

Контрольные задачи и список литературы по дисциплине «Теория информации»

Темы контрольных задач соответствует программе дисциплины «ТИ». Самостоятельная подготовка по дисциплине предусматривает проработку 4-х – 6-и контрольных заданий, лекций и др. источников.

Консультации: календарные сб, 1 и 3 н., с 12 до 14, а. 806 – 7.

Контрольное задание № 1

1. Вычислить количество информации выдаваемой источником, если размерность алфавита $X = \{x_1, x_2, \dots, x_6\}$ равна $m = 6$. Вероятность появления события

$$p_1 = 0,05; p_2 = 0,15; p_3 = 0,05; p_4 = 0,4; p_5 = 0,2; p_6 = 0,15.$$

2. Источник формирует следующие символы $X = \{x_1, x_2, \dots, x_6\} = \{A, K, N, D, E, !\}$. Вероятности символов задаются множеством:

$$\{p_1 = 0,05, p_2 = 0,15, p_3 = 0,05, p_4 = 0,4, p_5 = 0,2, p_6 = 0,15\}.$$

Вычислить энтропию дискретного источника.

3. Используются следующие кодовые слова длиной $n = 3$ равномерного кода

$$A \rightarrow (000);$$

$$K \rightarrow (010);$$

$$N \rightarrow (001);$$

$$D \rightarrow (111);$$

$$E \rightarrow (100).$$

Удовлетворяет ли код неравенству Крафта?

4. Пусть используется префиксный код со словами:

$$A \rightarrow (00);$$

$$K \rightarrow (10);$$

$$N \rightarrow (010);$$

$$D \rightarrow (110);$$

$$E \rightarrow (111).$$

Вероятности символов источника характеризуются множеством $\{P(A), \dots, P(E)\} \rightarrow \{p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = \frac{1}{4}, p_3 = \frac{1}{8}, p_4 = \frac{1}{16}, p_5 = \frac{1}{16}\}$. Вычислить среднюю длину кодового слова.

5. Источник формирует символы $X = \{x_1, x_2\}$ с вероятностями $\{p_1 = \frac{9}{10}, p_2 = \frac{1}{10}\}$. Имеется блочный источник с трехкратным расширением $X^3 = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8\}$. Для кодирования блочного источника применяется префиксный код:

$$c_1 \rightarrow (1);$$

$$c_2 \rightarrow (011);$$

$$c_3 \rightarrow (010);$$

$$c_4 \rightarrow (001);$$

$$c_5 \rightarrow (00011);$$

$$c_6 \rightarrow (00010);$$

$$c_7 \rightarrow (00001);$$

$$c_8 \rightarrow (00000).$$

5.1. Вычислить энтропию источника.

5.2. Вычислить энтропию блочного источника.

5.3. Вычислить среднюю длину слова декодируемого кода.

5.4. Вычислить среднюю длину слова на один символ источника X .

6.а. Источник имеет следующие символы алфавита с их вероятностями появления:

D	E	K	$!$	A	N
0,4	0,2	0,15	0,15	0,05	0,05

Постройте кодовое дерево Хаффмана.

6.6. Запишите код Хаффмана.

7. Определить пропускную способность ДСК с вероятностью $p = 10^{-3}$.

8. Пусть $\alpha = 4$, $M = 17$. Найти порядок элемента α .

Контрольное задание № 2

1. Вычислить количество информации выдаваемой источником, если размерность алфавита $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ равна $m = 3$. Вероятность появления события

$$p_1 = 0,15; p_2 = 0,5; p_3 = 0,35.$$

2. Источник формирует следующие символы $X = \{x_1, x_2, \dots, x_6\} = \{A, K, N, D, E, !\}$. Вероятности символов задаются множеством:

$$\{p_1 = 0,05, p_2 = 0,15, p_3 = 0,05, p_4 = 0,4, p_5 = 0,2, p_6 = 0,15\}.$$

Вычислить емкость дискретного источника.

3. Пусть используется префиксный код со словами:

$$A \rightarrow (00);$$

$$K \rightarrow (10);$$

$$N \rightarrow (010);$$

$$D \rightarrow (110);$$

$$E \rightarrow (111).$$

Вероятности символов источника характеризуются множеством $\{P(A), \dots, P(E)\} \rightarrow \{p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = \frac{1}{4}, p_3 = \frac{1}{8}, p_4 = \frac{1}{16}, p_5 = \frac{1}{16}\}$. Вычислить энтропию источника.

4. Пусть для кодирования используется префиксный код со словами:

$$A \rightarrow (00);$$

$$K \rightarrow (10);$$

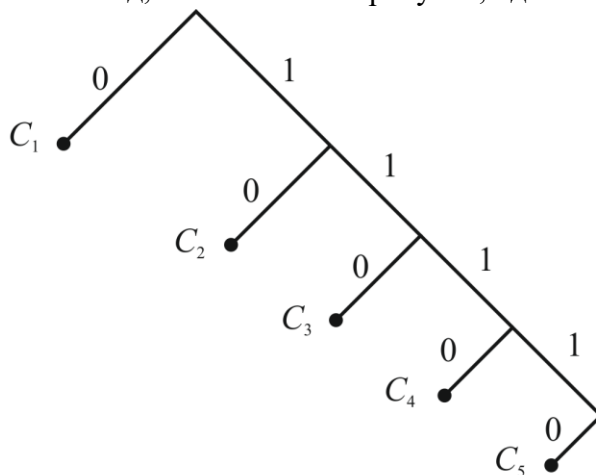
$$N \rightarrow (010);$$

$$D \rightarrow (110);$$

$$E \rightarrow (111).$$

Удовлетворяет ли код неравенству Крафта?

5. Показать, является ли код, показанный на рисунке, однозначно декодируемым?



6.a. Источник формирует следующие символы $X = \{x_1, x_2, \dots, x_6\} = \{A, K, N, D, E, !\}$. Вероятности символов задаются множеством:

$$\{p_1 = 0,05, p_2 = 0,15, p_3 = 0,05, p_4 = 0,4, p_5 = 0,2, p_6 = 0,15\}.$$

Постройте кодовое дерево Хаффмана.

6.6. Запишите код Хаффмана.

7. Показать, что отношение P_c/P_N определяет параметр $(2^{\frac{R_i}{W}} - 1)$ системы передачи информации.

8. Пусть $\alpha = 7$, $M = 17$. Найти 7^{-1} .

Контрольное задание № 3

1. Вычислить количество информации выдаваемой источником. Передается сообщение $c = (x_1 x_2 x_3 x_4 x_5) = (10010)$ составленное из независимых символов $x_i \in \{0,1\}$. События x_i появляются с вероятностью $p_i = \frac{1}{2}$.

2. Вычислить энтропию двоичного источника с символами алфавита $X = \{a, b\}$ с вероятностью $p_1 = \frac{7}{8}, p_2 = \frac{1}{8}$.

3. Источник формирует следующие символы $X = \{x_1, x_2, \dots, x_6\} = \{A, K, N, D, E, !\}$. Вероятности символов задаются множеством:

$$\{p_1 = 0,05, p_2 = 0,15, p_3 = 0,05, p_4 = 0,4, p_5 = 0,2, p_6 = 0,15\}.$$

Вычислить избыточность дискретного источника.

4. Показать, является ли код $X = \{x_1, x_2, \dots, x_8\} =$

$$x_1 = (01), x_2 = (00), x_3 = (111), x_4 = (110), x_5 = (100), x_6 = (1011), \\ x_7 = (10101), x_8 = (10100)$$

однозначно декодируемым?

5.а. Источник имеет следующие символы алфавита $X = \{x_1, x_2, \dots, x_5\} = \{A, K, N, D, E\}$ с их вероятностями появления:

$$\{P(A), \dots, P(E)\} \rightarrow \{p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = \frac{1}{4}, p_3 = \frac{1}{8}, p_4 = \frac{1}{16}, p_5 = \frac{1}{16}\}.$$

Постройте кодовое дерево Хаффмана.

5.б. Запишите код Хаффмана.

6. Вычислить пропускную способность космического канала Марс – Земля.

Средняя мощность сигнала на входе приемника определяется соотношением

$$S = \frac{S_s G_s A}{4\pi D^2 B},$$

где S_s – средняя мощность сигнала передатчика;

G_s – коэффициент усиления антенны передатчика;

D – расстояние до приемника;

A – эффективная площадь антенны приемника;

B – коэффициент потерь мощности сигнала на входе приемника, учитывающий потери мощности (влияние ионосферы, тропосферы, неравномерности диаграмм направленности антенны передатчика и приемника, и др.).

Экспериментальные исследования космического канала показали, что величина B находится в диапазоне 1,2 – 2.

Расстояние $D \approx 400$ млн. км.

Пусть $S_s = 60$ Вт. Если принять коэффициент полезного действия передатчика 10% (что реально для несущей частоты передатчика космического аппарата порядка $f = 1000$ МГц), передатчик должен иметь блок энергоснабжения мощностью 600 Вт. Для обеспечения такого расхода электричества на Марсе потребуются солнечные батареи с площадью панелей ≈ 15 м².

Коэффициент G_s зависит от размеров антенны с параболическим рефлектором передатчика космического аппарата. Пусть диаметр антенны равен 1,5 м. В этом случае можно иметь коэффициент усиления $G_s \approx 200$.

Из-за большого расстояния между передатчиком и приемником, и необходимостью иметь приемлемое значение средней мощности сигнала на входе приемника, на Земле используются приемные антенны (антенные поля) большой площади. Пусть $A = 600$ м².

Исследования космических каналов большой протяженности показали, что основной помехой в них является белый шум со спектральной плотностью мощности

$$N_0 = kT,$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{град}}$ – постоянная Больцмана,

T – шумовая температура всех источников помех (собственные шумы устройств космического аппарата, Галактика, яркие звезды, Солнце, Луна, Земля, атмосфера и др.). На частоте $f = 1000$ МГц шумовая температура $T \approx 50^\circ\text{K}$.

Пусть ширина полосы частот W канала равна $W = 20$ КГц.

Контрольное задание № 4

1. Двоичный дискретный источник без памяти $X = \{x_1, x_2\}$, $m = 2$ формирует символ $x_1 = 0$ с вероятностью $p = 0,2$ и символ $x_2 = 1$ с вероятностью $(1 - p)$. Вычислить среднее количество информации выдаваемой источником.

2. Источник формирует следующие символы $X = \{x_1, x_2, \dots, x_6\} = \{A, K, N, D, E, !\}$. Вероятности символов задаются множеством:

$$\{p_1 = 0,05, p_2 = 0,15, p_3 = 0,05, p_4 = 0,4, p_5 = 0,2, p_6 = 0,15\}.$$

Вычислить относительную избыточность дискретного источника.

3. Является ли код $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{11}\}$.

$$x_1 = (0001), x_2 = (001), x_3 = (01), x_4 = (010), x_5 = (0111), x_6 = (0110), \\ x_7 = (1000), x_8 = (1001), x_9 = (101), x_{10} = (110), x_{11} = (111).$$

однозначно декодируемым?

4. Имеется двоичный источник с символами алфавита $X = \{a, b\}$ с вероятностью $p_1 = \frac{7}{8}, p_2 = \frac{1}{8}$. Ему соответствует блоковый источник $X^2 = \{(aa), (ab), (ba), (bb)\} = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$. Для кодирования блокового источника применяется префиксный код

$$\begin{aligned} (aa) &\rightarrow 0; \\ (ab) &\rightarrow 10; \\ (ba) &\rightarrow 110; \\ (bb) &\rightarrow 111. \end{aligned}$$

Определить среднюю длину двоичного однозначно декодируемого кода.

5.а. Источник имеет следующие символы алфавита $X = \{x_1, x_2, \dots, x_6\} = \{A, K, N, D, E, !\}$. с их вероятностями появления:

$$\{p_1 = 0,4, p_2 = 0,3, p_3 = 0,1, p_4 = 0,1, p_5 = 0,06, p_6 = 0,04\}.$$

Постройте кодовое дерево Хаффмана.

5.б. Запишите код Хаффмана.

6. Пусть $\alpha = 10$, $M = 23$. Найти 10^{-1} .

7. Вычислить отношение сигнал/шум по мощности на выходе космического канала Марс – Земля.

Средняя мощность сигнала на входе приемника определяется соотношением

$$S = \frac{S_s G_s A}{4\pi D^2 B},$$

где S_s – средняя мощность сигнала передатчика;

G_s – коэффициент усиления антенны передатчика;

D – расстояние до приемника;

A – эффективная площадь антенны приемника;

B – коэффициент потерь мощности сигнала на входе приемника, учитывающий потери мощности (влияние ионосферы, тропосферы, неравномерности диаграмм направленности антенны передатчика и приемника, и др.).

Экспериментальные исследования космического канала показали, что величина B находится в диапазоне $1,2 - 2$.

Расстояние $D \approx 400$ млн. км.

Пусть $S_s = 60$ Вт. Если принять коэффициент полезного действия передатчика 10% (что реально для несущей частоты передатчика космического аппарата порядка $f = 1000$

МГц), передатчик должен иметь блок энергоснабжения мощностью 600 Вт. Для обеспечения такого расхода электричества на Марсе потребуются солнечные батареи с площадью панелей $\approx 15 \text{ м}^2$.

Коэффициент G_s зависит от размеров антенны с параболическим рефлектором передатчика космического аппарата. Пусть диаметр антенны равен 1,5 м. В этом случае можно иметь коэффициент усиления $G_s \approx 200$.

Из-за большого расстояния между передатчиком и приемником, и необходимостью иметь приемлемое значение средней мощности сигнала на входе приемника, на Земле используются приемные антенны (антенные поля) большой площади. Пусть $A = 600 \text{ м}^2$.

Исследования космических каналов большой протяженности показали, что основной помехой в них является белый шум со спектральной плотностью мощности

$$N_0 = kT,$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{град}}$ – постоянная Больцмана,

T – шумовая температура всех источников помех (собственные шумы устройств космического аппарата, Галактика, яркие звезды, Солнце, Луна, Земля, атмосфера и др.). На частоте $f = 1000 \text{ МГц}$ шумовая температура $T \approx 50^\circ\text{К}$.

Пусть ширина полосы частот W канала равна $W = 20 \text{ КГц}$.

Контрольное задание № 5

1. Вычислить энтропию источника с алфавитом из четырех символов $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\} = \{a, b, c, d\}$ с вероятностями $p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = \frac{1}{4}, p_3 = \frac{1}{8}, p_4 = \frac{1}{8}$.
2. Пусть для передачи сообщения "DANKE" используются следующие кодовые слова равномерного кода:

$A \rightarrow (000);$
 $K \rightarrow (010);$
 $N \rightarrow (001);$
 $D \rightarrow (111);$
 $E \rightarrow (100).$

Для построения этого кода использовались символы двоичного источника $X = \{0,1\}$.

Кодированному сообщению "DANKE" соответствует последовательность независимых символов $x_i \in \{0,1\}$.

$$DANKE \rightarrow (111000001010100).$$

Символы x_i появляются с вероятностью $p_i = \frac{1}{2}$. Определить количество информации в этом сообщении.

3. Имеется двоичный источник с символами алфавита $X = \{a, b\}$ с вероятностью $p_1 = \frac{7}{8}, p_2 = \frac{1}{8}$. Ему соответствует блоковый источник $X^2 = \{(aa), (ab), (ba), (bb)\} = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$. Для кодирования блокового источника применяется префиксный код

$(aa) \rightarrow 0;$
 $(ab) \rightarrow 10;$
 $(ba) \rightarrow 110;$
 $(bb) \rightarrow 111.$

Определить среднюю длину слова на один символ источника.

4. Из каких следующих значений длин кодовых слов можно построить однозначно декодируемый код?

- a) 22233,
b) 12338,
c) 12344.

5.а. Источник имеет следующие символы алфавита $X = \{x_1, x_2, \dots, x_8\} = \{A, K, N, D, E, !, *, J\}$. с их вероятностями появления:

$$\{p_1 = 0,5, p_2 = 0,1, p_3 = 0,1, p_4 = 0,1, p_5 = 0,06, p_6 = 0,04, p_7 = 0,05, p_8 = 0,05\}.$$

Постройте кодовое дерево Хаффмана.

5.б. Запишите код Хаффмана.

6. Создайте RSA-криптосистему, используя $N = 2 \cdot 13$, вычислив публичный ключ (N, E) и секретный ключ d . Используйте эти ключи, для кодирования сообщения «МИНСК».

Контрольное задание № 6

1. Вычислить энтропию источника с алфавитом из четырех символов $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\} = \{a, b, c, d\}$ с вероятностями $p_1 = \frac{1}{4}, p_2 = \frac{1}{4}, p_3 = \frac{1}{4}, p_4 = \frac{1}{4}$.

2. Используется префиксный код со словами:

$$A \rightarrow (00);$$

$$K \rightarrow (10);$$

$$N \rightarrow (010);$$

$$D \rightarrow (110);$$

$$E \rightarrow (111).$$

Для построения этого кода использовались символы двоичного источника $X = \{0,1\}$.

Сообщению "DANKE" соответствует последовательность двоичных символов

$$DANKE \rightarrow (1100001010111).$$

Символы x_i появляются с вероятностью $p_i = \frac{1}{2}$. Определить количество информации в этом сообщении.

3. Пусть для передачи сообщения используется следующие кодовые слова равномерного кода:

$$A \rightarrow (000);$$

$$K \rightarrow (010);$$

$$N \rightarrow (001);$$

$$D \rightarrow (111);$$

$$E \rightarrow (100).$$

Для построения этого кода использовались символы двоичного источника $X = \{0,1\}$.

Код характеризуется вероятностями $P_A = P_K = P_N = P_D = P_E = \frac{1}{5}$. Определить среднюю длину кода.

4. Имеется двоичный источник с символами алфавита $X = \{a, b\}$ с вероятностью $p_1 = \frac{7}{8}, p_2 = \frac{1}{8}$. Ему соответствует блоковый источник

$X^2 = \{(aa), (ab), (ba), (bb)\} = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$. Для кодирования блокового источника применяется префиксный код

$$(aa) \rightarrow 0;$$

$$(ab) \rightarrow 10;$$

$$(ba) \rightarrow 110;$$

$$(bb) \rightarrow 111.$$

Определить энтропию блокового источника.

5.а. Источник имеет следующие символы алфавита

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_9\} = \{A, K, N, D, E, !, *, J, Z\}$ с их вероятностями появления:

$$\{p_1 = 0,25, p_2 = 0,25, p_3 = 0,1, p_4 = 0,1, p_5 = 0,1, p_6 = 0,06, p_7 = 0,04, p_8 = 0,05, p_9 = 0,05\}.$$

Постройте кодовое дерево Хаффмана.

5.б. Запишите код Хаффмана.

6. Пусть $\alpha = 2, M = 9$. Найти порядок элемента α .

7. Определить пропускную способность непрерывного канала, если $\frac{P_c}{N_0} = 0,1$.

8. Создайте RSA-криптосистему, используя $N = 3 \cdot 17$, вычислив публичный ключ (N, E) и секретный ключ (d, N) . Используйте эти ключи, для кодирования сообщения «ПТ».

Литература

1. Кудряшов, Б. Д. Теория информации: Учебник для вузов. – СПб.: Питер, 2009.
2. Теория прикладного кодирования: Учеб. пособие. В 2т./ В. К. Конопелько, А. И. Митюхин и др.; Под ред. проф. В. К. Конопелько.– Мн.: БГУИР, 2004.
3. Ватолин Д, Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео / Д. Ватолин, А. Ратушняк, М. Смирнов, В. Юкин. – М. : Диалог-МИФИ, 2002.
4. Луенбергер Д. Дж. Информатика.– Москва: Техносфера, 2008.
5. Митюхин, А. И., Пачинин В.И. Элементы алгебраических структур теории кодирования: учеб. пособие / А. И. Митюхин, Пачинин В. И. – Минск: БГУИР, 2012.
6. Вернер М. Основы кодирования. Учебник для вузов. Москва: Техносфера, 2004.
7. Андерсон Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика: Пер. с англ.– М.: Вильямс, 2004.
8. Лидл Р., Нидеррайдер Г. Конечные поля: В 2т. – М.: Мир, 1988.