

Задание 1.

Дана функция двух переменных $f(x_1, x_2)$.

а. Найти стационарную точку и вычислить в ней значение функции; б. Определить экстремум, если он есть.

1. $3x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 3x_1 + 2x_2 + 5$
2. $4x_1^2 + x_1x_2 + 5x_2^2 - 50x_1 + 60x_2 - 5$
3. $7x_1^2 - 2x_1x_2 + 8x_2^2 - 2x_1 + x_2 + 10$
4. $3x_1^2 - 3x_1x_2 + 9x_2^2 + 5x_1 - 8x_2 + 5$
5. $3x_1^2 - 2x_1x_2 + 6x_2^2 + 10x_1 - 12x_2 + 3$
6. $18x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 + 16x_1 - 16x_2 + 2$
8. $9x_1^2 - 5x_1x_2 + 21x_2^2 - 14x_1 - 44,5x_2 + 2$
8. $5x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 - 10x_1 - x_2 - 5$
9. $2(x_1 - 5)^2 + 3(x_2 - 4)^2$
10. $7x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 + x_1 - 10x_2 - 5$
11. $10x_1^2 + 3x_1x_2 + 8x_2^2 - 3x_1 + 2x_2 + 5$
12. $-10x_1^2 + 3x_1x_2 + 8x_2^2 + 3x_1 + x_2$
13. $-6x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 4x_1 + 5x_2 + 10$
14. $20x_1^2 + 2x_1x_2 - 40x_2^2 - 4x_1 + 5x_2 + 10$
15. $20x_1^2 + 2x_1x_2 + 40x_2^2 - 40x_1 + 50x_2 + 1$
16. $5x_1^2 + x_1x_2 + 5x_2^2 - 5x_1 + 2x_2 - 5$
17. $-5x_1^2 + 5x_1x_2 - 6x_2^2 - 10x_1 - 2x_2 - 5$
18. $4x_1^2 + 3x_1x_2 + 4x_2^2 - 10x_1 - 2x_2 + 9$
19. $11x_1^2 + 8x_1x_2 + 6x_2^2 + 30x_1 - 20x_2 + 25$
20. $21x_1^2 + 5x_1x_2 + 10x_2^2 + 3x_1 + 2x_2 + 1$
21. $12x_1^2 + 10x_1x_2 + 11x_2^2 - 45x_1 - 30x_2 + 3$
22. $27x_1^2 + 25x_1x_2 + 41x_2^2 - 55x_1 - 60x_2 + 5$
23. $67x_1^2 + 35x_1x_2 + 51x_2^2 - 45x_1 - 60x_2 + 10$
24. $23x_1^2 + 15x_1x_2 + 17x_2^2 - 51x_1 - 40x_2 + 11$
25. $13x_1^2 + 19x_1x_2 + 71x_2^2 - 51x_1 - 93x_2 + 1$
26. $4x_1^2 + 7x_1x_2 + 5x_2^2 - 21x_1 - 23x_2 + 3$
28. $6x_1^2 + 6x_1x_2 + 6x_2^2 - 11x_1 - 13x_2 + 3$
28. $16x_1^2 + 13x_1x_2 + 3x_2^2 - 91x_1 - 40x_2 + 3$
29. $61x_1^2 + 34x_1x_2 + 35x_2^2 - 52x_1 - 26x_2 + 7$
30. $33x_1^2 + 14x_1x_2 + 8x_2^2 - 92x_1 - 99x_2 + 7$

Задание 2.

Дана функция трех переменных $f(x_1, x_2, x_3)$.

а. Найти стационарную точку и вычислить в ней значение функции;

б. Определить экстремум, если он есть.

1. $(3x_1 - 3x_2 - 5)^2 + (6x_1 - x_2 - x_3 - 2)^2 + (2x_1 + 5x_2 + x_3 - 1)^2$

2. $\exp(x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 + x_1x_2 + 2x_1x_3)$

3. $\exp(5x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 3x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_1)$

4. $2x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3 + 3x_1 - x_2 + 5$

5. $\exp(5x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 + x_1x_2 - 2x_1x_3 - 3x_2x_3 - 2x_1 + x_2 + 1)$

6. $4x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3 + 2x_1 - 3x_2 + 1$

8. $5x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 + x_1x_2 - 2x_1x_3 - 3x_2x_3 + 4x_1 - 5x_2 + x_3$

8. $3x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 - x_1x_2 - 3x_2x_3 - 2x_1x_3 + 1$

9. $2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2 + x_1x_3 - x_2x_3 - 5x_1 + x_2 + x_3$

10. $3x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3 + 5x_2x_3 + 4x_1 - x_2$

13. $6x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3 + 5x_2x_3 + 4x_1 - 5x_2 + 2x_3$

12. $10x_1^2 + 7x_2^2 + 5x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3 + 5x_2x_3 + 10x_1 - 2x_2 + 5x_3$

13. $10x_1^2 + 17x_2^2 + 15x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3 + 25x_2x_3 - 20x_1 - 50x_2 - 50x_3$

14. $-10x_1^2 - 17x_2^2 - 15x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3 + 25x_2x_3 + 20x_1 + 50x_2 + 50x_3$

15. $-x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3 + x_2x_3 + 10x_1 - 30x_2 - 5x_3$

16. $x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3 + x_2x_3 + x_1 - 3x_2 - 5x_3$

18. $2x_1^2 + 6x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + x_1 - 3x_2 - 5x_3$

18. $3x_1^2 + 6x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 5x_2x_3 + x_1 - 3x_2 - 5x_3$

19. $2x_1^2 + 10x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 5x_2x_3 - 10x_1 - 3x_2 - 5x_3$

20. $12x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 - 5x_1x_3 - 4x_2x_3 - 100x_1 - 30x_2 - 50x_3$

21. $2x_1^2 + 7x_2^2 + 14x_3^2 - 3x_1x_2 - 7x_1x_3 - 5x_2x_3 - 50x_1 - 15x_2 - 25x_3$

22. $2x_1^2 + 7x_2^2 + 14x_3^2 - 3x_1x_2 - 7x_1x_3 - 5x_2x_3 - 50x_1 - 15x_2 - 25x_3$

23. $3x_1^2 + 8x_2^2 + 13x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 6x_2x_3 - 55x_1 - 18x_2 - 21x_3$

24. $5x_1^2 + 7x_2^2 + 12x_3^2 - 3x_1x_2 - 7x_1x_3 - x_2x_3 - 15x_1 - 10x_2 - 11x_3$

25. $3x_1^2 + 2x_2^2 + 7x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 15x_1 - 10x_2 - 11x_3$

26. $5x_1^2 + 2x_2^2 + 6x_3^2 - 4x_1x_2 - 3x_1x_3 - 3x_2x_3 - 10x_1 - 15x_2 - 5x_3$

28. $8x_1^2 + 5x_2^2 + 7x_3^2 - 6x_1x_2 - 5x_1x_3 - 4x_2x_3 - 20x_1 - 10x_2 - 4x_3$

28. $9x_1^2 + 3x_2^2 + 6x_3^2 - 5x_1x_2 - 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 13x_1 - 4x_2 - 41x_3$

29. $39x_1^2 + 33x_2^2 + 60x_3^2 - 51x_1x_2 - 41x_1x_3 - 21x_2x_3 - 13x_1 - 41x_2 - 61x_3$

30. $19x_1^2 + 11x_2^2 + 21x_3^2 - 5x_1x_2 - 4x_1x_3 - 6x_2x_3 - 7x_1 - 22x_2 - 15x_3$

Задание 3.

Даны функция f и ограничения.

а. Составить функцию Лагранжа;

б. Определить стационарную точку и проверить ее на экстремум **двумя способами**;

в. Найти стационарную точку методом Якоби, проверить ее на экстремум и исследовать решение на чувствительность.

1. $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - x_2x_3 - 3x_1 - 5x_2 - 55x_3$
 $2x_1 - x_2 + x_3 = -2, \quad x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -7$

2. $f = 4x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 + 5x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3 - 16x_1 - 5x_2 - 5x_3$
 $-x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -9, \quad x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -10$

3. $f = 4x_1^2 + 5x_2^2 + 6x_3^2 + 7x_1x_2 + 3x_1x_3 - 3x_2x_3 - 30x_1 - 2x_2 - 20x_3$
 $2x_1 + x_2 + 7x_3 = 6, \quad -x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 5$

4. $f = 8x_1^2 + 6x_2^2 + 3x_3^2 + 10x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2x_3 - 35x_1 - 2x_2 - 40x_3$
 $2x_1 - x_2 + 7x_3 = 11, \quad -x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 4$

5. $f = -10x_1^2 - 6x_2^2 - 5x_3^2 + 10x_1x_2 + 3x_1x_3 - 5x_2x_3 + 100x_1 + 130x_2 + 50x_3$
 $x_1 - 5x_2 + 10x_3 = 30, \quad x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 40$

6. $f = -5x_1^2 - 16x_2^2 - 15x_3^2 + 10x_1x_2 + 3x_1x_3 - 5x_2x_3 + 10x_1 + 13x_2 + 5x_3$
 $2x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 20, \quad 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 20$

8. $f = 25x_1^2 + 10x_2^2 + 15x_3^2 + 5x_1x_2 + x_1x_3 - 2x_2x_3 + 10x_1 + 13x_2 + 5x_3$
 $3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 10, \quad 5x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 15$

8. $f = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 10x_3^2 + 6x_1x_2 - 6x_1x_3 - 9x_2x_3 - 10x_1 - 13x_2 + 10x_3$
 $2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 50, \quad 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 100$

9. $f = 7x_1^2 + 5x_2^2 + 9x_3^2 + 8x_1x_2 - 9x_1x_3 - 2x_2x_3 - 5x_1 - 6x_2 + 2x_3$
 $3x_1 - x_2 + 2x_3 = 150, \quad 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 200$

10. $f = 12x_1^2 + 9x_2^2 + 2x_3^2 + 5x_1x_2 - 9x_1x_3 - 2x_2x_3 - 35x_1 - 60x_2 + 20x_3$
 $4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 200, \quad 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 400$

11. $f = 25x_1^2 + 20x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 - 5x_1x_3 - 5x_2x_3 - 5x_1 - 7x_2 + 2x_3$
 $4x_1 + x_2 + 2x_3 = 21, \quad x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 9$

14. $f = -20x_1^2 - 20x_2^2 - 2x_3^2 + 2x_1x_2 - 5x_1x_3 - 5x_2x_3 - 15x_1 - 17x_2 + 2x_3$
 $x_1 + 3x_2 = 14, \quad 2x_1 + x_3 = 7$

13. $f = 20x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 5x_1x_3 + 5x_2x_3 + 10x_1 + 25x_2 + 20x_3$
 $11x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 240, \quad 21x_1 + 11x_2 + x_3 = 270$

14. $f = 15x_1^2 + 7x_2^2 + 10x_3^2 + 20x_1x_2 + x_1x_3 + 3x_2x_3 + 10x_1 - 25x_2 - 20x_3$
 $11x_1 + 20x_2 + 10x_3 = 300, \quad 21x_1 + 60x_2 + x_3 = 270$

15. $f = 40x_1^2 + 20x_2^2 + 5x_3^2 - 20x_1x_2 - 5x_1x_3 - 17x_2x_3 + 20x_1 - 15x_2 - 10x_3$
 $21x_1 + 20x_2 + 10x_3 = 500, \quad 30x_1 + 20x_2 + 2x_3 = 300$

16. $f = 20x_1^2 + 5x_2^2 + 13x_3^2 - 10x_1x_2 - 5x_1x_3 - 12x_2x_3 + 25x_1 - 20x_2 - 30x_3$
 $x_1 + 10x_2 + 10x_3 = 1000, 3x_1 + 15x_2 + 2x_3 = 700$
17. $f = -30x_1^2 - 5x_2^2 - 13x_3^2 + 10x_1x_2 - 10x_1x_3 - 11x_2x_3 + 5x_1 - 2x_2 - 3x_3$
 $x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 500, 3x_1 - 15x_2 + 10x_3 = 300$
18. $f = -3x_1^2 - 5x_2^2 - 13x_3^2 - 5x_1x_2 - 5x_1x_3 - 15x_2x_3 + 5x_1 + 12x_2 - 13x_3$
 $2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 400, 4x_1 - 10x_2 + 15x_3 = 200$
19. $f = 3x_1^2 + 5x_2^2 + 13x_3^2 + 5x_1x_2 + 5x_1x_3 + 15x_2x_3 + 7x_1 + 15x_2 - 13x_3$
 $x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 900, 7x_1 - 12x_2 + 10x_3 = 1200$
20. $f = 13x_1^2 + 9x_2^2 + 8x_3^2 + 15x_1x_2 + 7x_1x_3 + 15x_2x_3 + 17x_1 - 8x_2 - 20x_3$
 $-x_1 + 55x_2 + 6x_3 = 2500, 17x_1 - 15x_2 + 10x_3 = 3000$
21. $f = 18x_1^2 + 11x_2^2 + 6x_3^2 + 7x_1x_2 + 3x_1x_3 + 16x_2x_3 + 7x_1 - 9x_2 + 25x_3$
 $6x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 25, -3x_1 - 7x_2 + 22x_3 = 30$
22. $f = 8x_1^2 + 10x_2^2 + 7x_3^2 + 3x_1x_2 + 2x_1x_3 + 16x_2x_3 + 31x_1 - 19x_2 + 12x_3$
 $13x_1 + 2x_2 + 16x_3 = 18, -6x_1 - 3x_2 + 32x_3 = 10$
23. $f = 14x_1^2 + 12x_2^2 + 9x_3^2 + 13x_1x_2 + 12x_1x_3 + 6x_2x_3 + 5x_1 - 4x_2 + 7x_3$
 $15x_1 + 5x_2 + 11x_3 = 180, -2x_1 - 96x_2 + 32x_3 = 100$
24. $f = 24x_1^2 + 4x_2^2 + 17x_3^2 + 8x_1x_2 + 3x_1x_3 + 15x_2x_3 + 8x_1 - 18x_2 + 7x_3$
 $15x_1 + 9x_2 + 11x_3 = 240, -29x_1 - 6x_2 + 32x_3 = 200$
25. $f = 34x_1^2 + 8x_2^2 + 8x_3^2 + x_1x_2 + 5x_1x_3 + 15x_2x_3 + 18x_1 - 28x_2 + 12x_3$
 $14x_1 + 9x_2 + 11x_3 = 240, -39x_1 - 14x_2 + 38x_3 = 200$
26. $f = 13x_1^2 + 10x_2^2 + 9x_3^2 + x_1x_2 + 2x_1x_3 + 18x_2x_3 + 3x_1 - 2x_2 + x_3$
 $24x_1 + 49x_2 + 11x_3 = 450, -39x_1 - 94x_2 + 38x_3 = 250$
27. $f = 2x_1^2 + 22x_2^2 + 8x_3^2 + 3x_1x_2 + 7x_1x_3 + 12x_2x_3 + 20x_1 - 45x_2 + 21x_3$
 $4x_1 + x_2 + 11x_3 = 50, -3x_1 - 14x_2 + 18x_3 = 50$
28. $f = 32x_1^2 + 12x_2^2 + 3x_3^2 + 14x_1x_2 + 7x_1x_3 + 11x_2x_3 + 13x_1 - 15x_2 + 2x_3$
 $5x_1 + 3x_2 + 11x_3 = 250, -3x_1 - 10x_2 + 18x_3 = 50$
29. $f = 9x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_3^2 + 7x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_2x_3 + 23x_1 - 35x_2 + 24x_3$
 $21x_1 + 31x_2 + 11x_3 = 950, -12x_1 - 51x_2 + 18x_3 = 250$
30. $f = 4x_1^2 + 6x_2^2 + 7x_3^2 + 2x_1x_2 + 10x_1x_3 + 4x_2x_3 + 120x_1 - 350x_2 + 124x_3$
 $851x_1 + 41x_2 + 11x_3 = 3950, -272x_1 - 31x_2 + 238x_3 = 750$

Задание 4.

Составить математическую модель и найти оптимальное решение, используя процедуру “поиск решения” (“solver”) MSExcel.

1. Магазин оптовой торговли реализует три вида продукции П1, П2 и П3 в условиях, когда ограничена полезная площадь помещений, которая с учетом коэффициента оборачиваемости составляет 450 м², и рабочее время работников магазина составляет 600 чел*час. Товарооборот должен быть не меньше 240 тыс. руб. Затраты ресурсов и получаемая прибыль даны в табл. Разработать план товарооборота, обеспечивающий максимум прибыли.

Таблица.

Ресурсы	Затраты ресурсов на реализацию товара стоимостью 1 тыс. руб.			Объем ресурса
	П1	П2	П3	
Полезная площадь, м ²	1.5	2	3	450
Рабочее время, чел*час	3	2	1.5	600
Прибыль, тыс. руб.	50	65	70	

2. Двум погрузчикам равной мощности за 24 часа нужно погрузить на первой площадке 230 т, на второй 168 т. Первый погрузчик на первой площадке может погрузить 10 т в час, на второй - 12 т. Второй погрузчик на каждой площадке может погрузить по 13 т в час. Стоимость погрузки 1 т первым погрузчиком на первой площадке равна 8 тыс. руб., на второй 7 тыс. руб., вторым погрузчиком на первой площадке - 12 тыс. руб., на второй - 13 тыс. руб. Первый погрузчик на второй площадке может работать не более 16 час. Найти такой план работ, чтобы стоимость работ была минимальной.

3. Процесс изготовления двух видов изделий состоит в последовательной обработке каждого изделия на трех станках. Время использования станков ограничено 10 ч в сутки. Время обработки и прибыль от продажи одного изделия указаны в табл. Найти оптимальные объемы производства.

Таблица.

Изделие	Время обработки 1 изделия, мин			Удельная прибыль
	Станок 1	Станок 2	Станок 3	
1	10	6	8	2\$
2	5	20	15	3\$

4. Производится два вида продукции - А и В. Объем сбыта продукции А составляет не менее 60% от общего объема реализации А и В. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 100\$. Расход сырья на единицу продукции А составляет 2\$, а на единицу продукции В - 4\$. Цены на

продукцию А и В равны 20\$ и 40\$ соответственно. Определить оптимальное распределение сырья для изготовления продукции А и В.

5. Изделия четырех типов проходят последовательную обработку на двух станках. Время обработки одного изделия каждого типа на каждом из станков, стоимость изделий, стоимость часа работы каждого станка и максимально возможное время использования каждого станка приведены в табл. Определить максимальную чистую прибыль.

Таблица.

Станок	Время обработки одного изделия, час.				Стоимость 1 часа работы станка, \$	Максим. время работы, час.
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4		
Станок 1	2	3	4	2	10	500
Станок 2	3	2	1	2	15	380
Цена изделия	65	70	55	45		

6. Планируется выпуск мужских и женских костюмов. На женский костюм требуется 1 м шерсти, 2 м лавсана и 1 человеко-день трудозатрат, на мужской костюм - 3.5 м шерсти, 0.5 м лавсана и 1 человеко-день трудозатрат. Всего имеется 350 м шерсти, 240 м лавсана и 150 человеко-дней трудозатрат. По плану предусматривается выпуск не менее 110 костюмов, причем необходимо обеспечить прибыль не менее 1400\$. Прибыль от реализации женского костюма составляет 10\$, а от мужского - 20\$. Определить максимальную прибыль.

7. При проведении капитального ремонта дома фирма возводит перегородки двух типов: гипсобетонные и каркасные с обшивкой листами сухой штукатурки. Ресурсы, необходимые для изготовления 1 м², и месячные фонды указаны в табл. Найти такой месячный план (в м²) производства перегородок, чтобы их суммарная площадь была максимальна.

Таблица.

Наименование ресурса	Единица измерения	Расход на 1 кв. м		Месячные фонды
		Гипсобетонные перегородки	Каркасные перегородки	
Гипсобетон	м3	0.08	0.00	160
Пиломатериалы	м3	0.01	0.022	50
Сухая штукатурка	м2	0.00	2.1	4200
Рабочая сила	чел.-дн.	0.17	0.27	675

8. Распределить станки четырех типов по пяти видам работ. В наличии имеется 25, 30, 20, 30 станков каждого типа соответственно. Каждый вид работ заключается в выполнении 20, 20, 30, 10 и 25 операций соответственно.

На станке типа 4 не может выполняться работа типа 4. Стоимость одной операции, осуществляемой на станках разных типов для разных работ приведена в табл. Определить оптимальное распределение станков по работам.

Таблица.

Тип станков	Тип работ				
	1	2	3	4	5
1	10	2	3	15	9
2	5	10	15	2	4
3	15	5	14	7	15
4	20	15	13	-	8

9. Фирма рекламирует свою продукцию по радио и телевидению. Затраты на рекламу не могут превышать 1000\$ в месяц. Минута рекламы на радио стоит 5\$, минута телерекламы - 100\$. Фирма планирует использовать радиорекламу по крайней мере в два раза чаще, чем телерекламу. Опыт показал, что минута телерекламы обеспечивает объем сбыта в 25 раз больший, чем минута радиорекламы. Определить оптимальное распределение средств на рекламу.

10. Денежные средства могут быть использованы для финансирования двух проектов. Проект А гарантирует получение прибыли в размере 70 центов на вложенный доллар через год. Проект В гарантирует получение прибыли в размере 2\$ на каждый инвестированный доллар, но через два года. При финансировании проекта В период инвестиций должен быть кратным двум годам. Как следует распорядиться капиталом в 100000\$, чтобы получить максимальную прибыль через три года после начала вложений.

11. Для сборки двух видов приборов **а** и **б** применяются три типа микросхем А, В и С. На один прибор **а** затрачивается одна микросхема А, три микросхемы В, а на один прибор **б** соответственно две микросхемы А и четыре С. Запас микросхем А и В по 30 штук. С – 40 штук. Сколько приборов каждого вида необходимо собрать для получения максимального дохода, если стоимость одного прибора **а** - 10 рублей, а **б** - 20 рублей.

12. Строительная организация планирует сооружение домов типа D_1 , D_2 , D_3 с однокомнатными, двухкомнатными и трехкомнатными квартирами. Один дом D_1 состоит из 10 одно-, 50 двух- и 35 трех- комнатных квартир. Для домов D_2 и D_3 эти данные равны соответственно 20, 60, 10 и 15, 30, 5. Годовой план ввода жилой площади составляет не менее 700 однокомнатных, 2000 двухкомнатных и 600 трехкомнатных квартир. Требуется составить программу строительства так, чтобы выполнить годовой план с наименьшими затратами, естественно известно, что затраты на возведение одного дома D_1 , D_2 и D_3 составляют соответственно 700, 400 и 300 тыс. руб.

13. В мастерской при изготовлении столов, шкафов и тумбочек применяются два вида древесины. На один стол расходуется 0.15 м^3 древесины первого вида и 0.2 м^3 – второго, на один шкаф – 0.2 м^3 и 0.1 м^3 соответственно, а на одну тумбочку 0.05 м^3 древесины первого вида. В наличии имеется 60 м^3 древесины первого вида и 40 м^3 второго. Количество выпущенных шкафов должно быть не менее 200. Выпуск столов и тумбочек не запланирован. Прибыль мастерской от производства одного стола составляет 12 рублей, шкафа – 15 рублей, тумбочки – 3 рубля. Сколько столов, шкафов и тумбочек должна изготовить мастерская, чтобы получить наибольшую прибыль?

14. Хлебозавод выпускает кексы, бисквиты, сдобные булочки и сухари. Расход муки двух видов и различных добавок в центнерах на центнер каждого вида изделий приведен в таблице.

Вид сырья Вид изделия	Мука высший сорт	Мука I сорт	Сахар	Изюм	Другие компоненты
Кексы	0,2	0,3	0,1	0,001	0,1
Бисквиты	0,4	-	0,2	-	0,2
Сдобные булочки	0,1	0,4	0,1	0,001	-
Сухари	-	0,6	0,2	-	0,1

Лимит сырья в центнерах, данный заводу на месяц, составляет соответственно 500ц, 900ц, 700ц, 10ц и 250ц. Сколько центнеров изделий каждого вида должен выпускать хлебозавод для получения максимальной прибыли, если при реализации 1ц кексов завод получает 50 рублей прибыли, 1ц бисквитов – 55 рублей, сдобных булочек – 20 рублей, сухарей – 30 рублей.

15. На станках двух типов А и В изготавливают изделия трех видов **а**, **б** и **в**. Для изготовления одного изделия первого вида используются в течение рабочего дня два станка типа А и два станка типа В; для изделий второго и третьего вида эти числа равны 4, 2 и 2, 1. Всего в цехе имеется 20 станков типа А и 16 – типа В. Прибыль от выпуска одного изделия **а** составляет 1 рубль, **б** – 2 рубля, **с** – 4 рубля. Количество выпущенных за рабочий день изделий **а** и **б** в сумме должно быть не менее 4 (выпуск наиболее выгодных изделий не запланирован). Сколько нужно ежедневно выпускать изделий каждого вида, чтобы получить максимальную прибыль?

16. Пошивочный цех обувной фабрики изготавливает 3 вида обуви из поступающих из раскройного цеха заготовок 5 типов, расход которых на пару каждого вида приведен в таблице.

Вид обуви	I					II					III				
Количество заготовок	2	1	0	0	1	2	0	4	2	0	0	2	2	4	1

Запас заготовок первого типа 90 штук, второго – 60 штук, третьего – 120 штук, четвертого – 130 штук, пятого – 40 штук. Сколько пар обуви каждого вида следует выпустить фабрике для получения максимальной прибыли, если при реализации одной пары обуви каждого вида она составляет 3 рубля, 5 рублей и 8 рублей соответственно.

17. Цех выпускает три вида столярных изделий с использованием трех видов сырья, расход которого на единицу каждого вида изделий приведен в таблице.

Изделие	I			II			III		
Расход сырья	5	1	4	2	6	5	3	8	10

Запасы сырья каждого вида на планируемый период составляют 200, 320 и 400 единиц соответственно. План выпуска изделий каждого вида за этот же период составляет 10, 20, 15 единиц. Сколько единиц изделий каждого вида необходимо выпускать для получения максимальной прибыли и выполнения плана, если прибыль, получаемая от реализации одного изделия каждого вида, составляет соответственно 6 рублей, 12 рублей, 15 рублей. Сколько единиц каждого вида необходимо выпускать для получения максимальной прибыли и выполнения плана, если прибыль, получаемая от реализации одного изделия каждого вида, составляет соответственно 6 рублей, 12 рублей, 15 рублей.

18. На приобретение оборудования для нового производственного участка имеются капиталовложения 50 тыс. рублей, а для размещения выделена площадь в 74 м². Можно приобрести оборудование трех видов. Единица оборудования первого вида занимает 9 м² и стоит 6 тыс. рублей. Для оборудования 2-ого и 3-ого вида эти данные таковы: 4 м² и 3 тыс. рублей, 3 м² и 1 тыс. рублей. Прибыль от единицы нового оборудования составляет 12, 6 и 2 тыс. рублей соответственно. Сколько нужно приобрести нового оборудования каждого вида, чтобы получить наибольшую прибыль и при этом полностью израсходовать выделенные капиталовложения.

19. В цехе химического производства для изготовления трех видов продукции А, В и С используются два технологических способа L и N. Выход продукции и расходы сырья a , b и c при применении каждого технологического способа заданы в таблице.

	A	B	C	a	b	c		A	B	C	a	b	c
L	1	3	3	5	8	0	N	5	6	2	8	12	2

Запасы сырья на плановый срок составляют: a – 250 единиц, b – 400 единиц, c – 10 единиц. Стоимость единицы продукции каждого вида 3 рубля, 4 рубля, 2 рубля соответственно. Как спланировать в течение планового периода выпуск готовой продукции каждым из технологических способов, чтобы получить максимальный доход?

20. Для изготовления пластмассовых втулок и шестеренок требуется стеклоткань, эпоксидная смола и отвердитель. На изготовление одной втулки затрачивается 4 единицы стеклоткани, 3 - эпоксидной смолы и 2 - отвердителя, а на изготовление одной шестеренки – соответственно 3, 4 и бед. материалов. Прибыль предприятия от изготовления одной втулки составляет 2 рубля, а шестеренки – 4 рубля. Сколько втулок и шестеренок должно изготавливать предприятие для получения наибольшей прибыли, если в его распоряжении имеется 480 единиц стеклоткани, 444 единицы эпоксидной смолы и 54 единицы отвердителя.

21. Фабрика располагает 100 ткацкими станками I типа и 200 – II типа. Станки могут производить ткани трех видов (**а**, **б** и **с**). Ежедневная производительность каждого из станков типа I и II при производстве ткани **а**, **б** и **с** в метрах задана в таблице.

	а	б	с		а	б	с
I	80	35	64	II	90	45	68

Прибыль от реализации одного метра ткани **а** составляет 1 рубль, **б** – 2 рубля, **с** – 3 рубля. Фабрика обязана производить за день не менее 6400м ткани **а**, не менее 9000м – **в** и не менее 450м – **с**. Требуется так распределить загрузку станков тканями различного вида, чтобы план был выполнен, и ежедневная прибыль была наибольшей.

22. Студенческая столовая ежедневно готовит три варианта комплексных обедов: мясной по цене 65 руб., рыбный – по 45 руб. и диетический – по 60 руб. Суммарное количество реализованных обедов не превосходит 660, из них суммарное количество мясных и рыбных, по крайней мере, в 10 раз больше диетических, а количество мясных, по крайней мере, вдвое больше рыбных. Сколько комплексных обедов каждого варианта должно быть приготовлено, чтобы суммарный кассовый сбор за них был максимальным?

23. Для изготовления хромоникелевой стали можно использовать два вида руды. Одна тонна руды первого вида содержит в своем составе 2 единицы

железа, 1 – хрома, 2 – никеля; для одной тонны руды второго вида содержание этих компонентов составляет 4, 4.5, и 3 соответственно. В сплаве должно содержаться не менее 20 единиц железа, не менее 15 единиц хрома и не менее 10 единиц никеля. Сколько руды каждого вида надо взять для изготовления наиболее дешевого сплава, удовлетворяющего указанным условиям, если одна тонна руды первого вида стоит 4 денежных единицы, а второго – 10 денежных единиц?

24. Для озеленения периметра площади, длина которой 125м, могут быть использованы георгины, бегонии и астры. На один погонный метр может быть высажено или 2 куста георгинов или 6 клубней бегонии, или 10 кустов астр. Стоимость куста георгинов 2 рубля, клубня бегонии – 1 рубль, куста астры – 20 копеек. Имеется в распоряжении 55 кустов георгинов, 320 клубней бегонии и 520 кустов астр. Найти количество растений каждого вида для обеспечения озеленения с наименьшей суммарной стоимостью цветов, при условии, что количество погонных метров, засаженных астрами и бегониями, должно быть одинаковым.

25. Для откорма крупного рогатого скота необходимо составить диету, пользуясь набором из трех видов кормов: сена, силоса и концентратов, запасы которых ограничены и соответственно составляют 20 кг, 25 кг и 10 кг в расчете на один день. В ежедневном рационе должно содержаться не менее 20 кормовых единиц, не менее 2000 единиц белка и не менее 100г кальция. В 1 кг сена содержится 0,5 кормовых единиц, 40 единиц белка и 5 г кальция. Для силоса содержание этих веществ составляет 0.2, 10 и 4 соответственно, а для концентратов 1, 200 и 3. Найти самую дешевую диету, если известно, что 1 кг сена стоит 2 руб., силоса – 1 руб., концентратов – 4 руб.

26. Продукция может изготавливаться на любом из трех видов оборудования *A*, *B* и *C*, производительность которого (в т/ч) составляет 2, 5 и 4 соответственно. Стоимость одной тонны продукции, изготовленной на оборудовании *A*, равна 9 рублей, на оборудовании *B* – 8 рублей, на оборудовании *C* – 11 рублей. Сколько продукции должно быть произведено на каждом из видов оборудования, чтобы суммарная стоимость продукции была минимальной, общее количество готовой продукции было не менее 700 тонн, а заказ был выполнен не более чем за 400 часов.

27. Для откорма животных используются три вида кормов *a*, *b* и *c*. В 1 кг корма *a* содержится 3 единицы вещества *A*, 5 единиц – *B* и 7 единиц – *C*, в 1 кг корма *b* содержится этих питательных веществ 6, 3 и 5 единиц соответственно, а в 1 кг корма *c* – 4, 8 и 2. Известно, что в дневной рацион животного должно входить не менее 25 единиц вещества *A*, не менее 40 единиц *B* и не менее 30 единиц *C*. Какие корма и в каком количестве следует включать в дневной рацион, чтобы их суммарная стоимость была минимальной, если 1 кг корма *a* стоит 10 руб., *b* – 20 руб., *c* – 12 руб., а корма *a* следует расходовать не более 5 кг.

28. В мастерской изготавливаются два вида деталей, требующих обработки на токарных, фрезерных и revolverных станках. Деталь первого вида проходит обработку на токарном станке в течение 30 минут, на фрезерном – 40 минут и на revolverном – 50 минут. Затраты времени на одну деталь второго вида составляют соответственно 60 минут, 30 минут и 20 минут. Суточный резерв времени для токарных станков 1020 минут, фрезерных – 910 минут, revolverных 1050 минут. Доход мастерской от изготовления одной детали первого вида 7 рублей, второго – 9 рублей. Сколько деталей должна ежесуточно изготавливать мастерская для получения максимального дохода?

29. Цех выпускает мебель трех видов. Нормы расходов материалов в м^3 на единицу каждого из них составляют 0,032; 0,031; 0,038, нормы времени в ч/ч на них равны соответственно 10,2; 7,5; 5,8. Запас материалов на плановый период составляет 90 м^3 , а фонд рабочего времени – 17000 ч/ч. Оптовые цены единицы мебели каждого вида 93 рубля, 67 рублей, 30 рублей, а себестоимость ее изготовления в цехе соответственно 88 рублей, 64 рубля и 29,5 рублей. Плановый ассортимент выпуска мебели составляет 350 единиц, 290 единиц и 800 единиц. Найти план производства, при котором суммарный доход максимален.

30. На выемки породы общим объемом 900 м^3 могут быть одновременно использованы три экскаватора А, В, С. Их производительности соответственно равны 10, 15, и $20 \text{ м}^3/\text{ч}$, а расход горючего за 1ч работы составляет 12 л, 20 л, 25 л. Какой объем работы должен быть выполнен каждым экскаватором при минимальном расходе топлива, чтобы весь объем работ был произведен не более чем за 60 ч при условии, что экскаватор С может работать не более 12 ч.

Задание 5.

Дана задача линейной оптимизации. Решить задачу графически.

Во всех задачах $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

No. 1 $-x_1 + 2 \cdot x_2 \geq -1$ $-2 \cdot x_1 + x_2 \leq 2$ $3 \cdot x_1 + x_2 \leq 3$ $\max f = -x_1 + x_2$	No. 2 $-2 \cdot x_1 + x_2 \leq 2$ $x_1 - 2 \cdot x_2 \leq 2$ $x_1 + x_2 \leq 5$ $\min f = -x_1 + x_2$	No. 3 $-x_1 - 3 \cdot x_2 \geq -9$ $-x_1 - 2 \cdot x_2 \geq -8$ $2 \cdot x_1 + x_2 \leq 8$ $\min f = -3 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2$
No. 4 $-2 \cdot x_1 + x_2 \leq 2$ $-x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 8$ $x_1 + x_2 \leq 5$ $\max f = -x_1 + x_2$	No. 5 $-2 \cdot x_1 + x_2 \leq 2$ $-x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 8$ $x_1 - x_2 \leq 5$ $\min f = -2 \cdot x_1 - x_2$	No. 6 $2 \cdot x_1 - x_2 \leq 8$ $-x_1 + x_2 \leq 1$ $-x_1 + x_2 \geq -1$ $\min f = -5 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2$
No. 7 $2 \cdot x_1 - x_2 \leq 2$ $-x_1 + x_2 \leq 1$ $-x_1 - x_2 \geq -8$ $\max f = x_1 + 2 \cdot x_2$	No. 8 $3 \cdot x_1 - x_2 \leq 7$ $2 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 \geq -12$ $-4 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 10$ $\min f = x_1 - 3 \cdot x_2$	No. 9 $2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 11$ $-x_1 - 3 \cdot x_2 \leq 2$ $2 \cdot x_1 - x_2 \geq -1$ $\max f = 3 \cdot x_1 + x_2$
No. 10 $x_1 \leq 4$ $-x_1 + 2 \cdot x_2 \geq -8$ $x_2 \leq 5$ $\max f = 2 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2$	No. 11 $x_1 - x_2 \geq -2$ $-x_1 - x_2 \geq -6$ $x_1 - 2 \cdot x_2 \leq 0$ $\min f = -x_1 - 3 \cdot x_2$	No. 12 $-x_1 - 2 \cdot x_2 \geq -3$ $-x_1 - 3 \cdot x_2 \geq -4$ $2 \cdot x_1 - x_2 \leq 2$ $\min f = -2 \cdot x_1 - 1.5 \cdot x_2$
No. 2.13 $-2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 \geq -24$ $-x_1 - 3 \cdot x_2 \geq -15$ $2 \cdot x_2 \leq 8$ $\min f = -5 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2$	No. 14 $-3 \cdot x_1 - x_2 \geq -33$ $-x_1 - x_2 \geq -13$ $5 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 \leq 80$ $\min f = -21 \cdot x_1 - 24 \cdot x_2$	No. 15 $-x_1 - 3 \cdot x_2 \geq -15$ $2 \cdot x_1 + x_2 \leq 17$ $-2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 \geq -23$ $\min f = -40 \cdot x_1 - 30 \cdot x_2$
No. 16 $-x_1 + 3 \cdot x_2 \geq -6$ $7 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 \leq 70$ $-4 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \leq 20$ $\min f = 3 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2$	No. 17 $2 \cdot x_1 - x_2 \leq 4$ $-x_1 + x_2 \leq 1$ $-x_1 - x_2 \geq -8$ $\max f = 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2$	No. 18 $2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 19$ $-x_1 - 3 \cdot x_2 \leq 2$ $2 \cdot x_1 - x_2 \geq -1$ $\max f = 3 - 2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2$

No. 19 $2 \cdot x_1 - x_2 \geq -2$ $-x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 7$ $x_1 + x_2 \leq 6$ $\max f = 2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2$	No. 20 $-x_1 + 3 \cdot x_2 \geq -10$ $7 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 \leq 70$ $-4 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \leq 20$ $\min f = 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2$	No. 21 $2 \cdot x_1 - x_2 \geq -2$ $-x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 7$ $x_1 + x_2 \leq 6$ $\max f = -2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2$
No. 22 $2 \cdot x_1 + x_2 \geq -3$ $-x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 10$ $-x_1 + x_2 \geq -6$ $\min f = -2 \cdot x_1 - x_2$	No. 23 $-x_1 \geq -5$ $-x_1 + 2 \cdot x_2 \geq -9$ $x_2 \leq 6$ $\max f = 2 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2$	No. 24 $-x_1 - 3 \cdot x_2 \geq -12$ $-x_1 + 2 \cdot x_2 \geq -6$ $2 \cdot x_1 + x_2 \leq 9$ $\min f = -3 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2$
No. 25 $2 \cdot x_1 - x_2 \geq -2$ $x_1 - 2 \cdot x_2 \geq -7$ $x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 10$ $\max f = -2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2$	No. 26 $3 \cdot x_1 - x_2 \leq 7$ $4 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 \geq -12$ $-4 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 1$ $\min f = x_1 - 4 \cdot x_2$	No. 27 $6 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 \leq 18$ $8 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 \geq -30$ $-2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 16$ $\max f = 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2$
No. 28 $5 \cdot x_1 + 15 \cdot x_2 \geq -30$ $8 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 \leq 24$ $-2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \geq -18$ $\max f = 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2$	No. 29 $2 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 \geq -20$ $6 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 18$ $4 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 \geq -12$ $\min f = 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2$	No. 30 $3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 \leq 24$ $3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 12$ $6 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 \geq -6$ $\max f = -3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2$

Задание 6.

Для задачи, приведенной в задании 5:

- а. Записать задачу в канонической и стандартной форме;
- б. Представить задачу, записанную в канонической и стандартной формах, в матричном виде;
- в. Решить задачу линейной оптимизации алгебраическим симплекс-методом;

Задание 7.

Дана задача линейной оптимизации. Во всех задачах $x_1, x_2, x_3 \geq 0$.

а. Записать задачу в канонической и стандартной форме;

б. Представить задачу, записанную в канонической и стандартной формах, в матричном виде;

в. Решить задачу линейной оптимизации табличным симплекс-методом, применяя метод штрафа и двухэтапный метод;

No. 1 $3 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 \geq -8,$ $3 \cdot x_1 + x_2 \geq 3,$ $x_2 \leq 8,$ $x_1 \leq 4,$ $\max f = 4 \cdot x_1 + x_2$	No. 2 $x_1 + x_2 \geq 4,$ $x_1 \geq 1,$ $x_2 \leq 6,$ $x_1 - x_2 \geq 0,$ $\min f = 10 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2$	No. 3 $x_2 + x_3 \leq 5$ $x_1 - x_2 \leq 1,$ $x_1 \geq 1,$ $3 \cdot x_1 + x_2 \leq 15,$ $\max f = 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3$
No. 4 $x_1 + 4 \cdot x_2 \geq 4,$ $x_1 - 2 \cdot x_2 \leq 8,$ $x_2 \leq 3,$ $x_1 \leq 10,$ $\max f = 2 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2$	No. 5 $x_1 + x_2 \geq 5,$ $x_1 + x_2 \leq 15,$ $x_2 \leq 2,$ $x_1 \leq 3,$ $\min f = x_1 - 3 \cdot x_2$	No. 6 $x_1 - 8 \cdot x_2 \leq 10,$ $x_1 + x_2 \geq 6,$ $x_1 \geq 2,$ $x_2 \leq 5,$ $\max f = 10 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2$
No. 7 $x_1 - 8 \cdot x_2 \leq 15,$ $x_1 + x_2 \geq 1,$ $x_1 - 5 \cdot x_2 \geq 5$ $3 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 \leq 30$ $\max f = x_1 - 4 \cdot x_2$	No. 8 $2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 \geq 20,$ $2 \cdot x_1 + x_2 \leq 18,$ $4 \cdot x_1 - x_2 \geq 10,$ $x_2 \geq 3,$ $\max f = 5 \cdot x_1 - 3.5 \cdot x_2$	No. 9 $x_1 + x_2 \geq 2,$ $3 \cdot x_1 + x_2 \leq 4,$ $x_1 + x_3 \geq 5,$ $\min f = -2 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3$
No. 10 $3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 \leq 6,$ $x_1 + 4 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 \geq 8,$ $x_3 \geq 2,$ $\max f = 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3$	No. 11 $x_1 + x_2 \leq 3,$ $x_1 + x_2 - x_3 \geq 0,$ $3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - x_3 \geq 8,$ $x_2 \leq 2,$ $\max f = 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3$	No. 12 $3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 \leq 6,$ $3 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 + x_3 \leq 6,$ $x_2 + x_3 \geq 3,$ $\max f = 10 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 + x_3$
No. 13 $3 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 10 \cdot x_3 \geq 10,$ $3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_3 \leq 3,$ $x_2 + 4 \cdot x_3 \leq 5,$ $\min f = -4 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3$	No. 14 $x_1 + x_2 \geq 5,$ $x_1 + x_2 \leq 15,$ $3 \cdot x_2 \leq 12,$ $x_1 \leq 3,$ $\min f = -x_1 - 5 \cdot x_2$	No. 15 $5 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 \geq 10,$ $-2 \cdot x_1 + x_2 \leq 5,$ $3 \cdot x_2 \leq 12,$ $x_1 \leq 3,$ $\max f = 4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2$
No. 16 $x_1 + x_2 \geq 5,$ $x_1 + x_2 \leq 15,$ $x_2 \leq 2,$ $x_1 \leq 3,$ $\max f = x_1 - 3 \cdot x_2$	No. 17 $2 \cdot x_1 + x_2 \geq 6,$ $x_1 + x_2 \leq 15,$ $x_2 \leq 2,$ $x_1 \leq 3,$ $\min f = 2 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2$	No. 18 $x_1 + x_2 \geq 2,$ $3 \cdot x_1 + x_2 \leq 4,$ $x_1 - x_2 + x_3 \geq 5,$ $\min f = -3 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3$

No. 19 $x_1 + x_2 \leq 5,$ $x_1 + x_2 - x_3 \geq 0,$ $3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - x_3 \geq 9,$ $4 \cdot x_1 - x_2 \leq 5,$ $\max f = 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3$	No. 20 $x_1 + x_2 + 2 \cdot x_3 \leq 20,$ $x_1 - x_2 \leq 1,$ $x_1 \geq 1,$ $3 \cdot x_1 + x_2 \leq 15,$ $\max f = 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3$	No. 21 $x_1 - 8 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 \leq -18,$ $x_1 + x_2 + x_3 \geq 8,$ $x_1 - x_3 \geq 2,$ $x_1 + x_3 \leq 6,$ $\min f = 10 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3$
No. 22 $2 \cdot x_1 + x_2 \geq 5,$ $x_1 + x_2 \leq 15,$ $x_2 \leq 1,$ $x_1 \leq 2,$ $\min f = 2 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2$	No. 23 $x_2 + x_3 \leq 4,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $x_1 \geq 2,$ $3 \cdot x_1 + x_2 \leq 9,$ $\max f = 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3$	No. 24 $3 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 \geq -12,$ $3 \cdot x_1 + 0.5 \cdot x_2 \geq 1,$ $x_2 \leq 8,$ $x_1 \leq 4,$ $\max f = 5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2$
No. 25 $x_1 + x_2 \geq 4,$ $x_1 \geq 2,$ $x_2 \leq 4,$ $x_1 - x_2 \geq 0,$ $\min f = 14 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2$	No. 26 $2 \cdot x_1 + x_2 \geq 5,$ $x_1 + x_2 \leq 10,$ $-x_1 + x_2 \leq 6,$ $x_1 \leq 3,$ $\min f = x_1 - 3 \cdot x_2$	No. 27 $x_1 - 8 \cdot x_2 \leq 15,$ $2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \geq 5,$ $2 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 \geq 15,$ $3 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 \leq 30,$ $\max f = x_1 - 5 \cdot x_2$
No. 28 $x_2 + x_3 \leq 5,$ $x_1 - x_2 \leq 1,$ $2 \cdot x_1 + x_2 \geq 1,$ $1.5 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 15,$ $\max f = 3 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3$	No. 29 $0.5 \cdot x_1 + 1.75 \cdot x_2 \geq 5,$ $0.5 \cdot x_1 + 0.8 \cdot x_2 \leq 5,$ $x_2 \leq 2,$ $x_1 \leq 3,$ $\min f = 2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2$	No. 30 $x_1 - 4 \cdot x_2 \leq 5$ $0.8 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \geq 6,$ $x_1 \geq 4,$ $x_1 \leq 5,$ $\max f = 12 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2$
No. 31 $2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 10,$ $2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 \geq 0,$ $6 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 \geq 18,$ $8 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 \leq 10,$ $\max f = 9 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3$	No. 32 $3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \geq 6,$ $9 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 12,$ $3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_3 \geq 15,$ $\min f = -4 \cdot x_1 - 10 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3$	No. 33 $3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \geq 6,$ $9 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 12,$ $3 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 \geq 15,$ $\min f = -6 \cdot x_1 - 10 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3$
No. 34 $2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 10,$ $2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 \geq 0,$ $6 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 \geq 18,$ $8 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 \leq 10,$ $\max f = 6 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3$		

Задание 8.

Для задач, указанных в заданиях 5 и 7, построить двойственные задачи и показать их решение, используя уже найденные решения соответствующих прямых задач.

Задание 9.

Выбрать из прямых задач, указанных в заданиях 5 или 7, или из двойственных задач, построенных в задании 8, задачу, к которой можно применить двойственный симплекс-метод и найти ее решение этим методом.

Задание 10.

Для задачи, указанной в задании 5, провести анализ чувствительности.

Задание 11.

Найти оптимальный план транспортной задачи.

- а. Определить начальный план методом северо-западного угла;
- б. Определить начальный план методом минимального элемента;
- в. Определить начальный план методом Фогеля;
- г. Вычислить оптимальный план методом потенциалов.

Здесь: A_i – пункты отправления; a_i – запасы в пунктах отправления.

B_j – пункты назначения; b_j – заявки пунктов назначения.

1)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	5	4	5	330
A_2	4	5	6	2	6	320
A_3	4	4	5	5	6	410
A_4	2	3	5	6	4	430
A_5	4	4	5	3	4	400
b_j	340	370	420	410	350	

2)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	6	7	8	9	8	100
A_2	5	6	7	8	6	75
A_3	4	6	7	8	7	100
A_4	3	5	6	7	8	150
A_5	5	6	7	8	6	100
b_j	80	80	120	130	115	

3)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	6	6	8	9	8	50
A_2	3	6	8	8	5	100
A_3	4	6	7	8	7	150
A_4	5	5	5	7	8	150
A_5	5	7	7	8	6	200
b_j	80	100	140	160	170	

4)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	8	8	8	7	7	200
A_2	6	7	7	7	8	250
A_3	5	6	7	7	8	250
A_4	6	7	8	7	7	300
A_5	6	5	6	7	8	200
b_j	150	220	230	240	360	

5)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	6	7	250
A_2	8	7	6	5	7	300
A_3	5	6	7	7	8	350
A_4	7	6	6	7	7	300
A_5	6	5	6	7	6	250
b_j	250	270	280	290	360	

6)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	5	6	6	7	110
A_2	6	7	6	5	6	130
A_3	5	6	7	7	7	140
A_4	7	6	6	7	5	150
A_5	6	5	6	7	6	160
b_j	100	120	120	180	170	

7)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	6	7	200
A_2	5	5	6	7	7	220
A_3	5	6	6	7	7	240
A_4	6	6	7	6	5	260
A_5	6	5	6	7	6	280
b_j	180	230	250	270	270	

8)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	7	5	6	6	5	300
A_2	7	5	6	7	5	320
A_3	6	6	6	7	5	340
A_4	7	6	7	6	7	360
A_5	8	5	6	7	7	380
b_j	280	330	350	370	370	

9)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	3	4	4	5	400
A_2	4	5	6	7	6	420
A_3	4	4	5	5	6	400
A_4	7	6	5	6	4	440
A_5	4	7	5	6	6	400
b_j	340	440	460	430	390	

10)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	3	4	4	5	350
A_2	4	5	6	2	6	370
A_3	4	4	5	5	6	390
A_4	2	2	5	3	4	430
A_5	4	2	5	6	6	400
b_j	340	380	420	410	390	

11)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	3	3	2	5	250
A_2	4	5	4	4	3	150
A_3	5	3	3	6	4	50
A_4	5	4	3	5	6	350
A_5	4	5	6	5	4	300
b_j	350	50	50	450	200	

12)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	5	4	5	330
A_2	4	5	6	2	6	320
A_3	4	4	5	5	6	410
A_4	2	3	5	6	4	430
A_5	4	4	5	3	4	400
b_j	330	320	450	400	390	

13)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	6	6	5	6	210
A_2	5	6	7	4	6	220
A_3	5	5	6	6	6	310
A_4	3	4	6	6	5	330
A_5	5	5	5	4	5	300
b_j	210	320	210	350	280	

14)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	7	7	6	5	7	100
A_2	7	7	8	6	6	150
A_3	6	6	7	7	6	200
A_4	6	6	6	6	8	180
A_5	5	7	6	6	8	220
b_j	100	180	170	200	200	

15)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	8	8	6	7	8	300
A_2	6	7	8	9	8	200
A_3	7	8	9	9	6	200
A_4	7	7	8	8	8	200
A_5	7	7	8	7	8	400
b_j	100	400	200	300	300	

16)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	7	7	6	7	6	100
A_2	5	7	8	8	7	120
A_3	7	8	5	5	6	200
A_4	7	7	6	6	8	250
A_5	7	8	6	7	6	300
b_j	100	120	230	240	280	

17)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	7	6	240
A_2	5	6	7	7	6	300
A_3	5	5	6	5	6	260
A_4	6	6	5	5	5	320
A_5	6	6	7	7	6	400
b_j	140	400	260	350	370	

18)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	7	6	100
A_2	5	4	7	7	6	120
A_3	4	6	5	7	4	80
A_4	6	6	5	5	5	100
A_5	3	4	3	7	5	140
b_j	100	80	120	130	110	

19)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	9	9	8	7	6	400
A_2	8	7	9	8	8	500
A_3	7	8	8	9	9	600
A_4	9	7	8	8	6	700
A_5	8	7	8	7	6	500
b_j	400	500	550	750	500	

20)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	6	6	8	5	300
A_2	6	7	5	5	4	200
A_3	8	4	6	5	6	100
A_4	7	6	5	6	7	400
A_5	5	5	7	4	8	350
b_j	400	100	100	500	250	

21)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	11	15	14	12	10
A_2	13	11	15	13	20
A_3	11	12	11	14	12
b_j	15	10	15	7	

22)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	16	19	15	16	27
A_2	13	17	7	14	19
A_3	8	11	1	20	21
b_j	5	15	11	10	

23)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	7	11	12	15	65
A_2	9	7	3	11	24
A_3	12	8	11	7	30
b_j	17	25	19	32	

24)	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	12	13	14	50
A_2	12	15	13	160
A_3	11	14	12	200
b_j	110	150	250	

25)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	4	14	2	5	50
A_2	5	11	3	10	20
A_3	3	8	11	1	30
b_j	15	36	40	42	

26)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	12	11	14	12	47
A_2	13	13	18	16	75
A_3	15	13	16	11	120
b_j	35	46	99	20	

27)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	4	14	2	5	55
A_2	5	11	3	10	75
A_3	3	8	11	1	30
b_j	50	40	60	50	

28)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	12	11	14	12	40
A_2	13	13	18	16	35
A_3	15	13	16	11	15
b_j	17	23	35	25	

29)	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	13	12	14	25
A_2	16	11	17	28
A_3	12	14	11	42
b_j	25	40	50	

В следующих задачах добавить фиктивный пункт назначения или доставки, если это необходимо.

30)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	4	3	3	3	250
A_2	4	5	4	4	150
A_3	5	3	3	6	50
A_4	5	4	3	5	350
A_5	4	5	6	5	300
b_j	350	50	50	450	

32)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	5	6	6	3	210
A_2	5	6	5	4	220
A_3	5	5	6	6	310
A_4	3	6	6	6	330
A_5	5	5	6	4	300
b_j	210	320	210	350	

34)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	8	8	6	7	300
A_2	6	7	8	9	200
A_3	5	5	6	6	200
A_4	7	7	8	8	200
A_5	7	7	8	7	400
b_j	100	400	200	300	

36)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	7	6	240
A_2	5	6	4	4	4	300
A_3	5	5	6	5	6	260
A_4	4	4	5	5	5	320
b_j	140	400	260	350	370	

38)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	9	6	8	7	6	400
A_2	8	7	6	8	8	500
A_3	7	8	8	6	9	600
A_4	6	7	8	8	6	700
b_j	400	500	550	750	500	

31)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	4	5	5	4	330
A_2	4	5	6	3	320
A_3	4	4	5	5	410
A_4	2	3	4	6	430
A_5	4	4	5	2	400
b_j	330	320	450	400	

33)	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	7	7	6	5	100
A_2	7	4	8	6	150
A_3	4	6	4	7	200
A_4	6	6	6	4	180
A_5	5	7	6	6	220
b_j	100	180	170	200	

35)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	7	7	6	7	6	100
A_2	5	8	8	8	7	120
A_3	7	9	9	5	6	200
A_4	8	7	6	9	9	250
b_j	100	120	230	240	280	

37)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	7	6	100
A_2	5	4	4	4	3	120
A_3	4	6	5	7	4	80
A_4	3	3	5	5	5	100
b_j	100	80	120	130	110	

39)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	6	4	4	5	300
A_2	6	5	5	5	4	200
A_3	7	4	6	5	6	100
A_4	6	6	5	6	3	400
b_j	400	100	100	500	250	

В следующих задачах уменьшить запасы или заявки, если это необходимо.

40)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	2	2	5	4	5	330
A_2	3	4	3	3	3	320
A_3	4	4	5	5	6	410
A_4	3	3	5	6	4	430
A_5	4	4	5	3	4	400
b_j	408	444	504	492	420	
42)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	6	8	6	8	52
A_2	3	6	8	6	5	100
A_3	4	6	7	6	7	150
A_4	5	5	5	7	6	150
A_5	5	7	7	8	6	200
b_j	100	125	175	200	215	
44)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	6	4	250
A_2	3	3	6	5	7	300
A_3	5	6	7	7	4	350
A_4	7	6	4	4	7	300
A_5	6	5	6	7	6	250
b_j	300	324	336	348	432	
46)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	4	4	240
A_2	7	5	6	7	5	264
A_3	7	6	8	7	7	288
A_4	6	6	7	8	5	312
A_5	6	8	6	7	6	336
b_j	180	230	250	270	270	
48)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	5	7	7	7	500
A_2	6	6	6	4	5	525
A_3	6	7	5	6	7	500
A_4	4	5	4	5	4	550
A_5	6	4	6	4	7	500
b_j	340	440	460	430	390	

41)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	7	8	7	6	100
A_2	5	6	7	8	6	80
A_3	4	6	7	8	7	100
A_4	3	5	6	7	8	150
A_5	5	6	7	8	6	100
b_j	120	120	180	195	180	
43)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	5	5	7	7	200
A_2	6	7	7	6	5	250
A_3	5	6	7	7	5	250
A_4	6	7	5	6	7	300
A_5	6	5	6	5	5	200
b_j	270	396	414	432	648	
45)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	8	8	9	9	7	165
A_2	9	7	9	8	9	195
A_3	8	9	7	7	7	210
A_4	5	9	6	7	8	225
A_5	9	8	6	7	6	240
b_j	100	120	120	180	170	
47)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	4	4	4	4	540
A_2	4	3	3	5	3	576
A_3	4	6	3	3	2	612
A_4	5	3	4	4	3	648
A_5	6	5	5	3	5	684
b_j	280	330	350	370	370	
49)	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	4	6	4	6	700
A_2	6	4	7	5	4	740
A_3	6	6	5	6	3	780
A_4	4	5	4	4	4	860
A_5	3	5	4	5	5	800
b_j	340	380	420	410	390	

Задание 12.

Использовать задачу из задания 11 и решить ее как задачу по критерию времени методом запрещенных клеток.

Задание 13.

Решить задачу дискретной оптимизации методом ветвей и границ.

Задание 14.

Решить задачу дискретной оптимизации методом отсекающих плоскостей (Гомори)

Задание 15.

Даны функция f и ограничения.

- а. Составить функцию Лагранжа;
- б. Определить стационарную точку и проверить ее на экстремум

Задание 16.

Найти стационарную точку **методом наискорейшего спуска (градиента)** для задачи из задания 2.

Задание 17.

Найти стационарную точку **методом Ньютона-Рафсона** для задачи из задания 2.

Задание 18.

Найти стационарную точку **методом сопряженных направлений** для задачи из задания 2.

Задание 19.

Найти стационарную точку методом внутренней точки для задачи из задания 15.

Задание 20.

Найти стационарную точку методом внешней точки для задачи из задания 15.

Задание 21.

Дана многокритериальная задача линейной оптимизации.

а) Найти **компромиссное решение**.

б) Решить **методом последовательных уступок I (метод главного критерия)** задачу 1. Уступка по первому критерию составляет 7 % от его оптимального значения в тех вариантах заданий, где она не указана в явном виде.

в) Решить **методом последовательных уступок II (случай двух критериев)** задачу 1. Уступка по первому критерию составляет 5, 10 и 15%, а по второму критерию 10, 15 и 20% от соответствующих оптимальных значений.

г) Решить **методом равных и наименьших отклонений**. (Найти решение многокритериальной задачи с двумя целевыми функциями.)

д) Решить **методом весовых оценок критериев (метод экспертных оценок)**.

* вар.1-6 Уступка по первому критерию оптимизации 10 %	
вариант 1	вариант 2
$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 + 2 \rightarrow \max \\ f_2 = x_1 - x_2 + 6 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 6 \\ 0 \leq x_1 \leq 4 \\ 0 \leq x_2 \leq 2 \end{cases} \end{cases}$	$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + 3 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = 2 \cdot x_1 + x_2 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 8 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 \leq 48 \\ 12 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 \leq 36 \\ 0 \leq x_1 \leq 4 \\ x_2 \geq 12 \end{cases} \end{cases}$
вариант 3	вариант 4
$F(X) = \begin{cases} f_1 = 2 \cdot x_1 + 1 \rightarrow \max \\ f_2 = 2 \cdot x_1 + 3 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 1 \\ 0 \leq x_2 \leq 1 \end{cases} \end{cases}$	$F(X) = \begin{cases} f_1 = 4 \cdot x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = x_1 + 4 \cdot x_2 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 18 \cdot x_1 + 30 \cdot x_2 \leq 288 \\ 40 \cdot x_1 + 40 \cdot x_2 \leq 160 \\ 20 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 \leq 60 \\ -9 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 \leq 9 \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$

вариант 5	вариант 6
$F(X) = \begin{cases} f_1 = 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 13 \cdot x_1 + 26 \cdot x_2 \leq 182 \\ 8 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 \leq 88 \\ 0 \leq x_1 \leq 5 \\ 0 \leq x_2 \leq 4 \end{cases} \end{cases}$	$F(X) = \begin{cases} f_1 = -x_1 + x_2 - 6 \rightarrow \min \\ f_2 = x_1 + x_2 + 2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 13 \cdot x_1 + 26 \cdot x_2 \leq 78 \\ 0 \leq x_1 \leq 4 \\ 0 \leq x_2 \leq 2 \end{cases} \end{cases}$
* вар.7, 8, 10 Значение неизвестного параметра а взять равным номеру варианта	

вариант 7	вариант 8
$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 - 3 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = a \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 3 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 11 \\ x_1 - x_2 \leq -1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$ <p>Уступка по первому критерию оптимизации 2%</p>	$F(X) = \begin{cases} f_1 = 12 + a \cdot x_1 + (31 - a) \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = 6 + (31 - a) \cdot x_1 + a \cdot x_2 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 2 \cdot x_1 + x_2 \geq 8 \\ 5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 \leq 40 \\ 0 \leq x_1 \leq 6 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$
вариант 9	вариант 10
$F(X) = \begin{cases} f_1 = 2 \cdot x_1 + x_2 - 5 \cdot x_3 \rightarrow \max \\ f_2 = 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 \geq 2 \\ -2 \cdot x_1 + x_2 - 3 \cdot x_3 \leq 27 \\ 6 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \leq 75 \\ 2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \geq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$ <p>Уступка по первому критерию оптимизации равна номеру варианта а.</p>	$F(X) = \begin{cases} f_1 = -x_1 + 3 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 \rightarrow \min \\ f_2 = -3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - x_3 \rightarrow \max \\ f_3 = x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 \geq 2 \\ 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + a \cdot x_3 \geq 1 \\ x_1 + a \cdot x_2 + x_3 \leq 19 \\ a \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 21 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$ <p>Уступки по первому 6% и второму критерию оптимизации 4 %</p>

<i>вариант 11</i>	<i>вариант 12</i>
$F(X) = \begin{cases} f_1 = 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = -x_1 + 3 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{cases}$ <p><i>Уступка по первому критерию оптимизации 4%</i></p>	$F(X) = \begin{cases} f_1(x) = 2 \cdot x_1 - x_2 \rightarrow \max \\ f_2(x) = -x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 - 2 \cdot x_2 \leq 2, \\ x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 12, \\ x_1 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{cases}$

	<i>Уступка по первому критерию оптимизации 1 %</i>
<i>вариант 13</i>	<i>вариант 14</i>
$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + 2 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = \min \{3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2, 6 \cdot x_2\} \rightarrow \max \\ \begin{cases} 2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 18, \\ 3 \cdot x_1 + x_2 \leq 15, \\ x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{cases}$	$F(X) = \begin{cases} f_1 = -2 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = 3 \cdot x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} -4 \cdot x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 12, \\ 2 \cdot x_1 + x_2 \leq 18, \\ x_1 - 4 \cdot x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{cases}$
<i>вариант 15</i>	<i>вариант 16</i>
$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 \rightarrow \max \\ f_2 = 2 \cdot x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 \leq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{cases}$	$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + 3 \cdot x_2 + x_3 \rightarrow \max \\ f_2 = 3 \cdot x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 12, \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{cases}$
<i>вариант 17</i>	<i>вариант 18</i>
$F(X) = \begin{cases} f_1 = -x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 \rightarrow \max \\ f_2 = 3 \cdot x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 18, \\ x_1 + x_3 \leq 9 \\ x_1 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{cases}$	$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 + 3 \cdot x_3 \rightarrow \max \\ f_2 = 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 24, \\ x_1 + x_3 \leq 12 \\ x_3 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{cases}$

*вар. 19-21 Значение неизвестного параметра b взять равным номеру варианта, параметра $d = \frac{b}{2}$	
вариант 19	вариант 20
$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + 3 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = \min \{bx_1 + 2x_2, dx_2\} \rightarrow \\ \rightarrow \max \end{cases}$	$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + 4 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = \min \{bx_1 + 2x_2, dx_2\} \rightarrow \\ \rightarrow \max \end{cases}$
$\begin{cases} x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 18, \\ x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 - 4 \cdot x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 4 \cdot x_2 \leq 24, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 - 5 \cdot x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
вариант 21	вариант 22
$F(X) = \begin{cases} f_1 = x_1 + 5 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = \min \{bx_1 + 2x_2, dx_2\} \rightarrow \\ \rightarrow \max \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 5 \cdot x_2 \leq 30, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 - 6 \cdot x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	$F(X) = \begin{cases} f_1 = -2 \cdot x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = 3 \cdot x_1 + x_2 \rightarrow \max \end{cases}$ $\begin{cases} -x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_1 - 2 \cdot x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$
вариант 23	вариант 24
$F(X) = \begin{cases} f_1 = -3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = 4 \cdot x_1 + x_2 \rightarrow \max \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 12, \\ 0,5 \cdot x_1 - x_2 \leq 4 \\ 0,5 \cdot x_1 + x_2 \leq 22 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$	$F(X) = \begin{cases} f_1 = -3 \cdot x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = 5 \cdot x_1 + x_2 \rightarrow \max \end{cases}$ $\begin{cases} 2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 \leq 20, \\ x_1 - 2x_2 \leq 7 \\ x_1 + 0,5 \cdot x_2 \leq 20 \\ -0,5 \cdot x_1 + 0,5 \cdot x_2 \leq 7 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$

Задание 22.

- Составить сетевой план комплекса работ. Упорядочить структурную таблицу.
- Построить сетевой граф работа-вершина и вершина-событие.
- Построить временной сетевой граф: диаграмму Ганта и линейчатый граф.
- Построить временной сетевой граф на основе графа вершина-событие.
- Найти для всех вариантов временного графа: резерв времени события, ранний срок свершения события, поздний срок свершения события, резерв времени работы, свободный резерв времени работы.

е) Построить математическую модель получения сетевого плана и реализовать ее.