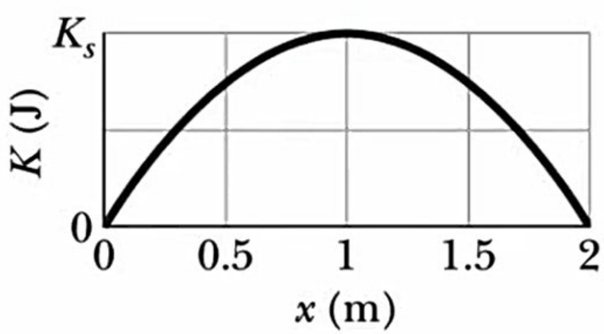
$$\Rightarrow d = -\frac{\mu_k mg}{k} + \sqrt{(\frac{\mu_k mg}{k})^2 + (\frac{mV_1^2}{k})} = 0.086m$$

*جابجایی کمتر شد یا بیشتر؟ چرا؟

مثال

در شکل زیر، جسمی به جرم m بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار گرفته و به انتهای یک فنر متصل شده است. جسم ابتدا در مکانی قرار دارد که فنر کشیده نشده است ($x = 0$). نیروی افقی F در جهت مثبت بر آن اعمال می شود. نمودار انرژی جنبشی جسم بر حسب x در شکل زیر رسم شده است ($K_s = 4\ J$). بزرگی F و مقدار ثابت فنر k را بیابید.





پاسخ

برای حل می توان از قضیه کار انرژی استفاده کرد.

$$W_{Total} = \Delta K$$

دو نیرو بر جسم وارد می شود ؛ نیروی خارجی F و نیروی کشش فنر .

کار کل برابر است با ؛

$$W_{Total} = W_{spring} + W_F = -\frac{1}{2}k\,d^2 + F\,d$$

طبق قضیه کار انرژی؛

$$\Delta K = -\frac{1}{2}k\,d^2 + F\,d$$

دو نقطه از نمودار انتخاب می کنیم، x = 1 و x = 2 و معادله بالا را برای هر یک می نویسیم؛

$$x = 1 \quad ; \quad 4 = -\frac{1}{2}k \times (1)^2 + F \times (1)$$

$$x = 2 \quad ; 0 = -\frac{1}{2}k \times (2)^2 + F \times (2)$$

از حل دو معادله بالا خواهیم داشت؛

$$F = 8N \qquad k = 8\ N/m$$

توان

آهنگ انجام کار را توان می گویند.

توان متوسط ؛

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

توان لحظه ای؛

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$$P = \vec{F}.\vec{V}$$

مثال

نیروی **F** بر روی جسم متحرک به جرم **2kg** از مکان اولیه $\mathbf{d_1}$ تا مکان نهایی $\mathbf{d_2}$ وارد می شود. توان متوسط ناشی از نیروی **F** در بازه زمانی ۴ ثانیه را بدست آورید.

$$\vec{F} = 3\hat{i} + 7\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$\vec{d}_1 = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{d}_2 = -5\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k}$$

پاسخ

توان برابر است با

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

پس ابتدا باید کار را محاسبه کنیم؛

کار برابر است با ؛

$$W = \vec{F}.(\vec{d}_2 - \vec{d}_1) = 32J$$

بنابراین توان برابر خواهد شد با ؛

$$\vec{P} = \frac{32}{4} = 8W$$

پایان جلسه نهم.