

فیزیک ۱

حل تمرین دکتر غلام محمد پارسا نسب
نسرين كريمي
دانشگاه شهيد بهشتي - دي ۱۴۰۰

انواع مسائل برخورد

دو بعدی

یک بعدی

انواع برخورد

برخورد کشسان :

– پایداری انرژی جنبشی

– پایداری تکانه خطی

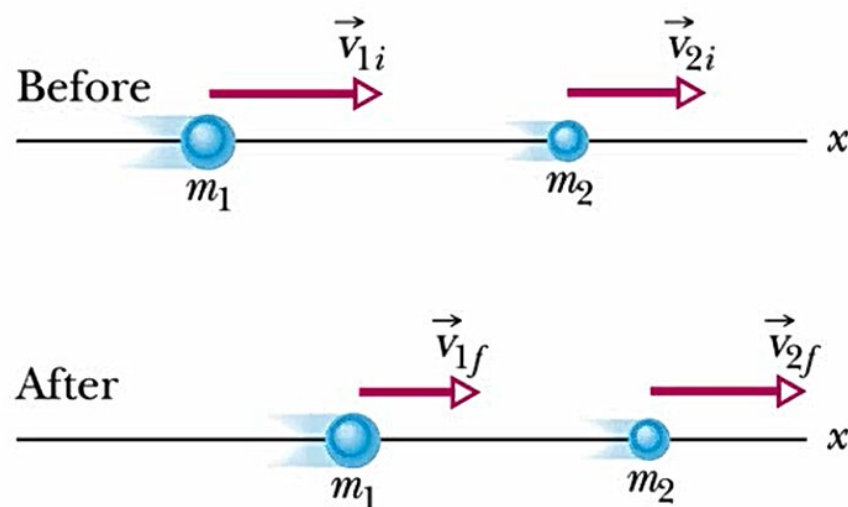
برخورد ناکشسان :

– پایداری تکانه خطی

اگر بعد از برخورد، دو جسم به هم دیگر بچسبند "برخورد کاملاً ناکشسان" خواهد بود.

برخورد یک بعدی کشسان

در این حالت دو جسم روی خط واصل بین مرکزهایشان در حرکتند، و پس از برخورد رو در رو در امتداد همان خط مستقیم به حرکت در می آیند.



برخورد یک بعدی کشسان

پایستگی تکانه؛

$$m_1 V_{1,i} + m_2 V_{2,i} = m_1 V_{1,f} + m_2 V_{2,f}$$

پایستگی انرژی جنبشی؛

$$\frac{1}{2} m_1 V_{1,i}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2,i}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1,f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2,f}^2$$

جواب کلی معادلات برخورد یک بعدی کشسان

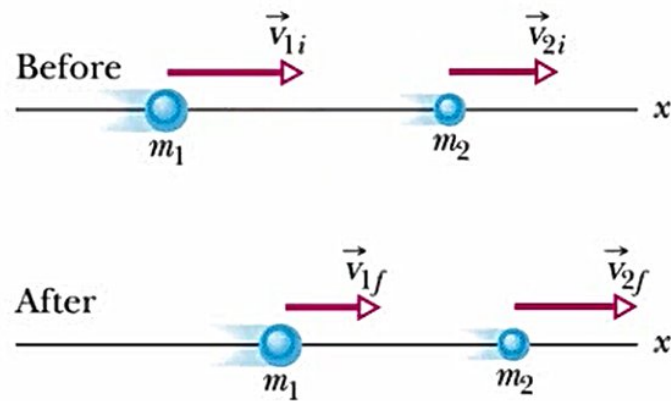
سرعت نهایی هر یک از ذرات بعد از برخورد از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$V_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) V_{1,i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) V_{2,i} \quad (A)$$

$$V_{1f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) V_{1,i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) V_{2,i} \quad (B)$$

نکته

$$V_{1,i} - V_{2,i} = -(V_{1,f} - V_{2,f})$$



در برخورد کشسان یک بعدی، سرعت نسبی دو جسم قبل از برخورد برابر و در جهت مخالف سرعت نسبی آنها بعد از برخورد است. (فرقی نمی کند ذرات برخورد کننده چه جرمی داشته باشند)

جرم ها مساوی باشند $m_1=m_2$

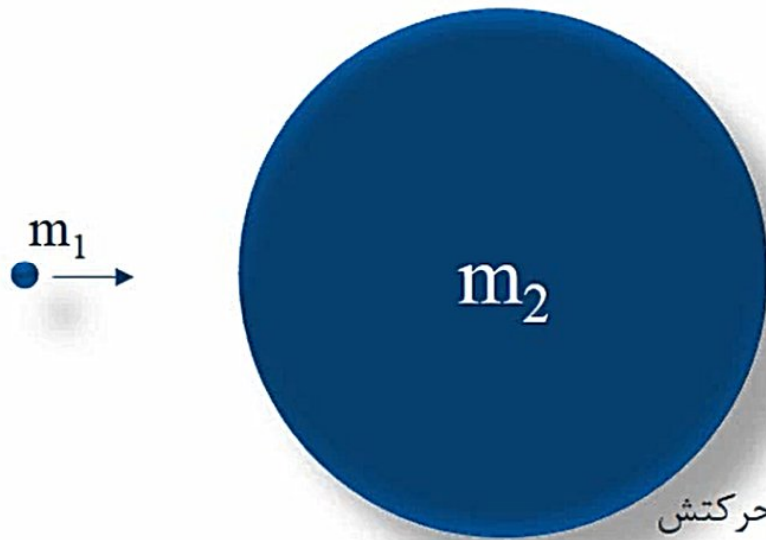
در این حالت روابط A و B به صورت زیر در خواهند آمد:

$$V_{1,f} = V_{2,i}$$

$$V_{2,f} = V_{1,i}$$

ذره هدف پر جرم باشد $m_2 \gg m_1$

با فرض اینکه ذره هدف (پر جرم) ساکن باشد؛



$$V_{1,f} = -V_{1,i}$$

$$V_{2,f} = 0$$

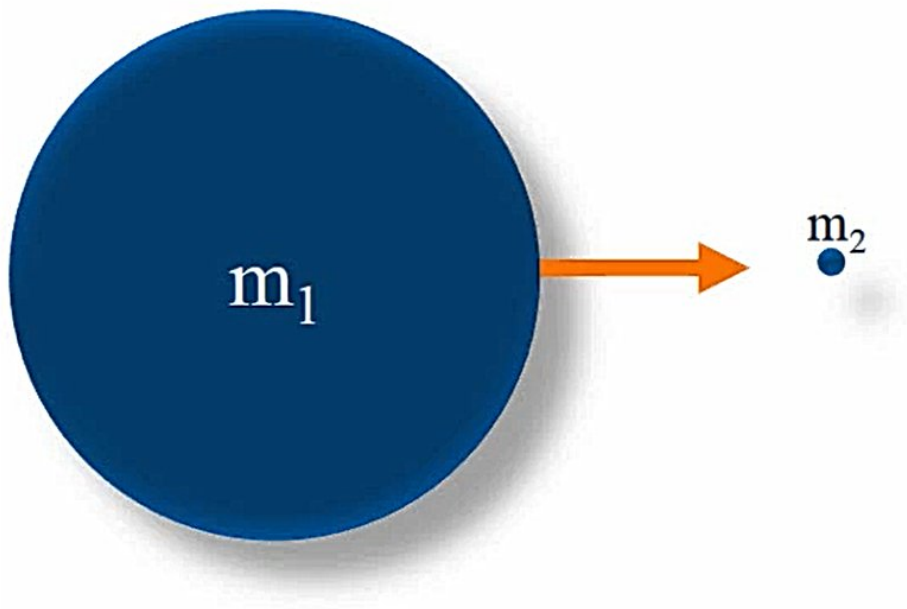
مثلا وقتی توپی از ارتفاع به زمین می خورد و وا می جهد.

یا وقتی که الکترونی به یک اتم نسبتا پر جرم برخورد کرده و مسیر حرکتش

وارونه می شود.

ذره پرتابه پر جرم باشد $m_1 \gg m_2$

فرض کنیم که ذره هدف (کم جرم) در ابتدا در حال سکون است.

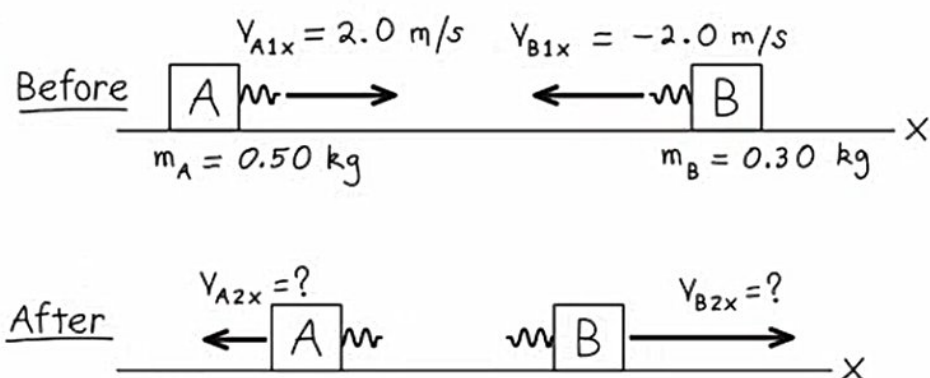


$$V_{1,f} = V_{1,i}$$

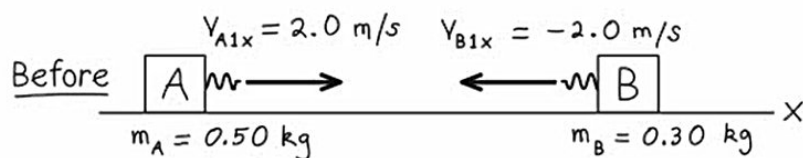
$$V_{2,f} = 2V_{1,i}$$

مثال

دو جسم با جرم‌های متفاوت بر روی یک سطح بدون اصطکاک به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند (مطابق شکل). به هر یک از جسم‌ها فنر ایده آلی متصل است، بنابراین برخورد آن‌ها کشسان خواهد بود. بعد از برخورد، سرعت هر جسم را حساب کنید.

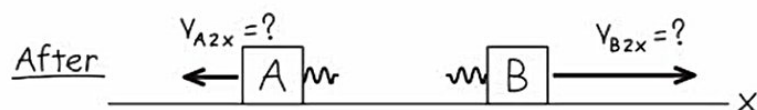


پاسخ



نیروی خالص وارد بر سیستم صفر است.

بنابراین می توان از پایستگی تکانه استفاده کرد.



$$m_A v_{A,1} + m_B v_{B,1} = m_A v_{A,2} + m_B v_{B,2}$$

$$0.5 v_{A,2} + 0.3 v_{B,2} = 0.40$$

از نکته ای که قبلا در مورد سرعت نسبی قبل و بعد از برخورد صحبت کردیم، استفاده خواهیم کرد.

$$v_{B,2} - v_{A,2} = -(v_{B,1} - v_{A,1})$$

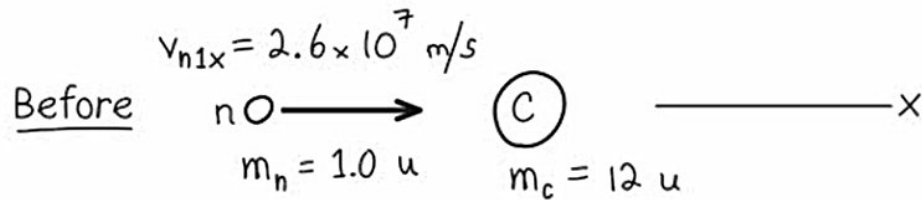
$$v_{B,2} - v_{A,2} = -(-2 - 2) = 4 \quad (2)$$

حال از معادلات (۱) و (۲) می توان مقادیر سرعت نهایی را بدست آورد.

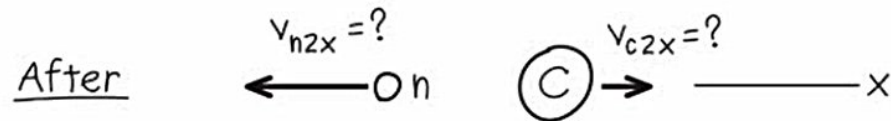
$$v_{A,2} = -1.0 \text{ m/s} \quad v_{B,2} = 3.0 \text{ m/s}$$

مثال + پاسخ

شکافت هسته اورانیوم در یک راکتور هسته ای منجر به تولید نوترون‌های سریع می‌شود. این نوترون‌ها باید در **moderator** کند شوند. نخستین راکتور هسته‌ای که در سال ۱۹۴۲ در دانشگاه شیکاگو ساخته شد از کربن (گرافیت) بعنوان مدراتور استفاده می‌کرد. فرض کنید یک نوترون (با جرم 1.0 u) با سرعت $2.6 \times 10^7 \text{ m/s}$ در حرکت است و برخورد رو در روی کشسان با یک هسته کربن (به جرم 12 u) در حال سکون انجام می‌دهد. با نادیده گرفتن نیروهای خارجی در حین حرکت، سرعت‌ها را بعد از برخورد بیابید. (1 u ، واحد جرم اتمی معادل با $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ است.)



با استفاده از معادلات A و B (اسلاید ۲۰) و جاگذاری مقادیر جرم و سرعت اولیه خواهیم داشت:

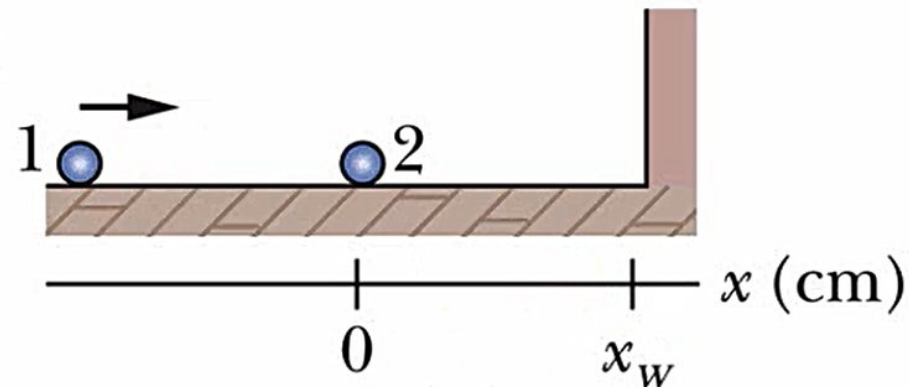


$$V_{Neutron,2} = -2.2 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$V_{Carbon,2} = 0.4 \times 10^7 \text{ m/s}$$

مثال

در شکل زیر، ذره ۱ به جرم $m_1 = 0.3 \text{ kg}$ در امتداد محور x بر روی سطحی بدون اصطکاک با سرعت 2 m/s سر می خورد. وقتی که این ذره به نقطه ۲ می رسد با جسم ۲ ($m_2 = 0.4 \text{ kg}$) که در حال سکون است بطور کشسان برخورد می کند. وقتی که ذره ۲ در مکان $x_w = 70 \text{ cm}$ به دیوار برخورد می کند بدون هیچ افتی در سرعت از آن وامی جهد. در چه نقطه ای روی محور x ، ذره ۲ مجدداً به ذره ۱ برخورد می کند؟



پاسخ

اگر از معادلات A و B مقادیر سرعت ذرات ۱ و ۲ بعد از اولین برخورد در نقطه $x = 0$ را بدست آوریم،

$$V_{1f} = -0.29 \text{ m/s} \quad \text{خواهیم داشت؛}$$

$$V_{2f} = 1.7 \text{ m/s}$$

حال ذره ۲ را در نظر بگیرید؛ مدت زمانی که طول می کشد این ذره با سرعت 1.7 m/s مجدداً به نقطه $x = 0$ برگردد؛

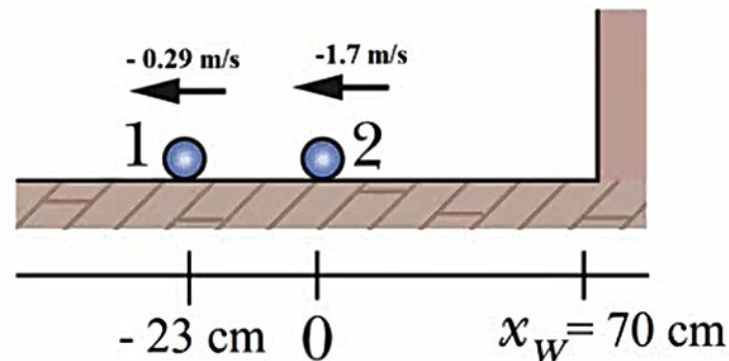
$$t = \frac{V_{2f}}{2x_w} = \frac{1.4}{1.7} = 0.82 \text{ s}$$

ادامه پاسخ

حال بیایید محاسبه کنیم که طی این مدت ذره ۱ در کجا قرار دارد؛

$$x_1 = V_{1f} t = -0.29 \times 0.82 s = -0.23 m = -23 cm$$

بنابراین وقتی که ذره ۲ در مکان $x = 0$ قرار دارد، ذره ۱ در مکان $x = -23 cm$ قرار دارد. حال سوال این است که در شکل زیر دو ذره کجا به هم می‌رسند.



سرعت نسبی بین دو ذره برابر با -1.99 m/s و فاصله اولیه آنها 23 cm است. بنابراین بعد از 0.16 s به هم می‌رسند.

ذره ۲ طی این مدت 0.16 ، مسافت 27.2 cm به سمت چپ طی کرده که در نتیجه مکان نهایی تلاقی دو ذره برابر با $x = -27.2 \text{ cm}$ است.

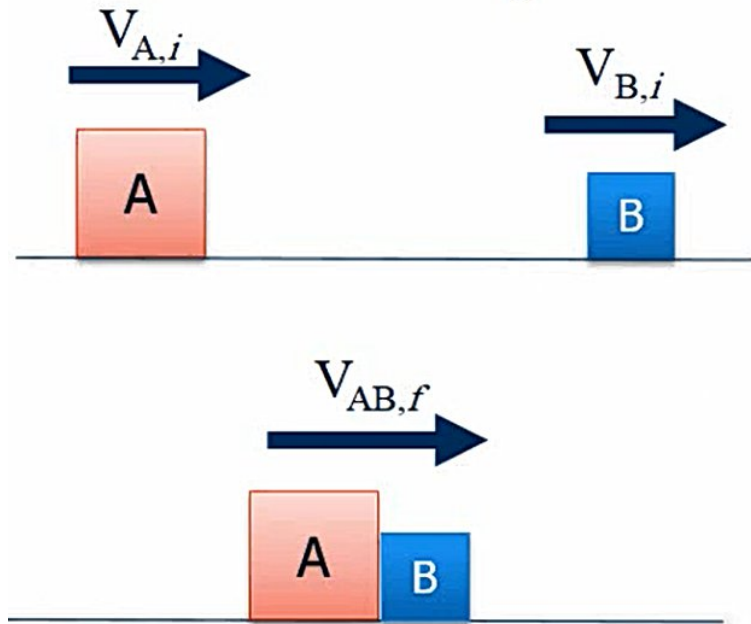
برخورد ناکشسان

در اینجا در مورد خاصی از برخورد ناکشسان صحبت می‌کنیم؛ برخورد کاملاً ناکشسان

فقط قانون پایستگی تکانه را داریم؛

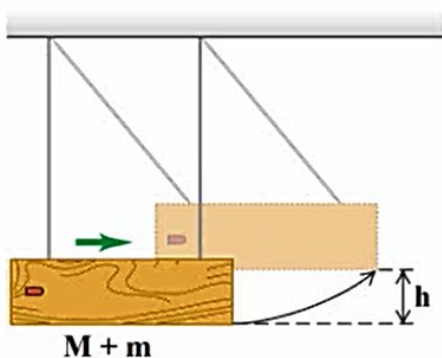
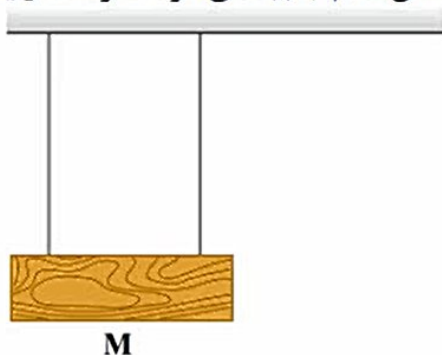
$$m_A \vec{V}_{A,i} + m_B \vec{V}_{B,i} = (m_A + m_B) \vec{V}_{AB,f}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{AB,f} = \frac{m_A \vec{V}_{A,i} + m_B \vec{V}_{B,i}}{(m_A + m_B)}$$

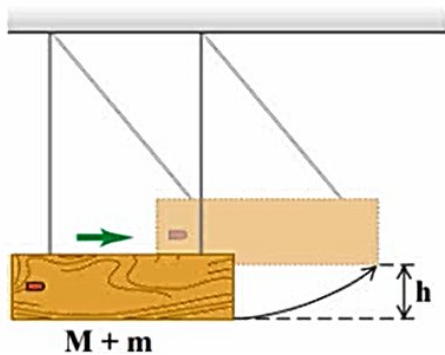
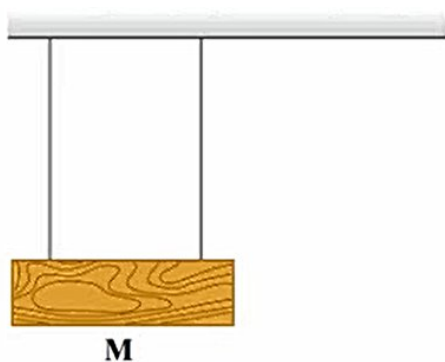


مثال

در شکل زیر گلوله ای به جرم $m = 9.5 \text{ gr}$ به قطعه چوبی به جرم $M = 5.4 \text{ kg}$ شلیک شده و سریعاً نسبت به آن به حال سکون می آید. مجموعه قطعه چوب و گلوله بطرف بالا تاب می خورد. این مجموعه قبل از سکون لحظه ای، به اندازه $h = 6.3 \text{ cm}$ در راستای قائم جابجا می شود. سرعت اولیه گلوله را حساب کنید.



پاسخ



با در نظر گرفتن برخورد کاملاً ناکشسان گلوله و چوب داریم؛

$$m u = (m + M) V \quad \Rightarrow \quad u = \frac{(m + M)}{m} V$$

حال باید V ، سرعت مجموعه گلوله و چوب بعد از برخورد را بیابیم.

ادامه پاسخ

با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی برای مجموعه گلوله و چوب داریم؛

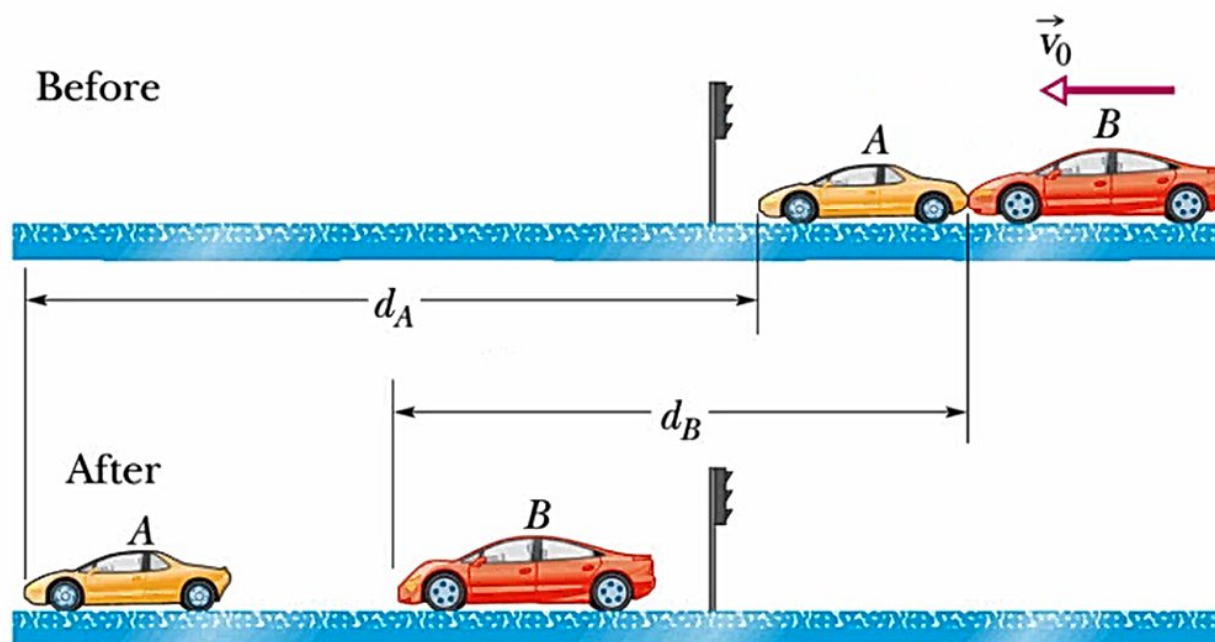
$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = (m + M)gh \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{2gh}$$

حال با دانستن V ، می توان u (سرعت اولیه گلوله) را محاسبه کرد؛

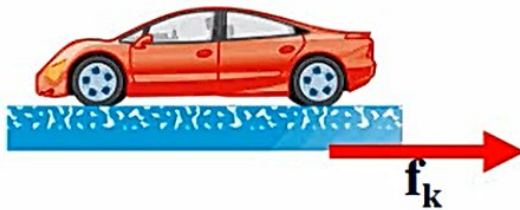
$$u = \frac{(m + M)}{m} \sqrt{2gh} = 630 \text{ m / s}$$

مثال

در شکل زیر، ماشین A (به جرم 1100 kg) پشت چراغ قرمز متوقف است که ماشین B (جرم 1400 kg) به آن برخورد می‌کند. هر دو ماشین به طرف جلو می‌لغزند تا اینکه نیروی اصطکاک جاده ($\mu_k = 0.13$) سبب توقف آن‌ها می‌شود. مسافت طی شده توسط A و B به ترتیب برابر با $d_A = 8.2 \text{ m}$ و $d_B = 6.1 \text{ m}$ می‌باشد. با فرض برقراری پایداری تکانه در حین برخورد، سرعت B درست قبل از برخورد را بیابید.



پاسخ



ابتدا با کاربرد قانون دوم نیوتن، شتاب هر جسم را می‌یابیم:

$$\sum F = m a \quad \Rightarrow \quad -f_k = -\mu_k m g = m a \quad \Rightarrow \quad a = -\mu_k g d$$

حال، با استفاده از قوانین سینماتیک، (معادله مستقل از زمان) سرعت هر ماشین درست بعد از برخورد را می‌توان محاسبه کرد:

$$0 - V^2 = 2 a d \Rightarrow V = d \sqrt{2 \mu_k g}$$

با جاگذاری مقدار جابجایی هر ماشین، خواهیم داشت:

$$V_A = 4.6 \text{ m/s}$$

$$V_B = 3.9 \text{ m/s}$$

ادامه پاسخ

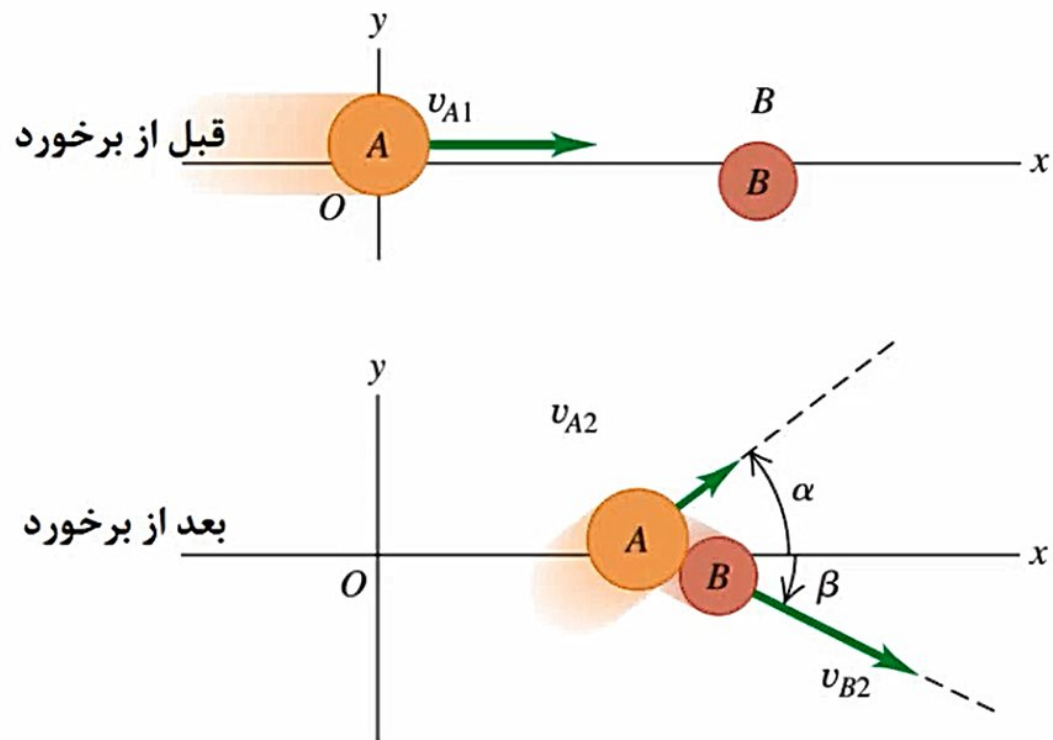
حال برخورد دو ماشین را در نظر می گیریم.

$$m_B V_{0,B} = m_A V_A + m_B V_B$$

$$\Rightarrow V_{0,B} = \frac{m_A V_A + m_B V_B}{m_B} = 7.5 \text{ m / s}$$

برخورد دو بعدی

برخورد دو بعدی زمانی روی می‌دهد که دو جسم بصورت کاملاً رو در رو با هم برخورد نکنند.



برخورد دو بعدی کشان

برای شکل در صفحه قبل:

پایستگی تکانه:

$$\vec{P}_{A,1} + \vec{P}_{B,1} = \vec{P}_{A,2} + \vec{P}_{B,2}$$

$$m_A V_{A,1} = m_A V_{A,2} \cos \alpha + m_B V_{B,2} \cos \beta$$

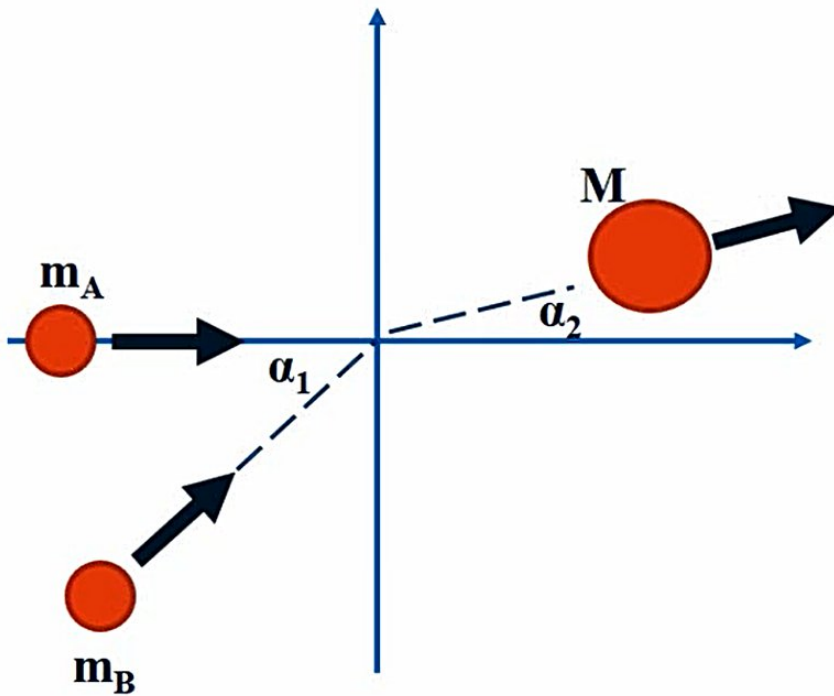
$$0 = m_A V_{A,2} \sin \alpha - m_B V_{B,2} \sin \beta$$

پایستگی انرژی جنبشی:

$$\frac{1}{2} m_A V_{A,1}^2 + \frac{1}{2} m_B V_{B,1}^2 = \frac{1}{2} m_A V_{A,2}^2 + \frac{1}{2} m_B V_{B,2}^2$$

برخورد دو بعدی ناکشسان

پایستگی تکانه

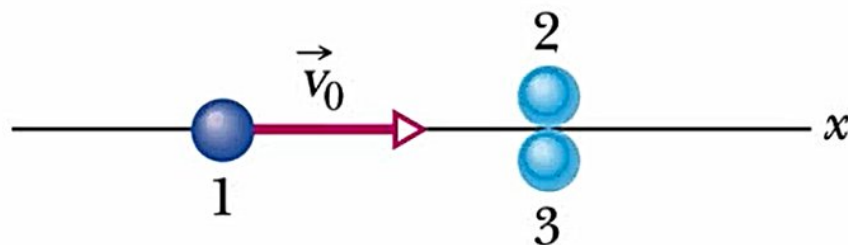


$$m_A V_{A,1} + m_B V_{B,1} \cos \alpha_1 = M V \cos \alpha_2$$

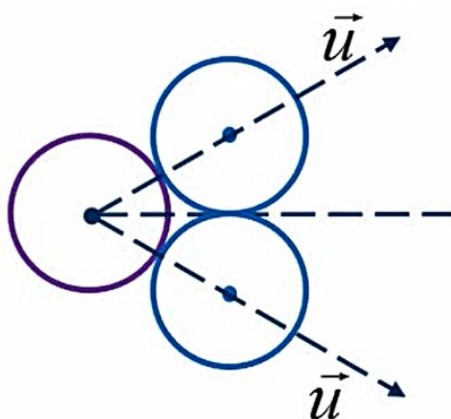
$$m_B V_{B,1} \sin \alpha_1 = M V \sin \alpha_2$$

مثال

توپى که با سرعت اولیه 10 m/s در حرکت است با دو توپ مشابه دیگر که خط واصل مراکز آنها عمود بر سرعت اولیه خودشان است برخورد کشسان می‌کند. توپ اول مستقیماً به طرف نقطه تماس دو توپ دیگری نشانه روی شده است. همه توپ‌ها بدون اصطکاک اند. سرعت هر سه توپ را پس از برخورد معین کنید. (راهنمایی: در صورت نبود اصطکاک، هر ضربه در امتداد خط واصل مراکز توپ‌ها و عمود بر سطوح تماس است.)



پاسخ



دو توپ ساکن تحت زاویه ۳۰ درجه پراکنده می‌شوند.

مسئله دو بعدی است.

پایستگی تکانه در راستای X :

$$mV = mV' + m u \cos 30^\circ + m u \cos 30^\circ$$

پایستگی تکانه در راستای Y :

$$0 = m u \sin 30^\circ - m u \sin 30^\circ$$

پایستگی انرژی:

$$\frac{1}{2} m V^2 = 2 \left(\frac{1}{2} m u^2 \right) + \frac{1}{2} m V'^2$$

ادامه پاسخ

با استفاده از ۳ معادله اخیر (و کمی محاسبات جبری) خواهیم داشت:

$$u = 6.93 \text{ m / s}$$

$$V = -2 \text{ m / s}$$

مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۹ دی پنج شنبه

گلوله‌ای به جرم 10g به یک قطعه چوب ساکن به جرم 2kg برخورد می‌کند و از سمت دیگر قطعه چوب با سرعت 200m/s خارج می‌شود. قطعه چوب بر اثر برخورد بر روی سطحی با ضریب اصطکاک $\mu_k=0.2$ مسافت ۱ متر را طی کرده متوقف می‌شود. سرعت اولیه گلوله را بیابید.