DRL Course 2023 Домашнее задание 4

Отчет по выполнению домашнего задания, Nikita Sorokin

Используемые алгоритмы

Cross-Entropy Method

Пусть π_0 начальная политика, N число итераций алгоритма, $q \in (0,\, 1)$ - уровень квантиля. Для $n \in \overline{0, N}$:

- (Policy evaluation)

$$\mathbb{E}_{\pi_n}[G] \approx V_{\pi_n} := \frac{1}{K} \sum_{k=1} K G(\tau_k)$$

- (Policy improvement) Выбираем "элитные" траектории $T_n = \{\tau_k,\, k \in \overline{1, K} \,:\, G(\tau_k) > \gamma_k\}$.

Обновляем политику как:

$$\pi_{n+1}(a|s) = \frac{|(a|s) \in T_n|}{|s \in T_n|}$$

Реализация этого алгоритма описана в предыдущих отчетах, однако для следующих алгоритмов понадобятся функции:

```
def get_trajectory(env, agent, trajectory_len=500, visualize=False,
filename='gym_animation.gif', fps=60):
    trajectory = {'states': [], 'actions': [], 'rewards': []}
    obs = env.reset()
    state = agent.get_state(obs)
    frames = []
    for i in range(trajectory_len):
        trajectory['states'].append(state)
        action = agent.get_action(state)
        trajectory['actions'].append(action)
        obs, reward, done, _ = env.step(action)
        trajectory['rewards'].append(reward)
        state = agent.get_state(obs)
        if done:
            break
        if visualize:
            frames.append(env.render(mode="rgb_array"))
    if visualize:
        save_frames_as_gif(frames, filename=filename)
```

```
    return trajectory

...

def validation(env, agent, trajectory_len, validation_n):
    total_rewards = []
    for _ in range(validation_n):
        trajectory = get_trajectory(env, agent, trajectory_len)
        total_rewards.append(np.sum(trajectory['rewards']))

    return np.mean(total_rewards)
```

ε-Greedy Policy

Используется в последующих алгоритмах на этапе Policy Improvement

$$\pi(a|s) = \begin{cases} 1 - \varepsilon + \varepsilon/m, & \text{если } a \in \operatorname{argmax}_{a' \in \mathcal{A}} Q(s, a'), \\ \varepsilon/m, & \text{иначе} \end{cases}$$

Реализация:

```
def get_epsilon_greedy_action(q_values_state, action_n, epsilon=0):
    policy = np.ones(action_n) * epsilon / action_n
    max_action = np.argmax(q_values_state)
    return np.random.choice(np.arange(action_n), p=policy)
```

Agent class

Создан для того чтобы использовать ранее написанные для CrossEntropyAgent() функции get_trajectory() и validation() для новых алгоритмов.

```
class Agent():
    def __init__(self, env, state_n, action_n, continuous_state=False,
point_n=10):

        ...

        if continuous_state == False:
            self.state_n = env.observation_space.n
        if continuous_state == True:
            self.state_dim = env.observation_space.shape[0]
            low = env.observation_space.low
            high = env.observation_space.high
            self.state_space = np.linspace(low[0], high[0], point_n)
            for i in range(1, low.shape[0]):
                new_dim_space = np.linspace(low[i], high[i], point_n)
                self.state_space = np.vstack((self.state_space,
new_dim_space))
            self.state_n = point_n**(self.state_dim)
```

```
    def get_action(self, state, known_model=True):
        if self.known_model == True:
            action = np.random.choice(np.arange(self.action_n),
p=self.model[state])
        if self.known_model == False:
            action = get_epsilon_greedy_action(self.q_values[state],
self.action_n, epsilon=0)

        return int(action)

    def get_q_values(self, q_values):
        self.q_values = q_values

    def get_state(self, obs):
        state = obs
        if self.continuous_state == True:
            _, state = get_discrete_state(state, self.state_space,
self.point_n, self.state_dim)

        return state
```

Monte-Carlo Algorithm

Пусть $Q(s,a) = 0$, $N(s,a) = 0$ и $\varepsilon = 1$.

Для каждого эпизода $k \in \overline{1, K}$ делаем:

1. Согласно $\pi = \varepsilon\text{-greedy}(Q)$ получаем траекторию $\tau = (S_0, A_0, \dots, S_T)$ и награды $(R_0, \dots, R_{T-1})$. По ним определяем $(G_0, \dots, G_{T-1})$:

$$G_t = \sum_{k=t}^{T-1} \gamma^{k-t} R_t, \quad G_{T-1} = R_{T-1}, \quad G_{T-2} = R_{T-2} + \gamma R_{T-1}, \quad G_i = R_i + \gamma G_{i+1},$$
$$G_T = Q(S_T, \pi_{greedy}(S_T)).$$

2. Для каждого $t \in \overline{0, T-1}$ обновляем Q и N:

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \frac{1}{N(S_t, A_t) + 1} \big(G_t - Q(S_t, A_t)\big),$$
$$N(S_t, A_t) \leftarrow N(S_t, A_t) + 1$$

Уменьшаем ε

SARSA Algorithm

Пусть $Q(s,a) = 0$ и $\varepsilon = 1$.

Для каждого эпизода k делаем:

Пока эпизод не закончен делаем:

1. Находясь в состоянии S_t совершаем действие $A_t \sim \pi(\cdot|S_t)$,

где $\pi = \varepsilon\text{-greedy}(Q)$, получаем награду R_t, переходим в состояние S_{t+1}, совершаем действие $A_{t+1} \sim \pi(\cdot|S_{t+1})$

2. По $(S_t, A_t, R_t, S_{t+1}, A_{t+1})$ обновляем Q:

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha(R_t + \gamma Q(S_{t+1}, A_{t+1}) - Q(S_t, A_t))$$

Уменьшаем ε

Q-Learning Algorithm

Пусть $Q(s, a) = 0$ и $\varepsilon = 1$.

Для каждого эпизода k делаем:

Пока эпизод не закончен делаем:

1. Находясь в состоянии S_t совершаем действие $A_t \sim \pi(\cdot|S_t)$,

где $\pi = \varepsilon\text{-greedy}(Q)$, получаем награду R_t переходим в состояние S_{t+1}.

2. По (S_t, A_t, R_t, S_{t+1}) обновляем Q:

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha(R_t + \gamma \max_{a'} Q(S_{t+1}, a') - Q(S_t, A_t))$$

Уменьшаем ε

Реализация Monte Carlo и SARSA была написана на семинарском занятие, реализация Q-learning'a:

```
def QLearning(env, episode_n, gamma=0.99, trajectory_len=500, alpha=0.5,
continuous_state=False,
              point_n = 10, eps_strategy=lambda x, n: 1 / (x + 1),
q_initial=np.zeros(0)):

    total_rewards = np.zeros(episode_n)

    if continuous_state == False:
        state_n = env.observation_space.n

    if continuous_state == True:
        state_dim = env.observation_space.shape[0]
        low = env.observation_space.low
        high = env.observation_space.high
        state_space = np.linspace(low[0], high[0], point_n)
        for i in range(1, low.shape[0]):
            new_dim_space = np.linspace(low[i], high[i], point_n)
            state_space = np.vstack((state_space, new_dim_space))
```

```
        state_n = point_n**(state_dim)

    action_n = env.action_space.n

    if q_initial.size == 0:
        qfunction = np.zeros((state_n, action_n))

    else:
        qfunction = q_initial

    for episode in tqdm(range(episode_n)):
        epsilon = eps_strategy(episode, episode_n)
        state = env.reset()

        if continuous_state == True:
            _, state = get_discrete_state(state, state_space, point_n,
state_dim)

        action = get_epsilon_greedy_action(qfunction[state], action_n,
epsilon)
        for _ in range(trajectory_len):
            next_state, reward, done, _ = env.step(action)

            if continuous_state == True:
                _, next_state = get_discrete_state(next_state,
state_space, point_n, state_dim)

            qfunction[state][action] += alpha * (reward + gamma *
np.max(qfunction[next_state][:]) - qfunction[state][action])
            state = next_state
            action = get_epsilon_greedy_action(qfunction[next_state],
action_n, epsilon)
            total_rewards[episode] += reward

            if done:
                break

    return total_rewards, qfunction
```

Задание 1

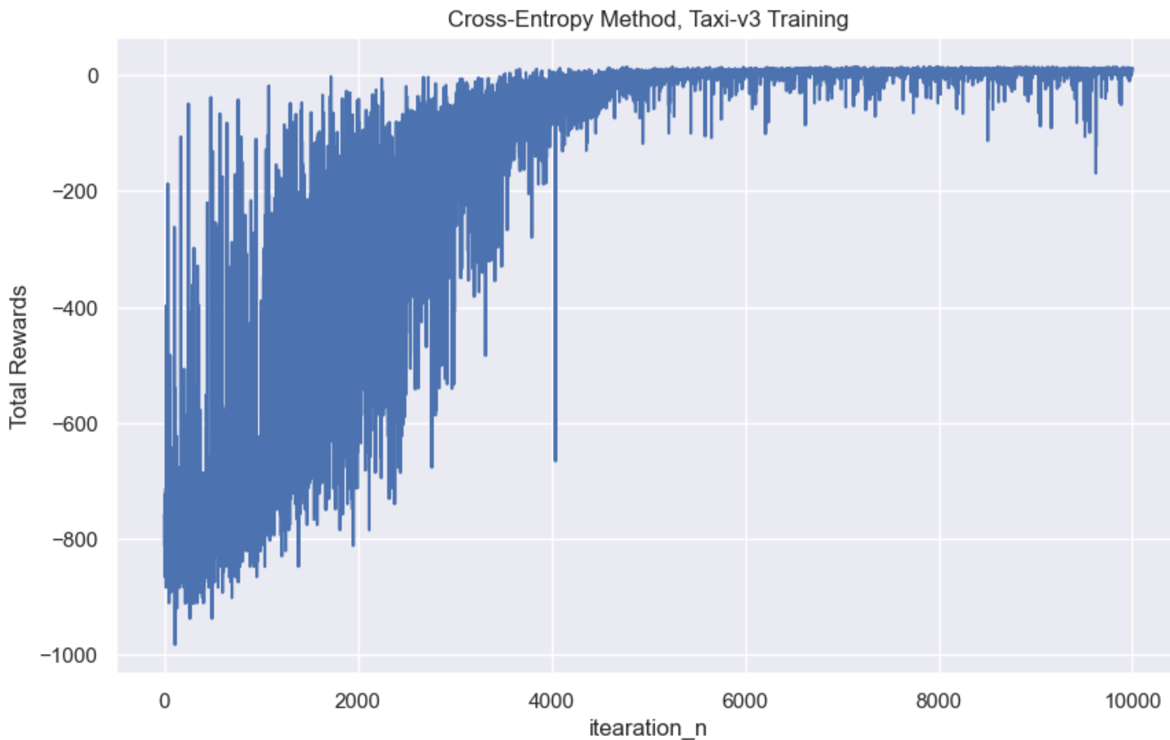
Реализовать Q-Learning и сравнить его результаты с реализованными ранее алгоритмами Cross-Entropy, Monte Carlo, SARSA в задаче Taxi-v3. Для сравнения как минимум нужно использовать графики обучения.

Cross-Entropy

Алгоритм сходится к validation_score = 5.983 за ~40 секунд при следующих гиперпараметрах (которые были получены в домашнем задании №1):

```
q_param = 0.6
iteration_n = 20
trajectory_n = 500
```

In [4]:
```
from IPython.display import display, Image
display(Image(filename="ce_taxi.png"))
```



Валидация:

```
validation_n = 1000
validation_score = validation(env, CE_agent, validation_n=validation_n,
trajectory_len=100)
print(f'Cross-Entropy method validation_score: {validation_score}')
```

Вывод:

Cross-Entropy method validation_score: 5.983

Monte Carlo

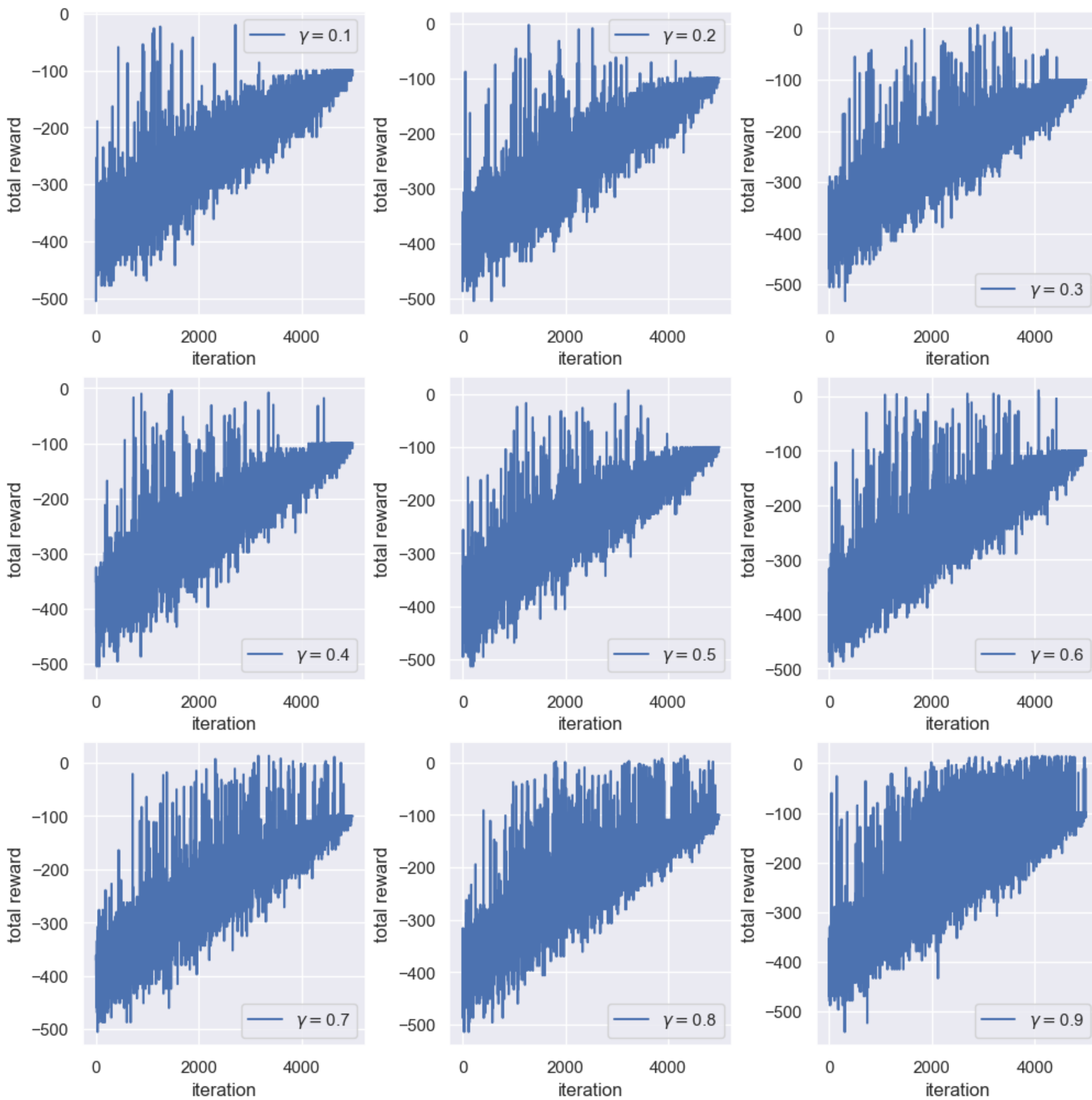
Более детальное исследование в задании №3, а пока изучим параметр γ:

Фиксируем episode_n и trajectory_len и ищем наилучший γ :

```
def grid_search(gamma):

    fig, axs = plt.subplots(figsize=(10, 10), ncols=3, nrows=3,
layout="constrained")

    names = [r"$ \gamma =  $" + f"{gamma[i]}" for i in range(gamma.size)]
```

```
    mc_rewards_gamma = []
    mc_q_values_gamma = []
    for i in range(gamma.size):
        mc_rewards, mc_q_values = MonteCarlo(env, episode_n,
trajectory_len, gamma[i])
        mc_rewards_gamma.append(mc_rewards)
        mc_q_values_gamma.append(mc_q_values)

        axs[i // 3, i % 3].plot(mc_rewards, label=names[i])
        axs[i // 3, i % 3].set_xlabel('iteration')
        axs[i // 3, i % 3].set_ylabel('total reward')
        axs[i // 3, i % 3].legend()

    return mc_rewards_gamma, mc_q_values_gamma
```

In [5]:
```
display(Image(filename="mc_gamma.png"))
```



Валидация:

Monte Carlo algorithm validation_score, gamma = 0.1: -100.0

Monte Carlo algorithm validation_score, gamma = 0.2: -100.0

Monte Carlo algorithm validation_score, gamma = 0.3: -100.0

Monte Carlo algorithm validation_score, gamma = 0.4: -100.0

Monte Carlo algorithm validation_score, gamma = 0.5: -100.0

Monte Carlo algorithm validation_score, gamma = 0.6: -100.0

Monte Carlo algorithm validation_score, gamma = 0.7: -100.0

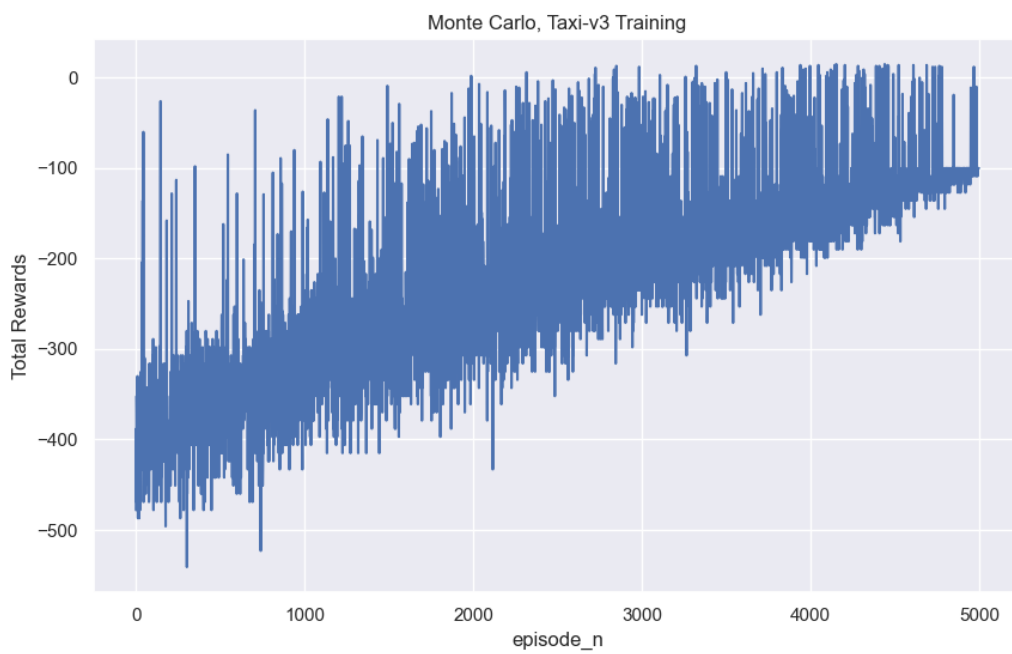
Monte Carlo algorithm validation_score, gamma = 0.8: -100.0

Monte Carlo algorithm validation_score, gamma = 0.9: -98.183

Наилучший параметр $\gamma = 0.9$!

Отдельный график:

In [6]:
```
display(Image(filename="mc_taxi.png"))
```



SARSA

Алгоритм сходится к validation_score = 8.05 за 4 секунды при следующих гиперпараметрах:

```
episode_n = 2000
gamma = 0.9
trajectory_len = 100
alpha = 0.5
```

In [7]:
```
display(Image(filename="sarsa_taxi.png"))
```

Валидация:

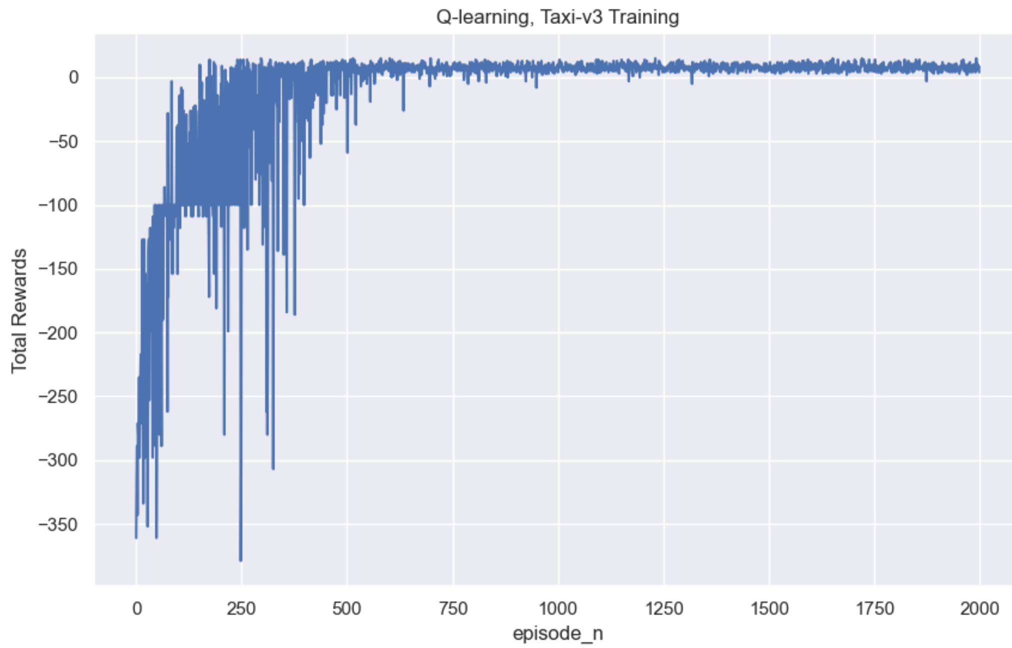
SARSA validation_score: 8.05

Q-learning

Алгоритм сходится к validation_score = 7.853 за 4 секунды при следующих гиперпараметрах:

```
episode_n = 2000
gamma = 0.9
trajectory_len = 100
alpha = 0.5
```

In [8]:
```
display(Image(filename="q_taxi.png"))
```

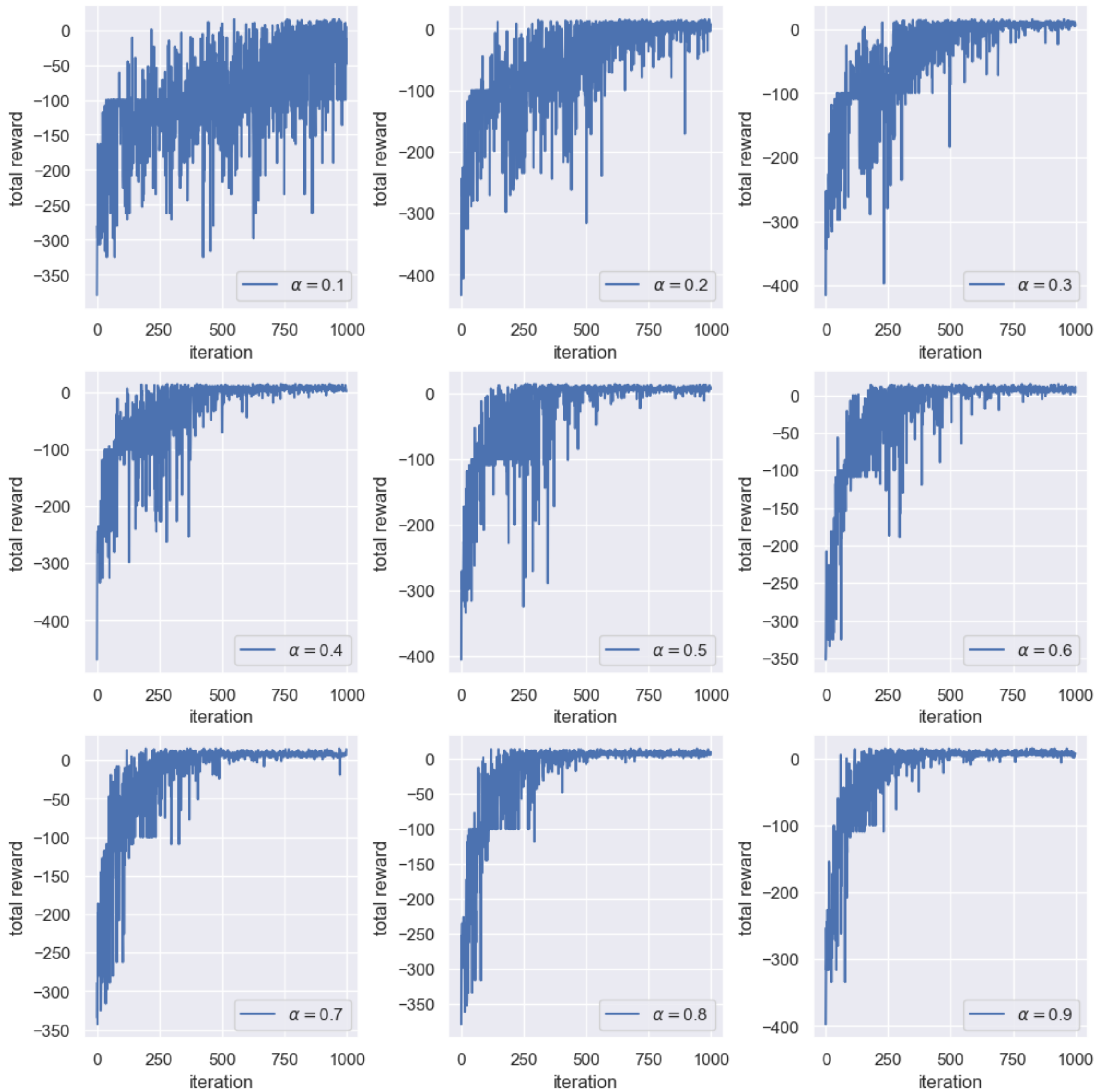


Валидация:

Q-learning validation_score: 7.092

Изучим гиперпараметр α:

In [9]:
```
display(Image(filename="q_alpha.png"))
```



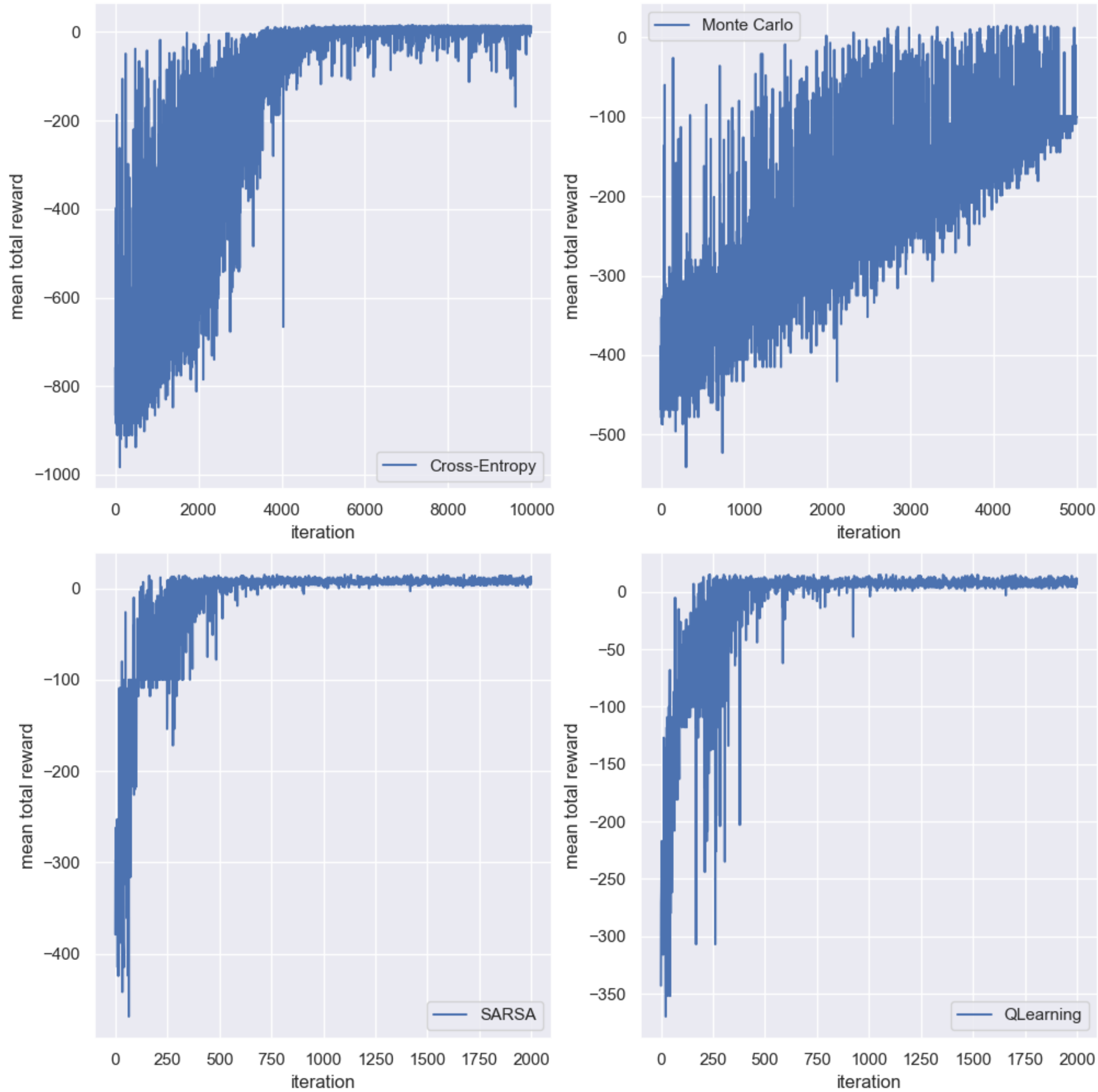
Валидация:

Q-learning algorithm validation_score, alpha = 0.1: -126.108
Q-learning algorithm validation_score, alpha = 0.2: -44.184
Q-learning algorithm validation_score, alpha = 0.3: -16.632
Q-learning algorithm validation_score, alpha = 0.4: 1.725
Q-learning algorithm validation_score, alpha = 0.5: 1.455
Q-learning algorithm validation_score, alpha = 0.6: 0.796
Q-learning algorithm validation_score, alpha = 0.7: -5.562
Q-learning algorithm validation_score, alpha = 0.8: 6.06
Q-learning algorithm validation_score, alpha = 0.9: 3.496

Наилучший параметр $\alpha = 0.8$!

Сравнение алгоритмов

In [10]:
```
display(Image(filename="taxi_comparison.png"))
```



Задание 2

Дискретизировать (можно использовать numpy.round()) пространство состояний и обучить Агента решать CartPole-v1, Acrobot-v1, MountainCar-v0, или LunarLander-v2 (одну на выбор) методами Monte Carlo, SARSA и Q-Learning. Сравнить результаты этих алгоритмов и реализованного ранее алгоритма Deep Cross-Entropy на графиках.

Дискретизация пространства состояний

Основная идея состоит в следующем: непрерывное пространство состояний аппроксимируем конечной сеткой значений. Однако это не значит, что управляемый объект может двигаться только по конечному числу точек. Это лишь значит, что оказавшись в некотором состоянии агент выбирает действие не по настоящему значению состояния, а по ближайшей к нему точки на сетке.

Реализация: подается состояние объекта, функция возвращает ближайшее состояние на сетке

```
def get_discrete_state(state, state_space, points_n, state_dim):
    state_idx = 0
    for i in range(state_dim):
        min_idx = np.abs(state_space[i] - state[i]).argmin()
        state[i] = state_space[i, min_idx]
        state_idx += min_idx * points_n**i

    return state, state_idx
```

MountainCar-v0

Гипотеза: обучить MountainCar-v0 будет проще и быстрее других сред, поскольку у него наименьшая размерность пространства состояний. Поскольку количество точек сетки растет экспоненциально относительно размерности дискретизируемого пространства, а размерность состояний MountainCar-v0 равна 2 (В Acrobot'е даже не хватает 8гб оперативной памяти, чтобы создать сетку с 30 точками разбиения по каждой координате: 30^6=729000000).

Так что начнем с этой среды!

```
env = gym.make('MountainCar-v0')
state_dim = 2
action_n = 3
```

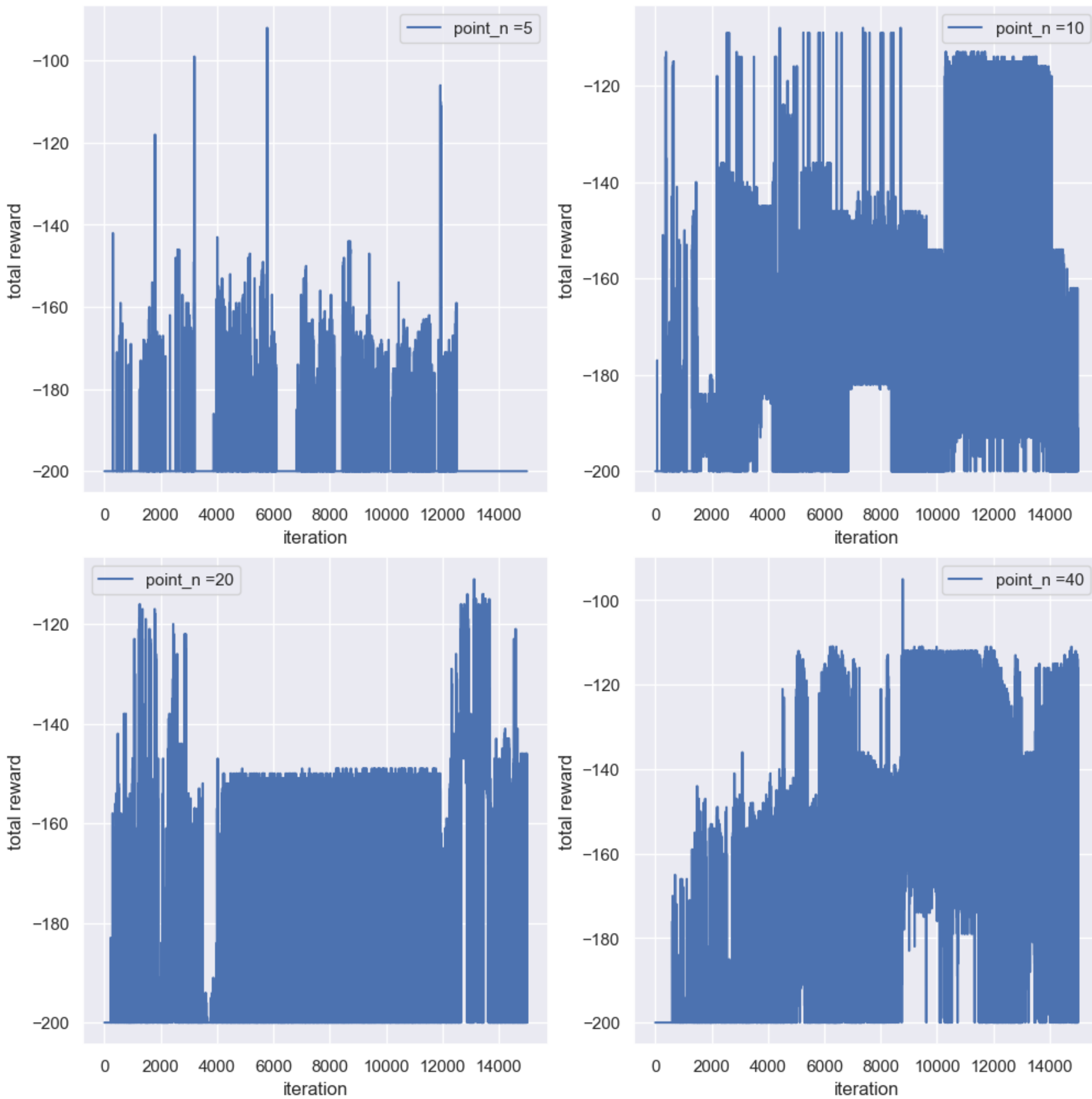
Q-learning

Фиксируем гиперпараметры:

```
gamma = 0.95
trajectory_len = 200
alpha = 0.2
```

Выберем оптимальный параметр дискритизации - point_n (количество точек разбиения пространства состояний).

In [11]:
```
display(Image(filename="q_point_n.png"))
```



Валидация:

Q-learning algorithm validation_score, point_n = 5: -200.0

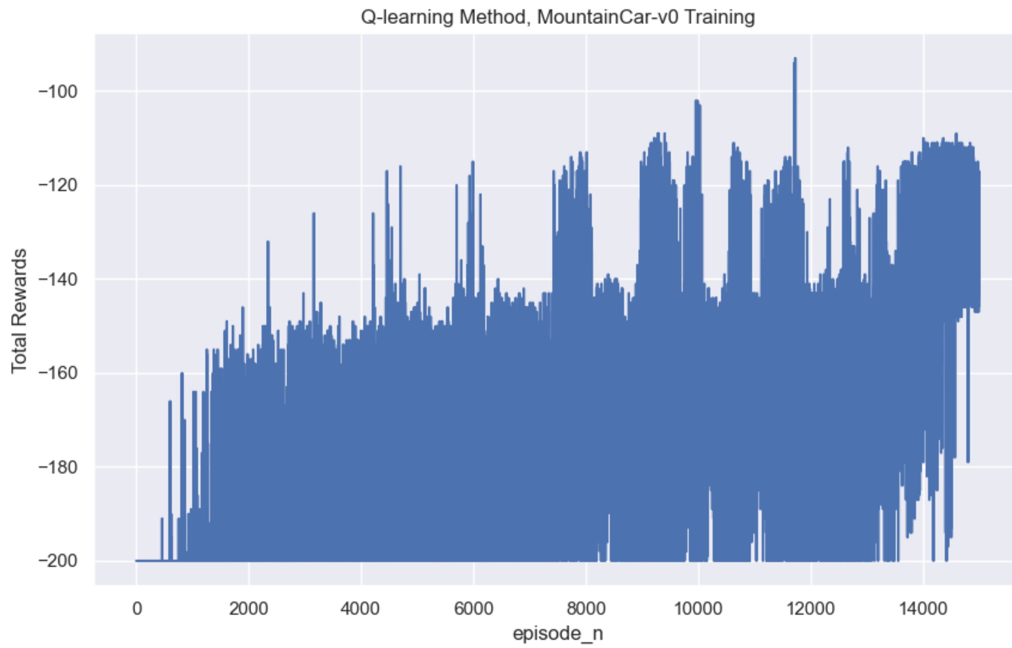
Q-learning algorithm validation_score, point_n = 10: -194.83

Q-learning algorithm validation_score, point_n = 20: -175.749

Q-learning algorithm validation_score, point_n = 40: -170.71

points_n = 40 самый удачный, доучим еще 15000 эпизодов.

In [12]:
```
display(Image(filename="q_car.png"))
```



Валидация:

Q-learning algorithm validation_score: -131.826

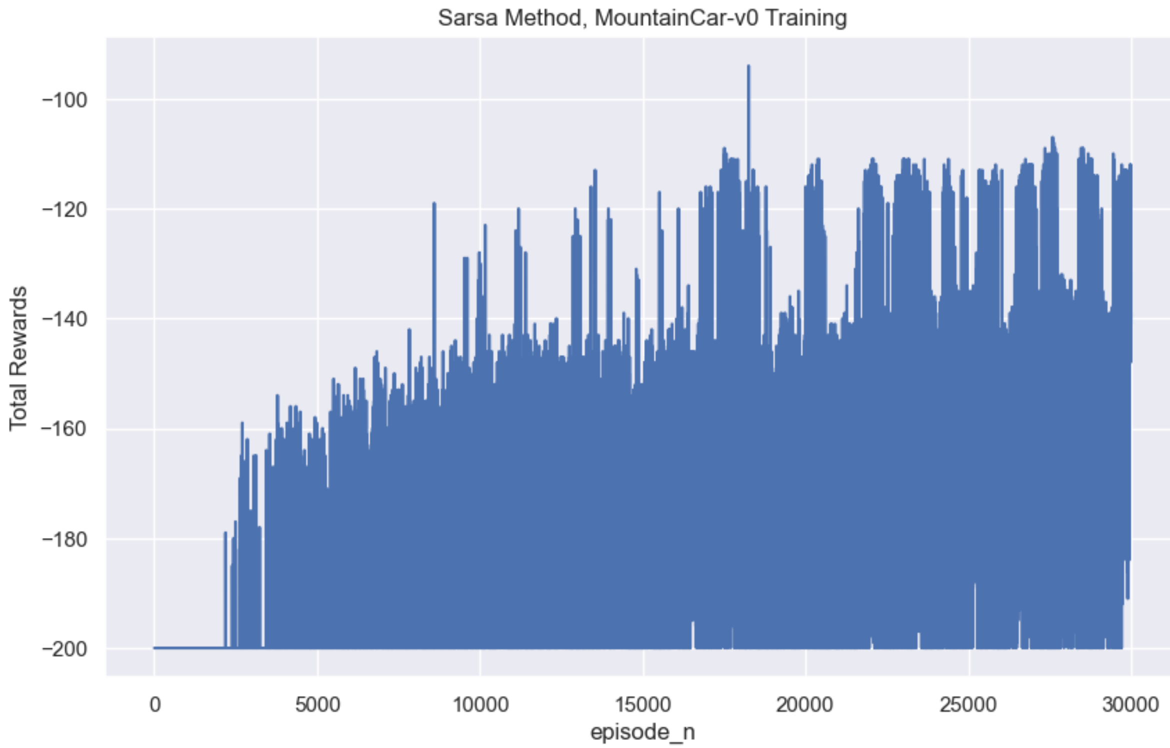
SARSA

Фиксируем гиперпараметры:

```
gamma = 0.95
trajectory_len = 200
alpha = 0.2
```

Параметры полученные для Q-learning'а хорошо работают и для алгоритма SARSA. Будем учиться 30000 эпизодов.

In [14]:
```
display(Image(filename="sarsa_car.png"))
```



Валидация:

SARSA algorithm validation_score: -131.171

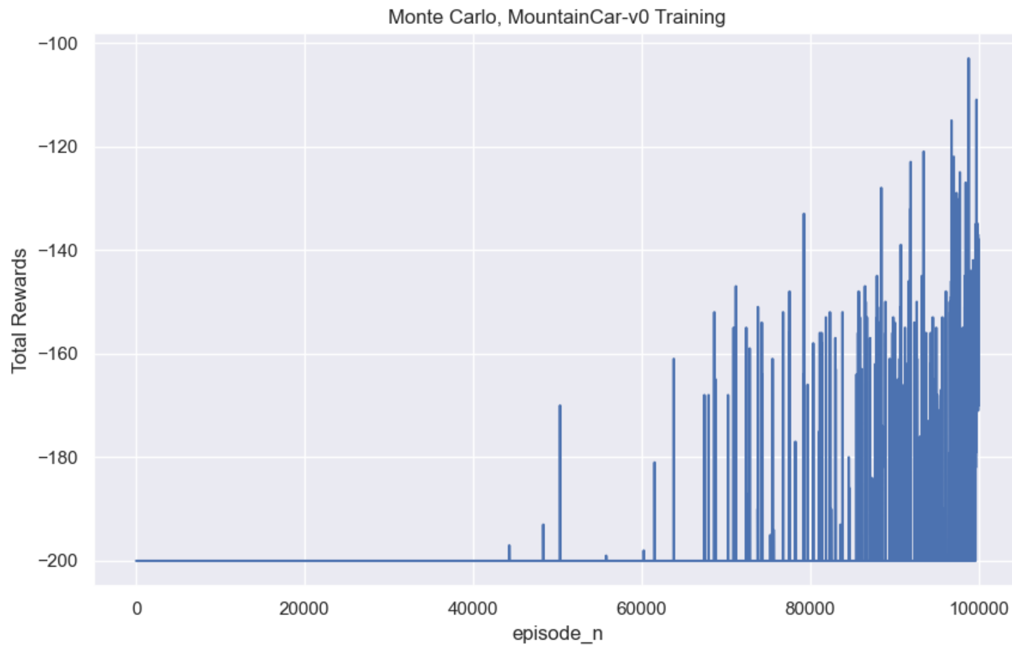
Monte Carlo

Обучиться, используя исходный алгоритм не получилось. Я добавил возможность выбора параметра α, аналогично тому как он используется в алгоритма SARSA и Q-learning. Кроме того понадобилось сильно больше эпизодов чем в других алгоритмах.

Фиксируем гиперпараметры:

```
episode_n = 100000
gamma = 0.9
trajectory_len = 200
```

In [15]:
```
display(Image(filename="mc_car.png"))
```



Валидация:

Monte Carlo algorithm validation_score: -151.176

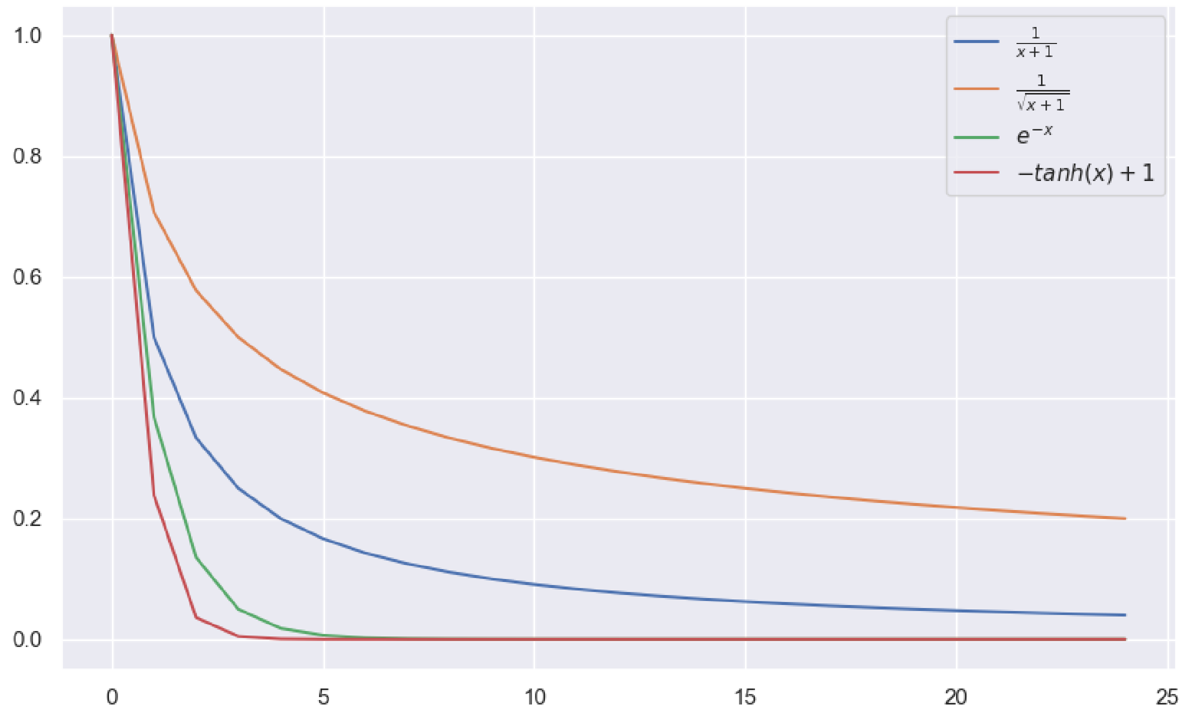
Задание 3

Придумать стратегию для выбора ε позволяющую агенту наилучшим образом решать Taxi-v3 алгоритмом Monte Carlo.

Рассмотрим несколько убывающих функций от 1 до 0 на $x \in \mathbb{R}$:

```
def eps1(x, n=0):
    return 1 / (x + 1)

def eps2(x, n=0):
    return 1 / np.sqrt(x + 1)

def eps3(x, n=0):
    return np.exp(-x)

def eps4(x, n=0):
    return -np.tanh(x) + 1
```

In [17]:
```
display(Image(filename="eps14.png"))
```

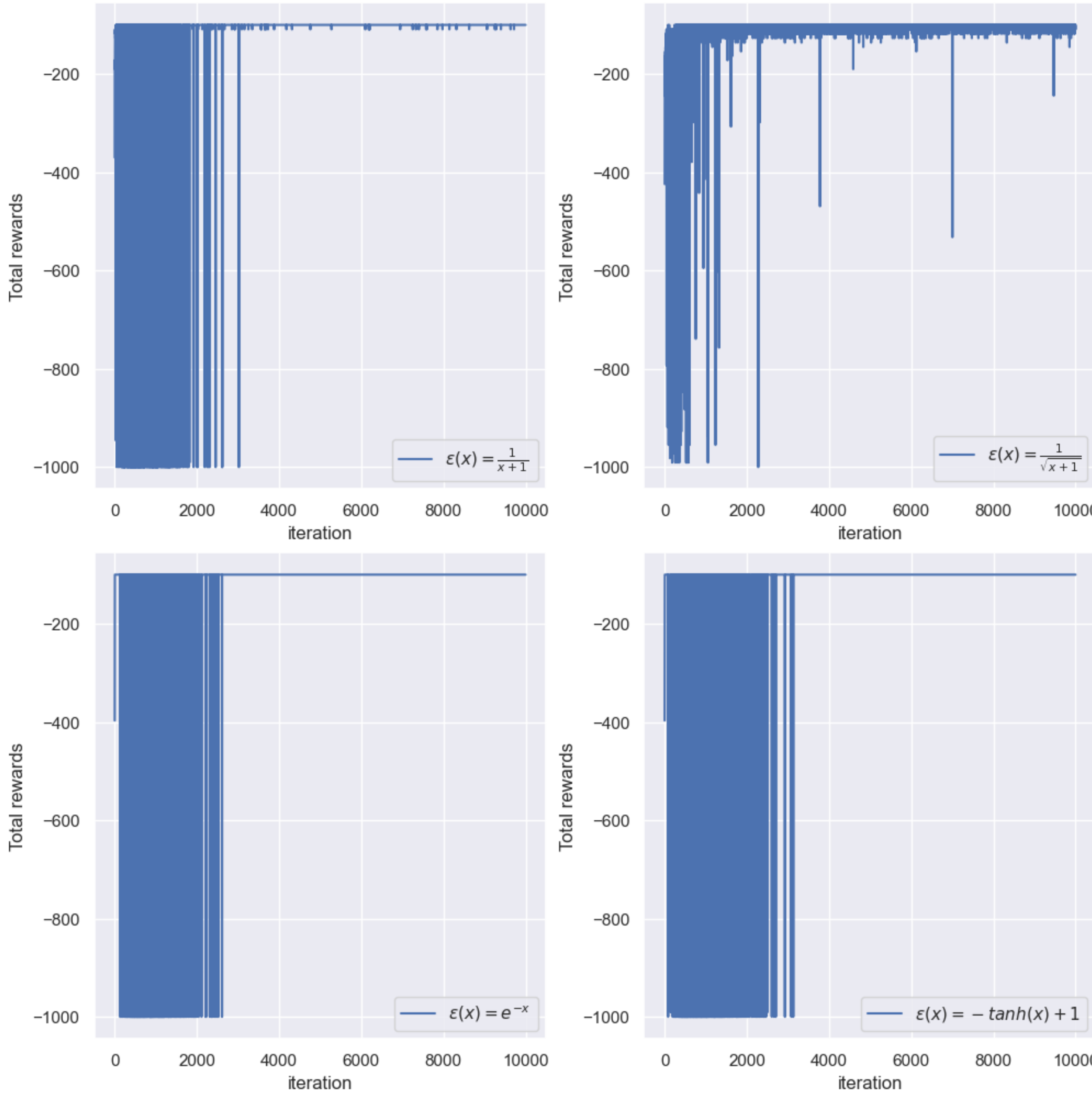


Фиксируем:

```
episode_n = 10000
gamma = 0.9
trajectory_len = 100
```

Обучаемся использую эти ε в ε-greedy Policy Improvement:

In [19]:
```
display(Image(filename="mc_eps14.png"))
```



Валидация:

Monte Carlo algorithm, eps5 validation_score: -100.0
Monte Carlo algorithm, eps6 validation_score: -100.0
Monte Carlo algorithm, eps7 validation_score: -100.0
Monte Carlo algorithm, eps8 validation_score: -100.0

С такими эпсилонами на таком количестве эпизодов получилось обучиться только тому, чтобы не пытаться подбирать пассажира вообще.

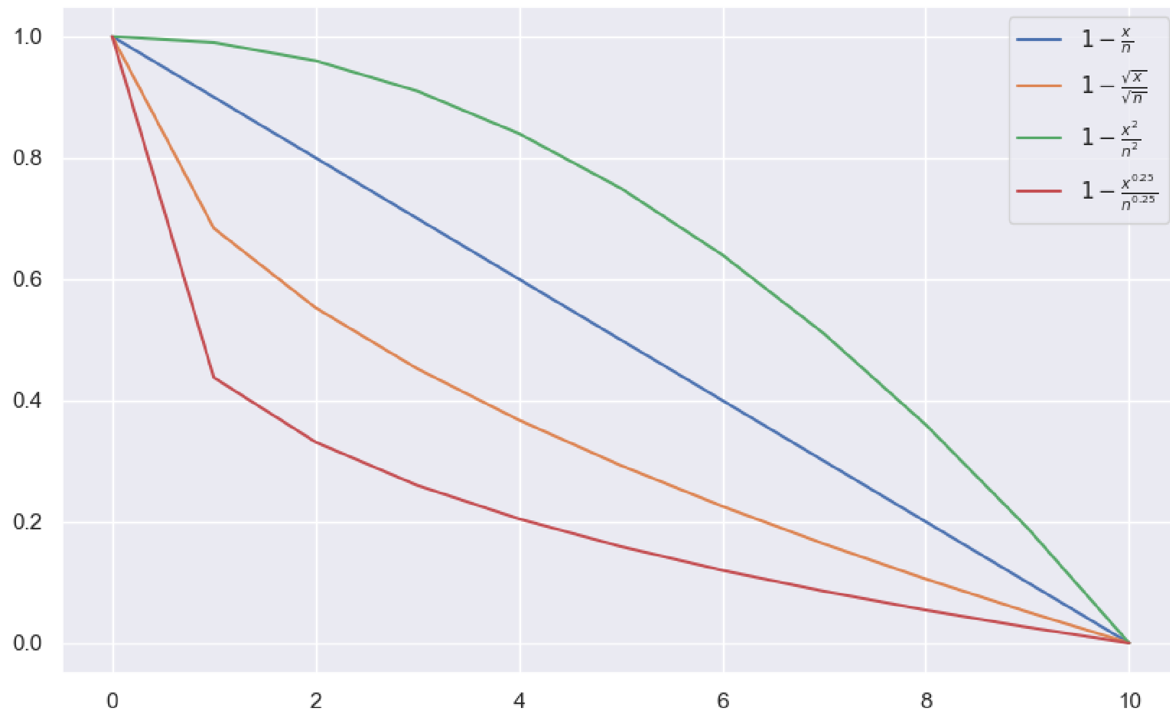
Еще стоит попробовать функции, которые интерполируют точки (1, 0) и (0, episode_n). У таких фукнций параметр ε будет равняться 1 на первой итерации алгоритма и 0 на последней итерации алгоритма.

Рассмотрим несколько убывающих функций от 1 до 0 на $x \in [0, n]$:

```
def eps5(x, n):
```

```
    return 1 - x / n

def eps6(x, n):
    return 1 - x**(0.5) / n**(0.5)

def eps7(x, n):
    return 1 - x**2 / n**2

def eps8(x, n):
    return 1 - x**(0.25) / n**(0.25)
```

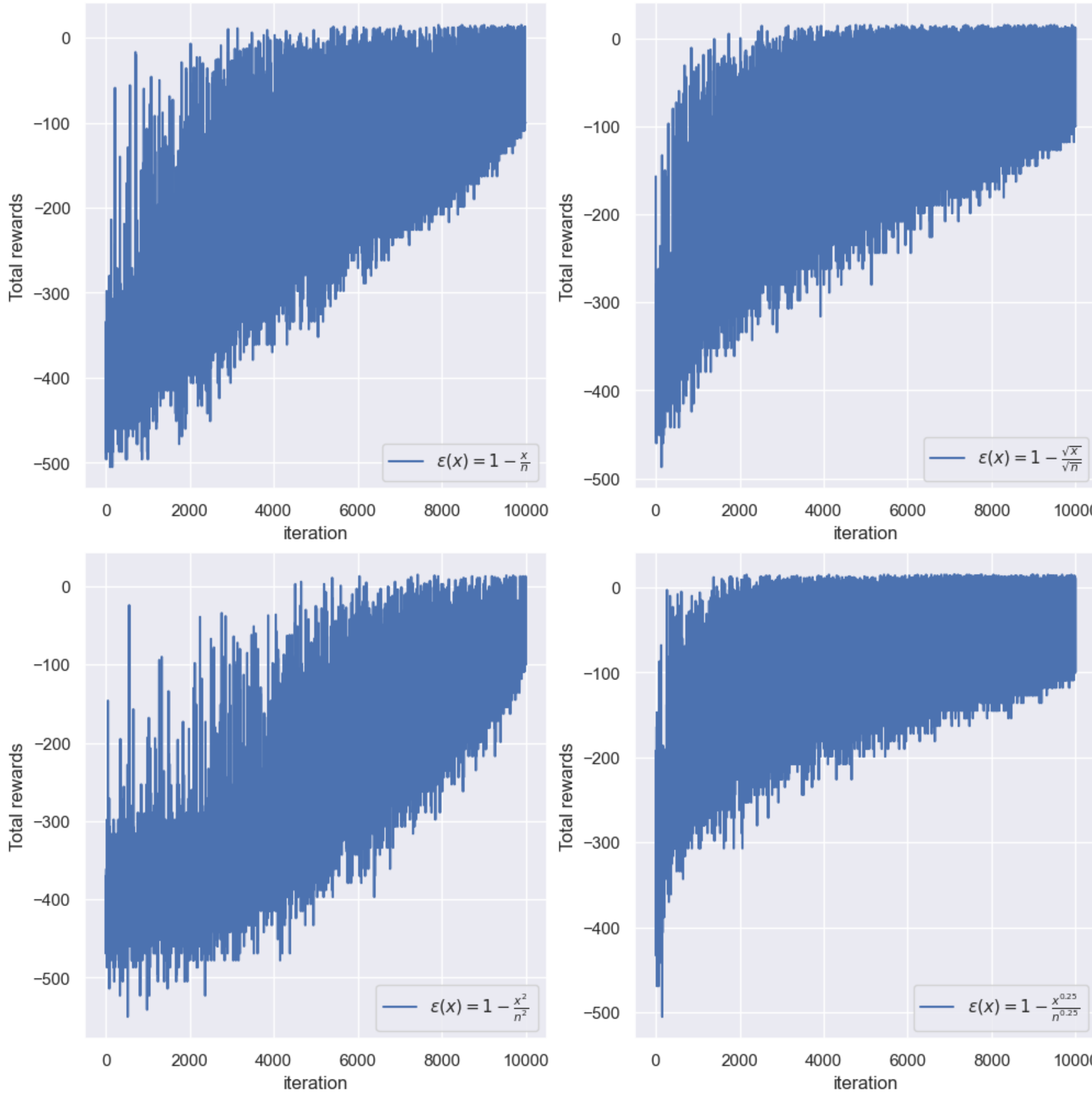
In [20]:
```
display(Image(filename="eps58.png"))
```



Те же гиперпараметры:

```
episode_n = 10000
gamma = 0.9
trajectory_len = 100
```

In [21]:
```
display(Image(filename="mc_eps58.png"))
```

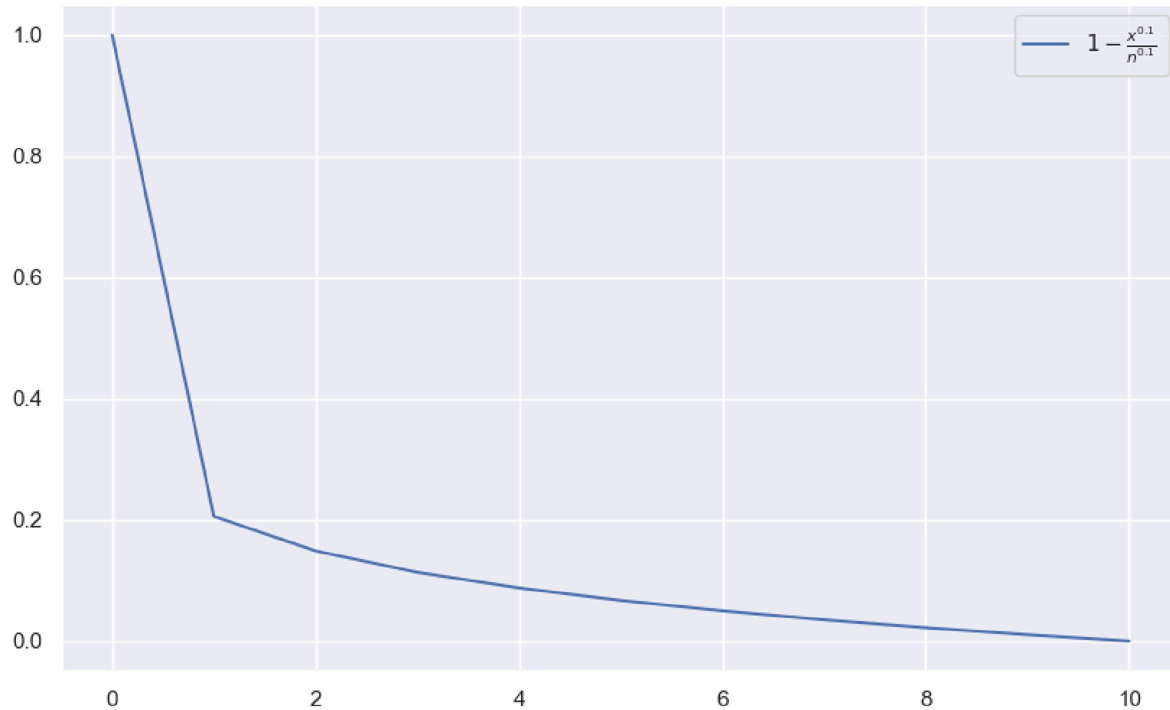


Валидация:

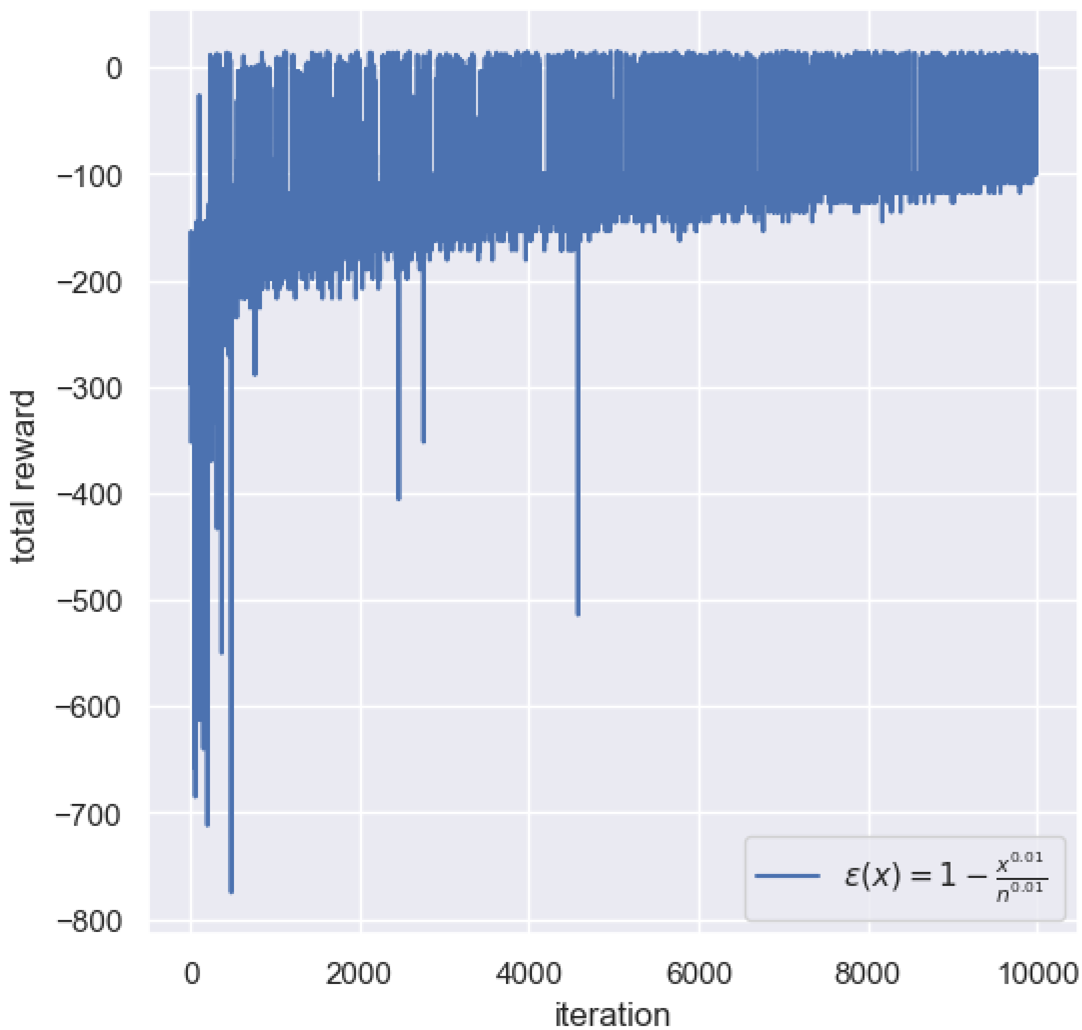
Monte Carlo algorithm, eps5 validation_score: -90.32
Monte Carlo algorithm, eps6 validation_score: -79.156
Monte Carlo algorithm, eps7 validation_score: -97.062
Monte Carlo algorithm, eps8 validation_score: -73.993

Из полученного можно выдвинуть гипотезу о том, что чем меньше параметр α в $\varepsilon(x) = 1 - \frac{x^\alpha}{n^\alpha}$, тем лучше обучается алгоритм. Попробуем еще меньше:

In [25]:
```
display(Image(filename="eps9.png"))
```



In [26]:
```
display(Image(filename="mc_eps9.png"))
```



Валидация:

Monte Carlo algorithm, eps9 validation_score: -92.25

Таким образом, наилучший результат был получен для следующих гиперпараметров:

```
episode_n = 10000
gamma = 0.9
trajectory_len = 100
```

с функцией для $\varepsilon(x)$:

$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{x^{0.25}}{n^{0.25}} \ ,$$

где n - количество эпизодов алгоритма

Для увеличения точности следует увеличивать количество эпизодов.

Замечание про решение задачи Taxi-v3 методом Монте Карло из чата ODS - Deep Reinfocment Learning:

In [27]:
```
display(Image(filename="1.jpeg"))
```

This method is on-policy as the model learns from solving the problem (playing the game) and not by observing. During training we noticed that it took a lot of episodes for it to begin to show proper results, indeed for *25 000* episodes of training we reached only a *15%* win rate, for *100 000* episodes *65%* win rate and for *500 000* episodes *99.54%* win rate.