

# فیزیک ۱

حل تمرین دکتر غلام محمد پارسا نسب  
نسرین کریمی  
دانشگاه شهید بهشتی - دی ۱۴۰۰

## تعریف تکانه

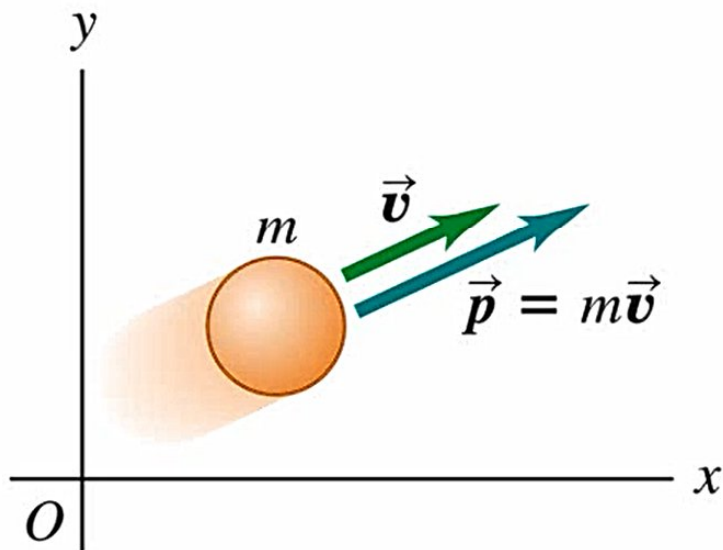
قانون اول نیوتن برای ذره ای که با سرعت  $V$  در حرکت است؛

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{V})$$

که :

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{V}) = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\vec{P} = m\vec{V}$$



## تعریف تکانه

قانون دوم نیوتن بر حسب تکانه؛

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

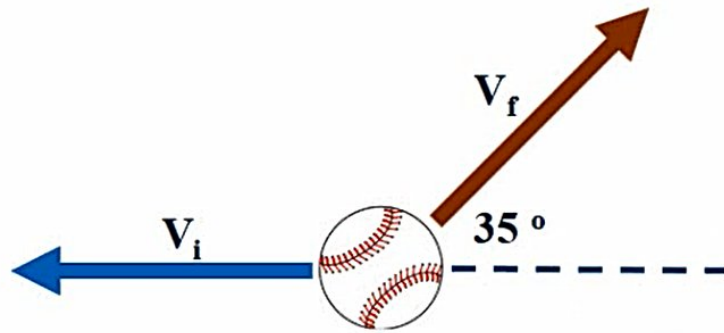
اگر  $F$  ثابت باشد، تغییر تکانه بصورت زیر است:

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t$$

## مثال

توپ بیسبالی به جرم  $0.14 \text{ kg}$  با سرعت افقی  $50 \text{ m/s}$  در حرکت است. چوبدستی به آن ضربه وارد می‌کند. این توپ چوبدست را در امتداد زاویه  $35^\circ$  درجه بالاتر از مسیر فرودش ترک می‌کند. فرض کنید برخورد  $1.5 \text{ ms}$  طول بکشد. نیروی متوسط چقدر است؟ تغییر تکانه را پیدا کنید.

## پاسخ



ابتدا تغییر مولفه‌های تکانه قبل و بعد از برخورد را بدست آورده و

سپس تغییر تکانه را محاسبه می‌کنیم.

$$\vec{P}_i = -mV_i \hat{i}$$

$$\vec{P}_f = (mV_f \cos 35) \hat{i} + (mV_f \sin 35) \hat{j}$$

تغییر تکانه را برای هر مولفه X و Y بدست می‌آوریم:

$$\Delta P_x = P_{fx} - P_{ix} = mV_f \cos 35 - (-mV_i) = 11.6 \text{ kg m / s}$$

$$\Delta P_y = P_{fy} - P_{iy} = mV_f \sin 35 - (0) = 4 \text{ kg m / s}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\Delta P_x \hat{i} + \Delta P_y \hat{j}}{\Delta t} = \frac{11.6 \hat{i} + 4 \hat{j}}{0.0015} = 8200 \text{ N}$$

حال نیروی متوسط:

## پایستگی تکانه

دو ذره به جرم‌های  $m_1$  و  $m_2$  با هم‌دیگر برخورد می‌کنند.



برخورد: برهم‌کنشی است در مدت زمان  $\Delta t$ ، که در مقایسه با مدتی که سیستم را مشاهده می‌کنیم قابل چشم‌پوشی است.

با فرض نبود نیروی خارجی؛ تکانه کل ذرات قبل و بعد از برخورد پایسته می‌ماند.

$$\sum \vec{P}_i = \sum \vec{P}_f$$

$$\vec{P}_{1,i} + \vec{P}_{2,i} = \vec{P}_{1,f} + \vec{P}_{2,f}$$

## مثال

یک تیرانداز با تفنگی به جرم  $M = 3 \text{ kg}$  شلیک می‌کند، به طوری که تفنگ می‌تواند آزادانه به عقب پس زده شود. جرم هر گلوله ۵ گرم است که بطور افقی با سرعت  $300 \text{ m/s}$  نسبت به زمین شلیک می‌شود. سرعت پس زنی (recoil velocity) تفنگ، انرژی جنبشی و تکانه نهایی تفنگ و گلوله را محاسبه کنید.



پاسخ



قانون پایستگی تکانه ؛ تکانه قبل مساوی با تکانه بعد.

$$P_i = 0$$

$$P_f = -MV_R + mV_B$$

$$P_i = P_f \Rightarrow 0 = -MV_R + mV_B \Rightarrow V_R = \frac{m}{M}V_B = \frac{0.005}{3} \times 300 = 0.5 \text{ m/s}$$

انرژی جنبشی نهایی تفنگ و گلوله؛

$$K_{f,R} = \frac{1}{2}MV_{f,R}^2 = \frac{1}{2}(3) \times (-0.5)^2 = 0.375 \text{ J}$$

$$K_{f,B} = \frac{1}{2}mV_{f,B}^2 = \frac{1}{2}(0.005) \times (300)^2 = 225 \text{ J}$$



## ادامه پاسخ

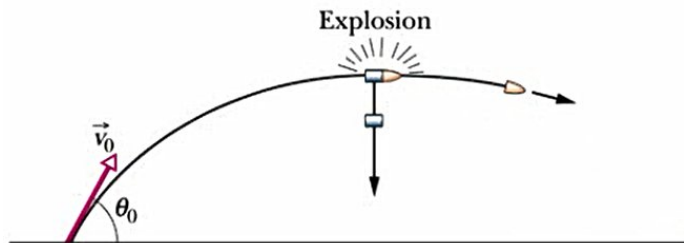
تکانه نهایی تفنگ و گلوله؛

$$P_{f,R} = MV_{f,R} = (3) \times (-0.5) = -1.5 \text{ kg.m / s}$$

$$P_{f,B} = MV_{f,B} = (0.005) \times (300) = 1.5 \text{ kg.m / s}$$

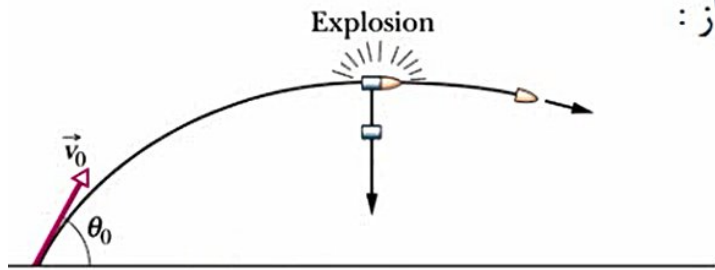
## مثال

یک گلوله با سرعت اولیه  $20 \text{ m/s}$  تحت زاویه  $60^\circ$  درجه نسبت به افق شلیک می‌شود. در بالاترین نقطه مسیر، گلوله در اثر انفجار به دو بخش با جرم‌های مساوی شکافته می‌شود. یکی از بخش‌ها که سرعت اولیه آن دقیقاً بعد از انفجار صفر است، بطور عمودی سقوط می‌کند. تکه دیگر چقدر دورتر از تفنگ فرود می‌آید. (نیروی مقاومت هوا را نادیده بگیرید)



## پاسخ

با استفاده از اطلاعات مربوط به حرکت پرتابی موقعیت بالاترین نقطه مسیر عبارتند از :



$$x = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{2g} = 17.7 \text{ m}$$

$$y = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \theta} + x \tan \theta = 15.3 \text{ m}$$

برای اینکه سرعت تکه مورد نظر را بیابیم، از قانون پایستگی تکانه استفاده می‌کنیم.

در راستای افقی هیچ نیروی خارجی نداریم، بنابراین می‌توان پایستگی تکانه را نوشت؛

$$P_0 = p_{1x}$$

$$MV_0 \cos \theta_0 = mV_1$$

$$V_1 = \frac{M}{m} V_0 \cos \theta_0 = 2V_0 \cos \theta_0 = 2 \times 20 \times \cos(60) = 20 \text{ m / s}$$

## ادامه پاسخ

برای فرود آمدن تکه به سطح زمین باید داشته باشیم؛

$$y = 0$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \sin \theta)t + y_0 = 0$$

بنابراین مدت زمانی که طول می کشد این تکه به زمین برسد برابر است با ؛

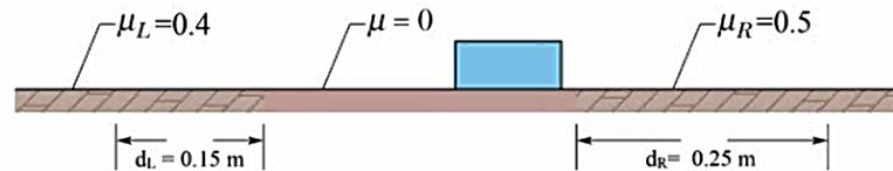
$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$$

حال این مقدار را در رابطه مولفه افقی مکان (X) قرار می دهیم تا مکان افقی بدست آید؛

$$x = x_0 + (V_0 \cos \theta)t \quad \Rightarrow \quad x = x_0 + (V_1 \cos \theta) \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = 53m$$

## مثال

در شکل زیر، یک مکعب در حال سکون، بعد از انفجار به دو بخش تقسیم می‌شود  $L$  و  $R$ . این دو بخش هر کدام به طرف نواحی با اصطکاک وارد شده و نهایتاً به حال سکون در می‌آیند. با توجه به داده‌های موجود در شکل، جرم کل مکعب را بیابید. جرم بخش  $L$  برابر با  $2\text{ kg}$  است.



## پاسخ

برای قسمت بدون اصطکاک می‌توان قانون پایستگی تکانه نوشت؛

$$M(0) = -m_L V_L + m_R V_R \quad \Rightarrow \quad V_L = \frac{m_R}{m_L} V_R \quad (1)$$

هر یک از تکه‌ها مسافتی را در نواحی با اصطکاک طی کرده و متوقف می‌شوند، بر مبنای قانون پایستگی انرژی داریم،

تغییر انرژی جنبشی = کار نیروی اصطکاک

برای جسم L داریم؛

$$K_{f,L} - K_{i,L} = -f d_L \quad \Rightarrow \quad 0 - \frac{1}{2} m_L V_L^2 = -\mu_L m_L g d_L$$

برای جسم R داریم؛

$$K_{f,R} - K_{i,R} = -f d_R \quad \Rightarrow \quad 0 - \frac{1}{2} m_R V_R^2 = -\mu_R m_R g d_R$$

## ادامه پاسخ

این دو رابطه اخیر را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{V_R^2}{V_L^2} = \frac{\mu_R d_R}{\mu_L d_L} \quad (2)$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) می‌توان مقدار  $m_R$  را بدست آورد.

$$m_R = 1.39 \text{ kg}$$

جرم کل برابر خواهد بود با :

$$M = m_L + m_R = 3.4 \text{ kg}$$

## مهلت تحویل: چهارشنبه ۱ دی ماه ساعت ۱۷:۱۵

شکل زیر، منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می دهد. تغییر تکانه توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را بدست آورید.

