فیزیک ۱

حل تمرین دکتر غلام محمد پارسانسب

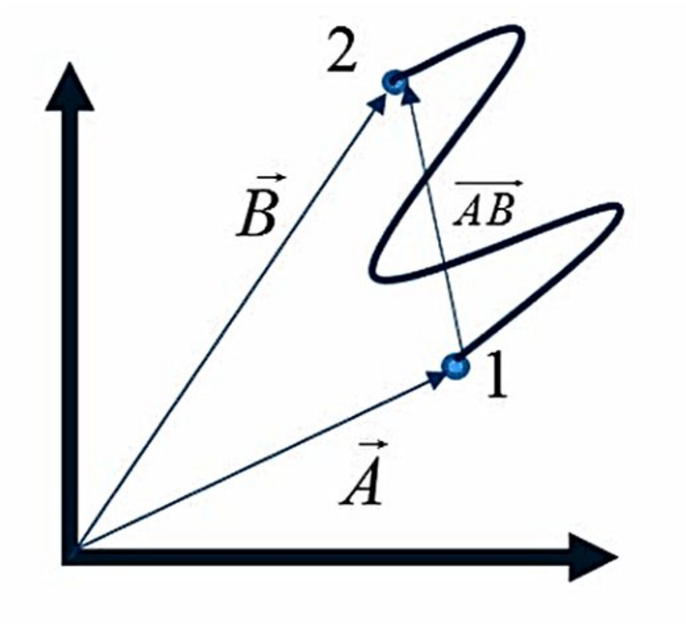
نسرین کریمی

دانشگاه شهید بهشتی - مهرماه ۱۴۰۰

انواع کمیت ها

برداری	نرده ای (اسکالر)
• سرعت • میدان الکتریکی • نیرو • ...	• زمان • دما • چگالی • ...

بردار جابجایی

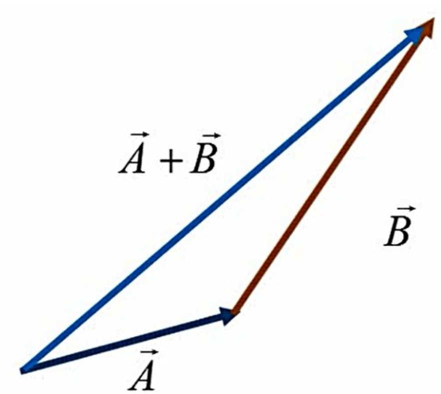


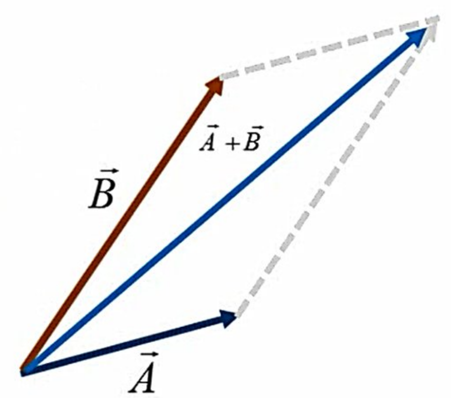
بردار نقطه ابتدائی – بردار نقطه انتهایی = بردار جابجایی

$$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A}$$

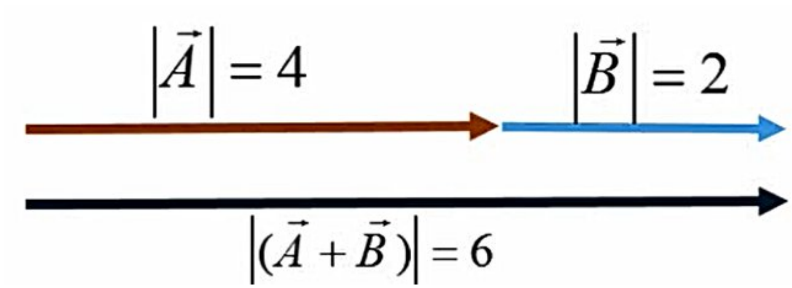
قوانین بردار ها

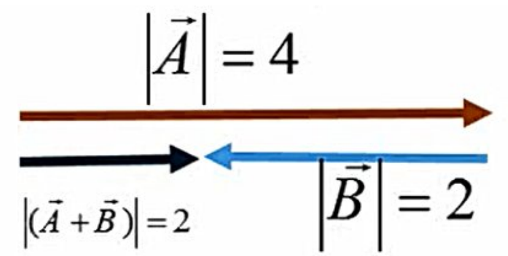
جمع بردار ها





حالت خاص بردار های موازی و پاد موازی





قوانین جمع برداری

- ✓ قانون جابجایی

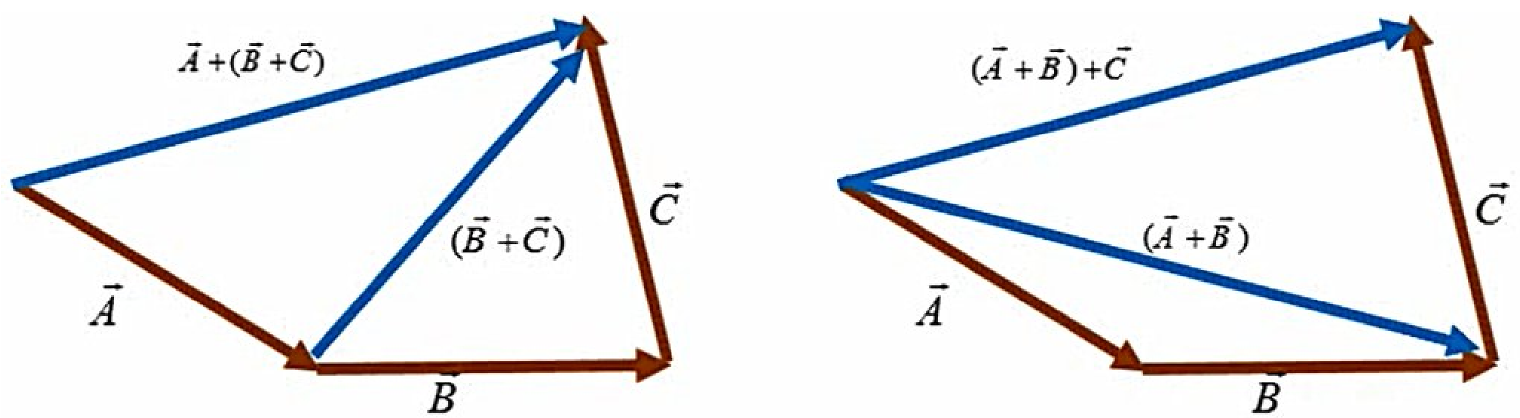
$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$

- ✓ قانون شرکت پذیری

$$\overrightarrow{(\vec{A}+\vec{B})}+\vec{C} = \vec{A}+\overrightarrow{(\vec{B}+\vec{C})}$$

- ✓قرینه بردار

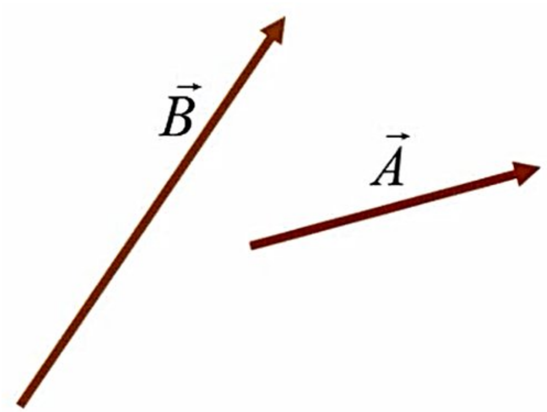
$$\vec{A}+(-\vec{A})=0$$

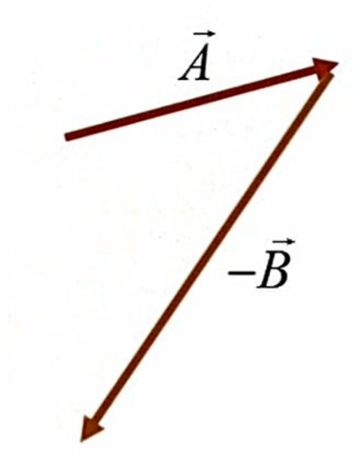


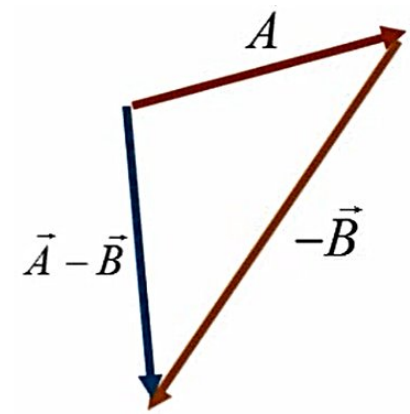
قوانین بردار ها

تفاضل بردار ها

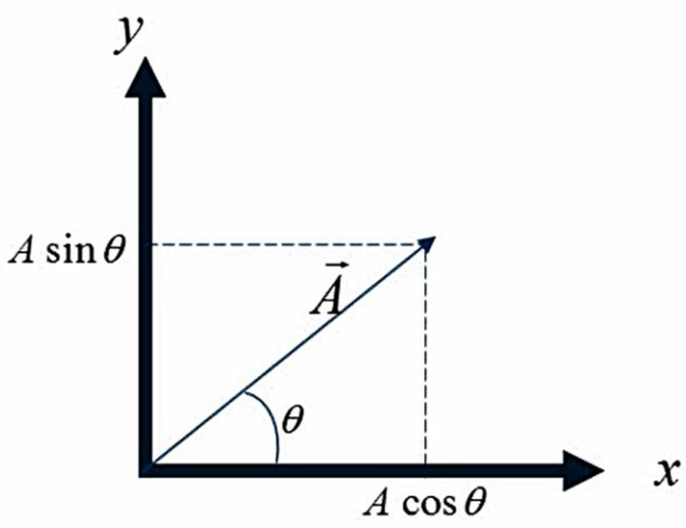
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$







مولفه های بردار



$$A_x = A\cos\theta$$
$$A_y = A\sin\theta$$
$$\Rightarrow \quad (A\cos\theta,\ A\sin\theta)$$

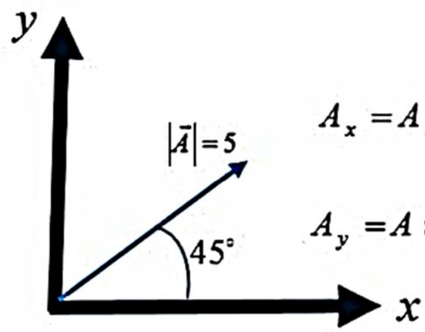
$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{A} = A\cos\theta\,\hat{i} + A\sin\theta\,\hat{j}$$

اندازه بردار

$$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^{\;2} + A_y^{\;2}}$$

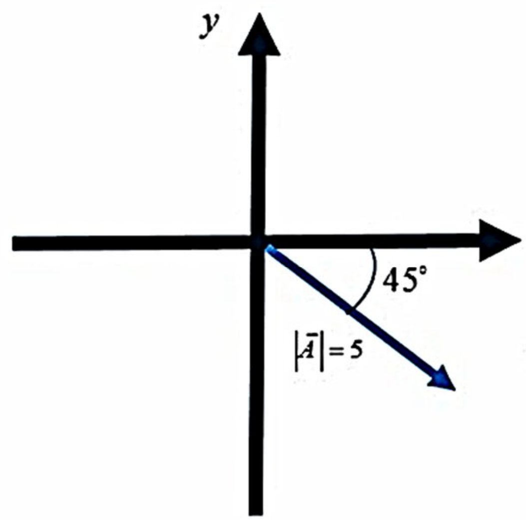
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \Rightarrow \theta = Arc\tan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

مثال



$$A_x = A\cos\theta = 5\cos 45^\circ = 5\frac{\sqrt{2}}{2}$$

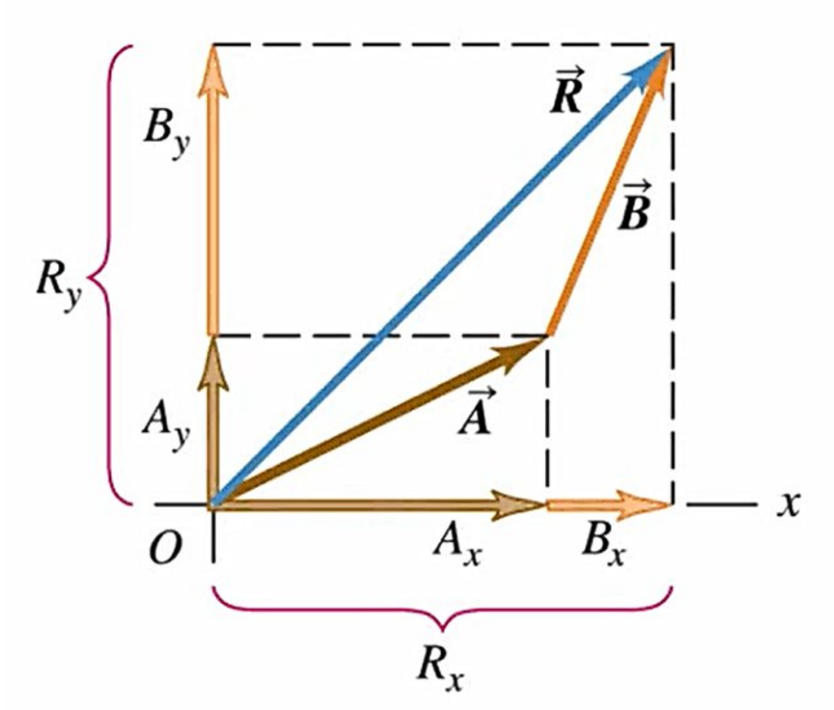
$$A_y = A\sin\theta = 5\sin 45^\circ = 5\frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$A_x = A\cos\theta = 5\cos 135^\circ = 5\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A_y = A\sin\theta = 5\sin 135^\circ = -5\frac{\sqrt{2}}{2}$$

جمع مولفه ای



مثال

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 5\hat{j}$$

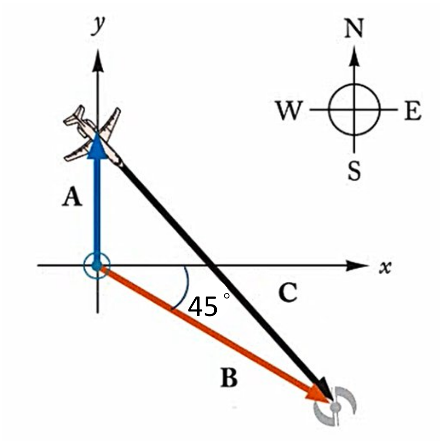
$$\vec{B} = 3\hat{i} + 2.5\hat{j}$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

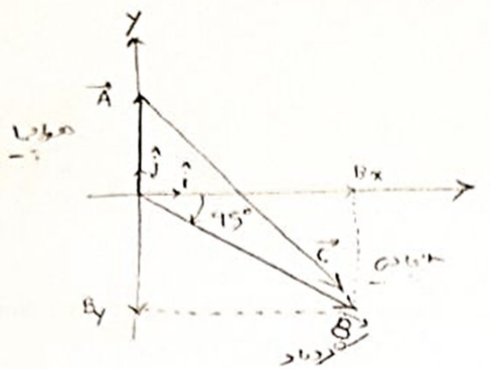
$$\vec{R} = (4+3)\vec{i} + (5+2.5)\vec{j} = 7\vec{i} + 7.5\vec{j}$$

مثال

گردبادی در ۳۰۰ کیلومتری یک شهر و در جهت ۴۵ درجه جنوب شرق در حرکت است. اگر فرض کنیم یک هواپیمای شناسایی در ۲۰۰ کیلومتری شمال شهر قرار داشته باشد، چه جابجایی لازم است تا هواپیما وارد مرکز گردباد شود؟



پاسخ



$$\vec{A} + \vec{C} = \vec{B} \longrightarrow \vec{C} = \vec{B} - \vec{A}$$

زاویه با محور x باید در جهت پادساعتگرد $\longrightarrow \theta = -45^\circ$

$$\vec{A} = 200\hat{j} \qquad |\vec{B}| = 300$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} \longrightarrow \vec{B} = B\cos\theta\, \hat{i} + B\sin\theta\, \hat{j}$$

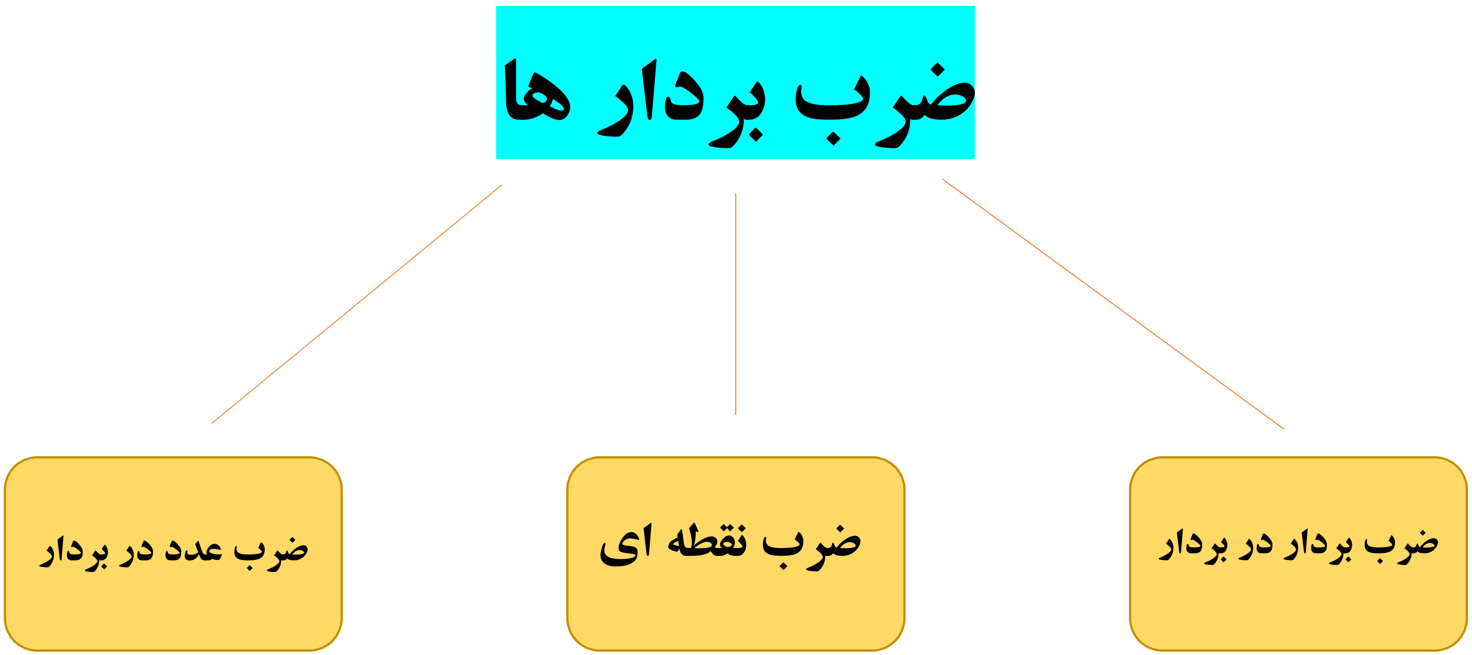
$$\begin{cases} B_x = B\cos\theta = 300 \times \cos(45)^\circ = 300\frac{\sqrt{2}}{2} \\ B_y = B\sin\theta = 300 \times \sin(-45^\circ) = -300\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} \vec{A} = 200\hat{j} \\ \vec{B} = 300\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} - 300\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \end{cases} \longrightarrow \vec{C} = \vec{B} - \vec{A} = 300\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \left(-300\frac{\sqrt{2}}{2} - 200\right)\hat{j}$$

$$\longrightarrow \vec{C} = 212.13\hat{i} - 412.13\hat{j}$$

$$\longrightarrow |\vec{C}| = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{44999.1369 + 169851.1369} = 463.519$$

Km


ضرب بردار ها
ضرب بردار در بردار
ضرب نقطه ای
ضرب عدد در بردار

ضرب عدد در بردار

$$a\vec{A} = a(A_x\hat{i} + A_y\hat{j}) = aA_x\hat{i} + aA_y\hat{j}$$

ضرب نقطه ای

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j}$$

$$\vec{A}.\vec{B} = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right| \cos\theta$$

$$\vec{A}.\vec{B} = (A_x \vec{i} + A_y \vec{j}).(B_x \vec{i} + B_y \vec{j}) = A_x B_x + A_y B_y$$

نکات اضافی ضرب نقطه ای

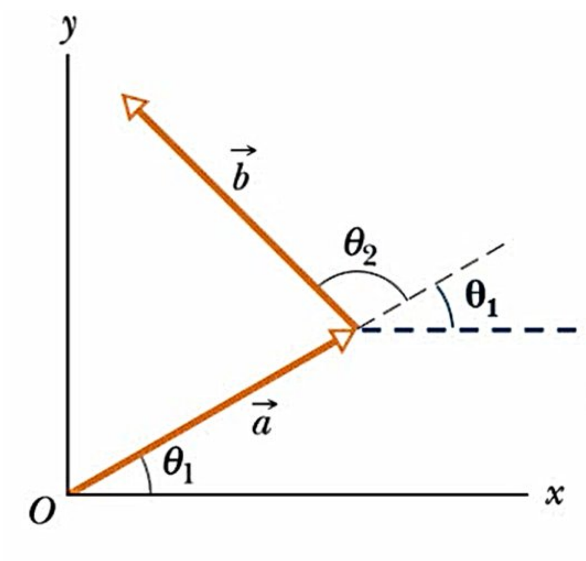
$$\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$$

$$\vec{A}.\vec{A} = |A|^2$$

$$\vec{A}.(\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A}.\vec{B} + \vec{A}.\vec{C}$$ خاصیت پخشی

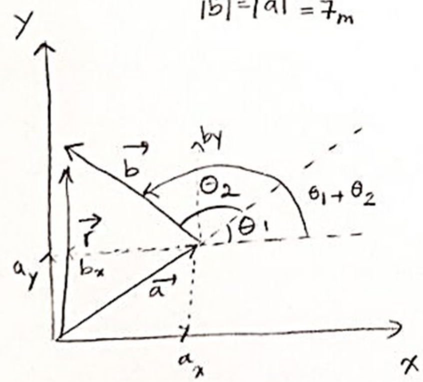
مثال

بردارهای شکل زیر اندازه برابر ۷ متر دارند و زاویه های θ۱ و θ۲ به ترتیب برابر ۳۰ و ۱۰۵ درجه می باشند. مولفه های x,y بردار جمع آن دو، r و زاویه آن با جهت مثبت محور x را بیابید.



پاسخ

$|\vec{b}| = |\vec{a}| = 7\,m$



$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} = a\cos\theta\,\hat{i} + a\sin\theta\,\hat{j}$$

$$\rightarrow \vec{a} = 7\cos 30^\circ\,\hat{i} + 7\sin 30^\circ\,\hat{j} \quad (1)$$

$$\vec{b} = b_x\hat{i} + b_y\hat{j} = b\cos\theta\,\hat{i} + b\sin\theta\,\hat{j}$$

$$\rightarrow \vec{b} = 7\cos(\theta_1+\theta_2)\,\hat{i} + 7\sin(\theta_1+\theta_2)\,\hat{j}$$

$$\rightarrow \vec{b} = 7\cos 135^\circ\,\hat{i} + 7\sin 135^\circ\,\hat{j} \quad (2)$$

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} = \underbrace{(7\cos 30^\circ + 7\cos 135^\circ)}_{r_x}\hat{i} + \underbrace{(7\sin 30^\circ + 7\sin 135^\circ)}_{r_y}\hat{j}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{r_y}{r_x} = \tan^{-1}\frac{(7\sin 30^\circ + 7\sin 135^\circ)}{(7\cos 30^\circ + 7\cos 135^\circ)}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$$

مثال

سه بردار زیر را در نظر بگیرید:

$$\vec{d}_1 = -3.0\hat{i} + 3.0\hat{j} + 2.0\hat{k}$$

$$\vec{d}_2 = -2.0\hat{i} - 4.0\hat{j} + 2.0\hat{k}$$

$$\vec{d}_3 = 2.0\hat{i} + 3.0\hat{j} + 1.0\hat{k}.$$

حاصل $\vec{d}_1.(\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$ را بدست آورید.

پاسخ

$$\vec{d_1} = -3\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k} \quad , \vec{d_2} = -2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k} \quad , \vec{d_3} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 1\,\hat{k}$$

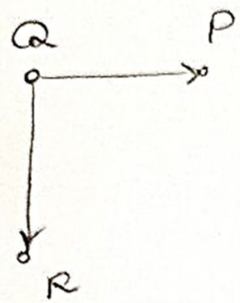
$$\vec{d_2} + \vec{d_3} = -\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{d_1} \cdot (\vec{d_2} + \vec{d_3}) = (-3\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) \cdot (-\hat{j} + 3\hat{k}) = -3 + 6 = 3$$

مثال

سه نقطه زیر را در نظر بگیرید، $P=(a,1,-1)$ ، $Q=(0,1,1)$ ، $R=(a,-1,3)$ به ازای چه مقادیری از a مثلثی که این ۳ نقطه تشکیل می دهند از نوع قائم الزاویه می شود؟

پاسخ



$$\overrightarrow{QP} = (a-0)\hat{i} + (1-1)\hat{j} + (-1-1)\hat{k}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{QP} = a\hat{i} - 2\hat{k}$$

$$\overrightarrow{QR} = (a-0)\hat{i} + (-1-1)\hat{j} + (3-1)\hat{k}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{QR} = a\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{QR} = 0$$

قائم الزاویه ← 90°

$$\boxed{\cos 90^\circ = 0}$$

ضرب نقطه‌ای $= 0$

$$(a\hat{i} - 2\hat{k}) \cdot (a\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= a^2 - 4 = 0 \rightarrow a = \pm 2$$

پایان جلسه سوم.

نمودار سرعت– زمان متحرکی مطابق شکل است. سرعت متوسط این متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟