

جسمی به وزن ۴ نیوتن از نقطه A بدون سرعت اولیه به پایین می‌لغزد و در نقطه B سرعت آن به صفر می‌رسد. کار نیروی اصطکاک در مسیر AB چند ژول است؟

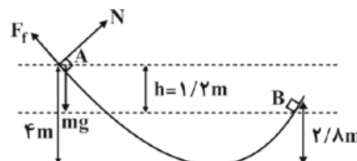


طبق قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی، کار انجام شده توسط برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است. در هر لحظه بر جسم سه نیرو وارد می‌شود. نیروی عکس‌العمل سطح، همواره بر مسیر حرکت عمود است. لذا کاری روی جسم انجام نمی‌دهد. کار نیروی وزن مستقل از مسیر حرکت بوده و اندازه‌ی آن برابر با mgh می‌باشد که h اختلاف ارتفاع جسم است.

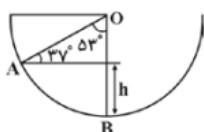
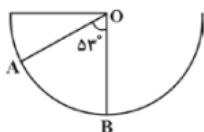
بنابراین:

$$w_{t_f} + w_w + w_N = K_f - K_i$$

$$w_{t_f} + mgh = 0 - 0 \Rightarrow w_{t_f} = -mgh = -4 \times 1/3 = -4/3 \text{ J}$$



جسم m به جرم $10g$ درون نیم‌کره صیقلی به قطر ۶۰ سانتی‌متر به پایین می‌لغزد. کار نیروی وزن جسم از A تا B چند ژول است؟



راه حل اول:

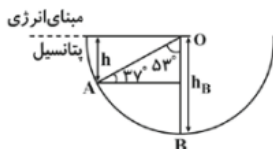
نیروی وزن یک نیروی پایستار است و کار انجام شده ناشی از آن به مسیر حرکت بستگی ندارد. از آنجایی که کار برابر است با حاصل ضرب جابه‌جایی در راستای نیرو در اندازه‌ی نیرو، داریم:

$$\left. \begin{aligned} w &= mgh \\ h &= OB - OA \cos 53^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow w = mg(OB - OA \cos 53^\circ) \Rightarrow w = 0.1 \times 10 \times (0.3 - 0.3 \times 0.6) \Rightarrow w = 0.12 \text{ J}$$

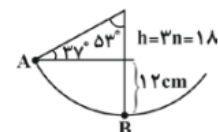
راه حل دوم: کار نیروی وزن در جابه‌جایی از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B، با علامت منفی، برابر است

با تفاوت انرژی پتانسیل گرانشی بین این دو نقطه مبنای انرژی پتانسیل گرانشی را قطر، بالای

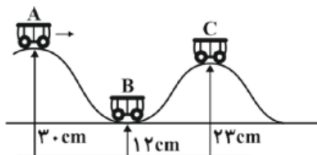
نیم‌کره انتخاب می‌کنیم:



$$\left. \begin{aligned} w_{mg} &= -(U_B - U_A) \Rightarrow mgh_B - mgh_A = -w_{mg} \\ h_A &= OA \sin 37^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow -w_{mg} = 0.1 \times 10 \times 0.3 - 0.1 \times 10 \times 0.3 \times 0.6$$



این شکل روبه‌رو اصطکاک ناچیز است و ارابه بدون سرعت اولیه و حالت A رها می‌شود. نسبت سرعت اولیه در حالت B به سرعت آن در حالت C کدام است؟



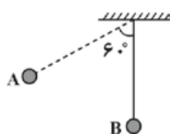
باتوجه به این که اصطکاک وجود ندارد، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند.

$$E_A = E_B \rightarrow mgh_A + 0 = mgh_B + \frac{1}{2}mV_B^2 \Rightarrow 30 = 12 + \frac{1}{2}V_B^2 \Rightarrow V_B^2 = 36$$

$$E_C = E_A \rightarrow mgh_C + \frac{1}{2}mV_C^2 = mgh_A + 0 \Rightarrow 23 + \frac{1}{2}V_C^2 = 30 \Rightarrow V_C^2 = 14$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^2 = 3 \Rightarrow \frac{V_B}{V_C} = \sqrt{3}$$

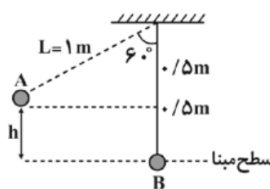
آونگی به جرم 1.0 kg و طول 1 m را مطابق شکل به اندازه‌ی 60° از حالت قائم منحرف کرده و رها می‌کنیم. چنانچه سرعت وزنه هنگام عبور از نقطه‌ی B برابر $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، چند ژول از انرژی اولیه‌ی گلوله تلف شده است؟



با توجه به این که اتلاف انرژی داریم در مقایسه‌ی انرژی در A, B می‌توان نوشت:

$$h_1 = L - L \cos 60 = \frac{1}{2}L = 0.5 \text{ m}$$

$$E_A + w_f = E_B \Rightarrow mgh_1 + w_f = mgh_2 + \frac{1}{2}mV^2$$



مقدار 5 J از انرژی اولیه تلف شده است.

$$1.0 \times 10 \times 0.5 + w_f = 0 + \frac{1}{2} \times 1.0 \times 3^2 \Rightarrow w_f = -5 \text{ J}$$

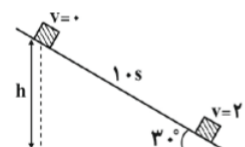
روی یک سطح شیبدار که با افق زاویه 30° میسازد، اتومبیلی به جرم ۱ تن از حال سکون حرکت کرده و در مدت ۱۰ ثانیه با شتاب ثابت سرعت خود را به ۲۰ متر بر ثانیه می‌رساند، با صرف نظر از اصطکاک مقاوم در برابر حرکت، توان موتور اتومبیل چند کیلووات است؟

$$\Delta x = \frac{V + V_0}{2} \Delta t, \Delta x = 10 \cdot m \quad \Delta h = \Delta x \cdot \sin \alpha = 5 \cdot m$$

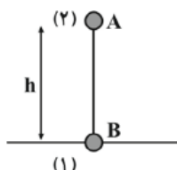
کار نیروی موتور + کار نیروی وزن = کل کار انجام شده

$$W = mgh + \frac{1}{2} V^2 = 1000 \times 10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 1000 \times 400 = 7 \times 10^5$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{7 \times 10^5}{10} = 70 \times 10^3 \text{ W} = 70 \text{ kW}$$

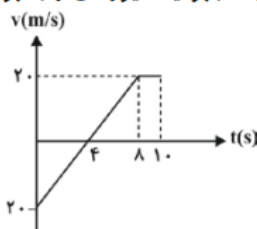


گلوله‌ای در شرایط خلاء از سطح زمین با سرعت اولیه‌ی $30 \frac{m}{s}$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟



$$K_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_1 = \frac{U_2}{v} + U_2 \Rightarrow K_1 = \frac{3}{2} U_2 \Rightarrow (1/2)mv^2 = (3/2)mgh \Rightarrow (30^2) = 3(9.8)(h) \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

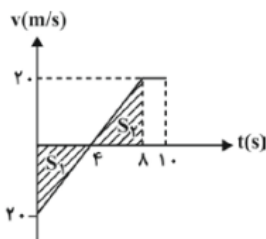
نمودار سرعت- زمان متحرکی در مدت ۱۰ ثانیه مطابق شکل مقابل است. در کدام بازه زمانی کار برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است؟



برای صفر شدن کار در یک بازه زمانی می‌بایست جابه‌جایی در آن بازه صفر شود.

$$W = F \Delta x \cos \theta \Rightarrow (\Delta x = 0)$$

مطابق نمودار در مدت ۸ ثانیه جابه‌جایی صفر می‌گردد.



$$S_1 + S_2 = \Delta x$$

$$\frac{-20 \times 4}{2} + \frac{20 \times 4}{2} = 0$$

پس از صفر تا ۸ ثانیه کار کل برابر صفر می‌گردد چون جابه‌جایی نداریم.

$$W = F \times \cos \theta = 0$$

نکته درسی: سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی متحرک است.

$$\Delta x = S_1 + S_2 \Rightarrow \text{جمع جبری}$$

$$= |S_1| + |S_2| \Rightarrow \text{مساحت طی شده}$$

راه حل دوم: می‌توانیم از قضیه کار-انرژی جنبشی استفاده کنیم. مطابق رابطه $W_{\Sigma F} = \Delta K$ کار برآیند هنگامی صفر می‌شود که $\Delta K = 0$ شود، یعنی $K_2 = K_1$ و برای این منظور باید سرعت ابتدا و انتهای بازه برابر شود که این اتفاق در بازه زمانی صفر تا ۸ ثانیه افتاده است.